

دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی
دانشکده مهندسی برق - گروه مهندسی کنترل

درس کنترل خطی ارزشیابی پایانی

نام و نام خانوادگی	یگانه طهماسبی و رضوان عسکری
شماره دانشجویی	۴۰۲۱۹۵۵۳/۴۰۲۱۹۲۵۳
تاریخ	بهمن ۱۴۰۴

دسترسی به کدها و فایل های شبیه سازی (GitHub):

<https://github.com/Yegane05/Linear-Control-Project-KNTU>



فهرست مطالب

۷	۱	مقدمه و دید کلی از پروژه
۷	۱.۱	گام صفر: بررسی شماتیک موجود در سیمولینک و داده های پروژه
۹	۲.۱	جمع بندی
۹	۲	گام اول: استخراج فضای حالت
۱۴	۳	گام دوم: استخراج معادلات دینامیکی و پیاده سازی مدل سیستم کنترل سطح مایع در مخزن
۲۰	۴	استخراج تابع تبدیل سیستم
۲۰	۱.۴	استخراج تابع تبدیل از طریق تحلیل معادلات
۲۰	۲.۴	استخراج تابع تبدیل از طریق داده های شبیه سازی
۲۰	۳.۴	بررسی اعتبار تابع تبدیل
۲۱	۵	Open-Loop (تحلیل) Analysis حلقه باز سیستم
۲۵	۶	استخراج معادله دینامیکی سیستم
۲۶	۷	تعیین نقطه کار
۲۶	۸	خطی سازی سیستم
۲۷	۹	مدل فضای حالت
۲۷	۱۰	استخراج تابع تبدیل
۲۸	۱۱	تحلیل پاسخ پله
۲۸	۱۲	پارامترهای زمانی سیستم
۲۹	۱۳	اعتبار مدل خطی
۲۹	۱۴	مقایسه پاسخ غیرخطی به پله کوچک و بزرگ
۳۲	۱.۱۴	بررسی پاسخ ضربه و شیب
۳۵	۱۵	تحلیل پاسخ های استاندارد سیستم
۳۵	۱.۱۵	تحلیل پاسخ ضربه
۳۷	۲.۱۵	تحلیل پاسخ رمپ



۳۸	۱۶ ساختار سیستم
۳۸	۱.۱۶ تعیین مرتبه سیستم
۳۸	۲.۱۶ تعیین نوع سیستم (System) (Type)
۳۹	۳.۱۶ نتایج مربوط به نوع صفر
۳۹	۱۷ جمع‌بندی نهایی
۴۳	۱۸ تحلیل در حوزه فرکانس
۴۶	۱.۱۸ تابع تبدیل سیستم خطی شده
۴۶	۲.۱۸ تحلیل پایداری با معیار راث-هرویتز
۴۶	۳.۱۸ تحلیل پایداری BIBO
۴۷	۴.۱۸ تحلیل نمودار بود (Bode)
۴۷	۱.۴.۱۸ تحلیل بهره
۴۸	۲.۴.۱۸ تحلیل فاز
۴۸	۳.۴.۱۸ حاشیه‌های پایداری
۴۸	۵.۱۸ تحلیل نمودار نایکوئیست (Nyquist)
۴۹	۱.۵.۱۸ معیار نایکوئیست
۴۹	۶.۱۸ جمع‌بندی تحلیل فرکانسی
۵۰	۱۹ تحلیل حساسیت سیستم و شرایط بالقوه ناپایداری
۵۰	۱.۱۹ تابع تبدیل خطی شده
۵۰	۲.۱۹ تحلیل حساسیت قطب نسبت به پارامترها
۵۰	۱.۲.۱۹ حساسیت نسبت به سطح مقطع مخزن A
۵۱	۲.۲.۱۹ حساسیت نسبت به سطح مقطع خروجی a
۵۱	۳.۲.۱۹ حساسیت نسبت به نقطه کار h_0
۵۱	۳.۱۹ شرایط بالقوه ناپایداری در مدل خطی
۵۲	۴.۱۹ تحلیل ناپایداری در مدل غیرخطی
۵۳	۵.۱۹ جمع‌بندی تحلیل حساسیت
۵۳	۲۰ طراحی و تحلیل کنترل‌کننده سطح مایع (PID)
۵۳	۱.۲۰ اهداف کنترلی
۵۳	۲.۲۰ ساختار کنترلی و پیاده‌سازی
۵۴	۳.۲۰ طراحی گام‌به‌گام ۱: تحلیل کنترل‌کننده تناسبی (P)
۵۴	۴.۲۰ طراحی گام‌به‌گام ۲: تحلیل کنترل‌کننده تناسبی-انتگرالی (PI)
۵۵	۵.۲۰ طراحی گام‌به‌گام ۳: تحلیل کنترل‌کننده تناسبی-مشتق‌گیر (PD)
۵۶	۶.۲۰ طراحی نهایی: کنترل‌کننده PID و تحلیل پاسخ
۵۸	۷.۲۰ تحلیل نویز و اثر فیلتر مشتق‌گیر



