分块矩阵乘法的几何意义

叶卢庆*

2015 年 1 月 30 日

在此我们探讨分块矩阵乘法的几何意义. 设 $T_1 : \mathbf{R}^n \to \mathbf{R}^m$,$T_2 : \mathbf{R}^m \to \mathbf{R}^l$ 是两个线性变换. 其中 n, m, l 都是正整数.$\alpha = (v_1, \cdots, v_n)$ 是 $\mathbf{R}^n$ 中的一组有序基,$\beta = (w_1, \cdots, w_m)$ 是 $\mathbf{R}^m$ 中的一组有序基,$\gamma = (r_1, \cdots, r_l)$ 是 $\mathbf{R}^l$ 中的一组有序基. 则可得 $[T_1]_\alpha^\beta$ 是一个 $m \times n$ 矩阵,$[T_2]_\beta^\gamma$ 是一个 $l \times m$ 矩阵.

将矩阵 $[T_1]_\alpha^\beta$ 同时位于第 $q, \cdots, q+i-1$ 行 $(1 \leq q \leq m, 1 \leq q+i-1 \leq m)$, 第 $k, \cdots, k+j-1$ 列的元素取出 $(1 \leq k \leq n, 1 \leq k+j-1 \leq n)$, 按照这些元素在矩阵 $[T_1]_\alpha^\beta$ 中原本的顺序重新排成一个 $i \times j$ 矩阵, 则这个矩阵是 $[T_1]_\alpha^\beta$ 的子矩阵. 虽然仅凭这个子矩阵, 我们无法知道线性映射 T_1 如何将有序基 α 中的 j 个向量 $v_k, \cdots, v_{k+j-1}$ 张成的位于 $\mathbf{R}^n$ 中的平行体 S 映射成 $\mathbf{R}^m$ 中的平行体 S'. 但是我们可以确定 $\mathbf{R}^m$ 中的平行体 S' 在向量 $w_q, \cdots, w_{q+i-1}$ 张成的子空间中的投影.

*叶卢庆 (1992—), 男, 杭州师范大学理学院数学与应用数学专业本科在读,E-mail:yeluqingmathematics@gmail.com