

# 求 $\frac{d^n}{dt^n}[e^{at} \sin bt]$

叶卢庆\*

杭州师范大学理学院, 浙江 杭州 310036

2014 年 3 月 2 日

下面我们利用数学归纳法来求  $\frac{d^n}{dt^n}[e^{at} \sin bt]$ . 易得

$$\frac{d}{dt}[e^{at} \sin bt] = ae^{at} \sin bt + be^{at} \cos bt = e^{at}(a \sin bt + b \cos bt) = e^{at} \sqrt{a^2 + b^2} \sin(bt + \phi), \quad (1)$$

其中  $\cos \phi = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}, \sin \phi = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ .

$$\frac{d^2}{dt^2}[e^{at} \sin bt] = \sqrt{a^2 + b^2}(e^{at}b \cos(bt + \phi) + ae^{at} \sin(bt + \phi)) = (\sqrt{a^2 + b^2})^2 e^{at} \sin(bt + 2\phi). \quad (2)$$

类似地, 可得

$$\frac{d^n}{dt^n}[e^{at} \sin bt] = (\sqrt{a^2 + b^2})^n e^{at} \sin(bt + n\phi).$$

---

\*叶卢庆 (1992—), 男, 杭州师范大学理学院数学与应用数学专业本科在读, E-mail: h5411167@gmail.com