

文章编号: 1671-7848(2018)02-0279-05

DOI: 10.14107/j.cnki.kzgc.160893

低秩矩阵恢复的超分辨图像重建算法

磨莉

(陕西工业职业技术学院, 信息工程学院, 陕西 咸阳 712000)



摘要: 超分辨图像重建是提高图像质量的重要技术, 为了提高图像重建的精度, 以获得高质量的图像, 针对当前图像重建算法存在缺陷, 提出了基于低秩矩阵恢复的超分辨图像重建算法。首先根据低分辨率图像和高分辨率图像间的关系, 选择训练样本, 并将图像划分为多个子块, 然后采用低秩矩阵恢复算法对子块进行学习, 根据块与块间的相关性找到低分辨率和高分辨率图像子块重建的权值, 实现图像超分辨率重建, 最后在 Matlab 2012 平台上进行了图像超分辨率重建实验, 结果表明, 该算法提高了图像重建的精度, 保留了边缘等细节信息, 重建速度可以满足图像处理的实时性要求, 而且重建效果要优于当前经典的图像重建算法。

关键词: 超分辨率; 图像重建算法; 低秩矩阵恢复; 图像子块; 邻域嵌入

中图分类号: TP391

文献标识码: A

Super-resolution Image Algorithm by Using Low-rank Matrix Restoration

MO li

(College of Information Engineering, Shaanxi Polytechnic institute, Xianyang 712000, China)

Abstract: Super resolution image reconstruction is an important technique to improve image quality. In order to improve the accuracy of image reconstruction and obtain high quality images, aiming at the defects of the current image reconstruction algorithms, a novel super resolution image reconstruction algorithm is proposed by using low rank matrix recovery. Firstly, training samples are divided into several sub blocks according to the relationship between the low resolution image and the high resolution image, and then the low rank matrix recovery algorithm is used to learn sub blocks, the reconstruction weight of low resolution and high resolution image sub blocks is found according to the correlation between blocks, and super resolution images are reconstructed, finally, the image super resolution reconstruction experiment is carried out on the Matlab 2012 platform. The results show that the proposed algorithm can effectively improve image reconstruction accuracy, and can keep edges and other details, the image reconstruction speed can meet the real-time requirements of image processing, and the reconstruction effect is better than classical algorithms.

Key words: Super resolution; image reconstruction algorithm; low rank matrix restoration; image sub block; neighborhood embedding

1 引言

在图像采集过程中, 受到成像系统和外界环境的影响, 难以获得高分辨率的图像, 再加上硬件条件制约, 当前主要通过一些软件改善图像的质量, 其中超分辨率图像重建是其中一种重要的技术^[1]。超分辨率图像重建指对一幅低分辨率图像进行处理, 得到高质量、高分辨率图像, 在军事、医学等

领域具有广泛的应用前景^[2]。

多年以来, 超分辨图像重建算法研究受到人们的高度重视, 使得超分辨率图像重建技术得到了长足发展, 出现了一些性能良好的超分辨率图像重建算法^[3]。图像超分辨率重建分为基于单幅图像的重建算法和基于多幅图像的重建算法^[4], 其中单幅图像重

收稿日期: 2016-10-10; 修回日期: 2017-12-07

基金项目: 全国教育科学“十二五”规划教育部重点课题(DAA110174); 教育部重点课题(SJL1423051)

