

学号: 11910104 姓名: 王奕童 日期: 2020 年 05 月 01 日 星期 五

## 密立根油滴实验

### 实验目的

1. 验证电荷的不连续性, 并测定元电荷的值。
2. 学习和理解密立根利用宏观量测量微观量的巧妙设想。

### 实验仪器

密立根油滴实验装置、油滴喷雾器

### 实验原理

阅读讲义, 弄清楚以下问题, 简要概括实验原理。

1. 利用静态法怎样测量电荷? 需要测量的物理量有哪些?

(1) 利用静态法测量电荷:

实验的研究对象是带电的油滴, 基本思想是使油滴处于受力平衡状态。油滴通过喷射器喷射进入两块相距为  $d$  的平行极板之间。油在喷射撕裂成油滴时, 一般都是带电的。如果调节两极板之间的电压  $U$ , 可使油滴悬浮在空中, 如图1所示。设油滴的质量为  $m$ , 所带的电量为  $q$ , 两极板之间的电压为  $U$ , 则油滴在平行板之间所受重力为  $mg$ , 静电力为  $qE = \frac{qU}{d}$ 。

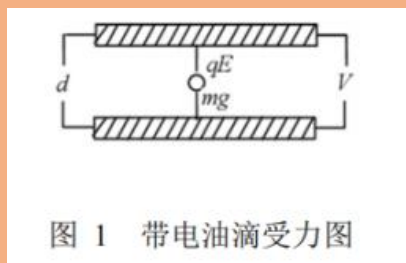


图 1 带电油滴受力图

油滴悬浮时, 重力与电场力平衡

$$q = \frac{mgd}{U} \quad (1)$$

为了测出油滴所带的电量  $q$ , 除了测定平衡电压  $U$  和极板间距离  $d$  外, 还需要测量油滴的质量  $m$ 。这种测

量电量的方法称作静电平衡法。

因  $m$  很小，难以直接测量。油滴可视为球状，设密度为  $\rho$ ，则油滴的质量可表示为：

$$m = \rho \frac{4}{3} \pi r^3 \quad (2)$$

而油滴的半径  $r$  可通过其在电场中的终极速度求出。

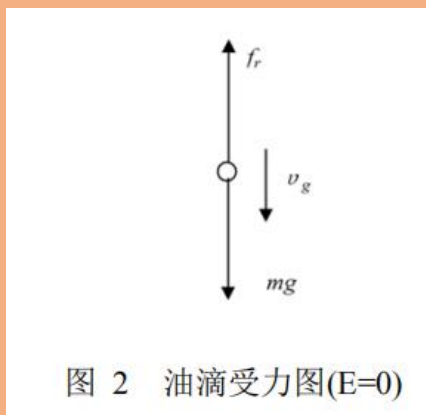
平行板不加电压时，油滴受重力作用而加速下降。由于空气阻力的作用，下降一段距离达到某一速度  $v_g$  后，

阻力  $f_r$  与重力  $mg$  平衡，如图2所示（空气浮力忽略不计），油滴将匀速下降。 $v_g$  称为终极速度。根据斯托

克斯定律，阻力  $f_r = 6\pi r \eta v_g$ ，重力与阻力平衡时：

$$mg = 6\pi r \eta v_g \quad (3)$$

其中  $\eta$  是空气的粘滞系数， $r$  是油滴的半径。



由(2)式和(3)式，得到油滴的半径：

$$r = \sqrt{\frac{9\eta v_g}{2\rho g}} \quad (4)$$

当两极板间的电压  $U = 0$  时，设油滴匀速下降的距离为  $l$ ，时间为  $t_g$ ，则

$$v_g = \frac{l}{t_g} \quad (5)$$

$$r = \sqrt{\frac{9\eta l}{2\rho g t_g}} \quad (6)$$

斯托克斯定理是以连续介质为前提的，对于半径小到  $10^{-6}m$  的微小油滴，已不能将空气看作连续介质，因此空气的粘滞系数应作如下修正：

$$\eta' = \frac{\eta}{1 + \frac{b}{pr}} \quad (7)$$

其中  $b$  是修正常数,  $p$  为大气压强。

最后得到理论公式:

$$q = \frac{18\pi}{\sqrt{2\rho g}} \left( \frac{\eta l}{t_g \left(1 + \frac{b}{pr}\right)} \right)^{\frac{3}{2}} \cdot \frac{d}{U} \quad (8)$$

上式就是用平衡法测定油滴所带电荷的计算公式。该式中还包含油滴的半径  $r$ , 因为它处于修正项中, 不需要十分精确, 故它仍可用(6)式计算。在本实验中, 已知参数:  $b = 0.00823 N/m$ ,  $\rho = 981 kg/m^3$ ,  $g = 9.79 m/s^2$ ,  $\eta = 1.83 \times 10^{-5} kg/(m \cdot s)$ ,  $p = 1.013 \times 10^5 Pa$ ,  $d = 5.00 mm$ ,  $l = 2.0 mm$ 。

(2) 需要测量的物理量: 平衡电压  $U$ , 下落时间  $t_g$

2. 怎样计算油滴电荷?

