

圆锥面上两族直母线坍缩成一族直母线

叶卢庆*

2014 年 12 月 7 日

我们来看锥面

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 0. \quad (1)$$

该锥面可以看成单叶双曲面

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = \frac{1}{\lambda^2} \quad (2)$$

当 $\lambda \rightarrow \infty$ 的极限情形. 我们知道, 单叶双曲面(2)有两族直母线

$$\begin{cases} \gamma(\frac{x}{a} + \frac{z}{c}) = \mu(\frac{1}{\lambda} + \frac{y}{b}), \\ \mu\frac{x}{a} - \frac{z}{c} = \gamma(\frac{1}{\lambda} - \frac{y}{b}) \end{cases}, \quad \begin{cases} \alpha(\frac{x}{a} + \frac{z}{c}) = \gamma(\frac{1}{\lambda} - \frac{y}{b}), \\ \gamma(\frac{x}{a} - \frac{z}{c}) = \alpha(\frac{1}{\lambda} + \frac{y}{b}) \end{cases}$$

当 $\frac{1}{\lambda}$ 没消失的时候, 两族直母线还是两族直母线. 而当 $\frac{1}{\lambda}$ 消失的时候, 也就是单叶双曲面(2)退化为锥面(1)的时候, 两族直母线就坍缩为一族了. 这是有点意思的现象.

*叶卢庆 (1992—), 男, 杭州师范大学理学院数学与应用数学专业本科在读, E-mail: yeluqingmathematics@gmail.com