

## 习题

1. 直接使用Rolle定理
2. 直接使用Lagrange定理
3. 两次Rolle
4. 作辅助函数  $f(x) = C_0x + \frac{C_1x^2}{2} + \cdots + \frac{C_nx^{n+1}}{n+1}$
5. 作辅助函数  $f(x) = x^2f(x)$
6. 验证导数为零，并代入一处函数值
7. (1)  $f(x) = \ln x$ , (2)  $f(x) = e^x$  使用Lagrange定理(也可以求导使用单调性判断)
8. 作辅助函数  $F(x) = f(x) - x^2[f(1) - f(0)]$
9. 导数定义+Lagrange中值定理
10. 辅助函数  $f(x) = \frac{e^x}{x}, g(x) = \frac{1}{x}$ , Cauchy中值定理
11. **题目有误**, 结论应为  $f'(\xi) = \frac{a+b}{2\eta} f'(\eta)$ . 作辅助函数  $g(x) = x^2$ , 使用一次Cauchy, 再使用一次Lagrange, 相除。
  1. (1) 2; (2)  $-\frac{1}{2}$ ; (3)  $-1$ ; (4) 0; (5)  $\frac{1}{2}$ ; (6)  $e^{\frac{1}{2}}$ ; (7) 1; (8)  $\frac{1}{e}$ ; (9)  $-\frac{1}{32}$
  2. 不能
  3. **注意: 最后一步求极限要用定义!**
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\varphi(x) - x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\varphi'(x) - 1}{2x} = \frac{\varphi'(0)}{2} = 1.$$
  4. **注意: 最后一步求极限要用定义!**  $f'(0) = \frac{a}{2}$
  5.  $a = -3, b = \frac{9}{2}$
  6.  $\ln 2$
  7. 连续