

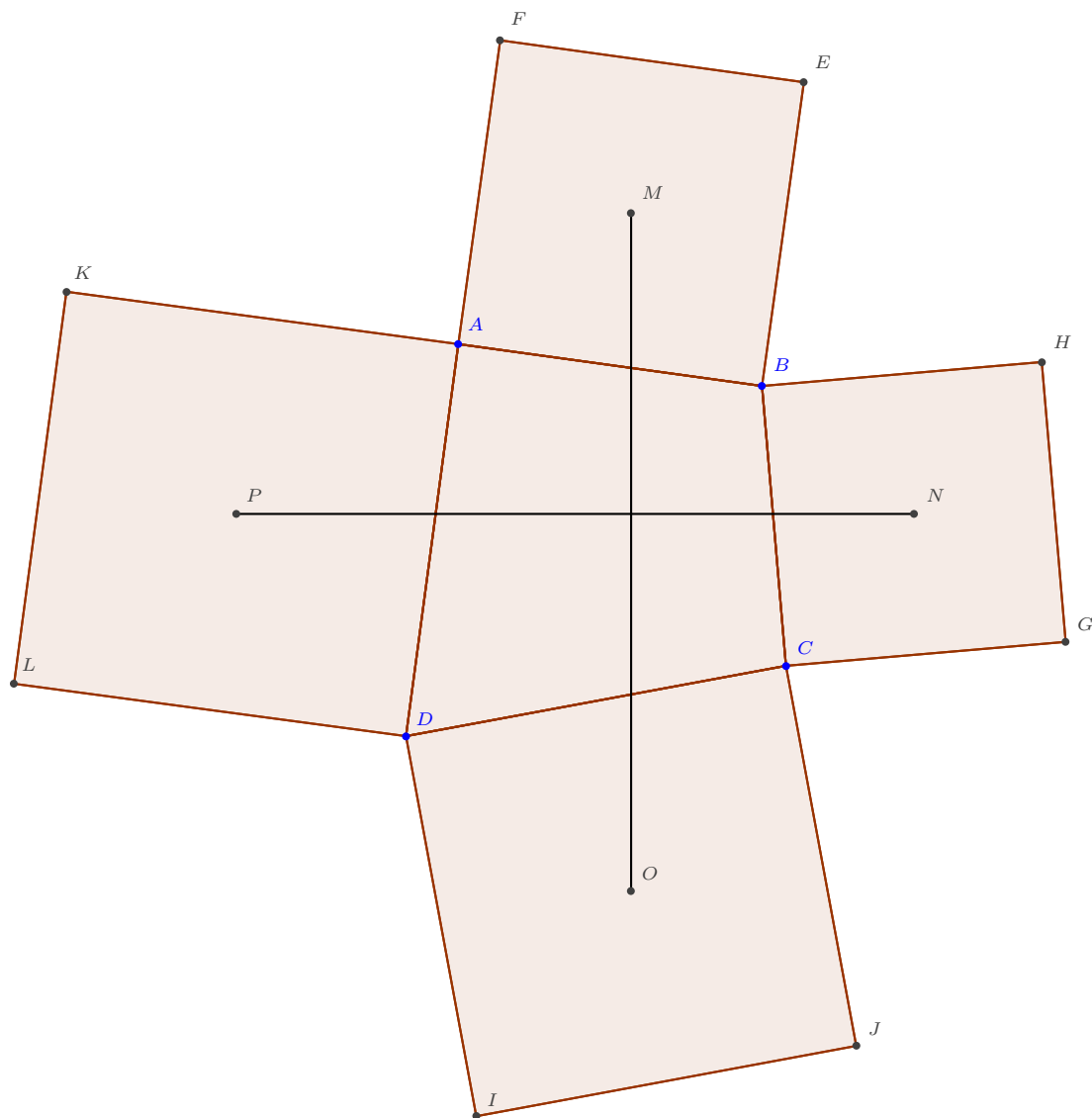
用复数来证明一个几何题

叶卢庆*

杭州师范大学理学院, 浙江 杭州 310036

2014 年 2 月 24 日

如图, $ABCD$ 是任意四边形. 在四边形的四条边上各作一正方形. 证明连接相对正方形中心的线段互相垂直且等长.



*叶卢庆 (1992—), 男, 杭州师范大学理学院数学与应用数学专业本科在读, E-mail: h5411167@gmail.com

证明. 设点 A, B, C, D 对应的复数分别为 a, b, c, d . 设点 M, N, O, P 对应的复数分别为 m, n, o, p , 设点 F 对应的复数为 f , 点 E 对应的复数为 e , 则有

$$f - a = i(b - a) \Rightarrow f = ib + (1 - i)a.$$

$$e - b = i(b - a) \Rightarrow e = -ia + (1 + i)b.$$

于是

$$m = \frac{1}{2}(a + b - i(a - b)).$$

同理,

$$n = \frac{1}{2}(b + c - i(b - c)).$$

$$o = \frac{1}{2}(c + d - i(c - d)).$$

$$p = \frac{1}{2}(d + a - i(d - a)).$$

我们只用证明

$$(m - o)i = p - n,$$

即证明

$$\frac{1}{2}((a + b - c - d)i - (c - d - a + b)) = p - n,$$

这是显然的. □