РГР варіант 7

№1

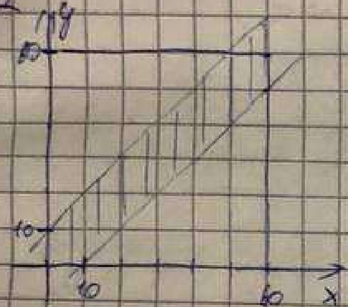
A – у I контейнер потрапили 6 виробів, у II – 3в., в III – 1в.

$m = 1$

$n = C_{12}^{10}$

$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{10!\,2!}{12!} = \frac{1}{66}$

№2



$P = \frac{60^2 - 50^2}{60^2} = 0{,}305$

№3

Працюють два блоки типу A: $K = \bar{A}_1 A_2 A_3 + A_1 \bar{A}_2 A_3 + A_1 A_2 \bar{A}_3 + A_1 A_2 A_3$

Працюють один блок типу B: $M = B_1 + B_2$

всі блоки типу C: $L = C_1 \cdot C_2 \cdot C_3 \cdot C_4$

Система працює, якщо $D = K \cdot M \cdot L$

$D = (\bar{A}_1 A_2 A_3 + A \bar{A}_2 A_3 + A_1 A_2 \bar{A}_3 + A A A_3)(B_1 + B_2)(C_1 C_2 C_3 C_4)$

№4

$A_1 = 0{,}9,\ A_2 = 0{,}85,\ A_3 = 0{,}8$

а) $A_1 \bar{A}_2 A_3 + \bar{A}_1 A_2 A_3 + A_1 A_2 \bar{A}_3 = 0{,}329$

б) $A_1 \bar{A}_2 A_3 + \bar{A}_1 A_2 A_3 + A_1 A_2 \bar{A}_3 + A_1 A_2 A_3 = 0{,}941$

№5

A – бракований агрегат, H_1 – з I заводу
H_2 – з II заводу
H_3 – з III заводу

1) $P(H_1) = \frac{4x}{x + 2x + 4x} = \frac{4}{7}$

$P(H_2) = \frac{x}{x + 2x + 4x} = \frac{1}{7}$

$P(H_3) = \frac{2x}{x + 2x + 4x} = \frac{2}{7}$

$P(A) = \frac{4}{7} \cdot 0{,}08 + \frac{1}{7} \cdot 0{,}06 + \frac{2}{7} \cdot 0{,}04 = 0{,}065$

2) $P(H_1/A) = \frac{\frac{4}{7} \cdot 0{,}08}{0{,}065} = 0{,}69$ $\quad P(H_3/A) = \frac{\frac{2}{7} \cdot 0{,}04}{0{,}065} = 0{,}17$

$P(H_2/A) = \frac{\frac{1}{7} \cdot 0{,}06}{0{,}065} = 0{,}13$ В: найімовірніше брак з I заводу

№6

$m=5$

а) $\lambda = np = 2000 \cdot 0{,}001 = 2$, Формула Пуассона:

$$P_{2000}(5) = \frac{2^5 \cdot e^{-2}}{5!} = 0{,}036$$

б) $P_{2000}(m \geq 3) = 1 - (P_{2000}(0) + P_{2000}(1) + P_{2000}(2)) = 1 - (0{,}135 + 0{,}27 + 0{,}27) =$

