

第三周

叶畅飞 3240103132

A20

(1)

$$P(1\text{红}, 1\text{白}) = \frac{1}{2} \frac{C_3^1 C_2^1}{C_5^2} + \frac{1}{2} \frac{C_2^1 C_4^1}{C_6^2} = \frac{17}{30}$$

(2)

$$P(\text{乙盒中取出红球}) = \frac{C_3^1}{C_5^1} \times \frac{C_3^1}{C_7^1} + \frac{C_2^1}{C_5^1} \times \frac{C_2^1}{C_7^1} = \frac{13}{35}$$

(3)

$$P(\text{乙盒中1红}, 1\text{白}) = \frac{C_3^1}{C_5^1} \times \frac{C_3^1 C_4^1}{C_7^2} + \frac{C_2^1}{C_5^1} \times \frac{C_2^1 C_5^1}{C_7^2} = \frac{56}{105}$$

A23

设 A 表示 { 命中 }, B 表示 { 取到调试好的枪 }.

(1)

$$\begin{aligned} P(A) &= P(A|B)P(B) + P(A|\bar{B})P(\bar{B}) \\ &= 0.6 \times \frac{C_3^1}{C_4^1} + 0.05 \times \frac{C_1^1}{C_4^1} = \frac{37}{80} \end{aligned}$$

(2)

$$P(\bar{B}|A) = \frac{P(A\bar{B})}{P(A)} = \frac{\frac{1}{80}}{\frac{37}{80}} = \frac{1}{37}$$

A25

设 A 表示 { 子女先天畸形 }, B_i 表示 { 父亲吸烟情况 }, 其中 $i = 1, 2, 3$ 分别表示 { 不吸烟 }, { 每天吸烟 1 ~ 10 支 }, { 每天吸烟 10 支以上 }.

则 $B_1 = 0.4, B_2 = 0.18, B_3 = 0.42$

(1)

$$\begin{aligned} P(A) &= P(A|B_1) * P(B_1) + P(A|B_2) * P(B_2) + P(A|B_3) * P(B_3) \\ &= 0.008 \times 0.4 + 0.014 \times 0.18 + 0.021 \times 0.42 = 0.1454 \end{aligned}$$

(2) 若某新生儿出现先天畸形,求他的父亲每天吸烟 10 支以上的概率 .

$$\begin{aligned} P(B_3|A) &= \frac{P(AB_3)}{P(A)} = \frac{P(A|B_3)P(B_3)}{P(A)} \\ &= \frac{0.021 \times 0.42}{0.1454} \approx 0.6066 \end{aligned}$$

A33

设 A 表示 { 使用寿命大于 4000h }, B 表示 { 使用寿命大于 2000h }, C 表示 { 使用寿命大于 1000h }.

(1) 已知一个灯管用了 1000h 没有坏, 求其使用寿命大于 4000h 的概率;

$$P(C|A) = \frac{P(AC)}{P(A)} = \frac{P(C)}{P(A)} = \frac{0.05}{0.95} = \frac{1}{19}$$

(2) 取 10 个灯管独立地装在一大厅内, 过了 2000h, 求至少有 3 个损坏的概率.

$$\begin{aligned} P &= \sum_{i=3}^{10} C_{10}^i (0.7)^i (0.3)^{10-i} = 1 - \sum_{i=0}^2 C_{10}^i (0.7)^i (0.3)^{10-i} \\ &= 1 - 0.0000059049 - 10 \times 0.0000137781 - 45 \times 0.0000321489 \\ &\approx 0.9984 \end{aligned}$$

A34

$$\begin{aligned} P(\text{投}n\text{次至少一次命中}) &= 1 - (0.95)^n > 0.5 \\ \Rightarrow n &> \log_{0.95}(0.5) \Rightarrow n_{\min} = 14. \end{aligned}$$

B6

设 A_i 表示 { 取到第 i 组 }, B_j 表示 { 第 j 次 取到优质品 }, 其中 $i = 1, 2; j = 1, 2$.

(1)

$$P(B_1) = P(B_1|A_1)P(A_1) + P(B_1|A_2)P(A_2) = \frac{10}{30} \times \frac{1}{2} + \frac{15}{20} \times \frac{1}{2} = \frac{13}{24}$$

(2)

$$P(\overline{B_2}|B_1) = \frac{P(B_1\overline{B_2})}{P(B_1)} = \frac{\left(\frac{C_{10}^1 C_{20}^1}{C_{30}^2} + \frac{C_{15}^1 C_5^1}{C_{20}^2}\right) \times \frac{1}{2}}{\frac{13}{24}} = \frac{2825}{7163}$$

B8. 设某地出现雾霾的概率为 0.4, 在雾霾天, 该地居民独立地以 0.2 的概率戴口罩; 在非雾霾天, 该地居民独立地以 0.01 的概率戴口罩.

设 A 表示 { 雾霾天 }, B 表示 { 戴口罩 }.

(1) 在该地随机选一位居民, 求其戴口罩的概率;

$$P(B) = P(B|A)P(A) + P(B|\overline{A})P(\overline{A}) = 0.2 \times 0.4 + 0.01 \times 0.6 = 0.086$$

(2) 若在该地同时选 3 位居民, 求至少有一位居民戴口罩的概率.

$$P = 1 - P(\overline{B})^3 = 1 - (1 - 0.086)^3 \approx 0.2364$$