

为什么曲面在梯度的方向变化最快

叶卢庆*

2014 年 12 月 23 日

设 $f(x, y)$ 是定义在 \mathbf{R}^2 上的二元可微函数. 且 (x, y) 是 \mathbf{R}^2 中的任意一点. 我们知道, f 在 (x, y) 处的全微分是

$$\frac{\partial f}{\partial x}dx + \frac{\partial f}{\partial y}dy.$$

当 $(dx)^2 + (dy)^2$ 固定时, 根据向量点积, 显然要让 (dx, dy) 和 $(\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y})$ 方向相同才能让全微分最大. 因此曲面在梯度的方向变化最快.

*叶卢庆 (1992—), 男, 杭州师范大学理学院数学与应用数学专业本科在读, E-mail: yeluqingmathematics@gmail.com