

习题 22.1.1.2

叶卢庆*

杭州师范大学理学院, 浙江 杭州 310036

习题. 利用 *Green* 公式计算曲线积分

$$\oint_l (x+y)dx - (x-y)dy,$$

其中 l 是椭圆周 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

解. 我们发现该题满足 *Green* 公式的一切条件, 因此只用套用公式即可. 令 $P(x, y) = x + y, Q(x, y) = -x + y$. 易得

$$\oint_l (x+y)dx - (x-y)dy = \iint_D \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \right) dx dy = \iint_D (-2) dx dy.$$

其中 D 是椭圆的内部区域. 易得椭圆面积为 $\pi|ab|$, 因此上式等于 $-2\pi|ab|$. ■

*叶卢庆 (1992—), 男, 杭州师范大学理学院数学与应用数学专业本科在读, E-mail: h5411167@gmail.com