16-17-2高数AB期中试卷参考答案

一、 填空题（本题共5小题，每小题4分，满分20分）

1. $\underline{2}$；2. $\underline{-2}$；3. $\underline{\dfrac{1}{e-1}dx}$ ；4. $\underline{(-1)^{n-1}(n-1)!}$；5. $\underline{x+\dfrac{1}{2}}$.

二、 填空题（本题共4小题，每小题4分，满分16分）

1. C ；2. D ；3. C ；4. B ；

三、 计算下列各题（本题共5小题，每小题7分，满分35分）

1. 解 原式$=\lim\limits_{x\to 0}\left(1+\dfrac{\sin x-x}{x}\right)^{\frac{x}{\sin x-x}\cdot\frac{\sin x-x}{x(1-\cos x)}}=e^{\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin x-x}{x(1-\cos x)}}=e^{\lim\limits_{x\to 0}\frac{2(\sin x-x)}{x^3}}=e^{-\frac{1}{3}}$.

2. 解 因为 $f(x)=xf'(\xi)$，所以 $\arctan x=x\cdot\dfrac{1}{1+\xi^2}$，故 $\xi^2=\dfrac{x-\arctan x}{\arctan x}$.

   于是 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\xi^2}{x^2}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x-\arctan x}{x^2\arctan x}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x-\arctan x}{x^3}=\dfrac{1}{3}$.

3. 解 $\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{\sin t}{1-\cos t}$，$\dfrac{d^2y}{dx^2}=-\dfrac{1}{a(1-\cos t)^2}$.

4. 解 $\dfrac{dy}{dx}=3x^2\cos x^3 f'(\sin x^3)+x^x(\ln x+1)$

   $\dfrac{d^2y}{dx^2}=9x^4\cos^2 x^3 f''(\sin x^3)-9x^4\sin x^3 f'(\sin x^3)+6x\cos x^3 f'(\sin x^3)+x^x(\ln x+1)^2+x^{x-1}$.

5. 解 $g(x)=f(f(x))=\begin{cases}\ln\ln x, & x\ge e,\\ 2(\ln x-1), & 1\le x<e,\\ 4x-6, & x<1\end{cases}$

   当 $x>e$ 时，$g'(x)=\dfrac{1}{x\ln x}$，当 $1<x<e$ 时，$g'(x)=\dfrac{2}{x}$，当 $x<1$ 时，$g'(x)=4$;

   因为 $g(1+0)=g(1-0)=-2$，$g'(1+0)=2\neq g'(1-0)=4$，所以 $g(x)$ 在 $x=1$ 处不可导；

   $g(e+0)=g(e-0)=0$，$g'(e+0)=\frac{1}{e}\neq g'(e-0)=\frac{2}{e}$，所以 $g(x)$ 在 $x=e$ 处不可导。

四、 （本题满分8分）

解 由 $\sin\pi x=0$ 可得，$x=k(k=0,\pm1,\pm2,\cdots)$，所以 $f(x)$ 在 $\{x\in\mathbb{R}|x\neq k,k\in\mathbb{Z}\}$ 上连续。

由 $\lim\limits_{x\to 0}f(x)=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x(1-x^2)}{\sin\pi x}=\dfrac{1}{\pi}$得，$x=0$ 是第一类可去间断点；

由 $\lim\limits_{x\to 1}f(x)=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{(1-x)(x+x^2)}{\sin(\pi(1-x))}=\dfrac{2}{\pi}$得，$x=1$ 是第一类可去间断点；

由 $\lim\limits_{x\to -1}f(x)=\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{(1+x)(x-x^2)}{-\sin(\pi(1+x))}=\dfrac{2}{\pi}$得，$x=-1$ 是第一类可去间断点；

当$k\neq 0,\pm1$时，由 $\lim\limits_{x\to k}f(x)=\infty$得，$x=k$ 是第二类无穷间断点。