Лабораторная работа 3

Математическое моделирование

Ефремова Ангелина Романовна

Содержание

List of Tables

List of Figures

1 Цель работы

Цель третьей лабораторной работы - рассмотреть простейшую модель боевых действий – модель Ланчестера.

2 Задание

2.1 1. Построить графики изменения численности войск армии X и армии У для модели боевых действий между регулярными войсками.

2.2 2. Построить графики изменения численности войск армии X и армии У для модели ведения боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов.

3 Выполнение лабораторной работы

3.1 Рассуждения и условие

1. Рассмотрим простейшую модель боевых действий – модель Ланчестера. В противоборстве будут принимать участие как регулярные войска, так и партизанские отряды. Рассмотрим два случая ведения боевых действий:

- Боевые действия между регулярными войсками.
- Боевые действия с участием регулярных войск и партизанских отрядов.

2. Между страной Х и страной У идет война. Численность состава войск исчисляется от начала войны, и являются временными функциями x(t) и y(t). В начальный момент времени страна Х имеет армию численностью 50 000 человек, а в распоряжении страны У армия численностью в 69 000 человек. Для упрощения модели считаем, что коэффициенты a, b, c, h постоянны. Также считаем, что P(t) и Q(t) непрерывные функции.

3. Графики численности войск необходимы для следующих случаев:

- Модель боевых действий между регулярными войсками

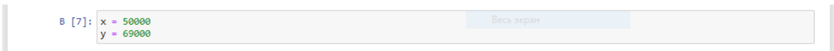
$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = -0,34x(t) - 0,72y(t) + \sin(t+10)$
$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = -0,89x(t) - 0,43y(t) + \cos(t+20)$

- Модель ведение боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов

$\frac{dx}{dt} = -0,12x(t) - 0,51y(t) + \sin(20t)$
$\frac{dy}{dt} = -0,3x(t)y(t) - 0,61y(t) + \cos(13t)$

3.2 Начальные условия

1. X - численность первой армии, Y - численность второй армии для моего варианта. (рис. 3.1)



```
В [7]: x = 50000
       y = 69000
```

Figure 3.1: Численности армий

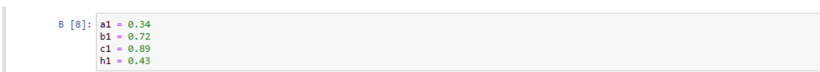
2. Константы для боя между регулярными войсками:

a1 = 0.34 - константа, характеризующая степень влияния различных факторов на потери в бою между регулярными войсками;

b1 = 0.72 - эффективность боевых действий армии y в бою между регулярными войсками;

c1 = 0.89 - эффективность боевых действий армии x в бою между регулярными войсками;

h1 = 0.43 - константа, характеризующая степень влияния различных факторов на потери в бою между регулярными войсками. (рис. 3.2)



```
В [8]: a1 = 0.34
       b1 = 0.72
       c1 = 0.89
       h1 = 0.43
```

Figure 3.2: Константы для боя между регулярными войсками

3. Константы для боя между регулярными войсками и партизанскими отрядами:

a2 = 0.12 - константа, характеризующая степень влияния различных факторов на потери в бою между регулярными войсками и партизанскими отрядами;

b2 = 0.51 - эффективность боевых действий армии y в бою между регулярными войсками и партизанскими отрядами;

c2 = 0.3 - эффективность боевых действий армии x в бою между регулярными войсками и партизанскими отрядами;

h2 = 0.61 - константа, характеризующая степень влияния различных факторов на потери в бою между регулярными войсками и партизанскими отрядами. (рис. 3.3)

```
В [9]: a2 = 0.12
       b2 = 0.51
       c2 = 0.3
       h2 = 0.61
```

Figure 3.3: Константы для боя между регулярными войсками и партизанскими отрядами

4. Следующие строки описывают начальный момент времени (t0 = 0), предельный момент времени (tmax = 1) и шаг изменения времени (dt = 0.05). (рис. 3.4)

```
В [10]: t0 = 0
        tmax = 1
        dt = 0.05
        t = np.arange(t0, tmax, dt)
```

Figure 3.4: Начальные условия времени

3.3 Составление систем дифференциальных уравнений и их решения

1. Просчитаем возможность подхода подкрепления к армии x (sin1) и к армии y (cos1) в бою между регулярными войсками. (рис. 3.5)

```
В [11]: def Sin1(t):
            sin1 = np.sin(t+10)
            return sin1
        def Cos1(t):
            cos1 = np.cos(t+20)
            return cos1
```

