

Ryan 杯_高考数学模拟卷(1)

(试题卷)

注意事项:

- ①.全卷满分 150 分, 考试时间 120 分钟。[请严格遵守时间]
- ②.本试卷分(试题卷)和(答题卷)两部分。
- ③.考试结束后, 考生须交答题卷, 试题卷考生自行保留。
- ④.请将答案填写在答题卷上, 在本卷上作答无效。

一、单项选择题 $12 \times 5' = 60'$

1、若复数 $z = \frac{1+3i}{1+i}$ 则 $z^4 =$

- A. $-7+24i$ B. $-7-24i$ C. $7+24i$ D. $7-24i$

2、在如图的环上, 给每一个字母涂上红色、绿色或蓝色, 使相邻点上颜色不同的方案有__种。

- A.27 B.30 C.45 D.48

3、已知集合 $A = \{x | x \text{ 是平行四边形} \}$ 、 $B = \{x | x \text{ 是矩形} \}$ 、 $C = \{x | x \text{ 是正方形} \}$ 、

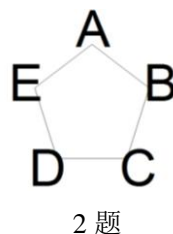
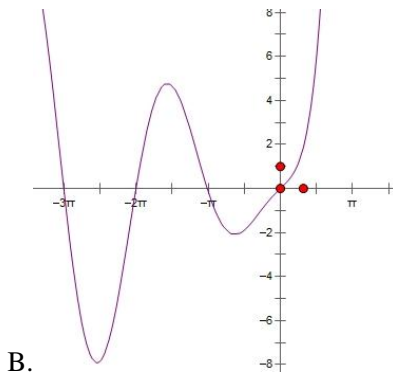
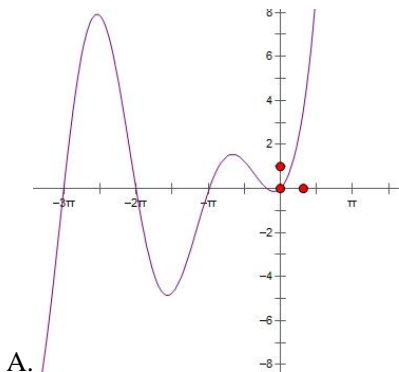
$D = \{x | x \text{ 是菱形} \}$ 、 $W = \{A, B, C, D\}$ 。对于 $x \in W, y \in W$, x 是 y 的必要条件的种数为:

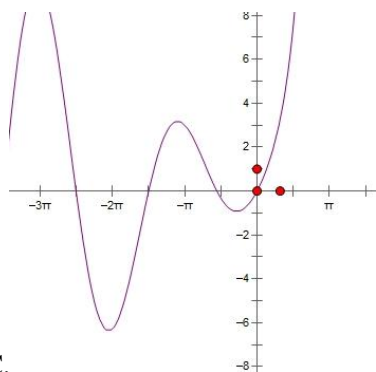
- A.4 B.5 C.8 D.9

4、设 $y_1 = 3\sin(2x + \frac{\pi}{4})$, $y_2 = 6\cos(x + \frac{\pi}{3})$, 通过那一种操作能使两函数图象重合。

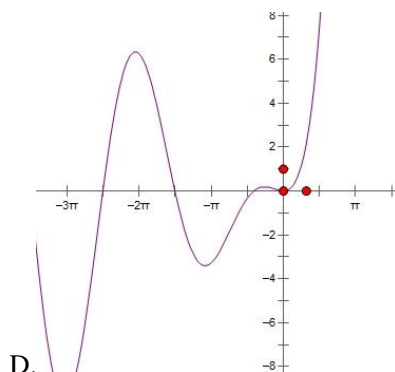
- A. y_2 向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位, 纵向变为原一半, 横向变为原 2 倍; y_1 向左平移 $\frac{\pi}{8}$ 个单位
 B. y_2 向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位, 纵向变为原一半, 横向变为原一半; y_1 向左平移 $\frac{\pi}{8}$ 个单位
 C. y_2 向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位, 纵向变为原一半, 横向变为原 2 倍; y_1 向左平移 $\frac{\pi}{8}$ 个单位
 D. y_2 向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位, 纵向变为原一半, 横向变为原一半; y_1 向左平移 $\frac{\pi}{8}$ 个单位

5、 $y = x(e^x + \sin x)$ 的图像为





C.



