

## 吕林根, 许子道 《解析几何》习题 4.7.2

叶卢庆\*

2014 年 11 月 19 日

题目. 求下列直线族所成的曲面 (式中  $\lambda$  为参数)

- $\frac{x-\lambda^2}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-\lambda}{0}.$

- 

$$\begin{cases} x + 2\lambda y + 4z = 4\lambda, \\ \lambda x - 2y - 4\lambda z = 4. \end{cases}$$

- 

$$\begin{cases} z = \lambda, \\ y = \lambda^2 - x \end{cases} \Rightarrow y = z^2 - x.$$

- 由第一条式子可得

$$(4 - 2y)\lambda = x + 4z,$$

由第二条式子可得

$$(x - 4z)\lambda = 4 + 2y.$$

当  $4 - 2y \neq 0$  时, 可得

$$\frac{x + 4z}{4 - 2y} (x - 4z) = 4 + 2y \Rightarrow x^2 + 4y^2 - 16z^2 = 16(y \neq 2).$$

当  $y = 2$  时,  $x = -4z$ , 也满足方程  $x^2 + 4y^2 - 16z^2 = 0$ . 可见, 直线族所成曲面为

$$x^2 + 4y^2 - 16z^2 = 16.$$

---

\*叶卢庆 (1992—), 男, 杭州师范大学理学院数学与应用数学专业本科在读, E-mail: yeluqingmathematics@gmail.com