用 Cauchy 不等式证明一个不等式

叶卢庆[*]
杭州师范大学理学院, 数学 112

2014 年 3 月 14 日

我们来证明

$$\sqrt{a^2+b^2+c^2}+\sqrt{b^2+c^2+d^2}+\sqrt{c^2+d^2+a^2}+\sqrt{a^2+b^2+d^2}\geq\sqrt{3}(a+b+c+d).$$

由于

$$(a^2+b^2+c^2)(1^2+1^2+1^2)\geq(a+b+c)^2,$$

因此

$$\sqrt{a^2+b^2+c^2}\geq\frac{\sqrt{3}}{3}(a+b+c).$$

类似的,

$$\sqrt{b^2+c^2+d^2}\geq\frac{\sqrt{3}}{3}(b+c+d).$$

$$\sqrt{c^2+d^2+a^2}\geq\frac{\sqrt{3}}{3}(c+d+a).$$

将上面三式累加即可得命题成立.

[*]叶卢庆 (1992—), 男, 杭州师范大学理学院数学与应用数学专业本科在读,E-mail:h5411167@gmail.com