

习题 2.2.3

叶卢庆*

杭州师范大学理学院, 浙江 杭州 310036

习题 (2.2.3). 令 $f_1(x), f_2(x), g_1(x), g_2(x)$ 都是数域 F 上的多项式, 其中 $f_1(x) \neq 0$ 且 $g_1(x)g_2(x)|f_1(x)f_2(x), f_1(x)|g_1(x)$. 证明 $g_2(x)|f_2(x)$.

证明. 由于 $g_1(x)g_2(x)|f_1(x)f_2(x)$, 因此存在多项式 $p(x)$, 使得

$$f_1(x)f_2(x) = p(x)g_1(x)g_2(x).$$

由于 $f_1(x)|g_1(x)$, 因此 $g_1(x) = q(x)f_1(x)$, 因此

$$f_1(x)f_2(x) = p(x)q(x)f_1(x)g_2(x).$$

由于 $f_1(x) \neq 0$, 因此

$$f_2(x) = p(x)q(x)f_1(x)g_2(x).$$

因此命题成立. ■

*叶卢庆 (1992—), 男, 杭州师范大学理学院数学与应用数学专业本科在读, E-mail: h5411167@gmail.com