

习题 1.5.33

叶卢庆*

杭州师范大学理学院, 浙江 杭州 310036

2014 年 3 月 6 日

习题. 考虑方程 $(z-1)^{10} = z^{10}$. 不要求解方程用几何方法证明其 9 个解 (这是个 9 次方程) 均在直线 $\operatorname{Re}(z) = \frac{1}{2}$ 上.

证明. 因为 $(z-1)^{10} = z^{10}$, 所以 $|(z-1)^{10}| = |z^{10}|$, 即 $|z-1|^{10} = |z|^{10}$, 因此 $|z-1| = |z|$. 可见其 9 个解都在直线 $\operatorname{Re}(z) = \frac{1}{2}$ 上. \square

*叶卢庆 (1992—), 男, 杭州师范大学理学院数学与应用数学专业本科在读, E-mail: h5411167@gmail.com