

物理实验报告



南方科技大学
SOUTHERN UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY

学号：11910104 姓名：王奕童 日期：2020 年 3 月 6 日 星期：星期五下午

1. 实验名称：实验：时间测量中随机误差的分布规律

2. 实验目的

认识多次重复等精度测量过程中随机误差的离散性与分布规律，学习直接测量量的不确定度计算和表示方法。

3. 实验原理

本实验使用秒表重复测量某音乐旋律的周期 T_0 ，测量结果计为 T_1, T_2, \dots, T_n 。如果测量次数足够多，那么测量结果处于 T 附近的概率密度趋近于正态分布

$$p(T) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(T - \bar{T})^2}{2\sigma^2}\right]$$

其中， $\bar{T} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n T_i$ 表示周期测量值的平均值， $\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^n (T_i - \bar{T})^2 / (n-1)}$ 表示周期测量值的标准差。

正态分布理论表明，测量结果处于置信区间 $[\bar{T} - \sigma, \bar{T} + \sigma]$ ， $[\bar{T} - 2\sigma, \bar{T} + 2\sigma]$ 和 $[\bar{T} - 3\sigma, \bar{T} + 3\sigma]$ 内的置信概率 P 分别为 0.683, 0.954 和 0.997。（保留三位有效数字）

本实验中，周期测量 A 类标准不确定度的表达式为

$$u_A = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

另外，周期测量的 B 类标准不确定度的表达式为

$$u_B = \sqrt{\Delta_{估}^2 + \Delta_{仪}^2} / C$$

其中， $\Delta_{估}$ 为实验者的估计误差（反应时间）， $\Delta_{仪}$ 为秒表的仪器误差， C 为置信系数。两类不确定度的合成和扩展公式为

$$u_P = \sqrt{(t_P u_A)^2 + (k_P u_B)^2}$$

其中， t_P 为 t 因子， k_P 为置信因子。

4. 实验器材

音频文件 和 手机（秒表精度不低于 0.01 秒）

5. 实验内容

1. 登陆 Blackboard 平台，下载第四周实验之音频文件至本地。
2. 打开该音频文件，将听到“do re mi fa so”的重复播放。
3. 打开手机秒表（精度不低于 0.01 秒），测量“do”音响起至“so”音响起之间的时间间隔。重复测量 220 次，记录实验数据。
4. 计算测量结果的平均值 \bar{T} 和标准差 σ 。
5. 根据测量结果的离散程度和极限差 $R = T_{max} - T_{min}$ ，合理设置小区间步长 ΔT 和个数 K 。
6. 统计区间 $[T_i - \Delta T/2, T_i + \Delta T/2]$ 内的频率 n_i （数据点个数）、概率 P_i （ n_i/n ）和概率密度 p_i （ $P_i/\Delta T$ ），并绘制 p_i 随区间中值 T_i 变化的直方图。
7. 计算正态分布函数 $p(T) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(T-\bar{T})^2}{2\sigma^2}\right]$ 在各中值 T_i 位置的函数值。
8. 在 $p_i \sim T_i$ 直方图上添加 $p(T_i) \sim T_i$ 散点图，检验测量结果是否符合正态分布。
9. 分别统计测量结果出现在置信区间 $[\bar{T} - \sigma, \bar{T} + \sigma]$ 、 $[\bar{T} - 2\sigma, \bar{T} + 2\sigma]$ 和 $[\bar{T} - 3\sigma, \bar{T} + 3\sigma]$ 内的概率 P ，并与理论值比较。
10. 计算测量结果的 A 类标准不确定度 u_A 和 B 类标准不确定度 u_B ，并写出置信概率为 $P = 0.95$ 时的测量结果完整表达式。

6. 原始数据(单位：s)

