

东南大学考试卷 (A 卷)

课程名称 **概率论与数理统计** 考试学期 13-14-2 得分 _____

适用专业 全校 考试形式 **闭卷** 考试时间长度 120 分钟

题号	一	二	三	四	五	六	七	八
得分								

$\Phi(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-t^2/2} dt$ 表示标准正态分布的分布函数,

$\Phi(-1.645) = 0.05$; $\Phi(-1.96) = 0.025$; $\Phi(0) = 0.5$; $\Phi(1) = 0.8413$

$\Phi(1.3) = 0.9032$; $\Phi(1.96) = 0.975$; $\Phi(2) = 0.9772$

$T_n \sim t(n)$ $P(T_{35} \geq 2.0301) = 0.025$; $P(T_{35} \geq 1.6869) = 0.05$;

$P(T_{36} \geq 2.0281) = 0.025$; $P(T_{36} \geq 1.6883) = 0.05$;

一、填充题 (每空格 2', 共 36')

- 1) 已知 $P(B)=0.5$, $P(A|B)=0.3$, 则 $P(AB)=$ _____; $P(A \cup B)-P(A)=$ _____。
- 2) 一盒中有 4 个一级品, 2 个二级品, 2 个三级品, 每次抽取一个产品, 取后不放回, 连续抽取 4 次, 则第二次取到一级品发生在第四次抽取的概率为_____, 第二次取到三级品概率为_____。
- 3) 设随机变量 X 服从正态分布 $N(1, 9)$, $P(X < -2) =$ _____。
- 4) 随机变量 X, Y 相互独立, $X \sim N(12, 1)$, $Y \sim N(10, 1)$, 则 $X-Y$ 的概率密度为_____。
- 5) 随机变量 X, Y 的联合分布律为: $P(X=-1, Y=1)=0.2$; $P(X=-1, Y=2)=0.4$; $P(X=-2, Y=1)=0.2$; $P(X=-2, Y=2)=0.2$. 则 $X+Y$ 分布律为_____, X 的边缘分布律为_____。
- 6) 随机变量 X, Y 的相互独立, $DX=DY=2$, 则 $\text{cov}(X-2Y, X+Y)=$ _____。
- 7) 设随机变量序列 $\{X_n, n=1, 2, \dots\}$ 独立同分布于泊松分布 $P(3)$, 则 $\frac{1}{n}(X_1^2 + X_2^2 + \dots + X_n^2) \xrightarrow{p}$ _____。
- 8) 设总体 X 服从正态分布 $N(0, 10)$, X_1, X_2, \dots, X_{20} 是来此该总体的样本, \bar{X}, S^2 分

别表示样本均值和样本方差, 则 $E(\bar{X}) = \underline{\hspace{2cm}}$, $E(S^2 \bar{X}^3) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

9) 随机变量 X 的分布律为 $P(X=-2)=0.6$, $P(X=0)=0.4$, 则其分布函数

为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

10) 随机变量 X 服从均值为 1 的指数分布, 则 $Y=4X+1$ 的密度函数为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

11) 设 X_1, X_2, X_3, X_4 是来自正态总体 $N(0,4)$ 的简单随机样本, 则

$\frac{1}{4}(X_1^2 + X_2^2 + X_3^2 + X_4^2)$ 服从 $\underline{\hspace{2cm}}$ 分布, 则若 $b \frac{X_1^2}{X_2^2 + X_3^2 + X_4^2} \sim F(1,3)$, 则常数 $b = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

12) 设某总体服从 $N(m,1)$, 置信水平为 α , 设根据容量为 10 的简单随机样本得到 m 的置信区间的长度为 L , 则当样本容量扩大为 20 时, 在置信水平 α 下得到 m 的置信区间的长度为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

13) 设总体服从均匀分布 $U[-2a,a]$, a 为未知参数, 若 X_1, X_2, \dots, X_n 是来自该总体的简单随机样本, a 的矩估计量为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

二、(10') 设有甲乙丙三个箱子, 甲中有红球 3 只, 白球 2 只; 乙箱中有红球 4 只, 白球 1 只; 丙中有红球 4 只, 白球 2 两只。随机地选一箱子, 然后再随机的从该箱中任选一球。(1) 求取出的球为红球的概率; (2) 如果取出的球为红球, 则该球取自乙箱的概率是多少?

三、(15') 设随机变量 (X, Y) 的联合密度为

$$f(x,y) = \begin{cases} a & -1 < x < 0, -1 < y < 0, x+y > -1 \\ 0 & \text{其它} \end{cases},$$

求 (1) 常数 a ; (2) Y 的边缘密度函数; (3) 求条件概率 $P(Y > -0.2 | X > -0.5)$ 。

四、(10') 设随机变量 X 和 Y 相互独立, 且 X 服从参数为 p 的(0-1)分布, Y 服从均匀分布指数分布 $e(2)$ 。令 $Z = X + Y$, 求随机变量 Z 的分布函数 $F_Z(z)$ 。

五、(10') 假设一大批产品的合格率为 0.9, 现从中随机抽取 100 件。试用中心极限定理近似计算 100 件产品中合格品的个数不少于 96 件的概率。

六、(10')设总体 X 的分布律如下,

$$f(x, p) = p^{(1-x)/2} (1-p)^{(1+x)/2}, x = -1, 1; 0 < p < 1$$

设 X_1, \dots, X_n 为来自该总体的样本, (1)求参数 p 的最大似然估计量 \hat{p} , (2) \hat{p} 是否是 p 的无偏估计量, 说明理由。.

七、(9')设总体 X 服从正态分布 $N(u, 4)$, u 未知。现有来自该总体样本容量为 16 的样本, 其样本均值为 14. (1) 试检验 $H_0: u=12.0$ v.s. $H_1: u>12.0$. (检验水平 $\alpha = 0.05$), (2)求 u 的置信度为 95% 的置信区间。