《算法设计与分析》第1次作业

姓名：叶宏庭　　　　学号：71118415

算法分析题

题目1：假设$f(n)$和$g(n)$都是渐进非负函数。利用Θ记号的基本定义来证明$max(f(n),g(n))=\Theta(f(n)+g(n))$。

答：

存在 N1,N2, 当$n \geq N1$时,$f(n) \geq 0$,当$n \geq N2$时,$g(n) \geq 0$; 因此, 取$N0 = \max(N1, N2)$,当$n \geq N0$时,有$f(n) \geq 0$,$g(n) \geq 0$。取 c1=1/2，c2=1， 由f(n),g(n)的非负性保证，当$n \geq N0$时, 有：

$$(f(n)+g(n))/2 \leq max(f(n),g(n)) \leq f(n)+g(n)$$

所以　$max(f(n),g(n))=\Theta(f(n)+g(n))$.

题目2：求下列函数的渐进表达式：

(1) $3n^2+10n$　　(2) $\frac{n^2}{10}+2^n$　　(3) $10log3^n$　　(4) $logn^3$

答：

(1)　$3n^2+10n=O(n^2)$　　(2)　$\frac{n^2}{10}+2^n=O(2^n)$

(3)　$10log3^n=O(n)$　　(4)　$logn^3=O(logn)$

题目3：对于下列各组函数$f(n)$和$g(n)$, 确定$f(n)=O(g(n))$或$f(n)=\Omega(g(n))$或$f(n)=\Theta(g(n))$, 并简述理由。

(1) $f(n)=logn^2$;　　$g(n)=logn+5$

(2) $f(n)=nlogn+n$;　　$g(n)=logn$

(3) $f(n)=logn^2$;　　$g(n)=\sqrt{n}$

(4) $f(n)=2^n$;　　$g(n)=100n^2$

答：

(1)　因为$f(n)=logn^2=2*logn$, 所以存在N0=32，当$n \geq N0$时，

$$g(n) \leq f(n) \leq 2*g(n)$$

所以 $f(n)=\Theta(g(n))$。

(2)　存在$c=1$,$N0=1$, 使得当$n \geq N0$时，

$$f(n) \geq c*g(n)$$

不存在常数c,N0使得$n \geq N0$时，$f(n) \leq c * g(n)$
所以 $f(n) = \Omega(g(n))$。
(3)　存在$c = 1$,$N0 = 256$, 使得当$n \geq N0$时，

$$f(n) \leq c * g(n)$$

不存在常数c,N0使得$n \geq N0$时，$f(n) \geq c * g(n)$
所以 $f(n) = O(g(n))$。
(4)　存在$c = 1$,$N0 = 100$, 使得当$n \geq N0$时，

$$f(n) \geq c * g(n)$$

不存在常数c,N0使得$n \geq N0$时，$f(n) \leq c * g(n)$
所以 $f(n) = \Omega(g(n))$。