$= 0{,}32$

№7

x	-1	$-0{,}5$	$0{,}5$	2
p	$0{,}2$	p_2	p_3	p_4

$M(x) = -1 \cdot 0{,}2 - 0{,}5p_2 + 0{,}5p_3 + 2p_4 = 0{,}7$

$D(x) = 1{,}41$

$M(x^2) = 0{,}2 + 0{,}25p_2 + 0{,}25p_3 + 4p_4$

$$\begin{cases} p_2 + p_3 + p_4 + 0{,}2 = 1 \\ -0{,}2 - 0{,}5p_2 + 0{,}5p_3 + 2p_4 = 0{,}7 \\ 0{,}2 + 0{,}25p_2 + 0{,}25p_3 + 4p_4 = 1{,}41 \end{cases} \quad \begin{cases} p_2 = 0{,}8 - p_3 - p_4 \\ -0{,}5(0{,}8 - p_3 - p_4) + 0{,}5p_3 + 2p_4 = 0{,}9 \\ 0{,}25(0{,}8 - p_3 - p_4) + 0{,}25p_3 + 4p_4 = 0{,}7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} p_3 + 2{,}5p_4 = 1{,}3 \\ p_4 = 0{,}4 \end{cases} \quad \begin{cases} p_2 = 0{,}1 \\ p_3 = 0{,}3 \\ p_4 = 0{,}4 \end{cases}$$

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -1 \\ 0{,}2, & -1 < x \leq -0{,}5 \\ 0{,}3, & -0{,}5 < x \leq 0{,}5 \\ 0{,}6, & 0{,}5 < x \leq 2 \\ 1, & x > 2 \end{cases}$$

$P(-0{,}5 \leq x \leq 0{,}4) = p_2 = 0{,}1$

№8

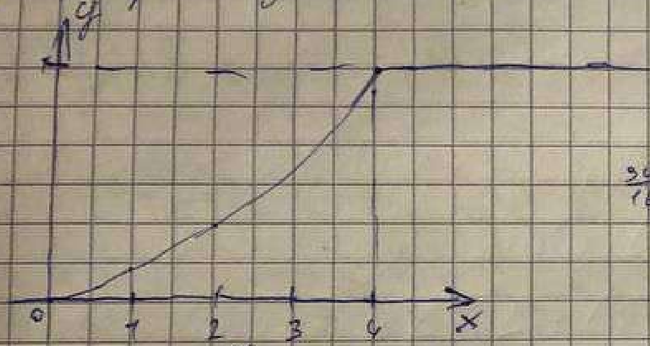
$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \le 0 \\ A x\sqrt{x}, & 0 \le x \le 4 \\ 1, & x > 4 \end{cases} \qquad (1; 2{,}25)$$

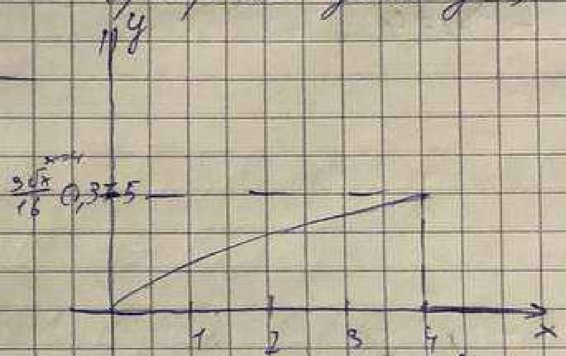
1) x неперервна, то F(x) теж, а $A x \sqrt{x} = 1$, $x = 4 \Rightarrow A = \frac{1}{8}$

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \le 0 \\ \frac{1}{8} x\sqrt{x}, & 0 < x \le 4 \\ 1, & x > 4 \end{cases}$$

2) $$g(x) = F'(x) = \begin{cases} 0, & x \le 0 \\ \frac{3\sqrt{x}}{16}, & 0 < x \le 4 \\ 0, & x > 4 \end{cases}$$

3) Графік для F(x): Графік для g(x)





4) $M(x) = \int_0^4 \left(x \cdot \frac{3\sqrt{x}}{16}\right) dx = \frac{3}{16}\int x^{\frac{3}{2}} dx = \frac{3}{16} \cdot \frac{2x^2\sqrt{x}}{5}\Big|_0^4 =$

$= \frac{3 \cdot 16 \cdot 2}{40} - 0 = \frac{12}{5} = 2{,}4$

$M(x^2) = \int_0^4 \left(\frac{x^2 \cdot 3\sqrt{x}}{16}\right) dx = \frac{3}{16}\int_0^4 x^{\frac{5}{2}} dx = \frac{3}{16} \cdot \frac{2\sqrt{x} \cdot x^3}{7}\Big|_0^4 = \frac{3\sqrt{x} \cdot x^3}{56}\Big|_0^4 =$