4.48	4.89	4.44	4.52	4.62	4.83	4.47	4.77	4.53	4.57
4.75	4.77	4.88	4.56	4.60	4.70	4.73	4.89	4.60	4.62
4.85	4.71	4.72	4.62	4.62	4.74	4.60	4.58	4.48	4.83
4.49	4.80	4.58	4.59	4.70	4.67	4.70	4.69	4.69	4.48
4.87	4.72	4.62	4.97	4.68	4.58	4.57	4.60	4.75	4.59
4.65	4.63	4.74	4.80	4.59	4.85	4.69	4.56	4.65	4.65
4.95	4.64	4.98	4.63	4.73	4.63	4.80	4.94	4.38	4.83
4.99	4.55	4.64	4.67	4.90	4.53	4.61	4.62	4.91	4.96
4.46	4.57	4.57	4.56	4.62	4.52	4.79	4.59	4.62	4.59
4.67	4.63	4.71	4.95	4.73	4.61	4.63	4.65	4.55	4.55
4.68	4.62	4.55	4.50	4.58	4.84	4.53	4.57	4.86	4.63
4.88	4.53	5.01	4.44	4.52	4.98	4.76	4.47	4.67	4.53
4.64	4.44	4.58	4.90	4.78	4.49	4.88	4.43	4.61	4.91
4.71	4.45	4.65	4.53	4.49	4.56	4.80	4.73	4.51	4.69
4.48	4.68	4.55	4.74	4.51	4.51	4.53	4.62	4.79	4.75
4.85	4.86	4.60	4.66	4.57	4.54	4.48	4.68	4.55	4.80
4.83	4.57	4.55	4.52	4.56	4.53	4.63	4.88	4.97	4.83
4.86	4.54	4.59	4.77	4.75	4.47	4.67	4.67	4.74	4.75
4.70	4.85	4.51	4.58	4.67	4.53	4.58	4.70	4.62	4.58
4.75	4.54	4.61	4.88	4.79	4.56	4.71	4.59	4.69	4.64
4.78	4.70	4.66	4.64	4.68	4.77	4.60	4.58	4.56	4.54
4.63	4.69	4.44	4.75	4.76	4.59	4.67	4.77	4.85	4.44

7. 数据处理

(1) 统计表格

测量次数 n	平均值 \bar{T}	标准差 σ	最大值 T_{max}	最小值 T_{min}	极限差 R
220	4. 66586	0. 13852	5. 01	4. 38	0. 63

Statistics on Columns (06/03/2020 16:12:37)

+

Notes

+

Input Data

-

Descriptive Statistics

	N total	Mean	Standard Deviation	Sum	Minimum	Median	Maximum	Range (Maximum - Minimum)
A	220	4.66586	0.13852	1026.49	4.38	4.64	5.01	0.63

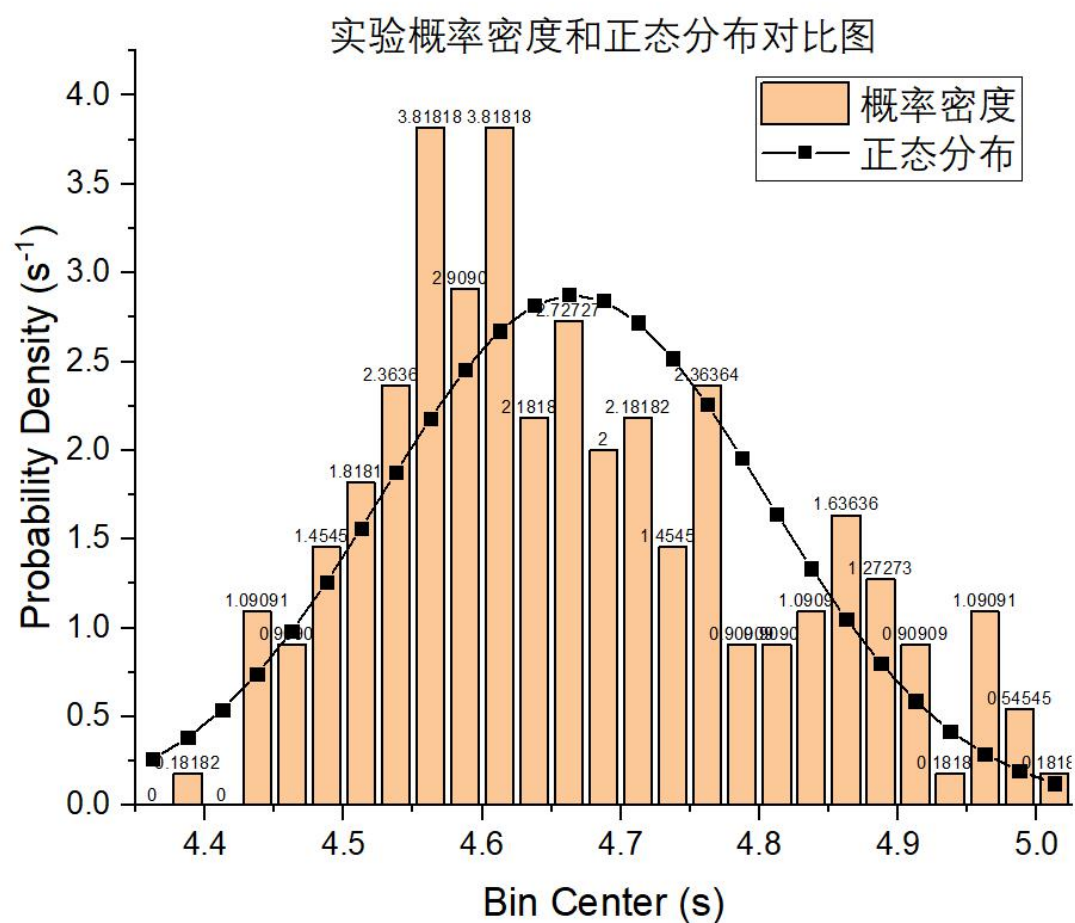
(2) 频率、概率和概率密度（区间个数 K 为 27，步长 ΔT 为 0. 025s）

