

## 吕林根, 许子道《解析几何》例 4.1.1\*

叶卢庆†

2014 年 10 月 16 日

题目 (例 4.1.1). 柱面的准线方程是

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 1, \\ 2x^2 + 2y^2 + z^2 = 2, \end{cases}$$

而母线的方向数为  $-1, 0, 1$ , 求这柱面的方程.

解. 设  $(x_0, y_0, z_0)$  是柱面上的任意一点. 则通过这一点的母线的方程为

$$\frac{x - x_0}{-1} = \frac{y - y_0}{0} = \frac{z - z_0}{1}.$$

该母线通过准线, 这意味着存在  $(x_1, y_1, z_1)$ , 满足

$$\begin{cases} x_1^2 + y_1^2 + z_1^2 = 1, \\ 2x_1^2 + 2y_1^2 + z_1^2 = 2, \\ \frac{x_1 - x_0}{-1} = \frac{y_1 - y_0}{0} = \frac{z_1 - z_0}{1} \end{cases}.$$

也即,

$$\begin{cases} x_1^2 + y_0^2 + z_1^2 = 1, \\ 2x_1^2 + 2y_0^2 + z_1^2 = 2, \\ x_0 - x_1 = z_1 - z_0, \end{cases}.$$

于是,

$$(x_0 + z_0)^2 + y_0^2 = 1,$$

于是柱面方程为

$$(x + z)^2 + y^2 = 1.$$

□

\*本解答作为交给解析几何赵老师的第四份作业.

†叶卢庆 (1992-), 男, 杭州师范大学理学院数学与应用数学专业大四. 学号:1002011005.E-mail:yeluqingmathematics@gmail.com