作者简介: 磨莉(1981-), 女, 广西南宁人, 研究生, 讲师, 主要从事计算机应用技术及计算机网络等方面的教学与科研工作。

建算法仅利用一幅低分辨率图像的信息，提供的信息量有限，难以获得理想的超分辨率重构效果^[5]；基于多幅图像的重建算法从同一场景中采集多幅图像，信息量相对较大，重建效果更佳，因此成为当前主要的图像超分辨率重建技术^[6]。在实际应用中，多幅图像重建算法的训练样本选择十分关键，如果选择训练样本过多，影响超分辨率重建效率，重建时间长，如果选择的训练太少，提供的信息量不够，图像超分辨率重建的精度低^[7]。针对训练样本的选择问题，有学者根据低分辨和高分辨图像间的映射关系实现图像超分辨重建，如基于邻域嵌入算法的图像超分辨率重建算法^[8]，该算法假设低分辨率图像和高分辨率图像之间结构相似，高分辨率图像块能够根据邻域内的信息得到恢复，但忽视了图像结构冗余信息，重建后图像易丢失一些重要细节信息，图像轮廓模糊不清^[9,10]。

为了提高图像重建的精度，提出了低秩矩阵恢复的超分辨率图像重建算法。首先将训练样本划分为多个子块，然后采用低秩矩阵恢复算法对子块进行学习，找到图像块重建的权值，最后实验结果表明，本文算法提高了图像重建精度，重建效果要优于当前经典的图像重建算法。

2 图像超分辨率重建问题描述

设原始图像为 $f(x,y)$ ，相应的低分辨率图像为 $g(x,y)$ ，由于外界因素影响，图像包含一定的噪声 $n(x,y)$ ，设点扩散函数为 $h(x,y)$ ，那么低分辨率图像可以表示为

$$g(x,y) = f(x,y) * h(x,y) + n(x,y) \quad (1)$$

式中，“*”为空间卷积。

图像质量降低的原理，如图 1 所示

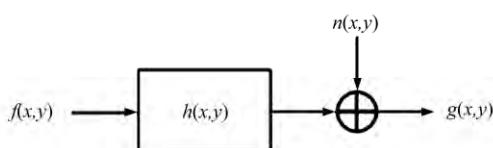


图 1 图像质量下降的模型

Fig.1 Model of image quality decline

在图像采集过程中，可将运动物体过程看作匀速过程， $h(x,y)$ 可以定义如下

$$h(x,y) = \begin{cases} 1/L, & 0 \leq |x| \leq L \cos \theta, y = L \sin \theta \\ 0, & \text{others} \end{cases} \quad (2)$$

式中， L 为模糊尺度； θ 为模糊方向与 x 轴的夹角。

超分辨率图像重建原理为：采用一定重建技术，对低分辨率图像进行去噪、增强处理，改善图

像质量，得到一幅高分辨率的图像，以获得更高的实际应用价值。

3 低秩矩阵恢复算法

给定一个数据矩阵的 D ，其列都具有同样的模式，在许多情况下，这些列之间都是线性相关，这样数据矩阵 D 就可以用一个低秩矩阵进行逼近。在实际应用中，数据可能受到噪声的影响。低秩矩阵恢复可以将数据矩阵 D 分解成一个低秩矩阵 L 加上一个系数误差矩阵 S 。 L 作为矩阵 D 的低秩逼近矩阵，并且可以对由 D 中的列向量张成的子空间的潜在结构进行刻画。 L 中的列之间的相关性比 D 中的更高。根据邻域嵌入方法的假设，低分辨率图像块重建的权值与对应高分辨率图像块的权值相似。不幸的是，因为从低分辨率到高分辨率图像之间的映射是一对多的，所以高低分辨率图像块之间权值的并不是都是相似的情况。本文通过低秩矩阵恢复克服了这个问题，因为块与块之间的线性相关性通过低秩矩阵恢复得到了提高并且由低分辨率图像块和高分辨率图像块所构成的流行结构之间更加紧密。

进行分析可以发现，低秩矩阵恢复算法的权值比邻域嵌入算法的权值分布更加合理，可以获得更好的图像超分辨率方法重建效果。邻域嵌入算法和低秩矩阵恢复方法的低分辨率和高分辨率图像子块对权值间相关系数的分布，如图 2 所示。