۵۹	۸.۲۰ تحلیل مصالحه بین حذف نویز و پایداری (Trade-off)
۶۰	۲۱ بررسی عملکرد سیستم در حضور اغتشاش (Disturbance)
۶۰	۱.۲۱ سناریوی تست و تغییرات در بلوک دیاگرام
۶۰	۲.۲۱ تحلیل پاسخ زمانی
۶۱	۲۲ بررسی عملکرد سیستم در حضور نویز اندازه‌گیری (Noise)
۶۱	۱.۲۲ مدل‌سازی نویز سنسور
۶۲	۲.۲۲ تحلیل پایداری در حضور نویز
۶۲	۲۳ تحلیل ثابت زمانی و پیشنهادات نهایی
۶۳	۲۴ نتیجه‌گیری نهایی
۶۳	۲۵ ضمیمه: راهنمای فایل‌های ارسالی



فهرست تصاویر

۷ تصویر مدل سیمولینک اصلی	۱
۸ خروجی اول	۲
۸ خروجی رابط گرافیکی	۳
۹ تصویر سیمولینک دوم	۴
۱۰ داده های فراخوانی شده	۵
۱۱ داده های فراخوانی شده	۶
۱۱ استخراج فضای حالت	۷
۱۲ استخراج فضای حالت	۸
۱۳ استخراج فضای حالت	۹
۱۴ مقایسه با مدل اصلی	۱۰
۱۵ پیاده سازی معادله دینامیکی در سیمولینک	۱۱
۱۵ نتیجه خروجی و تحقق هدف پروژه	۱۲
۱۷ استخراج پارامتر های سیستم	۱۳
۱۸ شبیه سازی معادله دینامیک در سیمولینک	۱۴
۱۹ نتیجه خروجی شبیه سازی سیمولینک به ورودی پله	۱۵
۲۲ کد متلب سیستم خطی به ورودی پله	۱۶
۲۳ ادامه کد متلب برای پیدا کردن پاسخ ضربه و پارامتر های حلقه باز	۱۷
۲۴ نتیجه خروجی به ورودی پله	۱۸
۲۵ نتیجه خروجی به ورودی پله	۱۹
۳۰ نتیجه خروجی به ورودی پله	۲۰
۳۱ نتیجه خروجی به ورودی پله	۲۱
۳۲ نتیجه خروجی به ورودی پله با دامنه کوچک و بزرگ	۲۲
۳۳ کد متلب سیستم خطی از معادلات حالت استخراج شده	۲۳
۳۴ پاسخ ضربه به معادله حالت	۲۴
۳۵ پاسخ به ورودی شیب	۲۵
۴۰ کد متلب سیستم غیر خطی با استفاده از دینامیک مسیله	۲۶
۴۱ پاسخ ضربه برای معادله غیر خطی	۲۷
۴۲ پاسخ به ورودی شیب برای معادله غیر خطی دینامیک ی	۲۸
۴۳ نمودار بود برای مدل خطی شده	۲۹
۴۴ نمودار بود برای مدل خطی شده کد متلب	۳۰
۴۵ نمودار نایکویست برای مدل خطی شده کد متلب	۳۱
۴۵ نمودار نایکویست برای مدل خطی شده کد متلب	۳۲
۵۳ مدل بلوک دیاگرامی سیستم حلقه بسته در محیط سیمولینک	۳۳
۵۴ پاسخ سیستم با کنترل کننده $P(50) K_p$: وجود خطای حالت ماندگار	۳۴



