

为什么要这样定义平面刚性运动

叶卢庆*

杭州师范大学理学院, 浙江 杭州 310036

2014 年 2 月 25 日

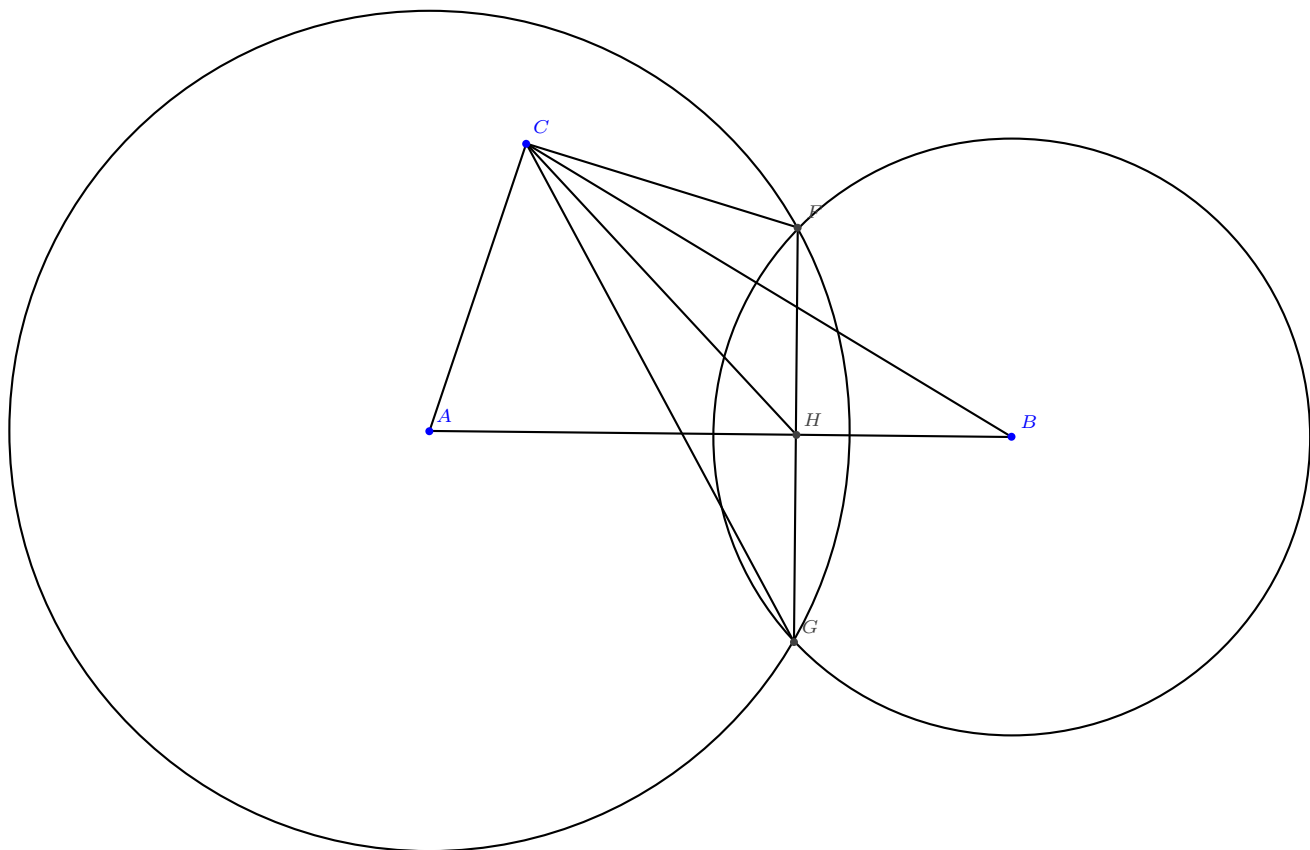
平面刚性运动定义为

定义 1. 如果存在一个平面上的运动 \mathcal{M} , 使得 $F' = \mathcal{M}(F)$, 就说 F 全等于 F' . 其中 \mathcal{M} 是平面到自身的映射, 使得平面上任意两点 A 与 B 的距离和 $\mathcal{M}(A)$ 与 $\mathcal{M}(B)$ 的距离相等.

下面我们论述平面刚性运动和我们对于全等的直观印象符合, 对于平面上的两个点 A_1, A_2 来说, 若 $|A_1A_2| = |\mathcal{M}(A_1)\mathcal{M}(A_2)|$, 则根据我们的直观, 线段 $\mathcal{M}(A_1)\mathcal{M}(A_2)$ 经过平移和绕着某个点旋转后, 会和线段 A_1A_2 重合.

对于平面上的三个点 $A_1A_2A_3$ 来说, 若 $|A_1A_2| = |\mathcal{M}(A_1)\mathcal{M}(A_2)|, |A_2A_3| = |\mathcal{M}(A_2)\mathcal{M}(A_3)|, |A_3A_1| = |\mathcal{M}(A_3)\mathcal{M}(A_1)|$, 则根据初中的全等三角形的知识, 结合直观, 可得三角形 $\mathcal{M}(A_1)\mathcal{M}(A_2)\mathcal{M}(A_3)$ 经过平移, 翻转, 和绕着某个点旋转后会与三角形 $A_1A_2A_3$ 重合.

下面我们证明, 如果平面上的四个点, 两两之间的距离已经固定, 那么这四个点的相对位置也已经固定. 这是因为, 如图,



首先, 我们已经证明, A, B, C 这三个点的相对位置已经固定. 对于剩下的一个点来说, 只可能是 F 或 G 这两种选择. 易得 $|CG| \neq |CF|$, 可见两种选择不能共存. 证明完毕.

*叶卢庆 (1992—), 男, 杭州师范大学理学院数学与应用数学专业本科在读, E-mail: h5411167@gmail.com