物理实验报告

南方科技大学
SOUTHERN UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY

学号：11910104　　　　姓名：王奕童　　　日期：2020 年 3 月 20 日　星期：五

1. 实验名称：实验：利用三线摆测量物体的转动惯量

2. 实验目的

通过三线摆法测量两个匀质圆环的转动惯量，掌握用三线摆测量物体转动惯量的方法。

3. 实验原理

1. 推导出三线摆下圆盘转动惯量的计算公式，并标明公式中的待测物理量。

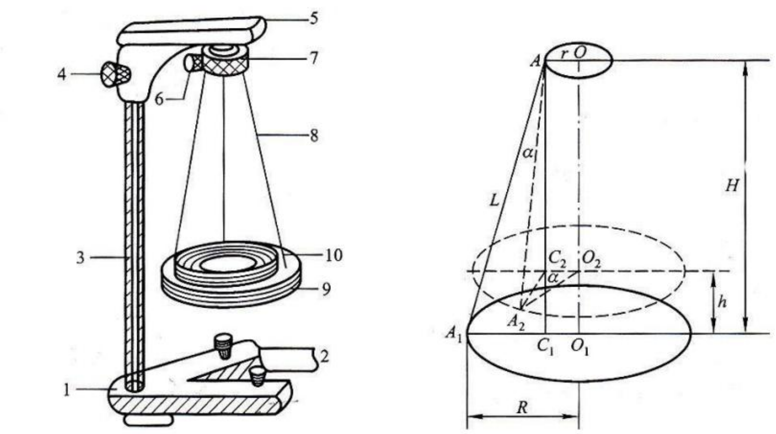


图 1　三线摆结构示意图

1——底座；2——底座上的调平螺丝；3——支杆；
4——悬架和支杆连接的固定螺钉；5——悬架；
6——圆盘悬线的固紧螺丝；7——上圆盘；
8——悬线；9——下圆盘；10——待测金属环

图 2　下圆盘的扭转振动

3.实验原理

两半径分别为r, R ($R>r$)的刚性圆盘，用对称分布的三条等长的无弹性、质量可忽略的细线相连，上盘固定，构成一振动系统，称为三线摆，结构如图1所示，三线摆的上盘沿等边三角形的顶点对称地连接在下面的一个较大的均匀圆盘边缘的正三角形顶点上。当上下圆盘水平时，将上圆盘绕竖直的中心轴线O_1O转动一个小角度，借助悬线的张力使悬挂的大圆盘绕中心轴O_1O作扭转摆动

当下圆盘的扭转角α很小时，下圆盘振动可以看作理想的简谐运动，那其势能E_p和动能E_k分别为：

$$E_p = m_0 g h \qquad (1)$$

$$E_k = \frac{1}{2} I_0 \left(\frac{d\alpha}{dt}\right)^2 + \frac{1}{2} m_0 \left(\frac{dh}{dt}\right)^2 \qquad (2)$$

若忽略摩擦力的影响，则在重力场中机械能守恒：

$$\frac{1}{2} I_0 \left(\frac{d\alpha}{dt}\right)^2 + \frac{1}{2} m_0 \left(\frac{dh}{dt}\right)^2 + m_0 g h = \text{恒量} \qquad (3)$$

因下圆盘的转动动能远大于运动的平动动能，因此近似有：

$$\frac{1}{2} I_0 \left(\frac{d\alpha}{dt}\right)^2 + m_0 g h = \text{恒量} \qquad (4)$$

又通过几何关系有：

$$h = \frac{R r \alpha^2}{2H} \qquad (5)$$

将(5)代入(4)，可得简谐振动方程：

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} = -\frac{m_0 g R r}{I_0 H} \alpha \qquad (6)$$

方程的解为

$$\omega^2 = \frac{m_0 g R r}{I_0 H} \qquad (7)$$

因振动周期为 $T_0 = \frac{2\pi}{\omega}$

故有 $I_0 = \frac{m_0 g R r}{4\pi^2 H} T_0^2$ ← 待测物理量：~~m_0, R~~ r

下圆盘质量m_0
上圆盘半径r
下圆盘半径R
上下圆盘间距H
三线摆周期T_0

由此可见，只要准确测量出m_0、R, r, H, T_0，就可以精确测量出下圆盘的转动惯量I_0。

2. 推导出如何利用三线摆计算待测物体转动惯量的公式，并标明公式中的待测物理量。

测量时，先使下盘空载，令上盘转过一个小角度，下盘开始做扭摆运动，测量出无负载时下圆盘的转动周期T_0。其转动惯量为I_0。然后将待测物件放在下圆盘上，并注意必须让待测物的质心恰好在仪器转动轴线上，测出整个系统的转动周期T_1，其转动惯量为I_1，则待测物体的转动惯量I为

$$I = I_1 - I_0 = \frac{gRr}{4\pi^2 H}\left[(m_0+m)T_1^2 - m_0 T_0^2\right] \quad (9)$$