D.

6、 $x(1+\sqrt{1-x^2})$ 的最大值为

A.1

B.2

C. $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ D. $\frac{2+\sqrt{3}}{4}$

7、有数列 $\{a_n\}$ 。其中 $a_0 = 0$ 。 $a_0 \sim a_{108}$ 为等差数列，且其公差为 $d_1, d_1 \neq 0$ ； $a_{108} \sim a_{216}$ 为等差数列 且其公差为 d_2 。

且 $\sum_{i=0}^{216} a_i = 0$ ，求 $\frac{d_1}{d_2}$ 。

A. $-\frac{1}{2}$ B. $-\frac{108}{325}$ C. $-\frac{1}{3}$ D. $-\frac{109}{325}$

8、 $(1+\frac{1}{2^{2^0}})(1+\frac{1}{2^{2^1}})(1+\frac{1}{2^{2^2}})(1+\frac{1}{2^{2^3}})(1+\frac{1}{2^{2^4}}) =$

A. $\frac{1}{2^{2^5}}$ B. $\frac{1}{2^{2^5-1}}$ C. $2 - \frac{1}{2^{2^5-1}}$ D. $2 - \frac{1}{2^{2^5}}$

9、面 α 与面 β 交于 l ，且面 α 与面 β 的夹角为 $\frac{\pi}{6}$ ，定点 $A \in \alpha, A \notin l$ ，动点 $B \in \alpha, B \notin l$ 且点 B 到点 A 的距离

等于点 B 到面 β 的距离，则点 B 运动的轨迹为

A.圆(或其一部分)

B.抛物线(或其一部分)

C.椭圆(或其一部分)

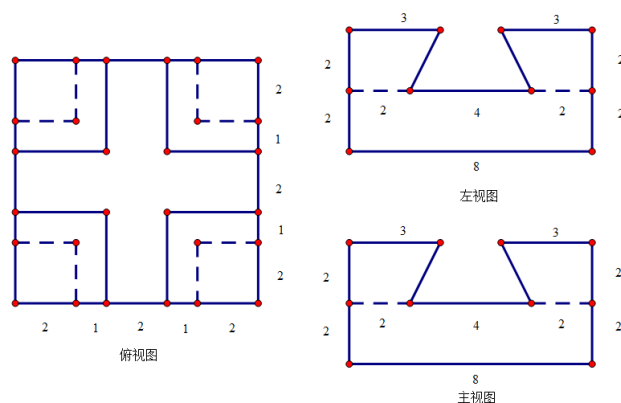
D.双曲线(或其一部分)

10、如图，该立体图形的体积为

A.160

B. $178\frac{2}{3}$

C.180

D. $181\frac{1}{3}$ 

10 题

11、令 k_l 表示直线 l 的斜率。已知 $P(0, -2)$ ，过 P 做直线 $r (k_r > 0)$ 交椭圆 $C: \frac{x^2}{\pi} + \frac{y^2}{e} = 1$ 于两点 A, B ，设 Q 满足

$$\overrightarrow{PQ} = \frac{(\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB})}{2} \text{ 则 } k_{OQ} \cdot k_{AB} =$$

- A. 不为常数 B. $-\frac{e}{\pi}$ C. -1 D. $-\frac{\pi}{e}$

12、对 $x \in [e, +\infty)$ ，在 $(0, e)$ 之间取 n ，使得 $x = \log_n x^n$ 有解的概率为

- A. $\frac{e-1}{e}$ B. $\frac{1}{e}$ C. 0 D. 1

二、填空题 $4 \times 4' = 16'$

13、若 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x+6 \geq 2y \\ x+2y \leq 6 \\ 2x \leq y+2 \\ 2x+y+2 \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$ 记 $\frac{y+1}{x+4}$ 的最大最小值分

