

《算法设计与分析》第5次作业

姓名：叶宏庭

学号：71118415

算法分析题

题目1：请论述回溯法和分支限界法的相同点与不同点。

答：

相同点：

都存在问题的解空间树，都需要对树进行一种遍历，都存在可行性约束函数，限界函数与代价函数，都需要对空间树进行一定的剪枝策略。

不同点：

两种方法的遍历方式不同，一种是深度优先，一种是广度优先，分支限界法存在优先级函数。

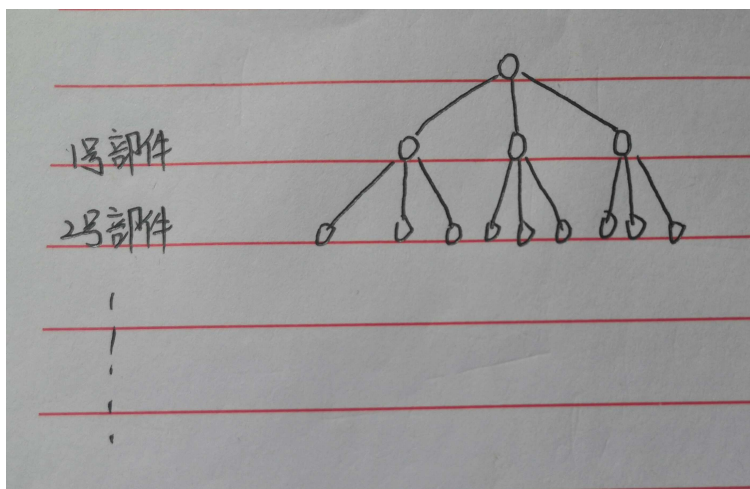
题目2：设某一机器由 n 个部件组成，每一种部件都可以从 m 个不同的供应商处购得，设 W_{ij} 是从供应商 j 处购得的部件 i 的重量， C_{ij} 是相应的价格，试设计一个回溯法，给出总价格不超过 d 的最小重量机器设计。请描述算法的基本思想，要求画出解空间树，并给出相应的剪枝条件。试通过下面这个例子进行说明。

例子：假设 $n = 3$ ， $m = 3$ ，机器部件重量 w_{ij} 和价格 c_{ij} 分别如下表所示， $d = 15$ 。

w_{ij}	j=1	j=2	j=3	c_{ij}	j=1	j=2	j=3
i=1	4	2	8	i=1	10	6	12
i=2	5	2	1	i=2	8	9	5
i=3	2	2	3	i=3	2	5	4

答：

此问题的解空间树如下图所示：为一棵子集树



基本思想：树的第 n 层代表第 n 种部件的购买选择，采用回溯法进行深度优先搜索，依次决定每一个部件从哪一个供应商处购买。

剪枝条件：

1. 当前选择的购买方案价格，加上未来每一个部件购买所需的最小价格的和，大于给定的 d ，则剪枝；
2. 当前购买方案的总重量，加上未来每一个部件购买所需的最小重量的和，大于已找到过的 $bestw$ ，则剪枝；