区间	中值	频率	概率	概 率 密 度 (实验)	概 率 密 度 (理论)
[4. 350, 4. 375)	4. 3625	0	0%	0	0. 26178
[4. 375, 4. 400)	4. 3875	0. 00455	0. 455%	0. 18182	0. 38239
[4. 400, 4. 425)	4. 4125	0	0%	0	0. 54069
[4. 425, 4. 450)	4. 4375	0. 02727	2. 727%	1. 09091	0. 74001
[4. 450, 4. 475)	4. 4625	0. 02273	2. 273%	0. 90909	0. 98035
[4. 475, 4. 500)	4. 4875	0. 03636	3. 636%	1. 45455	1. 25713
[4. 500, 4. 525)	4. 5125	0. 04545	4. 545%	1. 81818	1. 56038
[4. 525, 4. 550)	4. 5375	0. 05909	5. 909%	2. 36364	1. 87472
[4. 550, 4. 575)	4. 5625	0. 09545	9. 545%	3. 81818	2. 1802
[4. 575, 4. 600)	4. 5875	0. 07273	7. 273%	2. 90909	2. 45419
[4. 600, 4. 625)	4. 6125	0. 09545	9. 545%	3. 81818	2. 67408
[4. 625, 4. 650)	4. 6375	0. 05455	5. 455%	2. 18182	2. 8203
[4. 650, 4. 675)	4. 6625	0. 06818	6. 818%	2. 72727	2. 87919

[4. 675, 4. 700)	4. 6875	0. 05	5. 000%	2	2. 8451
[4. 700, 4. 725)	4. 7125	0. 05455	5. 455%	2. 18182	2. 72132
[4. 725, 4. 750)	4. 7375	0. 03636	3. 636%	1. 45455	2. 51951
[4. 775, 4. 800)	4. 7625	0. 05909	5. 909%	2. 36364	2. 2579
[4. 825, 4. 850)	4. 7875	0. 02273	2. 273%	0. 90909	1. 95861
[4. 875, 4. 900)	4. 8125	0. 02273	2. 273%	0. 90909	1. 64455
[4. 925, 4. 950)	4. 8375	0. 02727	2. 727%	1. 09091	1. 33659
[4. 950, 4. 975)	4. 8625	0. 04091	4. 091%	1. 63636	1. 05148
[4. 975, 5. 000)	4. 8875	0. 03182	3. 182%	1. 27273	0. 80068
[5. 000, 5. 025)	4. 9125	0. 02273	2. 273%	0. 90909	0. 59016