↓

待测物理量：待测物件质量m

物件+圆盘系统的转动周期T_1

4. 实验器材

三线摆，电子秒表（精度$\Delta_{秒}\approx$0.01s），米尺（精度$\Delta_{米}\approx$0.05cm），细线(尼龙线)，摆幅测量标尺，三线摆支架，待测圆环，电子天平，水平仪

5. 实验内容

（1）测定三线摆仪器常数 H、R、r 和 m_0。

其中，H 为上下圆盘间距，R 为下圆盘半径，r 为上圆盘半径，m_0为下圆盘质量。R 和 r 可以通过测量上下盘三个悬点 A、B、C 之间的间距求得，换算公式为

$$r = \frac{|AB|\cdot|BC|\cdot|CA|}{\sqrt{2|AB|^2|BC|^2+2|BC|^2|CA|^2+2|CA|^2|AB|^2-|AB|^4-|BC|^4-|CA|^4}}$$

。测量上盘时，托住上盘，拧开最上方的螺栓，直至上盘放至桌面进行测量。测量完毕后，再托住上盘，用螺栓固定好整个三线摆。

（2）用水平仪调节三线摆上、下圆盘的水平，使仪器达到最佳测量状态。

（3）测量下圆盘的转动周期，计算下圆盘的转动惯量 I_0。

转动三线摆上方的小圆盘，使其绕自身转动一个角度（<5°），借助线的张力使下圆盘做扭摆运动，而避免产生左右晃动。测量 4 次三线摆的 20 个转动周期，并通过平均值计算出三线摆的周期T_0，通过公式（8）计算出下圆盘的转动惯量。

（4）利用三线摆测量加上圆环后的转动周期，计算圆环的转动惯量 I。

在下圆盘上放上待测圆环，注意使圆环的质心恰好在转动轴上，测量 4 次此时系统的 20 个转动周期，通过平均值计算出此时系统的转动周期T_1，测量圆环的质量m，根据公式（9）计算圆环的转动惯量。

6. 实验数据及数据处理

（1）下圆盘质量 $m_0 = 358.5g$　　圆环质量　$m = 385.5g$

（2）用米尺测量上下圆盘间距，测量三次，记录数据。

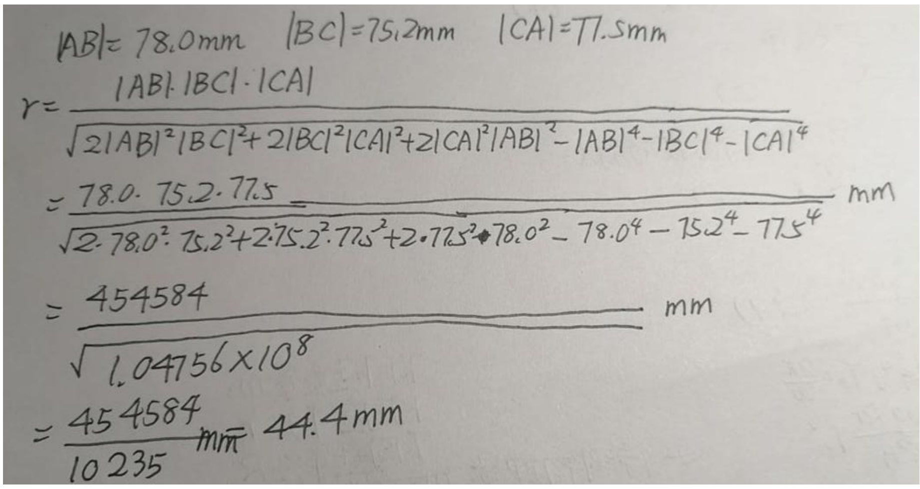
测量次数	1	2	3	平均值
上下圆盘间距 H（mm）	413.8	414.0	413.9	413.9

（3）用米尺测量上圆盘悬点 A、B、C 之间的距离

AB 之间距离（mm）	BC 之间距离（mm）	CA 之间距离（mm）
78.0	75.2	77.5

计算上圆盘半径 r

$$r=\frac{|AB|\cdot|BC|\cdot|CA|}{\sqrt{2|AB|^2|BC|^2+2|BC|^2|CA|^2+2|CA|^2|AB|^2-|AB|^4-|BC|^4-|CA|^4}}$$



