# Page30, 从基变换和坐标变换的关系去探讨 $w, v$ 和 $dx, dy$ 的关系

叶卢庆*

2015 年 1 月 10 日

我们知道,$T_p\mathbf{R}^3$ 中的有序基 $\alpha = (\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \mathbf{p}_3)$ 给定后,$dx, dy, dz$ 成为 $\mathbf{R}^3$ 中有序基 $\alpha$ 的三个坐标, 分别代表 $T_p\mathbf{R}^3$ 中一个向量的横坐标, 纵坐标和竖坐标.$\mathbf{R}^2$ 中的一组有序基 $\beta = (\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2)$ 给定后,$w$ 和 $v$ 成为 $T_q\mathbf{R}^2$ 中有序基 $\beta$ 的两个坐标, 分别代表 $T_q\mathbf{R}^2$ 中一个向量的横坐标和纵坐标. 当我们确定了关系式

$$w = a_1dx + b_1dy + c_1dz, v = a_2dx + b_2dy + c_2dz,$$

也就是

$$\begin{pmatrix} w \\ v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} dx \\ dy \\ dz \end{pmatrix}$$

时, 我们实际上确定了一个从 $T_p\mathbf{R}^3$ 到 $T_q\mathbf{R}^2$ 的线性变换 $\mathcal{F}$. 且

$$[\mathcal{F}]_\alpha^\beta = \begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \end{pmatrix}.$$

而且, 在几何上,$T_q\mathbf{R}^2$ 是由基 $\beta$ 里的向量张成的.

*叶卢庆 (1992—), 男, 杭州师范大学理学院数学与应用数学专业本科在读,E-mail:yeluqingmathematics@gmail.com