习 题 课 五

一、选择题

1.$f(x)$在x_0连续是$f(x)$在x_0可导的（　　）

(A).必要条件　　　　(B).充分条件

(C).充要条件　　　　(D).既非充分又非必要条件

2.若$f(x)$在x_0可导，则$|f(x)|$在x_0处（　　）

(A).必可导　　　　(B).连续但不一定可导

(C).一定不可导　　　　(D).不连续

3.若$f(x)$在x_0可导，则下列结论正确的是（　　）

$(A).\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$存在　　　　$(B).\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$不存在

$(C).\lim\limits_{x\to x_0^+}\dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$不存在　　　　$(D).\lim\limits_{x\to x_0^-}\dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$不存在

4.设$f(x)$在x_0可导,$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x}{f(x_0-2x)-f(x_0)}=\dfrac{1}{4}$,则$f'(x_0)=$（　　）

(A).4　　　　(B).-4

(C).　2　　　　(D)-2

5.设$f(0)=0,\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)}{x}$存在,则$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)}{x}=$（　　）

(A).$f'(x)$　　　　(B).$f'(0)$

(C).$f(0)$　　　　(D).$\dfrac{1}{2}f'(0)$

6.设$f(x)=x|x|$，则$f'(0)=$（　　）

(A).等于0　　　　(B).等于-1

(C).等于1　　　　(D)不存在

7.若$f(x)=e^{\sqrt[3]{x}}\sin 3x$，则下列结论正确的是（　　）

$(A).f'(0)=3$　　　　(B).$f'(0)=\dfrac{1}{3}$

$(C).f'(0)=1$　　　　(D).$f'(0)$不存在

8.设$f(x)=x\left|x^3-x\right|$，则$f(x)$（　　）

(A).处处可导　　　　(B).有且仅有一个不可导点

(C).有且仅有两个不可导点　　　　(D).有三个不可导点

9. 设 $f(x)$ 在$x=1$处可导，且$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(1-2x)-f(1-3x)}{5x}=1$,则

$\lim\limits_{x\to\infty}x[f(\dfrac{x+3}{x})-f(\dfrac{x+2}{x})]$ 等于（　　）

$(A).-\dfrac{1}{5}$　　　　(B). $\dfrac{1}{5}$

(C). 5　　　　(D). -5

10. 设$F(x)=\begin{cases}\dfrac{f(x)}{x}, x\neq 0,\\ f(0), x=0.\end{cases}$其中 $f(x)$ 在 $x=0$ 处可导，

$f'(0)\neq 0$， $f(0)=0$，则 $x=0$ 是 $F(x)$ 的（　　）

（A）连续点；　　　　（B）第一类间断点；

（C）第二类间断点；（D）连续点或间断点不能由此确定。

11. $f(x)=\begin{cases}\dfrac{1-\cos x}{\sqrt{x}}, & x>0,\\ x^2 g(x), & x\leq 0,\end{cases}$其中 $g(x)$ 是有界函数，

则 $f(x)$ 在 $x=0$ 处（　　）

（A）极限不存在；　　　　（B）极限存在但不连续；

（C）连续但不可导；　　　　（D）可导。

12. 设 $f(x)$ 在 $x=a$ 处可导，则 $|f(x)|$ 在点 $x=a$ 处不可导的充分条件是

（A） $f(a)=0$ 且 $f'(a)\neq 0$；（B） $f(a)=0$ 且 $f'(a)=0$；

（C） $f(a)>0$ 且 $f'(a)>0$；（D） $f(a)<0$ 且 $f'(a)<0$

二、填空题

1. 当$\Delta x\to 0$时, $f(x+\Delta x)-f(x)-3\Delta x$为比$\Delta x$高阶的无穷小,则$f'(x)=$____.

2.设$f(x)=\begin{cases} ax+1 & x\geq 1 \\ b+2\cos\dfrac{\pi}{2}x & x<1 \end{cases}$在$x=1$处可导，则$a=$

3.设$f(x)=\begin{cases} x^2 & x\geq 1 \\ \dfrac{2}{3}x^3 & x<1 \end{cases}$，则$f'(x)=$

4. $y=f(\dfrac{3x-2}{3x+2}),\ f'(x)=\arcsin x^4, \left.\dfrac{dy}{dx}\right|_{x=0}=$____.

5. 设$f(x)$是$g(x)$的反函数，且$g(1)=2, g'(1)=-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$，则 $f'(2)=$____.

6. 设 $f(t)=\lim\limits_{x\to\infty} t(\dfrac{x+t}{x-t})^x$，则 $f'(t)=$________。

三.1. 已知 $f(1)=0, f'(1)=2,$求 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(\sin^2 x+\cos x)}{x\tan x}$

2.设$f(x)$有一阶连续导数，$f'(1)=2,$求 $\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{d}{dx}f(\cos\sqrt{x})$

3 .设对$\forall x\in R,$有 $f(x+1)=2f(x),$当$0\leq x\leq 1$时,
$f(x)=x(1-x^2),$问在$x=0$处 $f(x)$是否可导？

4 .设对$\forall x, y \in R$,有 $f(x+y)=f(x)+f(y)+2xy$，$f'(0)=2$

求$f(x)$.

四、解答题

1．设曲线 $y=f(x)=x^n$ 在点（1，1）处的切线交 x 轴于点$(\xi_n, 0)$，求

$\lim\limits_{n\to+\infty} f(\xi_n)$。

2．设函数 $f(x)=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\ln(e^n+x^n)}{n}(x>0)$

（1）求 $f(x)$ 的表达式；（2）讨论 $f(x)$ 的连续性和可导性。

五.求导数$\dfrac{dy}{dx}$:

1.$y=\left(\dfrac{x\arctan x}{1+x^2}\right)^2$

2.$y=\ln\dfrac{\sqrt{x^2+1}}{\sqrt[3]{2+x}}$

3. $y=e^{e^{e^x}}+x^{e^x}$

4.$y=x^{\arccos x}$

5.$xy^2=e^{x+y}$

6.$y=f(\arctan\dfrac{1}{x})e^{f^2(x)}$

7.$\begin{cases} xe^t+t\cos x=\pi \\ y=\sin t+\cos^2 t \end{cases}$,求$\dfrac{dy}{dx}$

8.$\begin{cases} x=t+\dfrac{1}{t} \\ y=t-\dfrac{1}{t} \end{cases}$,求$\dfrac{dx}{dy},\dfrac{d^2x}{dy^2}$

9.$y=\dfrac{2}{x^2+5x+6}$,求$y^{(100)}$

10.$y=x\sin ax$,求$y^{(2n)}$

11.$\dfrac{d(\tan x)}{d(\cot x)}$

12. $d\left(\dfrac{\arctan 2x}{1+x^2}\right)$

六. 已知$x \neq 1$时，

$1+x+x^2+\cdots+x^{n-1}=\dfrac{x^n-1}{x-1}$,利用导数

求$1+2x+3x^2+\cdots+(n-1)x^{n-2}$的和.