HW2

PB21111686_赵卓

4.1

- $Lugoj: g = 0, h = 244, f = 244$
  $Mehadia: g = 70, h = 241, f = 311$
  $Dobreta: g = 145, h = 242, f = 387$
  $Craiova: g = 265, h = 160, f = 425$
  $Timisoara: g = 111, h = 329, f = 440$
  $Pitesti: g = 403, h = 98, f = 501$
  $Bucharest: g = 504, h = 0, f = 504$

4.2

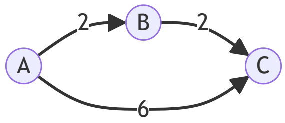
- $w \leq 1, wh(n) \leq (2-w)g(n)$, 此时$wh(n)$是可接受的, 因此$f(n)$是最优的
- $w = 0, f(n) = 2g(n)$, 此时是一致代价算法
- $w = 1, f(n) = g(n) + h(n)$, 此时是$A^*$搜索算法
- $w = 2, f(n) = 2h(n)$, 此时是贪心搜索算法

4.6

- 可设计加权错位启发函数：
  - 为每个位置分配权重, 中心位置权重为3, 四边中点权重为2, 四个角权重为1。
  - 每个不同位置个数分别乘以对应的权重，得到启发函数值。
- 由于启发函数加权，在权重大的位置，比如中心位置的数与目标不同时，算法会倾向于将权重大的位置先复原，而忽略最短路径。
- 证明：
  设正确估计的启发函数为h, 高估的为h'
  则$h'(n) \leq h(n) + c$
  在目标点G之后增加一个后缀G', $g(G', G) \leq c$
  此时h是G的可接纳启发函数, h'是到G'的可接纳启发函数
  记G的最短路径为p, G'的最短路径为p'
  则$p' = p + (G, G')$
  即$g(p') = g(p) + g(G, G') \leq g(p) + c$
  即耗散值最多增加c

4.7

- $\forall (n, n'), h(n) \leq h(n') + c(n, a, n')$
  $\forall n$, 假设n到目标的最短路径为$nn_0 \dots n_k g$
  则$\forall i_{0 \leq i \leq k}, h(n_i) \leq h(n_{i+1}) + g(n_i, n_{i+1})$
  则$h(n) \leq h(n_0) + g(n, n_0)$
  $\leq h(n_1) + g(n, n_0) + g(n_0, n_1)$
  $\leq h(n_k) + g(n, n_0) + g(n_0, n_1) + \dots + g(n_{k-1}, n_k)$
  $\leq h(g) + g(n, n_0) + g(n_0, n_1) + \dots + g(n_{k-1}, n_k) + g(n_k, g)$
  $= h^*(n)$
  $\forall n, h(n) \leq h^*(n), h(n)$可接纳
- 对于不一致的启发式, 也可接纳
  如下图, 起点为A, 目标为C



对于启发式$h, h(A) = 4, h(B) = 1, h(C) = 0$
此时$h(A) = 4 > 3 = h(B) + g(A, B)$
但$h(A) \le h^*(A) = 4, h(B) \le h^*(B) = 2$
因此h不一致, 但可接纳