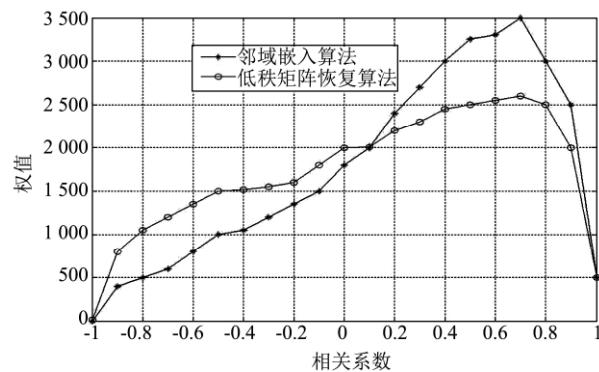


图 2 邻域嵌入和低秩矩阵恢复算法的权值相关系数

Fig.2 Weight correlation coefficient of neighborhood embedding and low rank matrix restoration algorithm

4 低秩矩阵恢复的超分辨率图像重建算法

低秩矩阵恢复的超分辨率图像重建算法工作原理为：首先对训练样本进行分组，每一组的图像子块列向量化构建一个矩阵，然后采用低秩矩阵恢复算法对图像子块矩阵进行学习，找到矩阵中的低秩分量，并根据低秩分量通过邻域嵌入重建策略得到初始超分辨率估计值，最后通过全局重建约束进一步提高了图像超分辨率重建效果。

4.1 训练样本的分组

图像训练样本十分庞大，若全部参与学习，图像重建的时间复杂度相当高，实际上，训练样本中的全部训练样本的图像块不一定与输入图像块之间有关系，而只有少部分图像与输入图像相关，因此只需要关心与输入图像块相关的图像块，因此需要从训练样本中选出与待重建图像相关的样本即可，加快图像重建速度。

图像重建的训练集包括：低分辨图像和高分辨图像，它们的图像块特征集分别为： $X_s = \{x_s^i\}_{i=1}^N$ 和

$Y_s = \{y_s^i\}_{i=1}^N$ ，其中， N 为子块的数量； $x_s^i \in d \times 1$ 和 $y_s^i \in b \times 1$ 分别为第 i 个低分辨图像块和高分辨图像块的特征向量， x_s^i 由水平和垂直方向的 1 阶和 2 阶梯度构成， y_s^i 是将高分辨图像块减去均值，并列向量化得到。对 x_s^i 和 x_s^i 进行 L_2 范数的归一化处理，对于样本集 X_s 的 x_s^i ，选择 K 最近邻，与 x_s^i 构成一组训练样本，即有

$$G^i \triangleq \{x_s^j \cup x_s^i\} j \in N_{K'}^{(i)} \quad (3)$$

式中， $N_{K'}^{(i)}$ 为 x_s^i 的 K 最近邻集合。

为了节省存储空间，仅保存 G^i 向量对应的位置索引即可，则有

$$G^i \triangleq \{j \cup i\} j \in N_{K'}^{(i)} \quad (4)$$

4.2 低秩矩阵恢复

待重建的低分辨图像也被划分多个子块，对于子块 x_t^i ，从训练集 X_s 搜索最相似的块 x_s^i 。由于 G^i 的索引对应 $K = K' + 1$ 对低和高分辨特征向量，那么 K 个低分辨特征向量与重建图像的 x_t^i 相关， K 个低分辨特征向量构成矩阵 $L^i \in R^{d \times K}$ ，同样高分辨特征向量构成矩阵 $H^i \in R^{b \times K}$ 。

