《常微分方程教程》[1]习题2.4.1,(2)

叶卢庆 杭州师范大学理学院,学号:1002011005 Email:h5411167@gmail.com 2013, 11, 14

习题 (2.4.1,(2)). 求解下列微分方程:

$$y' = \frac{2y - x + 5}{2x - y - 4}.$$

解, 我们进行平移变换,设

$$\begin{cases} 2(y+\alpha) - (x+\beta) = 2y - x + 5 \\ 2(x+\beta) - (y+\alpha) = 2x - y - 4. \end{cases}$$

因此

$$\begin{cases} 2\alpha - \beta = 5, \\ 2\beta - \alpha = -4. \end{cases}$$

解得

$$\begin{cases} \alpha = 2, \\ \beta = -1. \end{cases}$$

因此,

$$y' = \frac{2(y+2) - (x-1)}{2(x-1) - (y+2)}.$$

$$♦ u(y) = y + 2, v(x) = x - 1,$$
 $𝔄$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2u - v}{2v - u}.$$

由于 dy = du, dx = dv,因此也即

$$\frac{du}{dv} = \frac{2u - v}{2v - u}.$$

这是个齐次线性微分方程,我们在习题2.4.1,(1) 里刚好解过.

参考文献

1. 李承治. 丁同仁. 常微分方程教程. 高等教育出版社, 2th edition, 2004.