如1中实验原理所示, 本实验中油滴电荷的理论公式:  $q = \frac{18\pi}{\sqrt{2\rho g}} \left( \frac{\eta l}{t_g \left(1 + \frac{b}{pr}\right)} \right)^{\frac{3}{2}} \cdot \frac{d}{U}$

其中本实验中已知参数:  $b = 0.00823 N/m$ ,  $\rho = 981 kg/m^3$ ,  $g = 9.79 m/s^2$ ,  $\eta = 1.83 \times 10^{-5} kg/(m \cdot s)$ ,  $p = 1.013 \times 10^5 Pa$ ,  $d = 5.00 mm$ ,  $l = 2.0 mm$ ;

通过测量得到的物理量: 平衡电压  $U$ , 下落时间  $t_g$

代入理论公式即可计算出油滴电荷的数值。

## 实验内容

### 1. 仪器调整.

调节仪器面板上的三只平衡旋钮, 将仪器调到水平。

### 2. 测量

选取平衡电压为 200V 左右, 匀速下落时间为 20s 左右的油滴。

## 3. 计算元电荷

### 原始数据

表 1 油滴数据表(秒表精度为 0.01s)

测量次数	1	2	3	4	5	6	7	8
平衡电压 $U/V$	158	158	158	158	158	158	158	158
下落时间 $t_g/s$	21.50	20.94	21.60	20.99	21.00	21.10	21.13	21.40

### 数据处理

#### 1. 计算时间平均值。(注意：要写出计算过程,下同)

$$\begin{aligned}\overline{t_g} &= \frac{\sum_{i=1}^8 t_{gi}}{n} \\ &= \frac{1}{8} (21.50 + 20.94 + 21.60 + 20.99 + 21.00 + 21.10 + 21.13 + 21.40) s \\ &= 21.208 s\end{aligned}$$

得到时间平均值为  $\overline{t_g} = 21.208 s$

#### 2. 计算元电荷

##### a) 根据讲义中公式(6)计算油滴的半径 $r$

讲义中公式(6):  $r = \sqrt{\frac{9\eta l}{2\rho g t_g}}$

其中本实验已知参数:  $\eta = 1.83 \times 10^{-5} \text{ kg}/(\text{m} \cdot \text{s})$ ,  $l = 2.0 \text{ mm}$ ,  $\rho = 981 \text{ kg}/\text{m}^3$ ,  $g = 9.79 \text{ m}/\text{s}^2$

由 1, 可得本实验测得  $t_g$  平均值为  $\overline{t_g} = 21.208 s$

$$\begin{aligned}\therefore r &= \sqrt{\frac{9\eta l}{2\rho g t_g}} \\ &= \sqrt{\frac{9 \times (1.83 \times 10^{-5} \text{ kg}/(\text{m} \cdot \text{s})) \times (2.0 \text{ mm})}{2 \times (981 \text{ kg}/\text{m}^3) \times (9.79 \text{ m}/\text{s}^2) \times (21.208 \text{ s})}} \\ &= 8.992 \times 10^{-7} \text{ m}\end{aligned}$$

得到  $r = 8.992 \times 10^{-7} \text{ m}$

将半径  $r$  代入公式(8)计算油滴所带电荷  $q$ 。

$$\text{讲义中公式(8): } q = \frac{18\pi}{\sqrt{2\rho g}} \left( \frac{\eta l}{t_g \left(1 + \frac{b}{pr}\right)} \right)^{\frac{3}{2}} \cdot \frac{d}{U}$$

其中本实验中已知参数:  $b = 0.00823 \text{ N/m}$ ,  $\rho = 981 \text{ kg/m}^3$ ,  $g = 9.79 \text{ m/s}^2$ ,  $\eta = 1.83 \times 10^{-5} \text{ kg/(m}\cdot\text{s)}$ ,

$p = 1.013 \times 10^5 \text{ Pa}$ ,  $d = 5.00 \text{ mm}$ ,  $l = 2.0 \text{ mm}$ ;

