

## 习题20.4.2.1

叶卢庆

杭州师范大学理学院,学号:1002011005

Email:h5411167@gmail.com

2013. 12. 20

习题 (20.4.2.1). 讨论下面反常重积分的收敛性:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx dy}{(1 + |x|^p)(1 + |y|^q)}.$$

解. 我们先来判断

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx dy}{|x|^p |y|^q}.$$

的敛散性.为此我们只用判断

$$\int_1^{+\infty} \int_1^{+\infty} \frac{dx dy}{x^p y^q}$$

的敛散性.易得当  $p < 1$  时,

$$\int \frac{1}{x^p y^q} dx = \frac{1}{1-p} \frac{x^{-p+1}}{y^q}$$

此时,

$$\int_0^{+\infty} \frac{1}{x^p y^q} dx$$

发散.此时,题目中的积分发散.同样, $q < 1$  时,题目中的积分也会发散.当  $p$  或  $q$  等于1时,题目中的积分也会发散.只有当  $p, q > 1$  时,题目中的积分才会收敛.  $\square$