

## 习题18.7

叶卢庆

杭州师范大学理学院,学号:1002011005

Email:h5411167@gmail.com

2013. 12. 19

习题 (18.7). 计算积分

$$\int_0^{+\infty} \frac{e^{-ax} - e^{-bx}}{x} dx (b > a > 0).$$

解. 令  $f(x, y) = \frac{e^{-yx}}{x}$ . 易得

$$\frac{\partial f}{\partial y} = -e^{-yx}.$$

因此,

$$\int_0^{+\infty} \frac{e^{-ax} - e^{-bx}}{x} dx = \int_0^{+\infty} \int_a^b e^{-xy} dy dx.$$

我们只用看

$$\lim_{m \rightarrow \infty} \int_0^m \int_a^b e^{-xy} dy dx = \lim_{m \rightarrow \infty} \int_a^b \int_0^m e^{-xy} dx dy = \int_a^b \frac{1}{y} dy = \ln b - \ln a.$$

□