ЭТАП 2 ПРОЕКТА НА ТЕМУ

ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ, ДЕТЕРМИНИРОВАННОЕ ГОРЕНИЕ

Выполнили:

Давтян Артур 1032183382

Левкович Константин 1032182533

Якушевич Артём 1032186801

Федотов Дмитрий 1032183383

Ефремова Ангелина 1032185215

Подмогильный Иван 1032182536

ВВЕДЕНИЕ

- Один из методов решения одномерного уравнения теплопроводности - метод Эйлера.
- Разберем алгоритм решения одномерного уравнения теплопроводности по методу Эйлера.

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЗАДАЧИ

Нам требуется:

1. Решить одномерное уравнение теплопроводности с адиабатическими граничными условиями, используя явную разностную схему.
2. Исследовать поведение численного решения при различных значениях $\chi\frac{\Delta t}{h^2}$.

АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ ОДНОМЕРНОГО УРАВНЕНИЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ ПО МЕТОДУ ЭЙЛЕРА

1. Первым шагом в процедуре дискретизации является замена области [0, L] × [0, T] множеством узлов сетки. Здесь мы применяем равноотдалённые точки сетки $x_i = i\Delta x, i = 0, ..., N_x$ и $t_n = n\Delta t, n = 0, ..., N_t$.

2. Кроме того, u_i^n обозначает сеточную функцию, которая аппроксимирует $u(x_i, t_n)$ для $i = 0, \ldots, N_x$ и $n = 0, \ldots, N_t$. Нужно, чтобы выполнялось начальное дифференциальное уравнение теплопроводности: $\frac{\partial u}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad x \in (0, L),\ t \in (0, T]$ в узле x_i, t_n .

.

3. Составляем уравнение:

$$\frac{\partial}{\partial t}u(x_i, t_n) = \alpha\frac{\partial^2}{\partial x^2}u(x_i, t_n).$$

4. Следующим шагом является замена производных методом аппроксимации конечными разностями. Проще всего для написания кода использовать пространство

$$[D_t^+ u = \alpha D_x D_x u]_i^n \ .$$

4. Расписывая, $\frac{u_i^{n+1} - u_i^n}{\Delta t} = \alpha\frac{u_{i+1}^n - 2u_i^n + u_{i-1}^n}{\Delta x^2}$.

5. Мы превратили дифференциальное уравнение в алгебраическое (или дискретное) для простоты решения. Как обычно, мы ожидаем, что u_i^n уже вычислен таким образом, что u_i^{n+1} является единственным неизвестным. Решаем относительно этого неизвестного:

$$u_i^{n+1} = u_i^n + F\left(u_{i+1}^n - 2u_i^n + u_{i-1}^n\right) \ .$$

6. F — ключевой параметр в дискретном уравнении теплопроводности.

При этом F - безразмерное число, которое объединяет ключевой физический параметр задачи α и параметры дискретизации Δx и Δt в один параметр. Все свойства численного метода критически зависят от величины F.

7. Тогда наш алгоритм выглядит следующим образом:

- Вычислить $u_i^0 = I(x_i)$ для $i = 0, \ldots, N_x$
- Для $n = 0, 1, \ldots, N_t$:
    - Применяем последнее получившееся уравнение для всех внутренних пространственных точек $i = 1, \ldots, N_x - 1$
    - Установим граничные значения $u_i^{n+1} = 0$ для $i = 0$ и $i = N_x$

ВЫВОДЫ

Метод Эйлера - наиболее удобный для написания кода, потому что преобразовывает дифференциальное уравнение в дискретное, при этом учитывая критическое значение F для всей модели.