

## 习题2.4.3

叶卢庆

杭州师范大学理学院,学号:1002011005

Email:h5411167@gmail.com

2013. 11. 18

求解下列微分方程:

习题 (2.4.3.1).

$$y' = -y^2 - \frac{1}{4x^2}.$$

解. 可得

$$\frac{dy}{dx} = -y^2 - \frac{1}{4x^2}.$$

令  $y = \frac{u}{2x}$ , 其中  $u$  是  $x$  的函数. 则

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2\frac{du}{dx}x - 2u}{4x^2}.$$

因此

$$\frac{du}{2xdx} - \frac{u}{2x^2} = -\frac{u^2}{4x^2} - \frac{1}{4x^2}.$$

因此

$$2x\frac{du}{dx} = -u^2 + 2u - 1.$$

因此当  $u \neq 1$  时, 可得

$$\frac{1}{-u^2 + 2u - 1} du = \frac{1}{2x} dx.$$

这是个变量分离方程.

□

习题 (2.4.3.2).

$$x^2 y' = x^2 y^2 + xy + 1.$$

解. 可得

$$x^2 \frac{dy}{dx} = x^2 y^2 + xy + 1.$$

令  $u = xy$ , 则

$$\frac{du}{dx} = \frac{dy}{dx} x + y.$$

因此当  $x \neq 0$  时,

$$x \frac{du}{dx} = u^2 + 2u + 1.$$

如上微分方程易解.

□