$= \frac{3\sqrt{4} \cdot 4^3}{56} - 0 = \frac{48}{7}$

$D(x) = \frac{48}{7} - \left(\frac{12}{5}\right)^2 = \frac{192}{175} \approx 1{,}097 \qquad \sigma = 1{,}047$

5) $P\{1 < x < 2{,}25\} = F(2{,}25) - F(1) = \frac{27}{64} - \frac{1}{8} = \frac{19}{64} \approx 0{,}296$

$M(x) = 3,2$

$D(x) = 0,16$

$M(x) = 0,8 x_1 + 0,2 \cdot x_2 = 3,2$

$D(x) = 0,8 x_1^2 + 0,2 x_2^2 - 3,2^2 = 0,16$

$\begin{cases} 0,8 x_1 + 0,2 x_2 = 3,2 \\ 0,8 x_1^2 + 0,2 x_2^2 = 0,16 + 10,24 \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 = 4 - 0,25 x_2 \\ 0,8 x_1^2 + 0,2 x_2^2 = 10,4 \end{cases}$

$0,8(4 - 0,25 x_2)^2 + 0,2 x_2^2 = 10,4$

$\begin{cases} x_{11} = \frac{17}{5} \\ x_{21} = \frac{12}{5} \end{cases}$ $\begin{cases} x_{12} = 3 \\ x_{22} = 4 \end{cases}$ $(x_1 < x_2)$, то $x_1 = 3$, $x_2 = 4$

X	3	4
P	0,8	0,2

№ 10

$M(x) = 50$ $\alpha = 32$

$\sigma(x) = 4$ $\beta = 68$

$P(\alpha < x < \beta) = \Phi\left(\frac{\beta - M(x)}{\sigma(x)}\right) - \Phi\left(\frac{\alpha - M(x)}{\sigma(x)}\right)$

$P(32 < x < 68) = \Phi\left(\frac{68-50}{4}\right) - \Phi\left(\frac{32-50}{4}\right) = \Phi(4,5) - \Phi(-4,5) = 0,49 + 0,49 =$

$= 0,98$

№ 11

$p_1 = 0,9$ $p_2 = 0,85$ $p_3 = 0,8$ $x: 0, 1, 2, 3$

$q_1 = 0,1$ $q_2 = 0,15$ $q_3 = 0,2$

$P(x_1) = 0,1 \cdot 0,15 \cdot 0,2 = 0,003$

$P(x_2) = (0,9 \cdot 0,15 \cdot 0,2) + (0,85 \cdot 0,1 \cdot 0,2) + (0,8 \cdot 0,1 \cdot 0,15) =$

$= 0,027 + 0,017 + 0,012 = 0,056$

$P(x_3) = (0,9 \cdot 0,85 \cdot 0,2) + (0,9 \cdot 0,8 \cdot 0,15) + (0,85 \cdot 0,8 \cdot 0,1) =$

$= 0,329$

$P(x_4) = 0,9 \cdot 0,85 \cdot 0,8 = 0,612$

x	0	1	2	3
p	0,003	0,056	0,329	0,612

$M(x) = 0{,}056 + 2 \cdot 0{,}329 + 3 \cdot 0{,}612 = 2{,}55$

$M(x^2) = 0{,}056 + 4 \cdot 0{,}329 + 9 \cdot 0{,}612 = 6{,}88$

$D(x) = 6{,}88 - (2{,}55)^2 = 0{,}38$

$\sigma(x) = 0{,}616$

№12

$x = 0{,}94 \qquad x' = 1{,}05 \qquad M(x) = 1$

$F(x) = 0{,}05 \qquad k = 2 \qquad n = 4$

1) $F(x) = P(-\infty < x < 0{,}94) = \Phi\left(\frac{0{,}94-1}{\sigma}\right) - \Phi(\infty) = -\Phi\left(\frac{0{,}06}{\sigma}\right) + 0{,}5$

2) $\Phi\left(\frac{0{,}06}{\sigma}\right) = 0{,}45 \qquad \frac{0{,}06}{\sigma} = 1{,}65$

