

例20.2.2

叶卢庆

杭州师范大学理学院,学号:1002011005

Email:h5411167@gmail.com

2013. 12. 7

例 (20.2.2). 求 $I = \iiint_V (x + y + z) dx dy dz$, V 是平面 $x + y + z = 1$ 和三个坐标面所围成的区域.

解. x 的积分限为 $0 \leq x \leq 1$. 当 x 固定时, y 和 z 的关系为 $y + z = 1 - x$.

$$\begin{aligned} I &= \int_0^1 \int_0^{1-x} \int_0^{1-x-y} (x + y + z) dz dy dx \\ &= \int_0^1 \int_0^{1-x} (x + y)(1 - x - y) + \frac{1}{2}(1 - x - y)^2 dy dx \\ &= \int_0^1 \int_0^{1-x} \left(-\frac{1}{2}x^2 - xy - \frac{1}{2}y^2 + \frac{1}{2}\right) dy dx \\ &= \int_0^1 x^3/6 - x/2 + 1/3 dx \\ &= \frac{1}{24} - \frac{1}{4} + \frac{1}{3} = \frac{1}{8}. \end{aligned}$$

□