

一、选择、填空

1、设 A 是随机事件, $P(A)=1$, 则 ()

(A) $\bar{A} = \phi$ (ϕ 是不可能事件)

(B) A 与任意事件 B 独立

(C) $A = \Omega$ (Ω 是必然事件)

(D) $P(AB) = P(A)$

2、设 $P(A) = 0.7, P(A - B) = 0.3$, 则 $P(\bar{A} \cup \bar{B}) =$ _____

3、 $P(\bar{A}) = 0.3, P(B) = 0.4, P(\bar{A}B) = 0.5$, 则 $P(B | A \cup \bar{B}) =$ _____

4、设 $X_1 \sim N(1, 2^2), X_2 \sim N(2, 3^2)$, 且 X_1, X_2 相互独立, 则

$P(0 \leq 2X_1 - X_2 \leq 5) =$ _____

5、设 X, Y 是独立同分布的随机变量, 其分布律为 $P(X = k) = \frac{1}{2^k}, k = 1, 2, \dots$;

则 $P(\min\{X, Y\} \leq 1) =$ _____

二、有 100 个零件, 其中 90 个一等品, 10 个二等品, 随机取 2 个安装在一台设备上, 若 2 个零件中有 i ($i=0, 1, 2$) 个二等品, 则该设备的使用寿命服从参数为 $\lambda = i+1$ 的指数分布, 试求: (1) 设备使用寿命超过 1 的概率; (2) 若已知该设备的使用寿命超过 1, 则安装在该设备上的 2 个零件均为一等品的概率是多少?

四、设二维向量 (X, Y) 的联合密度函数为 $f(x, y) = \frac{1}{2\pi} e^{-\frac{x^2+y^2}{2}}, (x, y) \in R^2$

求: (1) $P(0 \leq X \leq Y)$;

(2) 对向量 (X, Y) 进行 3 次独立观察, 变量 Z 表示 (X, Y) 落在区域

$0 \leq X \leq Y$ 中的次数, 求 Z 的分布律。

五、设二维连续型随机变量 (X, Y) 的联合概率密度函数为

$$f(x, y) = \begin{cases} 2, & x \leq y \leq 0, -1 < x < 0 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

求: 1、 Y 的边缘分布密度;

2、 $P(X \leq -0.8 | Y = -0.5)$

3、 $Z=X+Y$ 的密度函数。

六、已知变量 X, Y 相互独立，且 X 的分布律为

X	0	1
P	0.3	0.7

Y 在区间 $[0,1]$ 上服从均匀分布，记 $Z=X+Y$ ，求：

(1) $P(Z \leq \frac{1}{2} | X = 0)$ ；

(2) 求 Z 的分布函数。

三、设随机变量 X 的分布密度函数为，
$$f(x) = \begin{cases} 0.5, & -1 < x \leq 0 \\ 0.25, & 0 < x \leq 2 \\ 0, & \text{else} \end{cases}$$

求： $Y = X^2$ 的分布函数 $F_Y(y)$ 。