18-19-3(A)答案

一、1)A, 2)B, 3)A, 4)B, 5)D

二、

1)0.6;

2)1/8

3) $3e^{-2}$

4)0.8413

5)

Z	1	2
P	0.9	0.1

6)2

7) $\frac{2}{\pi}$

8)4.5

9) $F(x)=\begin{cases} 0 & x<-3 \\ 0.4 & -3\le x<3 \\ 1 & x\ge 3 \end{cases}$

10) $f_Y(y)=\begin{cases} \frac{3}{8}(1-y)^2 & -1<y<1 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$

11)2

12)[3.316 , 4.684]

13)0.5

三、1)

$$\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} f(x,y)dxdy = 1$$

$$\int_0^1\int_0^y axydydx = 1$$

$$a = 8$$

$$2)\, f_Y(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x,y)dx$$

当$y < 0, or, y > 1$时，$f_Y(y) = 0;$

当$0 < y < 1$时，

$$f_Y(y) = \int_0^y axydx = 4y^3$$

$$3) P(X < 0.5 | Y < 0.4) = \frac{P(X < 0.5, Y < 0.4)}{P(Y < 0.4)}.$$

$$P(Y < 0.4) = \int_{-\infty}^{0.4} f_Y(y)dy = \int_0^{0.4} 4y^3 dy$$

$$P(X < 0.5, Y < 0.4) = \int_0^{0.4}\int_0^y f(x,y)dxdy$$

$$= \int_0^{0.4} 4y^3 dy$$

$$P(X < 0.5 | Y < 0.4) = 1$$

四、

$B -$从乙箱取出2红球

A-从甲箱取出红球;

$$P(A) = \frac{4}{7}, P(\bar{A}) = \frac{3}{7};$$

$$P(B|A) = \frac{C_4^2}{C_8^2} = \frac{3}{14}; P(B|\bar{A}) = \frac{C_3^2}{C_8^2} = \frac{3}{28};$$

$$(1) P(B) = P(A)P(B|A) + P(\bar{A})P(B|\bar{A})$$

$$= \frac{33}{196} \approx 0.168$$

$$(2) P(A|B) = \frac{P(A)P(B|A)}{P(B)}$$

$$= \frac{\frac{4}{7}\times\frac{3}{14}}{33/196} = \frac{8}{11} \approx 0.727$$

五

$f(x,y)=f_X(x)f_Y(y)$

$F(z)=P(Z\le z)=P(X+Y\le z)$

当$z<-1$时，$F(z)=0$;

当$-1<z<1$时，$F(z)=\frac{z}{2}+\frac{1}{4}e^{-2(z+1)}+\frac{1}{4}$

当$z\ge 1$时，$F(z)=1-\frac{1}{4}e^{-2z}(e^2-e^{-2})$

$f(z)=[F(z)]'$

$$=\begin{cases}\frac{1}{2}-\frac{1}{2}e^{-2(z+1)} & -1<z\le 1\\ \frac{1}{2}e^{-2z}(e^2-e^{-2}) & z\ge 1\\ 0 & \text{其他}\end{cases}$$

六、

设需要借书的人数为X，则

$X\sim b(n,p)$,其中，$n=900; p=10\%;$

$\mu=EX=np=90;\sigma^2=\mathrm{var}(X)=np(1-p)=81;$

设需要N本书，则 N满足

$P(x\le N)\ge 0.95$

$P(x\le N)\approx\Phi(\frac{N-\mu}{\sigma})\ge 0.95$

$\frac{N-\mu}{\sigma}\ge 1.65$

$N\ge\mu+1.65\sigma=104.85$，取N=105.

即至少需要105本书，才能以95%以上的需要借书的同学均能借到。

七、

1)似然函数：$L(\mu)=\prod_{i=1}^{n} f(x_i,\mu)=(\frac{1}{\sqrt{\pi}})^n e^{-\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu)^2}$

对数似然：$\ln L(\mu)=-n\ln\sqrt{\pi}-\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu)^2$

$[\ln L(\mu)]'=2\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu)=0$

$\hat{\mu}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i$

2)$E\hat{\mu}=\frac{1}{n}E\sum_{i=1}^{n}x_i=EX$

$X\sim N(\mu,1/2);$

$EX=\mu$

$\therefore E\hat{\mu}=EX=\mu,$

$\hat{\mu}$是μ的无偏估计。

八、

(1)检验统计量：$\mathrm{U}=\frac{\bar{X}-\mu_0}{\sigma}\sqrt{n}\sim N(0,1)$ （H_0成立时）

拒绝域：D=$\{U>u_\alpha\}$

其中，$n=25,\mu_0=-20.2,\sigma=1,\alpha=0.05,u_\alpha=1.65;$

U的观测值：$\mathrm{U}=\frac{-20+20.2}{1}\sqrt{25}=1$

$U=1<1.65$

所以，不能拒绝原假设。

2）接受域：A=D^c=$\{U<u_\alpha\}$

犯第二类错误的概率

$p=P(U<u_\alpha),\mu=-20$

其中$U\sim N((\mu-\mu_0)\sqrt{n},1)$

$p=P(U<u_\alpha)=\Phi(u_\alpha-(\mu-\mu_0)\sqrt{n})$

$=\Phi(0.65)$