

东南大学考试卷 (A 卷)

课程名称 概率论与数理统计 考试学期 18-19-2 得分

适用专业 全校 考试形式 闭卷 考试时间长度 120 分钟

题号	一	二	三	四	五	六	七	八
得分								

$\Phi(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-t^2/2} dt$ 表示标准正态分布的分布函数,

$\Phi(-1.65) = 0.05; \Phi(-1.96) = 0.025; \Phi(1) = 0.8413; \Phi(2) = 0.9772$

$T_n \sim t(n) \quad P(T_{24} \geq 2.064) = 0.025; P(T_{24} \geq 1.711) = 0.05;$

$P(T_{25} \geq 2.060) = 0.025; P(T_{25} \geq 1.708) = 0.05;$

$K_n \sim \chi^2(n) \quad P(K_{24} \geq 39.36) = 0.025; P(K_{24} \geq 12.40) = 0.975;$

$P(K_{25} \geq 40.65) = 0.025; P(K_{25} \geq 13.12) = 0.975;$

一、选择题(每题 2', 共 10')

1) 设 A,B 为两随机事件, 且 $B \subset A$, 则下列式子不正确的是 ()

(A) $P(A \cup B) = P(A)$

(B) $P(AB) = P(B)$

(C) $P(B|A) = P(B)$

(D) $P(A - B) = P(A) - P(B)$

2) 随机变量 X 的概率密度函数为

$$p(x) = \begin{cases} x^2 & 0 < x < 1 \\ 1/3 & 1 \leq x < 3, \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$$

X 的期望 EX 为

()

(A) $\int_0^1 x^3 dx$

(B) $\int_0^1 x^3 dx + \frac{1}{3}$

(C) $\int_0^1 x^3 dx + \int_1^3 \frac{x}{3} dx$

(D) $\int_0^1 x^3 dx + \int_1^3 \frac{1}{3} dx$

3) 设随机变量 X 与 Y 相互独立, 且 X,Y 都服从正态分布 $N(0, 2)$.

令 $Z = |X + Y|$, 则 $P(Z > 2)$ 的值为.

()

(A) 0.8413

(B) 0.1587

(C) 0.3174

(D) 0.6826

4) 设离散随机变量 X 的分布函数为 $F(x)$, 且 $x_1 < x_2 < x_3$ 是 X 的三个相邻的取值,

则 $P(X = x_2)$ 的值为 ().

- (A) $P(x_1 \leq X \leq x_2)$ (B) $F(x_3) - F(x_1)$
(C) $P(x_1 < X < x_2)$ (D) $F(x_2) - F(x_1)$

5) 设总体 $X \sim N(10, 10)$, X_1, \dots, X_{10} 是来自该总体的样本,

则 $\bar{X} = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} X_i$ 服从 ()

- (A) $N(0, 1)$ (B) $N(1, 1)$
(C) $N(10, 10)$ (D) $N(10, 1)$

二、填充题 (每空格 2', 共 26')

1) 已知 $P(B)=0.4$, $P(A)=0.3$, $P(A|B)=0.5$, 则 $P(B|\bar{A}) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

2) 设 X, Y 为相互独立的随机变量, 且 $P\{X \geq 0\} = P\{Y \geq 0\} = 3/4$, 则

$P\{\max(X, Y) \geq 0\} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

3) 设随机变量 X 服从泊松分布, 方差为 2, $P(X = 2) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

4) 随机变量 X, Y 相互独立, $X \sim N(0, 2)$, $Y \sim N(0, 2)$, 则 $P(X=Y) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

5) 随机变量 X, Y 的联合分布律为: $P(X=0, Y=0)=0.3$; $P(X=0, Y=1)=0.2$;
 $P(X=2, Y=0)=0.1$; $P(X=2, Y=1)=0.4$ 。 则 $X+Y$ 分布律为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

