

吕林根, 许子道 《解析几何》习题 4.2.2

叶卢庆*

2014 年 11 月 15 日

题目. 已知锥面的顶点为 $(3, -1, -2)$, 准线为 $x^2 + y^2 - z^2 = 1, x - y + z = 0$, 试求其方程.

解. 设锥面上任意一点 (x_0, y_0, z_0) , 则存在实数 t , 使得

$$(x_0, y_0, z_0) + t(x_0 - 3, y_0 + 1, z_0 + 2)$$

在锥面上. 于是,

$$\begin{cases} (x_0 + t(x_0 - 3))^2 + (y_0 + t(y_0 + 1))^2 - (z_0 + t(z_0 + 2))^2 = 1, \\ x_0 + t(x_0 - 3) - y_0 - t(y_0 + 1) + z_0 + t(z_0 + 2) = 0. \end{cases}$$

消去 t , 可得

$$7z_0^2 - 5y_0^2 + 3x_0^2 + 10x_0z_0 - 6x_0y_0 - 2y_0z_0 - 4x_0 + 4y_0 - 4z_0 + 4 = 0.$$

于是锥面方程为

$$7z^2 - 5y^2 + 3x^2 + 10xz - 6xy - 2yz - 4x + 4y - 4z + 4 = 0.$$

□

*叶卢庆 (1992—), 男, 杭州师范大学理学院数学与应用数学专业本科在读, E-mail: yeluqingmathematics@gmail.com