

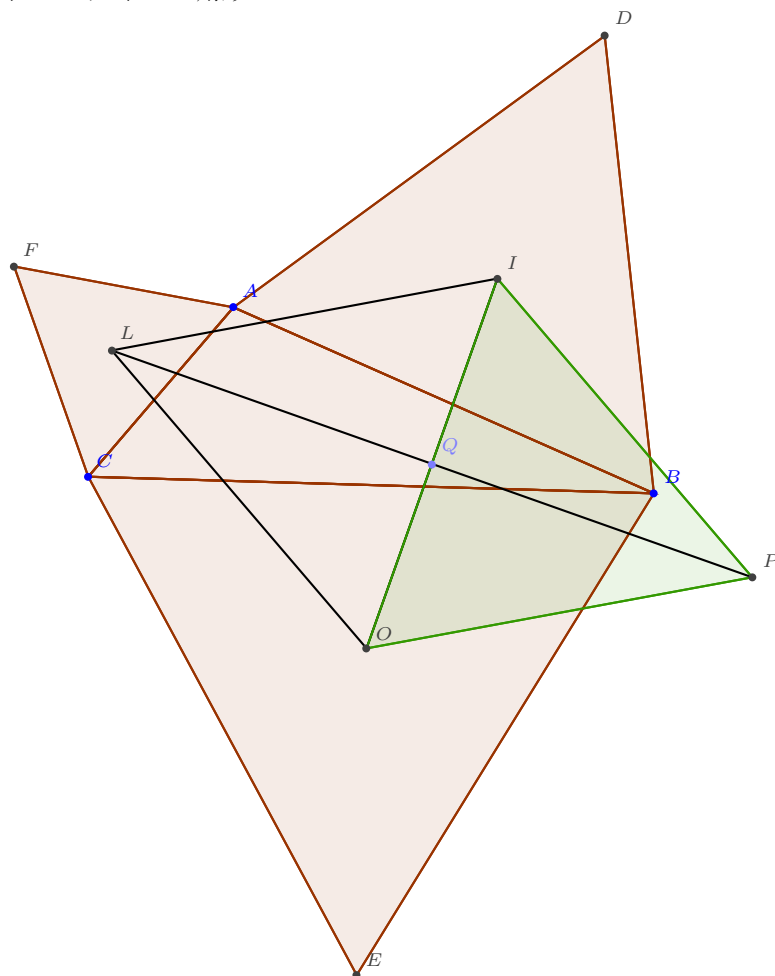
利用几何变换来证明拿破仑三角形

叶卢庆*

杭州师范大学理学院, 浙江 杭州 310036

2014 年 3 月 1 日

定理 (拿破仑三角形). 如图, ABC 是任意三角形. 在三条边上分别向外作三个正三角形. 三个正三角形的中心分别为 L, I, O . 则 LIO 是个正三角形.



证明. 由于将 C 绕着 L 逆时针旋转 $\frac{2\pi}{3}$ 后会得到 A , A 绕着 I 逆时针旋转 $\frac{2\pi}{3}$ 后会得到 B , B 绕着 O 逆时针旋转 $\frac{2\pi}{3}$ 后会重新得到 C . 因此将 L 绕着 L 逆时针旋转 $\frac{2\pi}{3}$ 得到 L , L 绕着 I 逆时针旋转 $\frac{2\pi}{3}$ 得到 P , P 绕着 O 逆时针旋转 $\frac{2\pi}{3}$ 会重新得到 L . 因此可得 $IL = IP$, $OL = OP$, 且 $\angle LIP = \angle LOP = \frac{2\pi}{3}$. 现在选取 LP 的中点 Q , 易得 IQ 垂直于 LP , OQ 垂直于 LP , 因此 IQP 共线. 因此易得 $\angle LIQ = \angle LOQ = \frac{\pi}{3}$, 于是 LIO 是正三角形. \square

*叶卢庆 (1992—), 男, 杭州师范大学理学院数学与应用数学专业本科在读, E-mail: h5411167@gmail.com