待重建的低分辨图像与多个高分辨图像相对应，那么 L^i 对应的 K 个高分辨特征向量变化很大，为了解决该难题，采用低秩矩阵恢复算法对它们进行学习，找到潜在的低维子空间。稀疏矩阵表示初始向量的噪声或者差异分量，可将 x_t^i 和 L^i 组合在一起产生一个增广的矩阵 $A^i = [x_t^i, L^i]$ ，然后对矩阵 A^i 和 H^i 进行优化处理，相应的优化函数为

$$\min_{A_{lr}^i, A_{sp}^i} \|A_{lr}^i\|_* + \|A_{sp}^i\|_1 \text{ s.t. } A^i = A_{lr}^i + A_{sp}^i \quad (5)$$

$$\min_{H_{lr}^i, H_{sp}^i} \|H_{lr}^i\|_* + \|H_{sp}^i\|_1 \text{ s.t. } H^i = H_{lr}^i + H_{sp}^i I_1 \quad (6)$$

式中， A_{lr}^i 和 A_{sp}^i 为 A^i 的低秩分量和稀疏分量； H_{lr}^i 和 H_{sp}^i 为 H^i 的低秩分量和稀疏分量；核范数 $\|\cdot\|_*$ 用于逼近矩阵的秩， I_1 范数 $\|\cdot\|_1$ 为矩阵的稀疏性。由于不准确的增广拉格朗日乘子方法效率非常高，所以采用 IALMJ 技术求解式(5)和(6)这个最小化优化问题。

通过对式(5)和(6)的优化问题求解后，产生 4 个

分量， A_{lr}^i 包括 x_t^i 的低秩分量 L_{lr}^i 和 L^i 的低秩分量 $(x_t^i)_{lr}$ ，即有

$$A_{lr}^i = [(x_t^i)_{lr}, L_{lr}^i] \quad (7)$$

4.3 K 近邻的选择

对于待重建图像 x_t^i 的 $(x_t^i)_{lr}$ ，从 L_{lr}^i 中找到 K 近邻 $(x_s^a)_{lr}$ ， $a \in N_{K'}(j)$ ，最优的权值根据重建 $(x_t^i)_{lr}$ 的误差来估计，具体为

$$\begin{aligned} \varepsilon^j &= \min_{w_{aj}} \left\| (x_t^i)_{lr} - \sum_{a \in N_{K'}(j)} w_{aj} \cdot (x_s^a)_{lr} \right\|_2^2 \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{a \in N_{K'}(j)} w_{aj} = 1 \text{ and } w_{aj}=0 \text{ if } a \notin N_{K'}(j) \end{aligned} \quad (8)$$

y_t^i 通过最优的权值和相应高分辨特征 $(y_s^a)_{lr}$ 进行重建，即有

$$y_t^i = \sum_{a \in N_{K'}(j)} w_{aj} \cdot (y_s^a)_{lr} \quad (9)$$

对 y_t^i 进行平衡处理，并加上 L_t^i 的均值 \bar{L} ，得到高分辨图像块 h_t^i ，

$$h_t^i = c * \|L_t^i\|_2^2 * y_t^i + \bar{L} \quad (10)$$

式中， c 为尺度因子。

获得全部高分辨图像的块 $\{h_t^j\}_{j=1}^M$ 后，计算相邻的图像块的像素平均值，得到初始重建的超分辨图像。

4.4 超分辨图像的后续处理

经过上述步骤对图像块进行重建后，重建图像不能满足实际应用的要求，为此，采用迭代反向投影算法对初始重建的超分辨图像进行继续处理，以获得更加理想的超分辨图像。

设 H_{t0} 为初始估计， H_t 为待求解的高分辨图像，低分辨观测图像 L_t 由高分辨图像 H_t 经过模糊 B 和采样 D 操作得到，即 $L_t = DBH_t$ ，那么最终重构的超分辨图像可以表示为

$$H_t^* = \arg \min_{H_t} \|DBH_t - L_t\|_2^2 + \mu \|H_t - H_{t0}\|_2^2 \quad (11)$$

式中， μ 为平衡因子。

采用梯度下降算法对式(11)进行求解。

$$H_t^{n+1} = H_t^n + \alpha [B^T D^T (L_t - DBH_t^n) + \mu (H_{t0} - H_t^n)] \quad (12)$$

