

经过 $n + 1$ 个整点的 n 次多项式为本原多项式的充要条件

叶卢庆*

杭州师范大学理学院, 浙江 杭州 310036

摘要: 探讨了经过 $n + 1$ 个整点的 n 次多项式为本原多项式的充要条件

关键词: Newton 插值, 本原多项式

问题 1. 设 $(x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n), (x_{n+1}, y_{n+1})$ 为平面上的 $n+1$ 个整点. 其中 x_1, x_2, \dots, x_{n+1} 两两不等. 我们知道, 经过这 $n + 1$ 个整点的多项式只有一个. 下面我们来探究经过这些点的多项式是本原多项式的充要条件.

在文章 经过平面上 $n + 1$ 个整点的多项式为整系数多项式的充要条件里, 我们已经表明, 经过这 $n + 1$ 个点的多项式 $f(x)$ 是整系数多项式当且仅当

$$f[x_1], f[x_1, x_2], \dots, f[x_1, x_2, \dots, x_{n+1}].$$

里的每个数都是整数. 其中 $\forall k \geq 2$,

$$f[x_1, x_2, \dots, x_k] = \frac{f[x_1, \dots, x_{k-1}] - f[x_2, \dots, x_k]}{x_1 - x_k},$$

且 $f[x_1] = f(x_1), f[x_2] = f(x_2)$.

参考文献

*叶卢庆 (1992—), 男, 杭州师范大学理学院数学与应用数学专业本科在读, E-mail: h5411167@gmail.com