Figure 3.5: Подход подкрепления, регулярные войска

2. Просчитаем возможность подхода подкрепления к армии x (sin2) и к армии y (cos2) в бою между регулярным войском и партизанским отрядом. (рис. 3.6)

```
В [12]: def Sin2(t):
            sin2 = np.sin(20*t)
            return sin2
        def Cos2(t):
            cos2 = np.cos(13*t)
            return cos2
```

Figure 3.6: Подход подкрепления, регулярное войско и партизанский отряд

3. Составим системы дифференциальных уравнений изменения численностей первой армии и второй армии регулярных войск. (рис. 3.7)

```
В [13]: def Sluchai1(f, t):
            sluchai1_1 = -a1*f[0] - b1*f[1] + Sin1(t)
            sluchai1_2 = -c1*f[0] - h1*f[1] + Cos1(t)
            return sluchai1_1, sluchai1_2
```

Figure 3.7: Изменения численностей армий регулярных войск

4. Составим системы дифференциальных уравнений изменения численностей армии регулярных войск и партизанского отряда. (рис. 3.8)

```
В [14]: def Sluchai2(f, t):
            sluchai2_1 = -a2*f[0] - b2*f[1] + Sin2(t)
            sluchai2_2 = -c2*f[0]*f[1] - h2*f[1] + Cos2(t)
            return sluchai2_1, sluchai2_2
```

Figure 3.8: Изменения численностей армии регулярного войска и партизанского отряда

5. Следующие строки задают вектор начальных условий (v) и считают решения дифференциальных уравнений (u1 и u2). (рис. 3.9)

```
В [15]: v = np.array([x, y])

В [16]: u1 = odeint(Sluchai1, v, t)
        u2 = odeint(Sluchai2, v, t)
```

Figure 3.9: Вектор начальных условий и решения дифференциальных уравнений

3.4 Построение графиков решений

1. Эти строки строят график для модели боевых действий между регулярными войсками. (рис. 3.10)

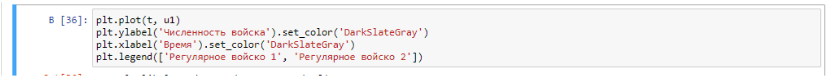


Figure 3.10: Построение графика боя регулярных войск

2. Так выглядит график для модели боевых действий между регулярными войсками. (рис. 3.11)

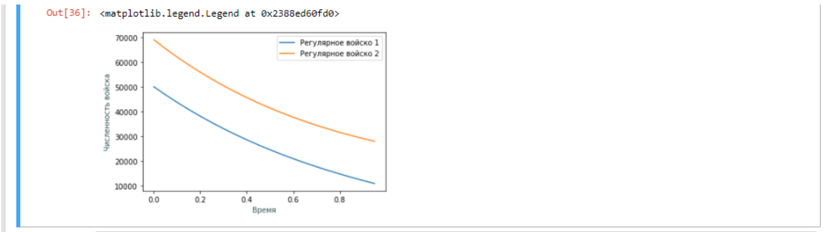


Figure 3.11: График боя регулярных войск

3. Эти строки строят график для модели боевых действий между регулярным войском и партизанским отрядом. (рис. 3.12)

Figure 3.12: Построение графика боя регулярного войска и партизанского отряда

4. Так выглядит график для модели боевых действий между регулярным войском и партизанским отрядом. (рис. 3.13)

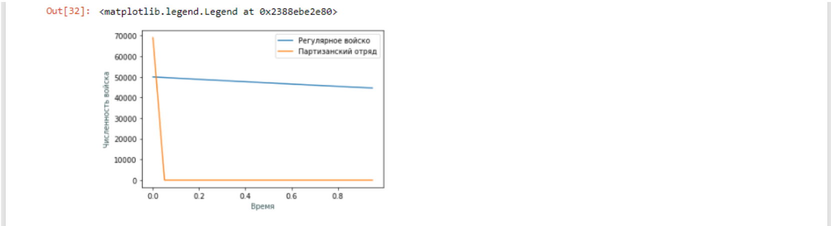


Figure 3.13: График боя регулярного войска и партизанского отряда

4 Выводы

В результате выполнения третьей лабораторной работы, я рассмотрела один из примеров простейшей модели боевых действий – модель Ланчестера. Я научилась:

- Просчитывать возможности подходов подкреплений к армиям;
- Составлять системы дифференциальных уравнений изменения численностей армий;
- Строить графики для моделей боевых действий.