式中， H_t^n 为 n 次迭代后的高分辨图像估计值； α 为步长。

5 实验结果及分析

5.1 实验对象

在 4 核 2.70 GHz 的 CPU, 16GB 的 RAM, WIN7 的操作，在 Matlab 2012 平台上采用 Lean、Boat 图像作为实验对象，测试本文提出的图像超分辨重建

算法的有效性，它们均有一定的噪声，图像的分辨率低。

选择当前经典图像超分辨率重建算法^[12-14]进行对照实验，验证本文算法的优越性。

实验对象，如图 3 所示。

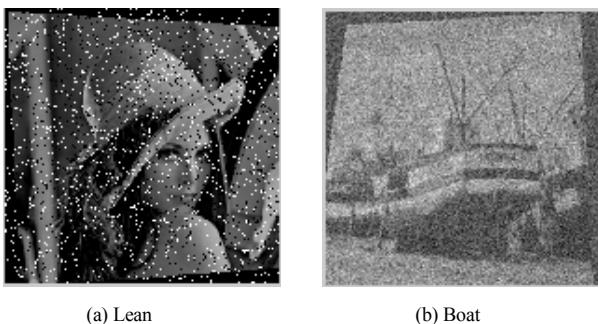


图 3 实验对象

Fig.3 Experimental objects

5.2 定性分析

可以看出，经典的图像超分辨率重建算法难以获得令人满意的重建效果，重建图像模糊，噪声没有去除干净，出现局部不平滑现象，图像的边缘不连续等现象。

而本文算法有效增强了图像的边缘、细节等重要信息，重建后图像更加清晰，从视觉上具有一定优越感。

全部算法的图像超分辨率重建结果，如图 4~5 所示，

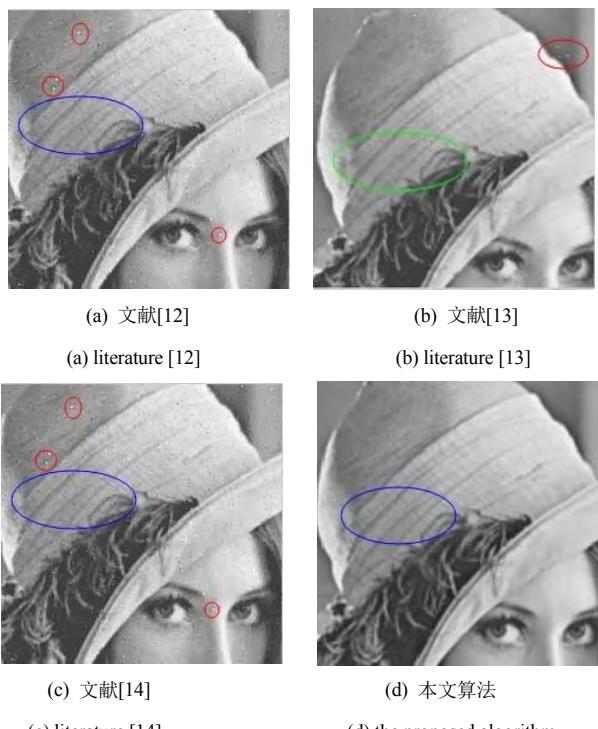


图 4 Lean 的重建效果对比

Fig.4 The reconstruction effect of Lean

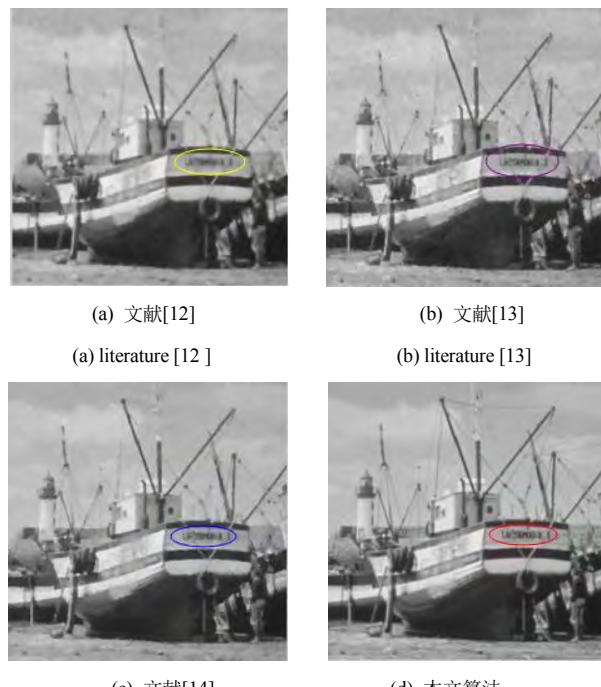


图 5 Boat 的重建效果对比

Fig.4 The reconstruction effect of Boat

5.3 定量分析

可以看出，本文方法的 PSNR 值要高于经典图像超分辨率重建算法，表明本文算法可以丰富图像中的重要信息。

而且本文算法的 SSIM 值接近于理想值，说明本文算法的重建后图像的质量更好，重建的精度更高。

