

习题 1.5.4

叶卢庆*

杭州师范大学理学院, 浙江 杭州 310036

2014 年 2 月 26 日

4. 以下是一个在数论中有许多用处的事实: 若两个整数可写为两个平方之和, 则其积亦然. 以下约定每个符号均表示整数, 则上面说的就是: 若

$$M = a^2 + b^2, N = c^2 + d^2, \quad \text{则} \quad MN = p^2 + q^2.$$

考虑 $|(a + ib)(c + id)|^2$ 以证明以上事实.

证明.

$$(a^2 + b^2)(c^2 + d^2) = |a + bi|^2 |c + di|^2 = |(a + bi)(c + di)|^2 = |(ac - bd) + i(ad + bc)|^2 = (ac - bd)^2 + (ad + bc)^2.$$

□

*叶卢庆 (1992—), 男, 杭州师范大学理学院数学与应用数学专业本科在读, E-mail: h5411167@gmail.com