

Cassini 曲线与圆的关系

叶卢庆*

杭州师范大学理学院, 浙江 杭州 310036

2014 年 3 月 23 日

Cassini 曲线是平面上到两个定点的距离之积为定值的所有点形成的轨迹. 我们不妨在复平面上考虑. 设定点所对应的复数分别为 a_1, a_2 . 我们来看一元二次函数

$$f(x) = (x - a_1)(x - a_2).$$

再来看点 a_1, a_2 的距离之积为 $k^2 (k \geq 0)$ 的所有点形成的 Cassini 曲线 S_k . 显然, 当 $k = 0$ 时, S_0 只是两个点形成的集合 $\{a_1, a_2\}$. 在 f 的作用下, S_0 会成为 $\{0\}$, 即被映射到复平面的原点. 当 $k_0 > 0$ 时, S_{k_0} 显然会被映射成一个圆心位于原点, 半径为 k_0 的圆.

*叶卢庆 (1992—), 男, 杭州师范大学理学院数学与应用数学专业本科在读, E-mail: h5411167@gmail.com