Fourier 变换及其相关理论

开题报告

叶卢庆

杭州师范大学理学院数学 112 班

指导老师: 谢剑

2015 年 1 月 14 日

选题背景与意义

- Fourier 分析博大精深. 横跨代数, 微分方程, 分析, 数论等多个数学领域. 在力学, 光学等物理领域有深刻应用. 在图像处理, 信号处理等工程领域也有广泛应用.

选题背景与意义

- Fourier 分析博大精深. 横跨代数, 微分方程, 分析, 数论等多个数学领域. 在力学, 光学等物理领域有深刻应用. 在图像处理, 信号处理等工程领域也有广泛应用.
- 我的学年论文是写有关 Fourier 变换的理论, 希望毕业论文能在学年论文的基础上进行深化和扩展.

研究的基本内容和拟解决的问题

- 研究 Fourier 分析的早期历史. 古希腊的 Ptolemy 为了解释行星运动中出现的逆行等不规则现象而创造的“本轮”和“均轮”学说, 颇有 Fourier 分析的味道. 后来正式的发展里出现了 Euler,d’Alembert,Daniel Bernoulli,Lagrange,Fourier,Dirichlet,Abel, ……等一长串光辉的名字. 可以说,Fourier 分析深刻地主导和影响了 19 世纪和 20 世纪分析学的发展. 特别要参考 Fourier 的著作, 是他把这门学科发扬光大.

研究的基本内容和拟解决的问题

- 研究 Fourier 分析的早期历史. 古希腊的 Ptolemy 为了解释行星运动中出现的逆行等不规则现象而创造的“本轮”和“均轮”学说, 颇有 Fourier 分析的味道. 后来正式的发展里出现了 Euler,d'Alembert,Daniel Bernoulli,Lagrange,Fourier,Dirichlet,Abel, ……等一长串光辉的名字. 可以说,Fourier 分析深刻地主导和影响了 19 世纪和 20 世纪分析学的发展. 特别要参考 Fourier 的著作, 是他把这门学科发扬光大.
- 探究线性代数的相关理论, 比如酉变换, 最小二乘法, 特征值和 Fourier 分析理论的紧密联系.

研究的基本内容和拟解决的问题

- 研究 Fourier 分析的早期历史. 古希腊的 Ptolemy 为了解释行星运动中出现的逆行等不规则现象而创造的“本轮”和“均轮”学说, 颇有 Fourier 分析的味道. 后来正式的发展里出现了 Euler,d’Alembert,Daniel Bernoulli,Lagrange,Fourier,Dirichlet,Abel, ……等一长串光辉的名字. 可以说,Fourier 分析深刻地主导和影响了 19 世纪和 20 世纪分析学的发展. 特别要参考 Fourier 的著作, 是他把这门学科发扬光大.
- 探究线性代数的相关理论, 比如酉变换, 最小二乘法, 特征值和 Fourier 分析理论的紧密联系.
- Fourier 分析和微分方程的联系. 以及相应的离散 Fourier 分析与差分方程的联系.

研究的基本内容和拟解决的问题

- 研究 Fourier 分析的早期历史. 古希腊的 Ptolemy 为了解释行星运动中出现的逆行等不规则现象而创造的“本轮”和“均轮”学说, 颇有 Fourier 分析的味道. 后来正式的发展里出现了 Euler,d'Alembert,Daniel Bernoulli,Lagrange,Fourier,Dirichlet,Abel, ……等一长串光辉的名字. 可以说,Fourier 分析深刻地主导和影响了 19 世纪和 20 世纪分析学的发展. 特别要参考 Fourier 的著作, 是他把这门学科发扬光大.
- 探究线性代数的相关理论, 比如酉变换, 最小二乘法, 特征值和 Fourier 分析理论的紧密联系.
- Fourier 分析和微分方程的联系. 以及相应的离散 Fourier 分析与差分方程的联系.
- 离散 Fourier 分析与多边形之间的关系. 以及利用 Fourier 分析解等周问题 (Hurwitz).

研究的基本内容和拟解决的问题

- 学习与探究为什么通过离散 Fourier 变换能导出四次以及四次以下方程的根式解 (Lagrange). 同样的变换对于五次方程为什么会失效.

研究的基本内容和拟解决的问题

例

$x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ 的三个根 x_1, x_2, x_3 满足关系式

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = -a \\ x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_1 = b \\ x_1x_2x_3 = -c \end{cases}, \tag{1}$$

$\omega = e^{\frac{2\pi i}{3}}$. 三个根经过离散 *Fourier* 变换

$$\begin{pmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \omega & \omega^2 \\ 1 & \omega^2 & \omega \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$$

后, 代入方程组(1), 便能求出 r_1, r_2, r_3, 再通过离散 *Fourier* 逆变换, 便能求出 x_1, x_2, x_3. 这背后到底是什么机制?

研究的基本内容和拟解决的问题

- 学习与研究 Fourier 分析在弦振动, 热传导,n 个自由度的系统的微振动等物理问题中的应用.

研究方法及措施

- 看书，上网查阅相关资料和文献．思考．记录笔记和感悟．最后整理成文．

研究方法及措施

- 看书，上网查阅相关资料和文献．思考．记录笔记和感悟．最后整理成文．
- 我想论述的问题并不是孤立的．它们之间存在有机的联系．比如,Fourier 分析，微分方程，积分方程会和相关的物理问题，以及线性代数理论有紧密关联．在介绍 Fourier 分析的历史的时候，会尽量和数学理论结合在一起阐述，使得数学的历史和数学理论相得益彰．因此我的研究方法就是注重各个主题之间的联系．估计会遇到的困难是，心有余而时间和能力不足．因此，会量力而行．时间若足够，就多写一点．时间若不够，就少写一点．

研究工作的步骤与进度

- 在上交论文的倒数第二个星期撰写好论文，并交由导师审阅. 之前一直准备.

END

谢谢观看.