

一个不等式的几何意义

叶卢庆*

2014 年 3 月 14 日

我们来看不等式

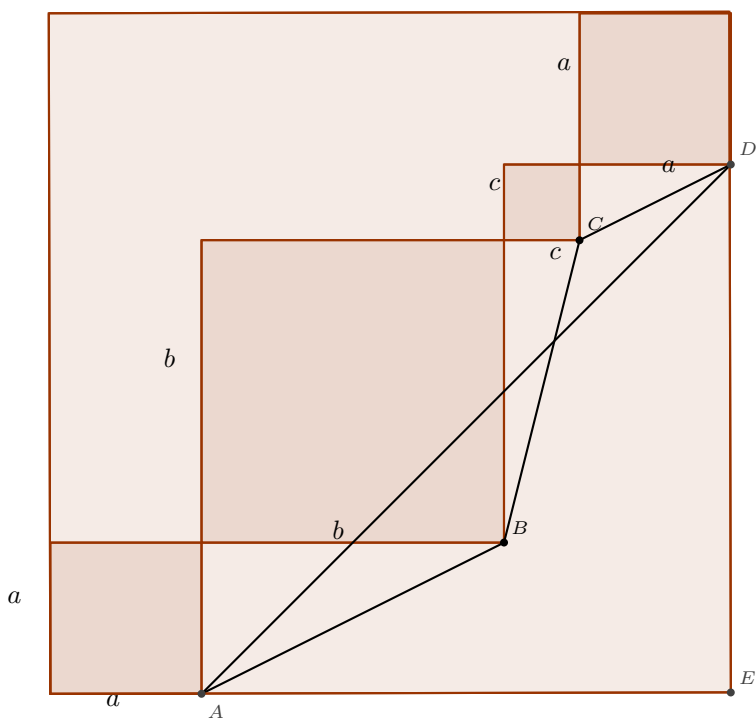
$$\sqrt{a^2 + b^2} + \sqrt{b^2 + c^2} + \sqrt{c^2 + a^2} \geq \sqrt{2}(a + b + c)$$

的几何意义, 其中 a, b, c 为非负实数. 这个不等式可以用传说中的柯西不等式来简单地证明. 但是在这里, 我们给出一种直观的几何证明. 构造图形如下. 图中凡四边形都是正方形. 边长已经标记. 则根据勾股定理,

$$|AB| + |BC| + |CD| = \sqrt{a^2 + b^2} + \sqrt{b^2 + c^2} + \sqrt{c^2 + a^2},$$

$$|AD| = \sqrt{2}(a + b + c).$$

由于平面上两点之间线段最短, 因此 $|AB| + |BC| + |CD| \geq |AD|$. 因此不等式成立.



*叶卢庆 (1992—), 男, 杭州师范大学理学院数学与应用数学专业本科在读, E-mail: yeluqingmathematics@gmail.com