$|AB|=78.0mm$ $|BC|=75.2mm$ $|CA|=77.5mm$

$$r=\frac{|AB|\cdot|BC|\cdot|CA|}{\sqrt{2|AB|^2|BC|^2+2|BC|^2|CA|^2+2|CA|^2|AB|^2-|AB|^4-|BC|^4-|CA|^4}}$$

$$=\frac{78.0\cdot75.2\cdot77.5}{\sqrt{2\cdot78.0^2\cdot75.2^2+2\cdot75.2^2\cdot77.5^2+2\cdot77.5^2\cdot78.0^2-78.0^4-75.2^4-77.5^4}}\ mm$$

$$=\frac{454584}{\sqrt{1.04756\times10^8}}\ mm$$

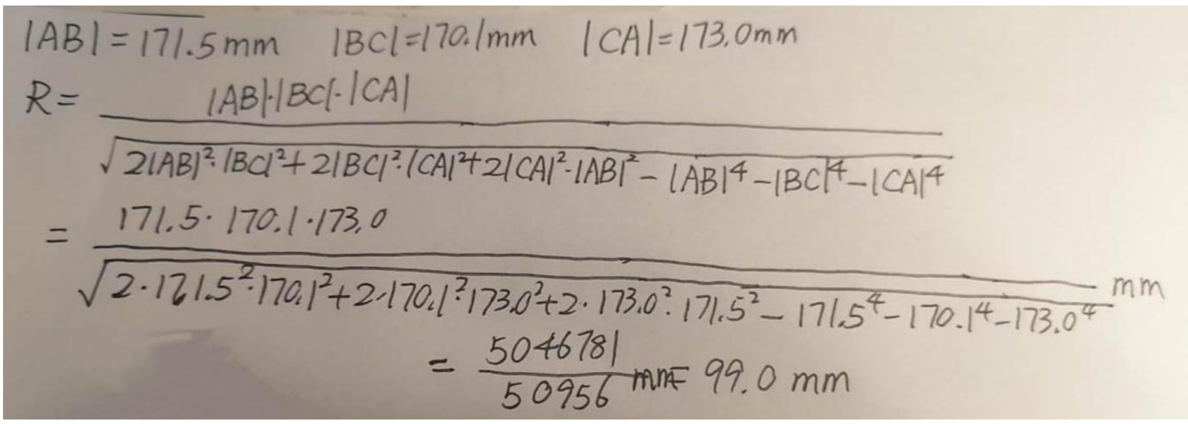
$$=\frac{454584}{10235}\cancel{mm}\ 44.4mm$$

（4）用米尺测量下圆盘悬点 A、B、C 之间的距离

AB 之间距离（mm）	BC 之间距离（mm）	CA 之间距离（mm）
171.5	170.1	173.0

计算下圆盘半径 R

$$R=\frac{|AB|\cdot|BC|\cdot|CA|}{\sqrt{2|AB|^2|BC|^2+2|BC|^2|CA|^2+2|CA|^2|AB|^2-|AB|^4-|BC|^4-|CA|^4}}$$



$|AB|=171.5mm$ $|BC|=170.1mm$ $|CA|=173.0mm$

$$R=\frac{|AB|\cdot|BC|\cdot|CA|}{\sqrt{2|AB|^2\cdot|BC|^2+2|BC|^2\cdot|CA|^2+2|CA|^2\cdot|AB|^2-|AB|^4-|BC|^4-|CA|^4}}$$

$$=\frac{171.5\cdot170.1\cdot173.0}{\sqrt{2\cdot171.5^2\cdot170.1^2+2\cdot170.1^2\cdot173.0^2+2\cdot173.0^2\cdot171.5^2-171.5^4-170.1^4-173.0^4}}\ mm$$