采用峰值信噪比(PSNR)和结构相似度(SSIM)对图像超分辨率重建效果进行定量分析，结果，见表 1。

表 1 不同算法的性能评价

Tab.1 performance evaluation of different algorithms

| 图像重建算法 | Lena | | Boat | |
|--------|--------|-------|--------|-------|
| | PSNR | SSIM | PSNR | SSIM |
| 文献[12] | 21.134 | 0.94 | 19.074 | 0.925 |
| 文献[13] | 23.746 | 0.939 | 20.825 | 0.927 |
| 文献[14] | 24.701 | 0.927 | 20.620 | 0.919 |
| 本文算法 | 29.143 | 0.968 | 24.282 | 0.95 |

与经典的图像超分辨率重建算法相比，本文算法的超分辨图像重建时间最少，这表明本文算法可以更快的速度得到图像超分辨重建结果，可以满足图像处理的实时性要求。单幅图像的重建时间(秒,s)统计结果。

单幅图像的重建时间对比，如图6所示。

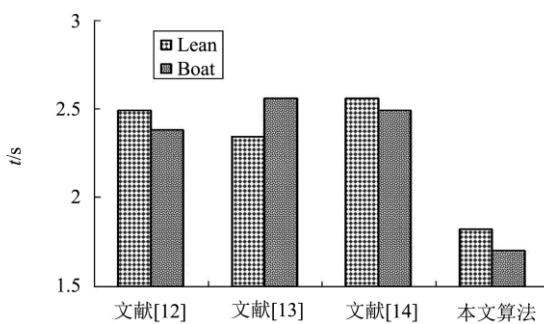


图6 单幅图像的重建时间对比
Fig.6 Reconstruction time of single image

6 结 论

为了改善图像的质量，提出了低秩矩阵恢复的超分辨率图像重建算法，与当前经典的超分辨率图像重建进行了对比实验，结果表明，无论是定性或者定量结果，本文算法均获得更优的图像高分辨率重建结果，本文算法重建高分辨率图像不仅清晰，整体轮廓明显，而且重建效率更高，具有广泛的实际应用范围。

参考文献(References)