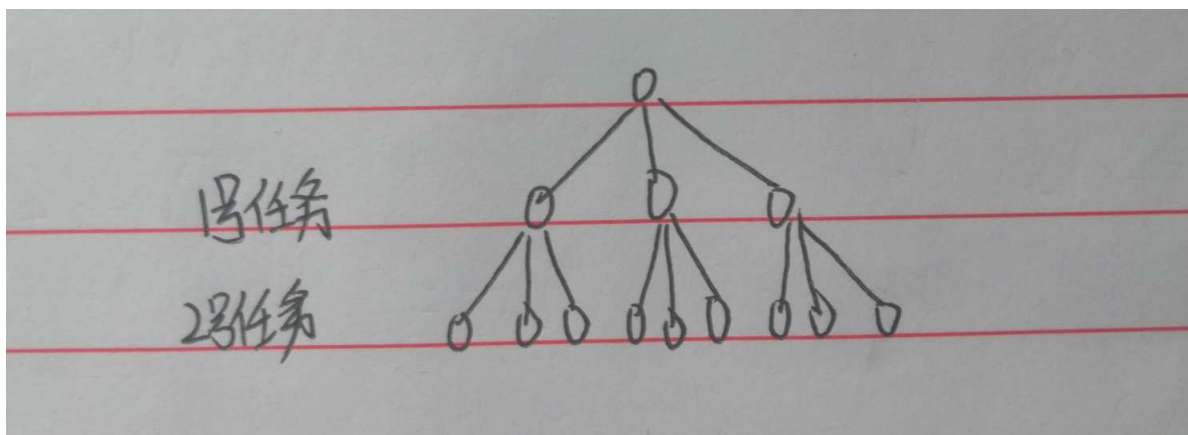
对于例题中的例子，以 rW 表示剩余未选部件均选择最小重量购买所需的总重量， rC 表示剩余未选部件均选择最小价格购买所需的总价格， $Node_{ij}$ 表示第 i 种部件，从第 j 个供应商处购买， W 表示当前购买方案的总重量， C 表示当前购买方案的总价格， $bestW$ 表示找到的满足题意的购买方案的总重量；

下面开始遍历，首先找到 $Node_{11}$ ， $W = 4$ ， $C = 10$ ，由于 $C + rC > 15$ ，所以剪枝；下面到 $Node_{12}$ ， $W = 2$ ， $C = 6$ ，不剪枝，再到 $Node_{21}$ ， $W = 7$ ， $C = 14$ ，由于 $C + rC > 15$ ，所以剪枝，下面到 $Node_{22}$ ， $W = 4$ ， $C = 15$ ，由于 $C + rC > 15$ ，所以剪枝，下面到 $Node_{23}$ ， $W = 3$ ， $C = 11$ ，不剪枝，再到 $Node_{31}$ ， $W = 5$ ， $C = 13$ ，符合题意，找到一个解， $bestW = 5$ ，再到 $Node_{32}$ ， $Node_{33}$ 均不符合，回溯到 $Node_{13}$ ，由于 $C + rC > 15$ ，所以剪枝，综上找到最优解 $bestW = 5$ 。

题目3：假设有 n 个任务由 k 个可并行工作的机器完成，完成任务 i 需要的时间为 T_i ，请使用分支限界法找出完成这 n 个任务的最佳调度，使得完成全部任务的时间最早。请描述算法思想，以 $n = 7$ ， $k = 3$ ， $t[1..7] = [2, 14, 4, 16, 6, 5, 3]$ 为例，要求画出解空间树，并给出相应的剪枝条件。

答：

给定该题目的解空间树：为一棵子集树



首先定义部分变量: $f(k)$ 表示第 k 台机器完成分配的任务所需的时间; $Node_{ij}$ 表示第 i 个任务, 分配给第 j 个机器这个结点。

下面定义优先级函数: 对于 $Node_{ij}$ 的优先级函数的值 $= \max(f(1), f(2), f(3) \dots (f(j) + t[i]), f(j+1) \dots)$, 该优先级函数的值表示当当前选定分配的任务分配到某个机器后, 所以机器完成任务所需的最大时间, 这样在一个任务进行分配时, 找到该层中优先级函数值最小的结点(即改任务分配给该机器), 继续往下遍历。

剪枝条件:

- 1.当当前所需要的时间已经大于前面找到的最好时间分配时, 剪枝(限界函数);
- 2.当当前完成任务时间最短的机器加上剩余未分配任务中时间最长的, 这样所需的完成时间大于前面找到的最优时间时, 剪枝(代价函数)。

对于例题可得到最优解为: (2,4,6,5),(14,3),(16)分为三组给三个机器完成, 所需最短时间为17。