东 南 大 学 考 试 卷（ A 卷）

课程名称 概率统计与随机过程　考试学期 11-12（二）　得 分

适用专业 全校　考试形式 闭卷　考试时间长度 120 分钟

可带计算器

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九
得分									

备用数据：$\Phi(-1.645)=0.05$; $\Phi(0)=0.5$; $\Phi(1)=0.8413$

$\Phi(1.414)=0.9213$; $\Phi(1.96)=0.975$; $\Phi(2)=0.9772$

$\chi_n^2 \sim \chi^2(n)$: $P(\chi_{100}^2 \ge 74.2219)=0.975$; $P(\chi_{100}^2 \ge 129.5612)=0.025$;

$P(\chi_{99}^2 \ge 77.0463)=0.95$; $P(\chi_{99}^2 \ge 74.0545)=0.9713$;

自觉遵守考场纪律　如考试作弊　此答卷无效

姓名________　学号________

线　封　密

得分	

一、选择题（每题 3 分，共 5 题，共 15 分）

1、设 A, B 是两个相互独立的随机事件，$P(A)>0, P(B)>0$，则一定成立的是

(A) $P(A)=1-P(B)$　(B) $P(A|B)=0$

(C) $P(A|\bar{B})=P(A)$　(D) $P(A|B)=P(B)$　[ ]

2、设随机变量 $X \sim N(2,\sigma^2)$，其分布函数为 $F(x)$,则

(A) $F(x+2)+F(x-2)=1$

(B) $F(2+x)+F(2-x)=1$

(C) $F(2-x)+F(x-2)=1$

(D) $F(-x+2)+F(-x-2)=1$　[ ]

3、设随机变量 X 的数学期望和方差存在，已知 $DX=4$，$DY=1$，X 与 Y 的相关系数 $\rho_{XY}=-0.5$,则 $D(2X-3Y)=$

(A) 23　(B) 31　(C) 13　(D) 37　[ ]

4、设 $X_1,\cdots,X_{10}$ 是来自正态总体 $X \sim N(\mu,2^2)$ 中容量为 10 的简单随机样本，$Y_1,\cdots,Y_{15}$ 是来自正态总体 $Y \sim N(\mu,3^2)$ 中容量为 15 的简单随机样本，且 X 与 Y 相互独立，则 $P(|\bar{X}-\bar{Y}|\le 1)=$

(A) 0.8413　(B) 0.3174　(C) 0.6826　(D) 0.1587　[ ]

5、设 $N(t)$ 是强度为 λ 的 $Poisson$ 过程,已知 $D[3N(2)-N(3)]=9$,则 $\lambda=$

(A) $\frac{3}{7}$　(B) 1　(C) $\frac{3}{5}$　(D) 3　[ ]

得分	

二、填充题（每题 3 分，共 5 题，共 15 分）

1、从数 1, 2, 3, 4 中任取一个数，记为 X,再从 $1,\cdots,X$ 中任取一个数，记为 Y,则 $P(Y=2)=$ ___。

2、设 X 与 Y 相互独立， X 服从均匀分布 $U(-1,2)$, Y 服从指数分布 $e(1)$,则 $P(\min\{X,Y\}\le 1)=$ __________。

3、盒子中有编号分别为 $1,2,\cdots,6$ 的 6 个球，从中有放回地抽取，令 X_i 表示取出的第 $i\ (i=1,2,\cdots)$ 个球的号码，则 $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i$ 以概率收敛于 ____。

4、设 $(X_1,\cdots,X_n)$ 是来自正态分布 $N(0,1)$ 总体的简单随机样本，则 $n(\bar{X})^2$ 服从_____分布（需写出参数）。

5、设 $\{X(t),t>0\}$ 是一随机过程，其定义为

$$X(t)=2X+tY$$

其中 X,Y 独立同服从 $N(0,1)$,则 $X(t)$ 协方差函数为 $C_X(s,t)=$ _______。

得分	

三、（8分）设电源电压 X(伏) $\sim N(220,\ 5^2)$,在电源电压不超过 215 伏，在 215~225 伏之间和超过 225 伏三种情况下，某电子元件损坏的概率分别为 $0.1, 0.001, 0.2$，试求

1、该电子元件损坏的概率；

2、该电子元件损坏时，电源电压超过 225 伏的概率。

得分	

四、（12分）设二维连续型随机变量 (X,Y) 的联合概率密度函数为

$$f(x,y)=\begin{cases}6x, x\ge 0, y\ge 0, x+y\le 1\\ 0, \text{其它}\end{cases}$$

1、求 (X,Y) 关于 Y 的边缘概率密度；

2、求已知 $Y=\frac{1}{2}$ 时 X 的条件概率密度；

3、$Z=X+Y$ 的分布函数。

得分	

五、（8分）盒子中有 10 个相同的，编号从 0~9 的球，从中有放回抽取 n 个球，使 0 号球出现的频率在 0.09 与 0.11 之间的概率达到 0.9544，利用中心极限定理求 n 的最小值（即至少要取多少个球）。

得分	

六、(10分)设总体 X 的分布律为

$$f(x,\theta)=\begin{cases}\dfrac{x^2}{2\theta^3}e^{-\frac{x}{\theta}}, x>0\\ 0, x\le 0\end{cases}$$

$\theta>0$ 是未知参数,$(X_1,\cdots,X_n)$是来自总体 X 的容量为 n 的简单随机样本,求:

1、θ 的矩估计量 $\hat{\theta}$; 2、θ 的最大似然估计量 $\hat{\theta}_L$

得分	

七、(14分)设总体 X 服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$,$(X_1,\cdots,X_{100})$ 是来自总体 X 的容量为 100 的简单随机样本.

1、已知 $\mu=0$,利用统计量 $\frac{1}{\sigma^2}\sum_{i=1}^{100}X_i^2$ 推导 σ^2 的置信度为 95% 的置信区间。

2、μ 未知,已知 $\sigma=5$.在显著水平 $\alpha=0.05$ 下,求检验问题

$$H_0: \mu=10 \leftrightarrow H_1: \mu=10.3225$$

犯第二类错误的概率。

得分	

八（8分）、设 随机过程

$$X(t)=\frac{t}{X}\ ,\qquad t>0$$

X 是连续型随机变量，其概率密度为

$$f(x)=\begin{cases}4x^3, 0\le x\le 1\\ 0,其它\end{cases}$$

求：$X(t)$ 的一维分布函数 $F(x;\ t)$。

得分	

九、（10分）设某车间有两台独立工作的机器，且每台机器有两个状态：正常工作与故障修理。已知正常工作的机器在某天出故障的概率为$\frac{1}{2}$，机器处于故障修理状态在某天恢复正常工作的概率为$\frac{1}{3}$，设第一天开始工作两台机器都处于正常工作状态，令 X_n 表示第 n 天该车间正常工作的机器数，则$\{X_n，n \geq 1\}$是齐次$Markov$链。

1、求$\{X_n;\ n \geq 0\}$的一步转移概率矩阵P;

2、求$P(X_1 = 2, X_3 = 1, X_4 = 2)$;

3、判断是否具有遍历性，若具有遍历性求其平稳分布。