	A(X)	B(Y)	C(Y)	D(Y)	E(Y)	F(Y)
Long Name	Bin Center	Bin End	Count	Relative Frequency	Probability Density	Normal Distribution Function
Units	s	s			s ⁻¹	s ⁻¹
Comments	Frequency Counts	Frequency Counts	Frequency Counts of A	Frequency Counts of A	Probability Density of A	Normal Distribution Function of A
F(x)=					Col(D)/0.025	rt(2*pi)*exp(-(col(A)-4.66586)^2/2/0.13
1	4.3625	4.375	0	0	0	0.26178
2	4.3875	4.4	1	0.00455	0.18182	0.38239
3	4.4125	4.425	0	0	0	0.54069
4	4.4375	4.45	6	0.02727	1.09091	0.74001
5	4.4625	4.475	5	0.02273	0.90909	0.98035
6	4.4875	4.5	8	0.03636	1.45455	1.25713
7	4.5125	4.525	10	0.04545	1.81818	1.56038
8	4.5375	4.55	13	0.05909	2.36364	1.87472
9	4.5625	4.575	21	0.09545	3.81818	2.1802
10	4.5875	4.6	16	0.07273	2.90909	2.45419
11	4.6125	4.625	21	0.09545	3.81818	2.67408
12	4.6375	4.65	12	0.05455	2.18182	2.8203
13	4.6625	4.675	15	0.06818	2.72727	2.87919
14	4.6875	4.7	11	0.05	2	2.8451
15	4.7125	4.725	12	0.05455	2.18182	2.72132
16	4.7375	4.75	8	0.03636	1.45455	2.51951
17	4.7625	4.775	13	0.05909	2.36364	2.2579
18	4.7875	4.8	5	0.02273	0.90909	1.95861
19	4.8125	4.825	5	0.02273	0.90909	1.64455
20	4.8375	4.85	6	0.02727	1.09091	1.33659
21	4.8625	4.875	9	0.04091	1.63636	1.05148
22	4.8875	4.9	7	0.03182	1.27273	0.80068
23	4.9125	4.925	5	0.02273	0.90909	0.59016
24	4.9375	4.95	1	0.00455	0.18182	0.42106
25	4.9625	4.975	6	0.02727	1.09091	0.29078
26	4.9875	5	3	0.01364	0.54545	0.19437
27	5.0125	5.025	1	0.00455	0.18182	0.12577

(3) 概率密度直方图



判断：从直方图和曲线来看，本实验的实验数据大体符合正态分布规律。

(4) 三个置信区间的概率

置信区间	$[\bar{T} - \sigma, \bar{T} + \sigma]$	$[\bar{T} - 2\sigma, \bar{T} + 2\sigma]$	$[\bar{T} - 3\sigma, \bar{T} + 3\sigma]$
概率	0.691	0.950	1.000

(5) A 类标准不确定度

A类标准不确定度:

$$u_A = \frac{SN}{\sqrt{n}} = \frac{0.13852}{\sqrt{220}} = 9.33902 \times 10^{-3} \text{ s}$$

$$u_A = 9.33902 \times 10^{-3} \text{ s}$$

(6) B类标准不确定度 (假定人的估计误差和秒表的允差均满足正态分布)

B类标准不确定度:

$$u_B = \frac{\sqrt{\Delta_{\text{估}}^2 + \Delta_{\text{秒}}^2}}{C} = \frac{\sqrt{(0.01)^2 + (0.2)^2}}{3} = 6.67499 \times 10^{-2} \text{ s}$$

(秒表的正态分布 $C=3$)

$$u_B = 6.67499 \times 10^{-2} \text{ s}$$

(7) 不确定度合成和扩展

不确定度合成:

$$u = \sqrt{u_A^2 + u_B^2} = \sqrt{(9.33902 \times 10^{-3})^2 + (6.67499 \times 10^{-2})^2}$$

$$= 0.06740 \text{ s}$$

标准不确定度: $u = 0.06740 \text{ s}$

不确定度扩展, $P=0.95$

$$U_{0.95} = \sqrt{(t_{0.95} \cdot U_A)^2 + (k_p \cdot U_B)^2} = \sqrt{(1.96 \times 9.33902 \times 10^{-3})^2 + (1.96 \times 6.67499 \times 10^{-2})^2}$$

$$= 0.13s$$

$$t_{0.95} = k_p = 1.96$$

扩展不确定度: $u_{0.95} = 0.13s$

(8) 测量结果的表述

$T = 4.67 \pm 0.13s$, $P = 0.95$

8. 实验结论

经过 220 次对时间的测量, 测量结果为 $T = 4.67 \pm 0.13s$ 。实验数据大体符合正态分布规律。

9. 误差来源分析

- ①测量者的反应有可能存在反应延迟, 会造成误差;
- ②外部环境可能会影响测量者的反应时间;
- ③测量次数有限, 数据不足够多 (n 不能实现 $\rightarrow \infty$), 不能使测量数据完全符合正态分布;
- ④测量进行多次后, 测量者可能会感到耳部不适以及产生心理变化, 会对测量带来误差;
- ⑤音响 (即电脑) 的音频发声时间较长, 使测量者不能在同一时间计时

10. 思考题

1. 若测量结果偏离正态分布, 请分析其主要原因。

- ①测量者的反应有可能存在反应延迟, 会造成误差;
- ②外部环境可能会影响测量者的反应时间;
- ③测量次数有限, 数据不足够多 (n 不能实现 $\rightarrow \infty$), 不能使测量数据完全符合正态分布;
- ④测量进行多次后, 测量者可能会感到耳部不适以及产生心理变化, 会对测量带来误差;
- ⑤音响 (即电脑) 的音频发声时间较长, 使测量者不能在同一时间计时

2. 在不考虑系统误差的前提下, 多次等精度测量的随机误差分布有哪些特征?

