对小平邦彦关于光滑曲线定义的看法

叶卢庆
杭州师范大学理学院, 学号:1002011005
Email:h5411167@gmail.com
2013. 12. 16

小平邦彦在《微积分入门 II》(人民邮电出版社 2008 年 8 月第 1 版) 第 400 页声称:

当 $\phi_1(t), \phi_2(t), \cdots, \phi_n(t)$ 是 $I = [a, b]$ 的连续可微函数时, 称曲线 $C = \{P(t)|a \leq t \leq b\}, P(t) = (\phi_1(t), \phi_2(t), \cdots, \phi_n(t))$ 为 ς^1 类曲线. 进一步, 在 $I = [a.b]$ 上若恒有

$$\phi_1'(t)^2 + \phi_2'(t)^2 + \cdots + \phi_n'(t)^2 > 0,$$

则称 C 为光滑曲线.

个人认为这种定义还是比较狭隘的. 换成下面这种更宽泛的定义可能更好:

当 $\phi_1(t), \phi_2(t), \cdots, \phi_n(t)$ 是 $I = [a, b]$ 的连续可微函数时, 称曲线 $C = \{P(t)|a \leq t \leq b\}, P(t) = (\phi_1(t), \phi_2(t), \cdots, \phi_n(t))$ 为 ς^1 类曲线. 进一步, 若对于任意的 t_0, 存在 $\delta > 0$, 使得在区间 $(t_0 - \delta, t_0 + \delta)$ 内, 存在 $1 \leq i \leq n$, 使得 $\phi_i(t)$ 是 $\phi_1(t), \cdots, \phi_{i-1}(t), \phi_{i+1}(t), \cdots, \phi_n(t)$ 的连续可微函数. 则称 C 为光滑曲线.