别为 m, n 则 $m-n =$ _____。

14、如流程图，输入 43，输出的结果为_____。

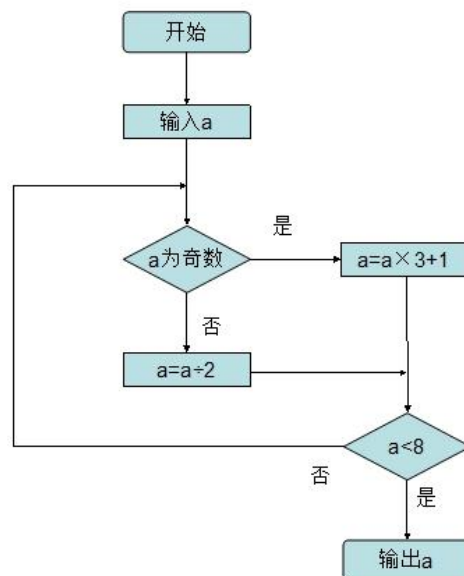
15、已知 $f(x) = \cos(x + \frac{\pi}{4}) + \sin 2x, x \in (-\infty, +\infty)$ ，求 $f(x)$ 的取值范围_____。

16、下列两个命题中，哪些是真命题_____。

I . 令 $F_1 = 1, F_2 = 1, F_{n+2} = F_{n+1} + F_n, [\forall n \in \mathbb{Z}^+]$ 。

$[a, b \in \mathbb{Z}^+]$, P: a 是 b 的倍数。Q: F_a 是 F_b 的倍数。P 是 Q 的充分必要条件。

II. $A_n = 2^{2^n} + 1, [n \in \mathbb{Z} \text{ 且 } n \geq 0]$ 。Q: $\forall n, m \in \mathbb{Z}, n, m \geq 0, n \neq m, A_n$ 与 A_m 互质。Q 为真命题。



14 题

三、解答题 $5 \times 12' + 14' = 74'$

17、一个不透明的盒子中有 6 个乒乓球，其中 1 个白色，2 个黄色，3 个橙色。

(1). 从盒子中一次取一个乒乓球，不放回，直到每种颜色的乒乓球至少被取出一个。设取的次数为 r ，求 r 的分布列和数学期望。

(2). 从盒子中一次取一个乒乓球，不放回，直到取出的乒乓球中有两个颜色相同。设取的次数为 y ，求 y 的分布列和数学期望。

18、 $f(\theta) = 4 \sin \theta \cos \theta + 3 \cos^2 \theta$

(1). 求 $f(\theta)$ 的值域。

(2). 求 $f(\theta)$ 的单调区间。

19、点 C 在平面直角坐标系的 x 正半轴上，点 B 关于 y 轴与点 C 对称，点 A 在 y 正半轴上， $\angle BAC=20^\circ$ ，点 D 在线段 AC 上，且 $AD=BC$ 。

(1). 求 $\angle BDC$ 。

20、已知椭圆 $C_1: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, (a > b > 0)$ 与双曲线 C_2 ，且 C_1 与 x 轴的交点为 C_2 的焦点， C_2 与 x 轴的交点为 C_1 的焦点。

(1). 若函数 $y = \frac{1}{4}x^2 - bx + a^2$ 在 $x = \sqrt{2}$ 时取最小值 $\frac{1}{4}$ ，求 C_1 、 C_2 的表达式。

(2). 在(1)的条件下，设 C_1 、 C_2 相交于四点 A、B、C、D，求矩形 ABCD 的面积。

(3). 若 C_1 与 x 轴的交点为 $(\sin \theta, 0), (-\sin \theta, 0)$ ， C_2 与 x 轴的交点为 $(\cos \theta, 0), (-\cos \theta, 0)$ ， $[\frac{\pi}{4} < \theta < \frac{\pi}{2}]$ 。

设 C_1 、 C_2 相交于四点 E、F、G、H，求矩形 EFGH 的面积。

21、设函数 $f_n(x) = \sum_{i=0}^n \frac{x^i}{i!}$

(1). 证明：对 $\forall n \in \mathbb{Z}^+$ ，有 $f_n'(x) = f_{n-1}(x)$

(2). 若 $f_3(x_0) = 0$ ，求 $f_4(x)$ 的极值

(3). 证明：若 n 为偶数， $f_n(x) = 0$ 无解；若 n 为奇数， $f_n(x) = 0$ 有且只有一个解。

22、O 为正五边形 ABCDE 重心，将正五边形沿 BE 翻折，使面 ABE \perp 面 BCDE。

(1). 在翻折后的图形中，求 $\cos \angle CAD$ 。