作业 5&6

中国科学技术大学
University of Science and Technology of China

7.13

7.13 本题考察子句和蕴含语句之间的关系。

a. 证明子句$(\neg P_1 \vee \ldots \vee \neg P_m \vee Q)$逻辑等价于蕴含语句$(P_1 \wedge \cdots \wedge P_m) \Rightarrow Q$。

b. 证明每个子句（不管正文字的数量）都可以写成$(P_1 \wedge \cdots \wedge P_m) \Rightarrow (Q_q \vee \cdots \vee Q_n)$的形式，其中$P_i$和$O_i$都是命题词。由这类语句构成的知识库是表示为**蕴含范式**或称**Kowalski**)范式(Kowalski, 1979)。

c. 写出蕴含范式语句的完整归结规则。

a. $(P_1 \wedge \ldots \wedge P_m) \Longrightarrow Q$ 等价于 $\neg(P_1 \wedge \ldots \wedge P_m) \vee Q$ （蕴含消去）
$\neg(P_1 \wedge \ldots \wedge P_m)$ 等价于 $(\neg P_1 \vee \ldots \vee \neg P_m)$ （摩根律）
因此，$(P_1 \wedge \ldots \wedge P_m) \Longrightarrow Q$ 等价于 $(\neg P_1 \vee \ldots \vee \neg P_m \vee Q)$

b. 对于任意子句，将其正文字和负文字排列成$(\neg P_1 \vee \ldots \vee \neg P_m \vee Q_1 \vee \ldots \vee Q_n)$
将$Q_1 \vee \ldots \vee Q_n$替换为Q，即$(\neg P_1 \vee \ldots \vee \neg P_m \vee Q)$
则由a结论可以等价为 $(P_1 \wedge \ldots \wedge P_m) \Longrightarrow Q$ ，即$(P_1 \wedge \ldots \wedge P_m) \Longrightarrow (Q_1 \vee \ldots \vee Q_n)$。

7.13

7.13 本题考察子句和蕴含语句之间的关系。

a. 证明子句$(\neg P_1 \vee \ldots \vee \neg P_m \vee Q)$逻辑等价于蕴含语句$(P_1 \wedge \cdots \wedge P_m) \Rightarrow Q$。

b. 证明每个子句（不管正文字的数量）都可以写成$(P_1 \wedge \cdots \wedge P_m) \Rightarrow (Q_q \vee \cdots \vee Q_n)$的形式，其中$P_i$和$O_i$都是命题词。由这类语句构成的知识库是表示为**蕴含范式**或称**Kowalski**)范式(Kowalski, 1979)。

c. 写出蕴含范式语句的完整归结规则。

c. 参考：对于原子语句l_i，m_i，其中l_i, m_j为互补文字，

$$\frac{l_1 \vee \ldots \vee l_i \vee \ldots \vee l_k, \qquad m_1 \vee \ldots \vee m_j \vee \ldots \vee m_n}{l_1 \vee \ldots \vee l_{i-1} \vee l_{i+1} \vee \ldots \vee l_k \vee m_1 \vee \ldots \vee m_{j-1} \vee m_{j+1} \ldots \vee m_n}$$

$(\neg P_1 \vee \ldots \vee \neg P_m \vee Q_1 \vee \ldots \vee Q_n)$等价于$(P_1 \wedge \ldots \wedge P_m) \Longrightarrow (Q_1 \vee \ldots \vee Q_n)$

对于原子语句p_i，q_i，r_i，s_i，其中$p_j = q_k$，

$$\frac{\begin{array}{c} p_1 \wedge \ldots \wedge p_j \wedge \ldots \wedge p_{n_1} \Longrightarrow r_1 \vee \ldots \vee r_{n_2} \\ s_1 \wedge \ldots \wedge s_{n_3} \Longrightarrow q_1 \vee \ldots \vee q_k \vee \ldots \vee q_{n_4} \end{array}}{(p_1 \wedge \ldots \wedge p_{j-1} \wedge p_{j+1} \wedge \ldots \wedge p_{n_1} \wedge s_1 \wedge \ldots \wedge s_{n_3} \Longrightarrow r_1 \vee \ldots \vee r_{n_2} \vee q_1 \vee \ldots \vee q_{k-1} \vee q_{k+1} \vee \ldots \vee q_{n_4})}$$

证明前向链接算法的完备性

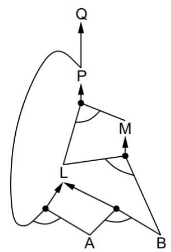
前向链接能够推导出知识库 KB 蕴涵的任一原子语句

1. FC 达到一个稳定点 (fixed point)——没有新的原子语句
2. 考虑最终状态的模型 m，每个符号都赋值了 *true/false*
3. 原知识库 KB 中的每个子句在 m 中都是 *true*

   Proof: Suppose a clause $a_1 \wedge \ldots \wedge a_k \Rightarrow b$ is false in m
   Then $a_1 \wedge \ldots \wedge a_k$ is true in m and b is false in m
   Therefore the algorithm has not reached a fixed point!

