

习题20.2.3.2

叶卢庆

杭州师范大学理学院,学号:1002011005

Email:h5411167@gmail.com

2013. 12. 19

习题 (20.2.3.2). 计算下列三重积分

$$\iiint_V (x^2 + y^2 + z^2) dV,$$

其中 V 是 $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$.

解. 我们进行球坐标变量替换. 令 $x = r \sin \phi \cos \theta, y = r \sin \phi \sin \theta, z = r \cos \phi$. 其中 $0 \leq r \leq 1, \phi \in [0, \pi], \theta \in [0, 2\pi)$. 则

$$\begin{aligned} \iiint_V (x^2 + y^2 + z^2) dV &= \int_0^1 \int_0^\pi \int_0^{2\pi} r^4 \sin \phi d\theta d\phi dr \\ &= \frac{4}{5} \pi. \end{aligned}$$

□