本实验中测量量  $U = 158 \text{ V}$ ,  $t_g = 21.208 \text{ s}$ ; 由 1(a)中计算得到  $r = 8.992 \times 10^{-7} \text{ m}$

$$\begin{aligned} \therefore q &= \frac{18\pi}{\sqrt{2\rho g}} \left( \frac{\eta l}{t_g \left(1 + \frac{b}{pr}\right)} \right)^{\frac{3}{2}} \cdot \frac{d}{U} \\ &= \frac{18\pi}{\sqrt{2 \times (981 \text{ kg/m}^3) \times (9.79 \text{ m/s}^2)}} \left( \frac{(1.83 \times 10^{-5} \text{ kg/(m}\cdot\text{s)}) \times (2.0 \text{ mm})}{(21.208 \text{ s}) \times \left(1 + \frac{0.00823 \text{ N/m}}{(1.013 \times 10^5 \text{ Pa}) \times (8.992 \times 10^{-7} \text{ m})}\right)} \right)^{\frac{3}{2}} \cdot \frac{5.00 \text{ mm}}{158 \text{ V}} \\ &= 8.131 \times 10^{-19} \text{ C} \end{aligned}$$

得到  $q = 8.131 \times 10^{-19} \text{ C}$

b) 计算油滴所带元电荷个数  $n$ 。得到油滴电量  $q$  后, 用  $e$  的公认值  $1.602 \times 10^{-19} \text{ C}$  去除, **四舍五入取整** 得到油滴带基本电荷个数  $n$ 。

公式:  $n = \frac{q}{e}$ , 其中  $q$  为 2(a)中计算得到的电荷量,  $e$  为公认值  $1.602 \times 10^{-19} \text{ C}$ ;

$$\therefore n = \frac{q}{e} = \frac{8.131 \times 10^{-19} \text{ C}}{1.602 \times 10^{-19} \text{ C}} = 5$$

得到油滴带基本电荷个数  $n = 5$

c) 计算元电荷  $e_{\text{测量}}$ 。测量的元电荷  $e_{\text{测量}} = \frac{q}{n}$ 。

公式:  $e_{\text{测量}} = \frac{q}{n}$ , 其中  $q$  为 2(a)中计算得到的电荷量,  $n$  为 2(b)中计算得到的油滴带基本电荷个数;

$$\therefore e_{\text{测量}} = \frac{q}{n} = \frac{8.131 \times 10^{-19} \text{ C}}{5} = 1.626 \times 10^{-19} \text{ C}$$

得到元电荷  $e_{\text{测量}} = 1.626 \times 10^{-19} \text{ C}$

d) 计算元电荷测量值与公认值的相对误差。

公式:  $\eta_{\text{相对}} = \frac{|e_{\text{测量}} - e|}{e} \times 100\%$ , 其中  $e_{\text{测量}}$  为 2(c) 中计算得到的测量元电荷,  $e$  为元电荷公认值。

$$\therefore \eta_{\text{相对}} = \frac{|e_{\text{测量}} - e|}{e} \times 100\% = \frac{|1.626 \times 10^{-19} \text{ C} - 1.602 \times 10^{-19} \text{ C}|}{1.602 \times 10^{-19} \text{ C}} = 1.498\%$$

得到元电荷测量值与公认值的相对误差为  $\eta_{\text{相对}} = 1.498\%$

### 3. 估算元电荷的相对不确定度。

根据公式(8), 适当近似后, 可得到电荷的不确定度表达式。利用它估算元电荷相对不确定度 (仅考虑 B 类)。其中, 仪器显示电压的不确定度是  $1 \text{ V}$ , 而人操作计时的反应时间为  $0.2 \text{ s}$ 。

即  $\Delta U = 1 \text{ V}$ ,  $\Delta t_g = 0.2 \text{ s}$ 。

$$\frac{\Delta e}{e} = \frac{\Delta q}{q} \approx \frac{\Delta U}{U} + \frac{3}{2} \frac{\Delta t_g}{t_g}$$

公式:  $\frac{\Delta e}{e} = \frac{\Delta q}{q} \approx \frac{\Delta U}{U} + \frac{3\Delta t_g}{2t_g}$ , 其中  $\Delta U = 1 \text{ V}$ ,  $\Delta t_g = 0.2 \text{ s}$ ,  $U$  为测得平衡电压,  $t_g$  为测得下落时间;

$$\therefore \frac{\Delta e}{e} \approx \frac{\Delta U}{U} + \frac{3\Delta t_g}{2t_g} = \frac{1 \text{ V}}{158 \text{ V}} + \frac{3 \times 0.2 \text{ s}}{2 \times 21.208 \text{ s}} = 2.047\%$$

