

习题 1.5.34

叶卢庆*

杭州师范大学理学院, 浙江 杭州 310036

2014 年 3 月 10 日

习题. 若 p 是素数, 则

$$(z - e^{\frac{2\pi i}{p}})(z - e^{\frac{4\pi i}{p}}) \cdots (z - e^{\frac{2(p-1)\pi i}{p}}) = 1 + z + z^2 + \cdots + z^{p-1}.$$

证明. 易得

$$(z - 1)[(z - e^{\frac{2\pi i}{p}})(z - e^{\frac{4\pi i}{p}}) \cdots (z - e^{\frac{2(p-1)\pi i}{p}})] = z^p - 1,$$

因此可得

$$(z - e^{\frac{2\pi i}{p}})(z - e^{\frac{4\pi i}{p}}) \cdots (z - e^{\frac{2(p-1)\pi i}{p}}) = 1 + z + z^2 + \cdots + z^{p-1}.$$

注意在这里, p 是素数这个条件的作用, 请见这篇文档.

□

*叶卢庆 (1992—), 男, 杭州师范大学理学院数学与应用数学专业本科在读, E-mail: h5411167@gmail.com