- (1) 无论平均值或大或小, 当与平均值的差值的绝对值相等时, 出现的概率大致相等;

- (2) 在一定条件下，标准差的绝对值有一定限度；
- (3) 与平均值相差愈大，则其出现的概率也就越小；
- (4) 标准差的算术平均值随着测量次数 n 的增大而趋于零

3. 以 22 组数据为一股，将 220 组实验数据随机分为 10 股。分别计算每一股数据的平均值，然后计算这 10 个平均值的标准差 σ' 。请问 σ' 与 u_A 在数量上有何关系？理论上如何解释？（标准差的计算可用 excel 或 origin 软件计算，但需截取软件计算的相应数据及图片。）

(1) 220 组数据的随机分组与标准差的计算

①计算方法

随机分组方法：Excel 软件的随机函数 RAND()，再进行降序排序，得到编号 1-220 的 220 组数据的随机排列；

平均值计算方法：Excel 软件的平均值函数 AVERAGE(;)；

标准差计算方法：Excel 软件的标准差函数 STDEVPA(;)；

②计算结果

10 组数据的平均数软件计算图片：

第 01 组：

随机22组数据 序号	数据	组别	平均值
1	4.48	1	4.684090909
93	4.75	2	
63	4.51	3	
154	4.63	4	
166	4.94	5	
	平均值	6	
64	4.61	7	
49	4.62	8	4.684090909
10	4.67	9	
176	4.88	10	
76	4.95		
141	4.7		
119	4.67		
72	4.8		
157	4.71		
36	4.45		
163	4.69		
29	4.64		
133	4.47		
212	4.59		
100	4.73		
175	4.68		
91	4.88		

第 02 组：

随机22组数据 序号	数据	组别	平均值
80	4.53	1	4.684090909
151	4.8	2	4.689545455
183	4.6	3	
143	4.69	4	
214	4.63	5	
	平均值	6	
220	4.83	7	
97	4.7	8	4.689545455
217	4.69	9	
208	4.48	10	
5	4.87		
196	4.79		
201	4.69		
117	4.7		
41	4.85		
13	4.64		
83	4.44		
37	4.68		
98	4.68		
107	4.49		
101	4.9		
70	4.59		
79	4.9		

第 03 组：

随机22组数据				组别	平均值
序号	数据				
				1	4.684090909
33	4.62			2	4.689545455
207	4.83			3	4.722727273
26	4.8			4	
81	4.95			5	
153	4.48			6	
		平均值			
144	4.8			7	
104	4.58	4.722727273		8	
113	4.79			9	
211	4.96			10	
99	4.59				
135	4.56				
21	4.78				
181	4.77				
103	4.73				
50	4.74				
198	4.97				
78	4.44				
186	4.75				
158	4.6				
30	4.55				
106	4.78				
17	4.83				

第 04 组：

随机22组数据				组别	平均值
序号	数据				
				1	4.684090909
66	4.44			2	4.689545455
161	4.89			3	4.722727273
46	4.88			4	4.67
110	4.56			5	
51	4.98			6	
		平均值			
169	4.65			7	
44	4.69	4.67		8	
188	4.38			9	
204	4.57			10	
146	4.79				
160	4.77				
147	4.63				
57	4.58				
102	4.62				
108	4.51				
109	4.57				
3	4.85				
185	4.69				
194	4.61				
136	4.77				
195	4.51				
219	4.8				

第 05 组：

随机22组数据				组别	平均值
序号	数据				
				1	4.684090909
218	4.75			2	4.689545455
114	4.68			3	4.722727273
140	4.6			4	4.67
75	4.56			5	4.631818182
82	4.5			6	
		平均值			
197	4.55			7	
118	4.74	4.631818182		8	
123	4.53			9	
174	4.62			10	
40	4.54				
120	4.58				
68	4.56				
14	4.71				
8	4.99				
142	4.57				
74	4.67				
121	4.85				
191	4.55				
139	4.73				
32	4.63				
213	4.55				