4. 因而，m 是 KB 的一个模型
5. 如果 $KB \models q$, q 在 KB 的每个模型中都为真，包括 m

$P \Rightarrow Q$
$L \wedge M \Rightarrow P$
$B \wedge L \Rightarrow M$
$A \wedge P \Rightarrow L$
$A \wedge B \Rightarrow L$
A
B



反证：有一个 Horn 子句在模型 m 中为 false，那前提条件a1 ∧ … ∧ ak在m中为真,但结论b在m中为假（由蕴含的语义所决定的），那就说明算法还没到达固定点（这与算法的目标相矛盾，因此算法必须对 m 做出修改，使得这个 Horn 子句在修改后的模型下为真）。

- **模型**：逻辑学家的典型用语，用于评估真值的结构化世界
- 当 α 在 m 中为真时，m 是语句 α 的模型

8.24(a-k)

用一个相容的词汇表（需要你自己定义）在一阶逻辑中表示下列语句：

a. 某些学生在 2001 年春季学期上法语课
b. 上法语课的每个学生都通过了考试
c. 只有一个学生在 2001 年春季学期上希腊语课
d. 希腊语课的最好成绩总是比法语课的最好成绩高
e. 每个买保险的人都是聪明的
f. 没有人会买昂贵的保险
g. 有一个代理，他只卖保险给那些没有投保的人
h. 镇上有一个理发师，他给所有不自己刮胡子的人刮胡子
i. 在英国出生的人，如果其双亲都是英国公民或永久居住者，那么此 人生来就是一个英国公民
j. 在英国以外的地方出生的人，如果其双亲生来就是英国公民，那么 此人血统上是一个英国公民
k. 政治家可以一直愚弄某些人，也可以在某个时候愚弄所有人，但是 他们无法一直愚弄所有的人

a. $\exists x \quad Student(x) \land Select(x, French, 2001Spring)$

b. $\forall x, s \quad Student(x) \land Select(x, French, s) \Rightarrow Pass(x, French, s)$

c. $\forall x \quad Student(x) \land Select(x, Greek, s) \land (\forall y \quad y \neq x \Rightarrow \neg Select(y, Greek, 2001Spring))$

d. $\forall s\ \exists x\ \forall y \quad Grade(x, Greek, s) > Grade(y, French, s)$

e. $\forall x, p, a \quad Person(x) \land Policy(p) \land Agent(a) \land Buy(x, a, p) \Rightarrow Smart(x)$

f. $\forall x, p, a \quad Person(x) \land Policy(p) \land Expensive(p) \Rightarrow \neg Buy(x, a, p)$

g. $\exists a \quad Agent(a) \land \Big(\forall x, p \ \ (Policy(p) \land Sell(a, x, p)) \ \Rightarrow \ (Person(x) \land \neg Insured(x))\Big)$

h. $\exists x \quad Barber(x) \land (\forall y\ Person(y) \land \neg Shave(y, y) \Rightarrow Shave(x, y))$

i. $\forall x \quad Person(x) \land Born(x, UK) \land \Big(\forall y\ Parent(y, x) \land \big((\exists b\ Citizen(y, UK, b)) \lor Resident(y, UK)\big)\Big) \Rightarrow Citizen(x, UK, \text{"Birth"})$

j. $\forall x \quad Person(x) \land \neg Born(x, UK) \land \Big(\forall y\ Parent(y, x) \land (\exists b\ Citizen(y, UK, b))\Big) \Rightarrow Citizen(x, UK, \text{"Descent"})$

k. $\forall x \quad Politician(x) \Rightarrow (\exists y\ \forall t\ Person(y) \land Fool(x, y, t)) \land (\exists t\ \forall y\ Person(y) \land Fool(x, y, t)) \land \neg(\forall t\ \forall y\ Person(y) \land Fool(x, y, t))$

需要简单说明符号含义

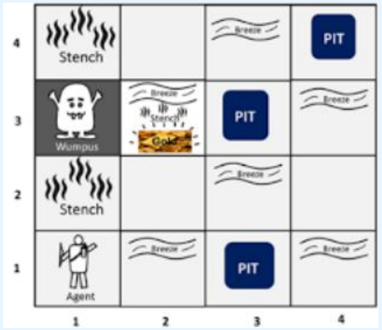
8.17

解释下面给出的 Wumpus 世界中相邻方格的定义存在什么问题：

$$\forall x, y \quad Adjacent([x, y], [x+1, y]) \land Adjacent([x, y], [x, y+1])$$

没有考虑邻居关系的对称性(仅考虑了右方、上方)
没有考虑世界的边界

$$\forall 1 \leqslant x < 4, 1 \leqslant y < 4$$
$$Adjacent([x, y], [x+1, y]) \land Adjacent([x+1, y], [x, y])$$
$$\land Adjacent([x, y], [x, y+1]) \land Adjacent([x, y+1], [x, y])$$



