

吕林根, 许子道 《解析几何》习题 3.7.1

叶卢庆*

2015 年 1 月 11 日

题目. 直线方程

$$\begin{cases} A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0, \\ A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0 \end{cases}$$

的系数满足什么条件才能让

- 直线与 x 轴相交.
- 直线与 x 轴平行.
- 直线与 x 轴重合.

- 直线与 x 轴相交, 说明当 $y = z = 0$ 时, x 有唯一解. 即

$$\begin{cases} A_1x + D_1 = 0, \\ A_2x + D_2 = 0 \end{cases}$$

有唯一解. 于是, A_1, A_2 必须不全为零. 且当 $A_i = 0$ 时, $D_i = 0$, 且当 A_1, A_2 全不为零时, 有

$$\frac{D_1}{A_1} = \frac{D_2}{A_2}.$$

- 直线的方向向量经过计算可得为

$$(A_1, B_1, C_1) \times (A_2, B_2, C_2) = (B_1C_2 - B_2C_1, A_2C_1 - A_1C_2, A_1B_2 - A_2B_1).$$

必须使得 $A_2C_1 - A_1C_2 = A_1B_2 - A_2B_1 = 0$, 且 $B_1C_2 - B_2C_1 \neq 0$. 而且, D_1, D_2 不全为零.

- $A_2C_1 - A_1C_2 = A_1B_2 - A_2B_1 = 0$, 且 $B_1C_2 - B_2C_1 \neq 0$. 而且, D_1, D_2 全为零

*叶卢庆 (1992—), 男, 杭州师范大学理学院数学与应用数学专业本科在读, E-mail: yeluqingmathematics@gmail.com