- [1] 张洪艳, 沈焕峰, 张良培等. 一种保边缘影像超分辨率重建方法[J]. 中国图象图形学报, 2009, 14(11): 2255-2261.
Zhang H Y, Shen H F, Zhang L P, et al. An Edge-preserving Image Super-resolution Reconstruction Method [J]. Journal of Image and Graphics , 2009, 14 (11): 2255-2261.
- [2] 蒋建国,董艳春. 边缘增强型非局部模型超分辨率重建算法[J]. 中国图象图形学报, 2011,16(10): 1772-1778.
Jang J G, Dong Y Cn. Edge-enhanced Nonlocal Model Super-resolution Reconstruction [J]. Journal of Image and Graphics, 2011,16 (10): 1772-1778.
- [3] 安耀祖,陆耀,赵红. 一种自适应正则化的图像超分辨率算法[J]. 自动化学报,2012,38(4): 601-608.
An Y Z, Lu Y, Zhao H. An Adaptive-regularized Image Super-resolution [J]. Acta Automatica Sinica, 2012, 38 (4): 601-608.
- [4] 肖创柏. 一种基于MAP的超分辨率图像重建的快速算法[J]. 计算机研究与发展, 2009, 46(5): 872-880.
Xiao C B. A Novel Fast Algorithm for MAP Super-Resolution Image Reconstruction[J]. Journal of Computer Research and Development, 2009, 46 (5): 872-880.
- [5] Takeda H, Milanfar P, Proter M, et al. Super-resolution Without Explicit Sub-pixel Motion Estimation [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2009, 18(9): 1958-1975.
- [6] Yang J C, Wright J, Huang T S, Ma Y. Image Super-resolution Via Sparse Representation[J]. IEEE Trans on Image Process, 2010, 19(11): 2861-2873.
- [7] 杨欣, 费树岷, 周大可. 基于MAP的自适应图像配准及超分辨率重建[J]. 仪器仪表学报, 2011, 20(8): 1771-1775.
Yang X, Fei S M, Zhou D Ke. Self-adapting Weighted Technology for Simultaneous Image Registration and Super-resolution Reconstruction Based on MAP [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2011, 20 (8): 1771-1775.
- [8] Gao X B, Zhang K B, Tao D C, et al. Joint Learning for Single-image Super-resolution Via a Coupled Constraint [J]. IEEE Trans. On Image Process, 2012, 21(2): 469-480.
- [9] 李展, 张庆丰, 孟小华等. 多分辨率图像序列的超分辨率重建[J]. 自动化学报, 2012, 38(11): 1804-1814.
Li Z, Zhang Q F, Meng X H, et al. Super-resolution Reconstruction for Multi-resolution Image Sequence [J]. Acta Automatica Sinica , 2012, 38 (11): 1804-1814.
- [10] 樊博, 杨晓梅, 胡学妹. 基于压缩感知的超分辨率重建[J]. 计算机应用, 2013, 33(2): 480-483.
Fan B, Yang X M, Hu X S. Super Resolution Image Reconstruction Based on Compressed Sensing[J] Computer Application, 2013, 33 (2): 480-483.
- [11] 谭台哲, 尚鹏. 纹理约束的局部自学习单幅图像超分辨率算法 [J]. 电视技术, 2014, 38(13): 24-28.
Tan T Z, Shang P. Texture-constrained Single Image Super-resolution From Local Self-examples [J]. Tv Engineering, 2014, 38 (13): 24-28.
- [12] 范开乾,胡访宇. 基于支持向量回归的图像超分辨率重建算法[J]. 电子技术,2014, 4(2): 4-7.
Fan K Q, Hu F Y. An Image Super Resolution Reconstruction Algorithm Based on Support Vector Regression [J]. Electronic Technology, 2014, 4 (2): 4-7.
- [13] 禹晶, 苏开娜, 肖创柏. 一种改善超分辨率图像重建中边缘质量的方法[J]. 自动化学报, 2007, 33(6):577-582.
Yu J, Su K N, Xiao C B. Edge Artifact Reduction for Super-resolution Image Reconstruction[J]. Acta Automatica Sinica, 2007, 33 (6): 577-582.
- [14] 陈晓璇,齐春. 基于低秩矩阵恢复和联合学习的图像超分辨率重建 [J]. 计算机学报, 2014, 37(6): 1372-1379.
Chen X X, Qi C. Single-Image Super-Resolution via Low-Rank Matrix Recovery and Joint Learning[J]. Chinese Journal of Computers, 2014, 37(6): 1372-1379.