۳۵	پاسخ سیستم با کنترل کننده PI: حذف کامل خطا	۵۵
۳۶	پاسخ سیستم با کنترل کننده PD ($P = 50, D = 15$): بهبود میرایی اما بقای خطا	۵۶
۳۷	پاسخ نهایی سیستم با کنترل کننده PID	۵۷
۳۸	اثر مخرب نویز بر فرمان شیر با فیلتر نامناسب ($N = 100$)	۵۸
۳۹	سیگنال فرمان شیر اصلاح شده با فیلتر مناسب ($N = 1$)	۵۹
۴۰	نحوه اعمال اغتشاش به ورودی سیستم در محیط سیمولینک	۶۰
۴۱	پاسخ سیستم به اغتشاش پله‌ای در ثانیه ۳۰ و دفع کامل اثر آن	۶۱
۴۲	افزودن نویز به مسیر فیدبک سنسور ارتفاع	۶۱
۴۳	پاسخ سیستم در حضور نویز سنسور (حفظ پایداری حول مقدار مرجع)	۶۲



فهرست جداول

۱	جدول پایداری راث-هرویتز برای سیستم حلقه بسته	۴۶
---	--	----

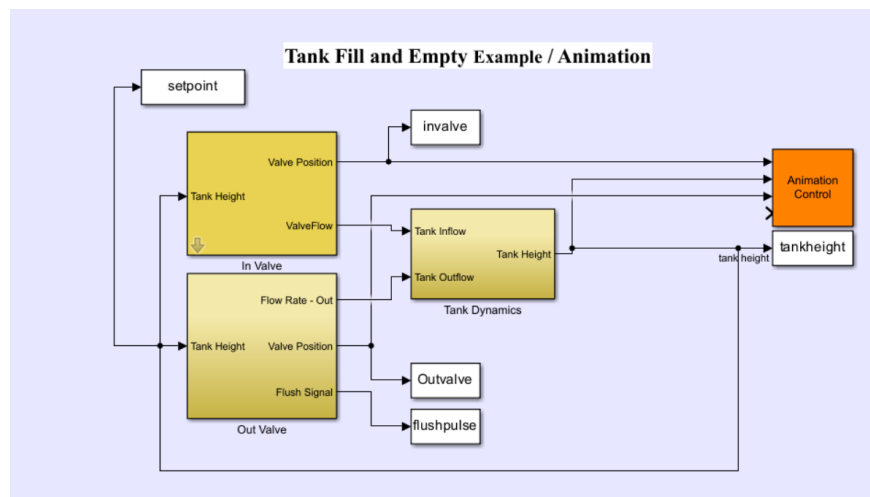


۱ مقدمه و دید کلی از پروژه

در این بخش ابتدایی می‌خواهیم ابتدا به این موضوع بپردازیم که این پروژه به صورت کلی چه فرایندی را طی می‌کند؟ بلوک‌ها و المان‌های استفاده شده در پروژه برای چه اهدافی و چگونه تنظیم شده‌اند. تا در ادامه مسیر تحلیل و بررسی پارامترهای علمی که در درس خواندیم برایمان واضح‌تر شود.

