

# 吕林根, 许子道 《解析几何》习题 4.1.1

叶卢庆\*

2014 年 11 月 15 日

题目. 已知柱面的准线为

$$\begin{cases} (x-1)^2 + (y+3)^2 + (z-2)^2 = 25, \\ x+y-z+2=0, \end{cases}$$

求下列柱面的方程:

- 母线平行于  $x$  轴.
- 母线平行于直线  $x=y, z=c$ .

- 设柱面上任意一点为  $(x, y, z)$ , 则总存在  $t \in \mathbf{R}$ , 使得  $(x+t, y, z)$  满足准线方程. 也即,

$$\begin{cases} (x+t-1)^2 + (y+3)^2 + (z-2)^2 = 25, \\ x+t+y-z+2=0. \end{cases}$$

消去  $t$ , 解得

$$(y-z+3)^2 + (y+3)^2 + (z-2)^2 = 25,$$

即

$$2y^2 + 2z^2 - 2yz + 12y + 2z = 3.$$

这就是柱面方程.

- 设柱面上任意一点  $(x, y, z)$ , 总存在实数  $t$ , 使得  $(x+t, y+t, z)$  满足柱面的准线方程, 也即,

$$\begin{cases} (x+t-1)^2 + (y+t+3)^2 + (z-2)^2 = 25, \\ x+t+y+t-z+2=0. \end{cases}$$

消去  $t$ , 可得

$$(x+z-4-y)^2 + (y+z-x+4)^2 + (2z-4)^2 = 100.$$

此即为柱面的方程.

\*叶卢庆 (1992—), 男, 杭州师范大学理学院数学与应用数学专业本科在读, E-mail: yeluqingmathematics@gmail.com