$\sigma = 0{,}036$

3) $P(1{,}05 < x < \infty) = \Phi(\infty) - \Phi\left(\frac{1{,}05-1}{0{,}036}\right) = 0{,}5 - \Phi\left(\frac{0{,}05}{0{,}036}\right) =$

$= 0{,}5 - 0{,}4162 = 0{,}0838$

4) $p = 0{,}0838 \qquad q = 0{,}9162 \qquad k = 2 \qquad n = 4$

$P(x=2) = C_4^2 \cdot 0{,}0838^2 \cdot 0{,}9162^2 = 0{,}3537 \cdot 100\% = 35{,}37\%$

№13

$n = 200 \qquad p = 0{,}9 \qquad x_1 = 170 \quad x_2 = 190$

1) $M(x) = np = 200 \cdot 0{,}9 = 180$

2) $D(x) = npq = 200 \cdot 0{,}9 \cdot 0{,}1 = 18$

3) $\varepsilon = |x_1 - M(x)| = |x_2 - M(x)| = 190 - 180 = 10$

4) $P\{|x - 180| < 10\} > 1 - \frac{18}{10^2} = 0{,}82 \cdot 100\% = 82\%$

Імовірність буде $\geq 82\%$

N 14

а)

X	-0,5	-0,3	-0,1
P(x)	0,35	0,35	0,3

Y	-3	-2	-1	0
P(Y)	0,25	0,3	0,25	0,2

б) $M(X) = -0,5 \cdot 0,35 + (-0,3) \cdot 0,35 + (-0,1) \cdot 0,3 = -0,31$

$M(Y) = -3 \cdot 0,25 + (-2) \cdot 0,3 + (-1) 0,25 + 0 = -1,6$

$M(XY) = -0,5 \cdot (-3) \cdot 0,2 + (-0,5)(-2) \cdot 0,1 + (-0,5) \cdot (-1) \cdot 0,05 +$

$+ (-0,3)(-3) \cdot 0,05) + (-3)(-2) 0,15 + (-0,3)(-1) 0,15 + (-0,1)(-2) \cdot 0,05 +$

$+ (-0,1)(-1) 0,05) = 0,1 + 0,4 + 0,12 = 0,62$

$M(X^2) = 0,5^2 \cdot 0,35 + 0,3^2 \cdot 0,35 + 0,1^2 \cdot 0,3 = 0,122$

$M(Y^2) = 9 \cdot 0,25 + 4 \cdot 0,3 + 0,25 = 3,7$

$D(X) = 0,122 - (0,31)^2 = 0,0259$

$\sigma(X) \approx 0,161$

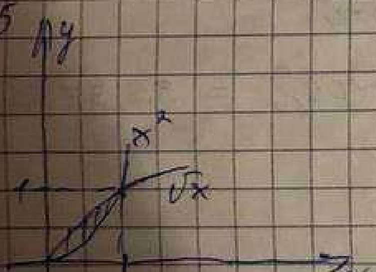
$D(Y) = 3,7 - (1,6)^2 = 1,14$

$\sigma(Y) = \approx 1,068$

в) $K_{xy} = 0,62 - (-0,31) \cdot (-1,6) = 0,124$

$r_{xy} = \frac{0,124}{0,161 \cdot 1,068} = \frac{0,124}{0,172} = 0,72$, зв'язок високий

N 15



$A \int_0^1 \int_{x^2}^{\sqrt{x}} \sqrt{x} y \, dx \, dy = A \int_0^1 \sqrt{x} \left(\frac{x - x^4}{2} \right) dx =$

$= \frac{1}{2} A \left(\frac{2x^{\frac{5}{2}}}{5} - \frac{2x^{\frac{11}{2}}}{11} \right) \Big|_0^1 = \frac{A}{2} \cdot \frac{12}{55} = A \frac{6}{55} = 1$

$\Rightarrow A = \frac{55}{6}$

$f(x,y) = \begin{cases} \frac{55}{6} \sqrt{x} y, & (x,y) \in D \\ 0, & (x,y) \notin D \end{cases}$