得到元电荷的相对不确定度  $\frac{\Delta e}{e}$  约为  $2.047\%$

## 实验结论

简要陈述实验目的,方法及结果。根据实验精度,元电荷结果保留 3 位有效数字即可。(控制在三行字以内)

- (1) 实验目的: ①验证电荷的不连续性,并测定元电荷的值; ②学习和理解密立根利用宏观量测量微观量的巧妙设想;
- (2) 实验方法: 油滴的静电平衡法
- (3) 实验结果: 本次实验测得元电荷测量值为  $1.63 \times 10^{-19} C$ , 相对误差为 1.498%, 相对不确定度为 2.047%

将元电荷的相对误差与估算的不确定度比较, 评估结果是否合理。

本次实验中测得元电荷的相对误差为  $\eta_{\text{相对}} = 1.498\%$ , 相对不确定度  $\frac{\Delta e}{e}$  约为 2.047%。

得到  $\eta_{\text{相对}} < \frac{\Delta e}{e}$ , 相对误差小于估算的不确定度, 因此本次实验结果合理。

列出 1 或 2 个主要误差来源。

误差来源 1: 实验过程中存在测量误差, 对平衡电压  $U$  和下落时间  $t_g$  的测量存在仪器的显示误差和人计时的反应时间的误差。

误差来源 2: 油滴的选择有可能带来误差。大油滴带电量多, 运动过快不易测量; 小油滴易受布朗运动影响且受挥发影响大, 容易产生漂移, 也会产生实验误差。

## 思考题

1. 有些油滴平衡电压相同, 但下落时间相差很大, 为什么? 需要给出分析依据。

原因分析:

根据实验原理, 平衡电压  $U$  满足:  $U = \frac{mgd}{q}$ , 下落时间  $t_g$  满足:  $t_g = \frac{l}{v_g} = \frac{l}{mg} \cdot 6\pi\eta$

可知若平衡电压相同反映出这些油滴的荷质比相同, 但不能确保这些油滴的质量相同。因此在荷质比相同的情况下, 下落时间可以因油滴的质量不同而产生较大差异。

2. 计算实验中油滴的终极速度  $v_g$  (即下落速度)。分别计算当  $V(t)=0.99V_g$  和  $0.999V_g$  所需的时间。当  $V(t)\geq 0.99V_g$ , 可认为达到了终极速度。通过计算, 你认为实验中油滴的加速时间是否可忽略。

提示: 当电压为零时, 油滴下落运动方程为:  $m \frac{dv}{dt} = mg - 6\pi\eta r v = mg - mg \frac{v}{v_g}$  由此得到,

$$v(t) = v_g \left( 1 - e^{-\frac{t}{v_g/g}} \right)。$$

答: 公式:  $v(t) = v_g (1 - e^{-\frac{t}{v_g/g}})$ , 其中  $v_g = \frac{l}{t_g} = \frac{l}{t_g} = \frac{2.0\text{mm}}{21.208\text{s}} = 9.43 \times 10^{-5} \text{ m/s}$

① 当  $v_1(t) = 0.99v_g$  时,  $v_1(t) = 0.99v_g = v_g (1 - e^{-\frac{t}{v_g/g}})$

$$\begin{aligned} \therefore t_{g1} &= \frac{\ln 100 \times v_g}{g} \\ &= \frac{\ln 100 \times (9.43 \times 10^{-5} \text{ m/s})}{9.79 \text{ m/s}^2} \\ &= 4.44 \times 10^{-5} \text{ s} \end{aligned}$$

得到油滴达到  $v_1(t) = 0.99v_g$  所需时间为  $t_{g1} = 4.44 \times 10^{-5} \text{ s}$

② 当  $v_2(t) = 0.999v_g$  时,  $v_2(t) = 0.999v_g = v_g (1 - e^{-\frac{t}{v_g/g}})$

$$\begin{aligned} \therefore t_{g2} &= \frac{\ln 1000 \times v_g}{g} \\ &= \frac{\ln 1000 \times (9.43 \times 10^{-5} \text{ m/s})}{9.79 \text{ m/s}^2} \\ &= 6.66 \times 10^{-5} \text{ s} \end{aligned}$$

得到油滴达到  $v_2(t) = 0.999v_g$  所需时间为  $t_{g2} = 6.66 \times 10^{-5} \text{ s}$

③ 结果分析:

经过①和②的计算, 得到加速到  $0.99v_g$  和  $0.999v_g$  所需时间分别是  $4.44 \times 10^{-5} \text{ s}$  和  $6.66 \times 10^{-5} \text{ s}$ , 远远小于在数据处理过程中得到的时间平均值  $\bar{t}_g = 21.208 \text{ s}$ , 故通过计算, 可以认为实验中油滴的加速时间可忽略不计。