

# 光滑曲线的特点

叶卢庆

杭州师范大学理学院,学号:1002011005

Email:h5411167@gmail.com

2013. 12. 15

我们知道,连续可微的曲线

$$P(t) = (p_1(t), p_2(t), \dots, p_n(t))$$

不一定是光滑的,因为很可能会在某些点存在着尖角.比方说,平面上连续可微的曲线  $(t^2, t^3)$  在原点处存在一个尖角.当我们给连续可微曲线一些限制的时候,才有可能让连续可微曲线成为光滑曲线.比方说,加上这个条件:对于每个  $t_0$ ,存在  $1 \leq i \leq n$ ,使得  $p'_i(t_0) \neq 0$ ,此时,根据隐函数定理,存在  $\delta > 0$ ,使得在区间  $(t_0 - \delta, t_0 + \delta)$  内,  $p_i(t)$  会成为其余变量  $p_1(t), \dots, p_{i-1}(t), p_{i+1}(t), \dots, p_n(t)$  的连续可微函数,即存在连续可微函数  $f$ ,使得

$$p_i(t) = f(p_1(t), \dots, p_{i-1}(t), p_{i+1}(t), \dots, p_n(t)).$$

由此,我们可以领悟出光滑曲线的特点:光滑曲线上是不存在不可微的点的,从直观上来看,也即光滑曲线上没有尖点.