$$=\frac{5046781}{50956}\cancel{mm}\ 99.0\ mm$$

（5）测量三线摆的 20 个转动周期 t_0，测量四次，计算三线摆的周期 T_0

测量次数	1	2	3	4	平均值
三线摆20个转动周期 t_0（s）	26.94	27.00	26.74	26.96	26.91

计算三线摆周期 T_0

$$T_0 = \frac{t_0}{20}$$

$$\bar{t}_0 = 26.91s$$

$$T_0 = \frac{\bar{t}_0}{20} = \frac{26.91}{20}s \approx 1.346s$$

（6）测量放上圆环后，三线摆系统的 20 个转动周期 t_1，测量四次，计算加上圆环后系统的周期 T_1

测量次数	1	2	3	4	平均值
加上圆环后系统的20个转动周期 t_1（s）	45.11	45.09	45.05	45.12	45.09

计算加上圆环后系统的周期 T_1

$$T_1 = \frac{t_1}{20}$$

$$\bar{t}_1 = 45.09s,$$

$$T_1 = \frac{\bar{t}_1}{20} = \frac{45.09}{20}s \approx 2.255s$$

（7）利用公式 $I_0 = \frac{m_0 gRr}{4\pi^2 H} T_0^2$ 计算下圆盘的转动惯量 I_0，其中 g=9.8m/s^2

$m_0=358.5g$，$g=9.8m/s^2$，$R=99.0mm$，$r=44.4mm$

$T_0=1.346s$，$H=413.9mm$

$$\therefore I_0=\frac{m_0gRr}{4\pi^2H}T_0^2=\frac{0.3585\times9.8\times99.0\times10^{-3}\times44.4\times10^{-3}\times1.346^2}{4\pi^2\times413.9\times10^{-3}}kg\cdot m^2$$

$$=1.712\times10^{-3}kg\cdot m^2$$

（8） 利用公式 $I=I_1-I_0=\frac{gRr}{4\pi^2H}\left[(m_0+m)T_1^2-m_0T_0^2\right]$ 计算圆环的转动惯量 I，其中 $g=9.8m/s^2$

$T_1=2.255s$，$m=385.5g$

$$\therefore I=I_1-I_0=\frac{gRr}{4\pi^2H}\left[(m_0+m)T_1^2-m_0T_0^2\right]$$

$$=\frac{9.8\times99.0\times10^{-3}\times44.4\times10^{-3}}{4\pi^2\times413.9\times10^{-3}}\left[0.7440\times2.255^2-0.3585\times1.346^2\right]kg\cdot m^2$$

$$=8.261\times10^{-3}kg\cdot m^2$$

7. 误差分析（定性分析系统误差）

①忽略了摩擦力对下圆盘和下圆盘+圆环系统的影响。而事实上阻力会使转动周期 T 增加，得到的转动惯量偏大；

②实验原理第（5）步的推导中，有采取 $\sin\alpha\approx\alpha$ 的近似估计，忽略了 α 的高次项带来的影响，使得到的转动惯量减小；

③实验原理第（4）步的推导中，忽略了三线摆的平动动能 $\frac{1}{2}m_0(\frac{dh}{dt})^2$，会使得到的转动惯量偏小；

④实验原理第（5）步的推导中，有采取 $AC_1=AC_2=H$ 的近似处理，会使得到的转动惯量偏小；

⑤待测物体的质量分布可能不均匀，导致圆盘晃动。

8. 实验结论（简要概括实验内容及结果）

本次实验利用三线摆装置进行物体转动惯量的测量，测量结果为：

待测圆环转动惯量 $I=(8.261\times10^{-3})kg\cdot m^2$，下圆盘转动惯量 $I_0=(1.712\times10^{-3})kg\cdot m^2$。

通过本次实验，学习了如何利用三线摆装置进行物体转动惯量的测量，掌握了用三线摆测量物体转动惯量的方法，学习了数据的近似处理和物理的模型近似处理方法。

9. 思考题

（1）三线摆在摆动中绕中心轴 O_1O 旋转，可以使用什么方法或仪器确保三线摆是绕中心轴 O_1O 旋转的？

仪器：三线摆中上圆盘、下圆盘、三根等长的、无弹性的、质量可忽略的细线，细杆，打孔器

方法：在上下圆盘中心轴均打一半径相同的小孔，然后用一根刚好可插入的细杆穿过两孔，实现对两个圆盘同轴转动的控制。三线摆的上盘沿等边三角形的顶点对称地连接在三线摆的下盘的均匀圆盘边缘的正三角形顶点上，且保持上下圆盘水平放置，再将上圆盘绕竖直的中心轴线 O_1O 转动一个小角度，借助悬线张力和细杆的控制以确保三线摆绕中心轴旋转。

（2）加上圆环后，三线摆的周期是否一定比空盘的周期大？为什么？试用转动惯量的物理含义和计算公式解释。

9.思考题

(2) 答：不一定。根据之前的理论推导得到，

$$I_0=\frac{m_0 gRr}{4\pi^2 H}T_0^2,\quad I_0+I=\frac{(m_0+m)gRr}{4\pi^2 H}T^2$$

∵ $I_0+I>I_0$

∴ $m_0T_0^2<(m_0+m)T^2$

∴ $\frac{m_0}{m_0+m}<\frac{T^2}{T_0^2}=(\frac{T}{T_0})^2$

现已知，$\frac{m_0}{m_0+m}<1$，故无法确定 $(\frac{T}{T_0})^2$ 与1的大小关系

∴不一定

续：经转动惯量的公式得出，若质量分布越偏离转轴，则系统转动惯量越大，转动周期也越长，故无法确定 $(\frac{T}{T_0})^2$ 与 1 的大小关系。