利用 Kronecker 判别法判定 x^6+x^3+1 在有理数域上不可约

叶卢庆[*]
杭州师范大学理学院, 浙江 杭州 310036

习题 (杭州师范大学 2008 年考研高等代数)**.** 求证: 多项式 x^6+x^3+1 在有理数域上不可约.

证明. $f(x)=x^6+x^3+1$ 是一个 6 次多项式. 假若 $f(x)$ 在 $\mathbf{Q}$ 上可约, 则 $f(x)$ 必定只有有限个因式 (相差常数倍不算). 且 $f(x)$ 必定有一个次数不大于 3 的非常数因式 $g(x)$. 我们选取四个整数点 $-1,0,1,2$ 上作函数值 $f(-1),f(0),f(1),f(2)$. 经过点 $(-1,f(-1)),(0,f(0)),(1,f(1)),(2,f(2))$ 的 3 次多项式是唯一存在的, 用手计算太麻烦, 经过计算机, 可得这样的 3 次多项式是

$$11x^3+x^2-10x+1.$$

■

[*]叶卢庆 (1992—), 男, 杭州师范大学理学院数学与应用数学专业本科在读,E-mail:h5411167@gmail.com