$M(X) = \frac{55}{6} \int_0^1 x \sqrt{x} \, dx \int_{x^2}^{\sqrt{x}} y \, dy = \frac{55}{91} \approx 0,6$

$M(Y) = \frac{55}{6} \int_0^1 \sqrt{x} \, dx \int_{x^2}^{\sqrt{x}} y^2 \, dy = \frac{11}{18} \approx 0,61$

$M(Y^2) = \frac{55}{6} \int_0^1 \sqrt{x} \, dx \int_{x^2}^{\sqrt{x}} y^3 \, dy = \frac{55}{133} \approx 0,41$

$M(X^2) = \frac{55}{6} \int_0^1 x^2 \sqrt{x} \, dx \int_{x^2}^{\sqrt{x}} y \, dy = \frac{11}{27} \approx 0,4$

$D(X) = 0,4 - 0,36 = 0,04$ $\sigma(X) = 0,2$

$D(Y) = 0,41 - (0,61)^2 = 0,038$ $\sigma(Y) = 0,195$

$M(XY) = \frac{56}{6}\int_0^1 x\sqrt{x}\,dx \int_{x^2}^{\sqrt{x}} y^2\,dy = \frac{56}{136} \approx 0,4$

$k_{xy} = 0,4 - 0,6\cdot 0,61 = 0,034$

$r_{xy} = \frac{0,034}{0,2\cdot 0,195} = \frac{0,034}{0,039} = 0,87$, Зв'язок високий

№16

$p_\xi(x) = \begin{cases} \frac{2}{\pi}\cos^2 x, & x\in(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}) \\ 0, & x\notin(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2})\end{cases}$, $\eta = |\xi|$

$0 < y < \frac{\pi}{2}$ $\psi_1(y)=y$, $\psi_2(y)=-y$

$\psi_1'(y)=1$, $\psi_2'(y)=-1$

$p_\eta(y) = \frac{2}{\pi}\cos^2 y + \frac{2}{\pi}\cos^2(-y) = \frac{4}{\pi}\cos^2 y$

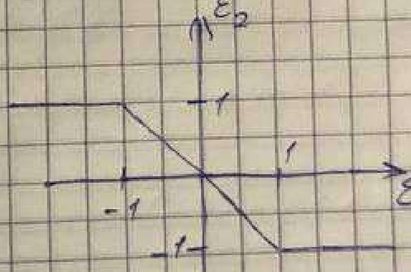
Перевірка: $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{4}{\pi}\cos^2 y\,dy = \frac{4}{\pi}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{1+\cos 2y}{2}\,dy = \frac{2}{\pi}\left(y + \frac{\sin 2y}{2}\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{2}} =$

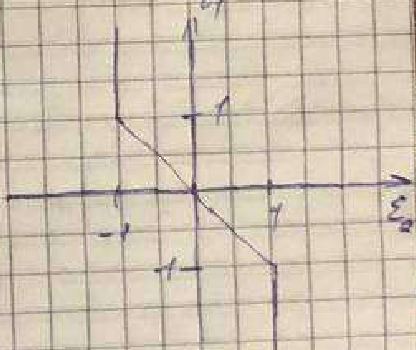
$= \frac{2}{\pi}\left(\frac{\pi}{2}+0-0-0\right) = 1$

$p_\eta(y) = \begin{cases}\frac{4}{\pi}\cos^2 y, & y\in(0;\frac{\pi}{2})\\ 0, & y\notin(0;\frac{\pi}{2})\end{cases}$

№17

$p_1(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$





$y = \begin{cases} 1, & x\in(-\infty;-1)\\ -x, & x\in[-1;1]\\ -1, & x\in(1;+\infty)\end{cases}$

1) $\psi = -y$, $\psi' = -1$ $\Rightarrow$ $g_1 = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{y^2}{2}}$

2) $\psi = \delta(y)$ $\Rightarrow$ $g_2 = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\delta(y)}{2}}$

$g(y) = \begin{cases}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{y^2}{2}}, & x\in[-1;1]\\ \frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{\delta(y)}{2}}, & x\in(-\infty;-1)\cup(1;+\infty)\end{cases}$