

# 求 $f(x) = 2 - 4a \sin x - \cos 2x$ 的最值

叶卢庆\*

杭州师范大学理学院, 数学 112, 学号:1002011005

2014 年 3 月 26 日

我们来求  $f(x) = 2 - 4a \sin x - \cos 2x$  的最值, 为此我们先来求  $g(x) = 4a \sin x + \cos 2x$  的最值. 易得  $g'(x) = 4a \cos x - 2 \sin 2x$ . 令  $g'(x) = 0$  可得  $a \cos x = \sin x \cos x$ . 可得  $\cos x = 0$  或者  $\sin x = a$ .

1. 如果  $|a| > 1$ , 则只能是  $\cos x = 0$ , 则  $f(x) = 2 - 4a \sin x - (2 \cos^2 x - 1) = 3 - 4a \sin x$ . 此时  $f(x)$  的最大值为  $3 + 4|a|$ , 最小值为  $3 - 4|a|$ .
2. 如果  $|a| \leq 1$ , 则当  $\sin x = a$  时,  $f(x) = 1 - 2a^2$ . 当  $\cos x = 0$  时,  $f(x) = 3 - 4a \sin x$ . 易得

$$1 - 2a^2 - (3 - 4a \sin x) = -2(a^2 - 2a \sin x + 1) \leq 0,$$

因此此时  $f(x)$  的最大值为  $3 + 4|a|$ , 最小值为  $1 - 2a^2$ .

---

\*叶卢庆 (1992—), 男, 杭州师范大学理学院数学与应用数学专业本科在读, E-mail: h5411167@gmail.com