6) 若随机变量 X, Y 满足, $DX=DY=2$, 相关系数 $r=0.3$, 则 $\text{cov}(X-Y, X+2Y) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

7) 设随机变量序列 $\{X_n, n=1, 2, \dots\}$ 独立同分布于均值为 5 的指数分布, 则

$\frac{1}{n}(X_1^2 + X_2^2 + \dots + X_n^2) \xrightarrow{p} \underline{\hspace{2cm}}$ 。

8) 设总体 X 服从正态分布 $N(-12, 1)$, X_1, X_2, \dots, X_{10} 是来自此该总体的样本, \bar{X} 表示

样本均值, 则 $\sum_{i=1}^{10} (X_i - \bar{X})^2$ 服从 $\underline{\hspace{2cm}}$ 分布。

9) 随机变量 X 的分布律为 $P(X=-10)=0.3$, $P(X=10)=0.7$, 则其分布函数

为_____。

10) 随机变量 X 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} 2(1-x), & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$, 则 $Y=2X-1$ 的密度函数为_____。

11) 设 X_1, X_2, X_3, X_4 是来自正态总体 $N(0,10)$ 的简单随机样本, 若 $c(X_1 + X_2)^2 + X_3^2 / 10 \sim \chi^2(2)$, 则常数 $c =$ _____。

12) 设某总体服从 $N(m, 4)$, 有来自该总体的容量为 16 的简单随机样本, 其样本均值为 12.5, 则在水平 $\alpha = 0.1$ 下, m 的置信区间长度为_____。

13) 设总体 X 的概率密度为 $f(x, b) = \begin{cases} bx^{b-1} & 0 < x < 1 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$, $b > 0$ 为未知参数。若 0.2, 0.3, 0.15, 0.35, 0.55, 0.85 是来自该总体的简单随机样本的观测值, 则 b 的矩估计值为_____。

三、(15') 设随机变量 (X, Y) 的联合密度为

$$f(x, y) = \begin{cases} axy^2 & 0 < x < 1, x-1 < y < 0 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

求 (1) 常数 a ; (2) Y 的边缘密度函数; (3) 条件概率 $P(X < 0.5 | Y = -0.6)$ 。

四、(10') 设有来自三个地区的各 10 名, 15 名和 20 名考生的报名表, 其中女生的报名表分别为 3 份, 5 份和 10 份。随机地取一个地区的报名表, 从中先后抽出两份. (1)求先抽到的一份是女生表的概率; (2)已知后抽到的一份是女生表, 求先抽到的一份是女生表的概率。.

五、(10') 设随机变量 X 和 Y 相互独立, 且都服从 $U[0, 2]$ 。令 $Z = X + 2Y$, 求随机变量 Z 的概率密度函数 $f_Z(z)$ 。

六、(9') 设一本书共 200 页, 每一页的印刷错误数服从泊松分布 $P(2)$ 。试用中心极限定理近似计算该书的印刷错误总数大于 420 的概率。

七、(10') 设总体 X 的概率密度为

$$f(x, \theta) = \begin{cases} \theta x^{-(\theta+1)} & x \geq 1 \\ 0 & x < 1 \end{cases}, (\theta > 0)$$

其中 θ 为未知参数。 X_1, \dots, X_n 为来自该总体的样本。 令 $\eta = \frac{1}{\theta}$, (1) 求参数 η 的最大似

然估计量 $\hat{\eta}$, (2) $\hat{\eta}$ 是否是 η 的无偏估计量, 说明理由。 .

八、 (10') 设总体 X 服从正态分布 $N(u, \sigma^2)$, u 和 σ^2 未知。 现有来自该总体样本容量为 25 的样本, 其样本均值为 -5, 样本标准差为 2。 (1) 试检验 $H_0: u = -6$, v.s. $H_1: u > -6$. (检验水平 $\alpha = 0.05$), (2) 求 σ^2 的置信度为 95% 的置信区间。