

## 吕林根, 许子道《解析几何》习题 4.1.6

叶卢庆\*

2014 年 11 月 15 日

题目. 证明曲面

$$F\left(\frac{x}{l} - \frac{y}{m}, \frac{y}{m} - \frac{z}{n}, \frac{z}{n} - \frac{x}{l}\right) = 0$$

是一个柱面, 它的母线平行于直线

$$\frac{x}{l} = \frac{y}{m} = \frac{z}{n}.$$

证明. 设  $(x_0, y_0, z_0)$  是曲面上任意一点. 则它满足

$$F\left(\frac{x_0}{l} - \frac{y_0}{m}, \frac{y_0}{m} - \frac{z_0}{n}, \frac{z_0}{n} - \frac{x_0}{l}\right) = 0.$$

对于任意  $t \in \mathbf{R}$ ,

$$F\left(\frac{x_0 + lt}{l} - \frac{y_0 + mt}{m}, \frac{y_0 + mt}{m} - \frac{z_0 + nt}{n}, \frac{z_0 + nt}{n} - \frac{x_0 + lt}{l}\right) = 0.$$

可见, 曲面确实是柱面. □

---

\*叶卢庆 (1992—), 男, 杭州师范大学理学院数学与应用数学专业本科在读, E-mail: yeludingmathematics@gmail.com