

## 习题 1.5.20

叶卢庆\*

杭州师范大学理学院, 浙江 杭州 310036

2014 年 2 月 28 日

**习题.** 证明不可能画出一个三顶点均为高斯整数的等边三角形.

**证明.** 等边三角形的三个顶点按照逆时针方向放置设为  $A = a_1 + a_2i, B = b_1 + b_2i, C = c_1 + c_2i$ , 其中  $a_1, a_2, b_1, b_2, c_1, c_2 \in \mathbf{Z}$ . 则有

$$A + \omega B + \omega^2 C = 0.$$

其中  $\omega$  为三次单位根. 于是

$$A + \left(-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)B + \left(-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)C = 0.$$

我们发现了无理数  $\sqrt{3}$ , 以及单独的  $A$ , 这是不可能的. □

---

\*叶卢庆 (1992—), 男, 杭州师范大学理学院数学与应用数学专业本科在读, E-mail: h5411167@gmail.com