第 06 组：

随机22组数据 序号	数据		组别	平均值
			1	4.684090909
216	4.91		2	4.689545455
55	4.55		3	4.722727273
145	4.61		4	4.67
47	4.72		5	4.631818182
4	4.49		6	4.606363636
		平均值		
171	4.47		7	
152	4.53	4.606363636	8	
67	4.52		9	
48	4.58		10	
168	4.59			
165	4.56			
87	4.66			
94	4.62			
27	4.72			
172	4.43			
85	4.53			
199	4.74			
148	4.53			
221	4.72			
179	4.59			
182	4.53			
86	4.74			

第 07 组：

随机22组数据 序号	数据		组别	平均值
			1	4.684090909
61	4.55		2	4.689545455
11	4.68		3	4.722727273
193	4.67		4	4.67
16	4.85		5	4.631818182
200	4.62		6	4.615909091
		平均值		
18	4.86		7	4.615909091
92	4.64	4.615909091	8	
22	4.63		9	
73	4.63		10	
129	4.56			
34	4.53			
90	4.58			
35	4.44			
60	4.6			
125	4.61			
209	4.59			
52	4.64			
2	4.75			
184	4.48			
42	4.54			
15	4.48			
96	4.62			

第 08 组：

随机22组数据 序号	数据		组别	平均值
			1	4.684090909
173	4.73		2	4.689545455
150	4.88		3	4.722727273
156	4.58		4	4.67
20	4.75		5	4.631818182
65	4.66		6	4.684090909
		平均值		
137	4.59		7	4.615909091
59	4.55	4.684090909	8	4.684090909
12	4.88		9	
62	4.59		10	
149	4.76			
124	4.52			
116	4.83			
162	4.58			
138	4.47			
189	4.91			
134	4.53			
115	4.76			
127	4.98			
178	4.7			
54	4.71			
180	4.58			
130	4.51			

第 09 组：

随机22组数据				组别	平均值
序号	数据			1	4.684090909
31	4.57			2	4.689545455
7	4.95			3	4.722727273
203	4.85			4	4.67
131	4.54			5	4.631818182
132	4.53			6	4.683181818
		平均值			
23	4.89			7	4.615909091
19	4.7	4.683181818		8	4.684090909
210	4.65			9	4.683181818
187	4.65			10	
202	4.56				
39	4.57				
84	4.9				
28	4.63				
215	4.53				
164	4.6				
24	4.77				
25	4.71				
95	4.6				
192	4.86				
205	4.62				
128	4.49				
38	4.86				

第 10 组：

随机22组数据				组别	平均值
序号	数据			1	4.684090909
155	4.67			2	4.689545455
122	4.63			3	4.722727273
190	4.62			4	4.67
89	4.77			5	4.631818182
206	4.83			6	4.669545455
		平均值			
53	4.57			7	4.615909091
77	4.5	4.669545455		8	4.684090909
159	4.67			9	4.683181818
105	4.52			10	4.669545455
56	5.01				
58	4.65				
112	4.67				
177	4.67				
9	4.46				
6	4.65				
69	4.62				
43	4.7				
167	4.62				
88	4.52				
126	4.84				
170	4.57				
71	4.97				

标准差：

组别	平均值	
1	4.684090909	
2	4.689545455	
3	4.722727273	
4	4.67	
5	4.631818182	
6	4.683181818	
7	4.615909091	
8	4.684090909	
9	4.683181818	
10	4.669545455	
	标准差	
	0.028591054	

解释说明：

思考题3, A类

从上述的数据计算中, 可以得知:

(1) 220组数据的不确定 $U_A = 9.33902 \times 10^{-3}$

(2) 10组平均值的标准差为 $\sigma' = 0.0285915$

存在的数量关系: $\frac{\sigma'}{U_A} = 3.06146 \approx \sqrt{10}$, $\sigma' > U_A$

从理论上进行解释:

A类不确定度使用测量列平均值的标准差,

$$\text{即 } U_A = \frac{\sigma_N}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum (N_i - \bar{N})^2}{n(n-1)}} \quad \left(\begin{array}{l} N = 220 \\ n = 10 \end{array} \right)$$

而由于10组数据为随机分成,

故可用 σ_N 来近似代替 10组数据

10组数据中, $n=10$

理论上

$$\therefore U_A = \frac{\sigma_N}{\sqrt{10}}$$

\therefore 满足关系 $\frac{\sigma'}{U_A} = \sqrt{10}$, $\sigma' > U_A$