

东南大学考试卷 (A 卷)

课程名称 **概率论与数理统计** 考试学期 13-14-3 得分 _____

适用专业 全校 考试形式 **闭卷** 考试时间长度 120 分钟

题号	一	二	三	四	五	六	七	八
得分								

$\Phi(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-t^2/2} dt$ 表示标准正态分布的分布函数,

$\Phi(-1.645) = 0.05$; $\Phi(-1.96) = 0.025$; $\Phi(0) = 0.5$; $\Phi(1) = 0.8413$

$\Phi(1.3) = 0.9032$; $\Phi(1.96) = 0.975$; $\Phi(2) = 0.9772$

$T_n \sim t(n), P(T_8 > 2.3) = 0.025, P(T_9 > 2.26) = 0.025,$

$P(T_8 > 1.86) = 0.05, P(T_9 > 1.83) = 0.05,$

一、填空题 (每空格 2', 共 36')

- 1) 已知 $P(B)=0.5, P(A)=0.3, A \subset B$, 则 $P(A|B)=$ _____; $P(A \cup B)=$ _____。
- 2) 一盒中有 4 个一级品, 2 个二级品, 2 个三级品, 每次抽取一个产品, 取后不放回, 连续抽取 2 次, 则第一次, 第二次分别取到一级品, 二级品的概率为_____, 第二次取到三级品概率为_____。
- 3) 设随机变量 X 服从正态分布 $N(2,9)$, 则 $P(X < 5)=$ _____。
- 4) 随机变量 X, Y 相互独立, $X \sim N(-2,3), Y \sim N(10,5)$, 则 $2X-Y$ 的方差为_____。
- 5) 随机变量 X, Y 的联合分布律为: $P(X=2, Y=4)=0.4; P(X=2, Y=5)=0.2;$
 $P(X=3, Y=4)=0.2; P(X=3, Y=5)=0.2$. 则 $X-Y$ 分布律为_____. X 的边缘分布律为_____。
- 6) 随机变量 X, Y 的相互独立, $DX=DY=4$, 则 $\text{cov}(X-2Y, X+Y)=$ _____。
- 7) 设随机变量序列 $\{X_n, n=1,2,\dots\}$ 独立同分布于均匀分布 $U[-2,2]$, 则
 $\frac{1}{n}(X_1^2 + X_2^2 + \dots + X_n^2) \xrightarrow{p}$ _____。
- 8) 设总体 X 的均值和方差分别为 10 和 4, X_1, X_2, \dots, X_{20} 是来此该总体的样本,

\bar{X}, S^2 分别表示样本均值和样本方差, 则 $D(\bar{X})$ _____, ES^2 _____。

9) 随机变量 X 的分布函数为 $F(x) = 0, x < 0; F(x) = x^2, 0 \leq x < 1; F(x) = 1, x \geq 1$. 则

其密度函数为_____。

10) 随机变量 X 服从均值为 1 的指数分布, 则 $Y=1-X$ 的密度函数为_____。

11) 设 X_1, X_2, X_3, X_4 是来自正态总体 $N(0,1)$ 的简单随机样本, 则 $X_1^2 + X_2^2$ 服从_____分布; 若 $a \frac{X_1^2}{X_2^2 + X_3^2 + X_4^2} \sim F(1,3)$, 则常数 a _____。

12) 设从服从 $N(m,1)$ 的总体中获得容量为 16 的简单随机样本, 样本均值为 2, 样本方差为 1.1, 则 m 的置信度为 90% 的置信区间为_____。

13) 设总体服从均匀分布 $U[a-1, a+1]$, a 为未知参数, 若 X_1, X_2, \dots, X_n 是来自该总体的简单随机样本, a 的矩估计量为_____。

二、(10') 设有一批产品的合格率为 0.95。某产品检测方法将正品检测为正品的概率为 0.95, 次品检测为次品的概率为 0.95。现任取一件产品进行检测。问 (1) 求取出产品检测为正品的概率; (2) 如果取出产品检测为正品, 该产品确为正品的概率是多少?

三、(15') 设随机变量 (X, Y) 的联合密度为

$$f(x, y) = \begin{cases} ax^2y & x^2 \leq y \leq 1 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}.$$

求 (1) 常数 a ; (2) X 的边缘密度函数; (3) 求条件概率 $P(Y > 0.75 | X = 0.5)$ 。

自觉遵守考场纪律

如考试作弊

此答卷无效

姓名

学号

线

封

密

四、(10') 设随机变量 X 和 Y 相互独立,且 X 服从均匀分布 $U[2,3]$, Y 服从均匀分布 $U[0,1]$ 。令 $Z=X+Y$, 求随机变量 Z 的概率分布函数 $f_Z(z)$ 。

五、(10') 假设一大批电子元件的寿命服从均值为 200 小时的指数分布, 现从中随机抽取 100 件。试用中心极限定理计算 100 件电子元件的平均寿命大于 220 小时的近似概率。

六、(10')设总体 X 的概率密度如下,

$$f(x, \theta) = \begin{cases} \frac{1}{1+\theta} & 0 < x < \theta + 1 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

设 X_1, \dots, X_n 为来自该总体的样本, (1)求参数 θ 的最大似然估计量 $\hat{\theta}$, (2) $\hat{\theta}$ 是否是 θ 的无偏估计量, 说明理由。.

七、(9')设总体 X 服从正态分布 $N(u, b)$, u, b 均未知。 现有来自该总体样本容量为 9 的样本, 其样本均值为 5, 样本方差为 4. 试检验 $H_0: u=4.5$ v.s. $H_1: u \neq 4.5$ (检验水平 $\alpha = 0.05$)。