9.3

假定知识库中只包括一条语句：$\exists x AsHighAs(x, Everest)$，下列哪个语句是应用存在量词实例化以后的合法结果？

a. $AsHighAs(Everest, Everest)$

b. $AsHighAs(Kilimanjaro, Everest)$

c. $AsHighAs(Kilimanjaro, Everest) \land AsHighAs(BenNevis, Everest)$

a、不合法（替换变元的应当是从未在知识库中出现过的常量符号）
b、合法
C、不合法（存在量词实例化只能应用一次）

9.4

对于下列每对原子语句，如果存在，请给出最一般合一置换：

a. $P(A, B, B)$，$P(x, y, z)$

b. $Q(y, G(A, B))$，$Q(G(x, x), y)$

c. $Older(Father(y), y)$，$Older(Father(x), John)$

d. $Knows(Father(y), y)$，$Knows(x, x)$

P271.升级的推理规则要求找到使不同的逻辑表示变得相同的置换，这个过程称为合一.

a. $\{x/A, y/B, z/B\}$ (or some permutation of this).

b. No unifier (x cannot bind to both A and B).

c. $\{y/John, x/John\}$.

d. No unifier (because the occurs-check prevents unification of y with $Father(y)$).

9.6

写出下列语句的逻辑表示，使得它们适用一般化假言推理规则：

a. 马、奶牛和猪都是哺乳动物

b. 一匹马的后代是马

c. Bluebeard 是一匹马

d. Bluebeard 是 Charlie 的家长

e. 后代和家长是逆关系

f. 每个哺乳动物都有一个家长

a. $Horse(x) \Rightarrow Mammal(x)$
$Cow(x) \Rightarrow Mammal(x)$
$Pig(x) \Rightarrow Mammal(x)$

b. $Descendant(x, y) \land Horse(y) \Rightarrow Horse(x)$

c. $Horse(Bluebeard)$

d. $Parent(Bluebeard, Charlie)$

e. $Descendant(x, y) \Rightarrow Parent(y, x)$
$Parent(x, y) \Rightarrow Descendant(y, x)$

f. $Mammal(x) \Rightarrow Parent(Gen(x), x)$，其中 $Gen(x)$ 是一个 Skolem 范式

$\forall x \exists y R(x, y) \iff \forall x R(x, f(x))$

Skolem 化的本质是对如下形式的公式的观察

$\forall x_1 \ldots \forall x_n \exists y R(x_1, \ldots, x_n, y)$

它在某个模型中是可满足的，在这个模型中必定对于所有的 $x_1, \ldots, x_n$ ，

有某些点 y 使得 $R(x_1, \ldots, x_n, y)$ 为真，并且必定存在某个函数 $y = f(x_1, \ldots, x_n)$

使得公式 $\forall x_1 \ldots \forall x_n R(x_1, \ldots, x_n, f(x_1, \ldots, x_n))$ 为真。

函数 f 叫做**Skolem 函数。**

9.13(abc)

9.13 本题中需要用到你在习题 9.6 中写出的语句，运用反向链接算法来回答问题。

a. 画出用穷举反向链接算法为查询$\exists h$ *horse*(h)生成的证明树，其中子句按照给定的顺序进行匹配。

b. 对于本领域，你注意到了什么？

c. 实际上从你的语句中得出了多少个 h 的解？

9.6

a. $Horse(x) \Rightarrow Mammal(x)$
$Cow(x) \Rightarrow Mammal(x)$
$Pig(x) \Rightarrow Mammal(x)$

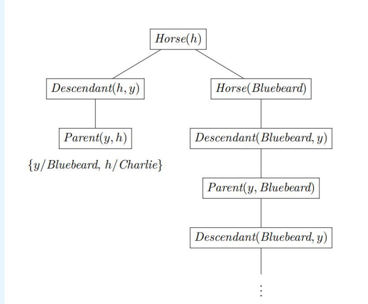
b. $Descendant(x, y) \land Horse(y) \Rightarrow Horse(x)$

c. $Horse(Bluebeard)$

d. $Parent(Bluebeard, Charlie)$

e. $Descendant(x, y) \Rightarrow Parent(y, x)$
$Parent(x, y) \Rightarrow Descendant(y, x)$

f. $Mammal(x) \Rightarrow Parent(Gen(x), x)$，其中 $Gen(x)$ 是一个 Skolem 范式



b 注意到树中出现的无限延伸，这实际上是由于规则子句的顺序引起的，可以通过在规则 $Descendant(x, y) \land Horse(y) \Rightarrow Horse(x)$ 之前指定匹配顺序来得到解，但是如果要求穷举所有的解，那与子句顺序无关，循环一定会发生。

Bluebeard 和 *Charlie* 两个解