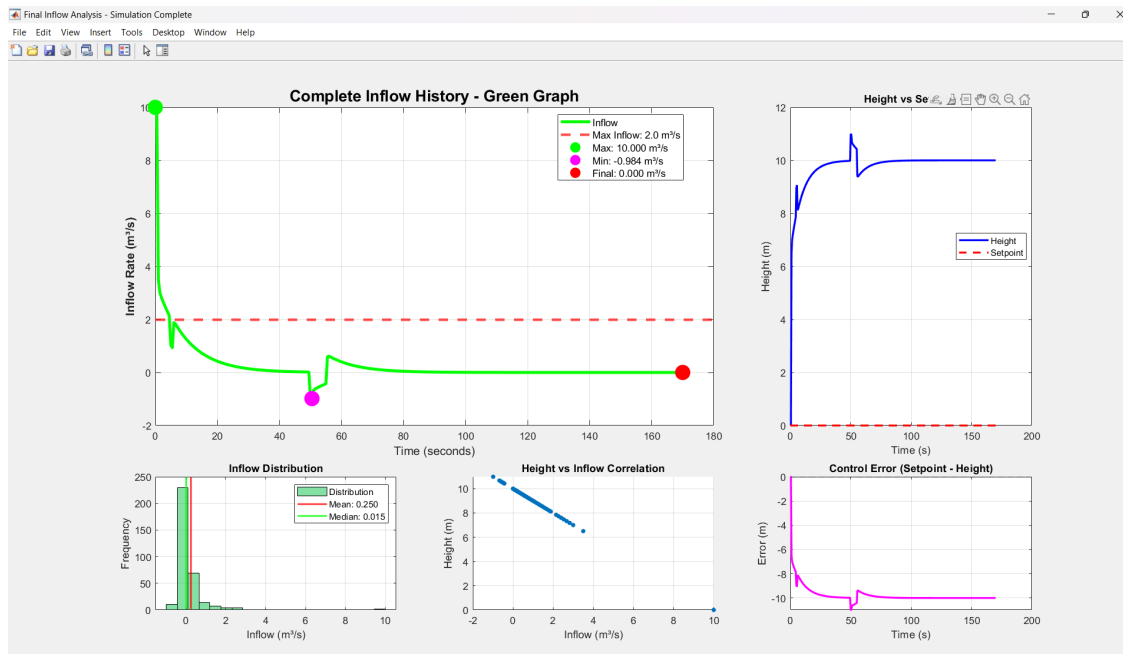
۱.۱ گام صفر: بررسی شماتیک موجود در سیمولینک و داده‌های پروژه

قطعا برای شروع پروژه لازم است تا ابتدا فایل‌ها و داده‌هایی که پروژه در اختیار ما گذاشته است را به خوبی بررسی کنیم تا در ادامه راه سر درگم نشویم.

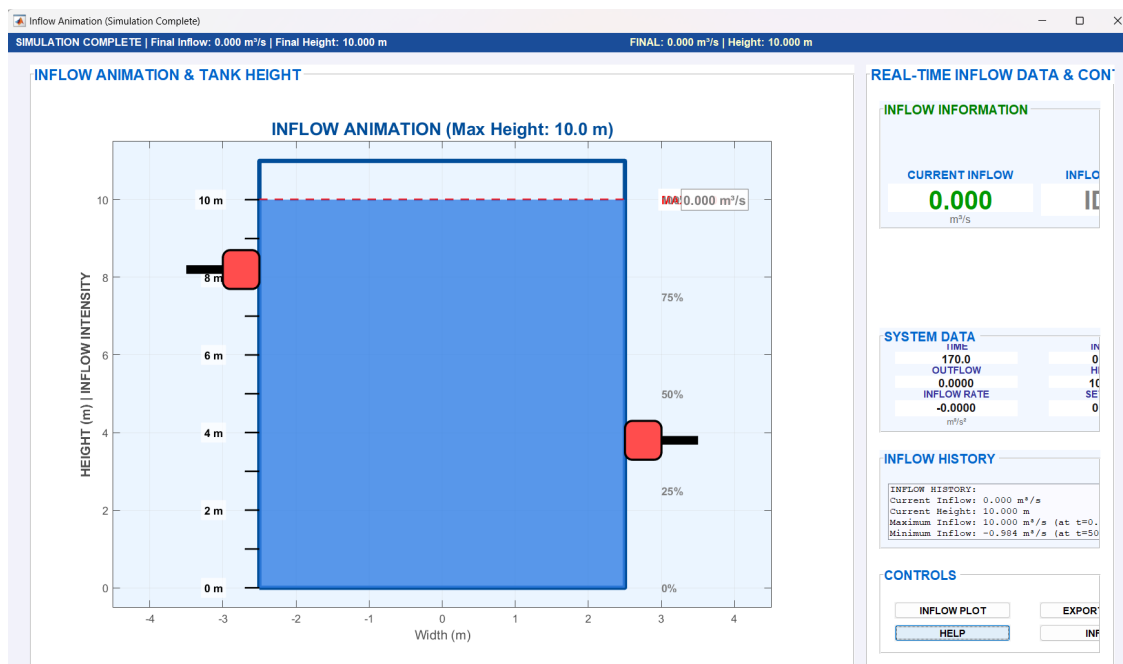


شکل ۱: تصویر مدل سیمولینک اصلی

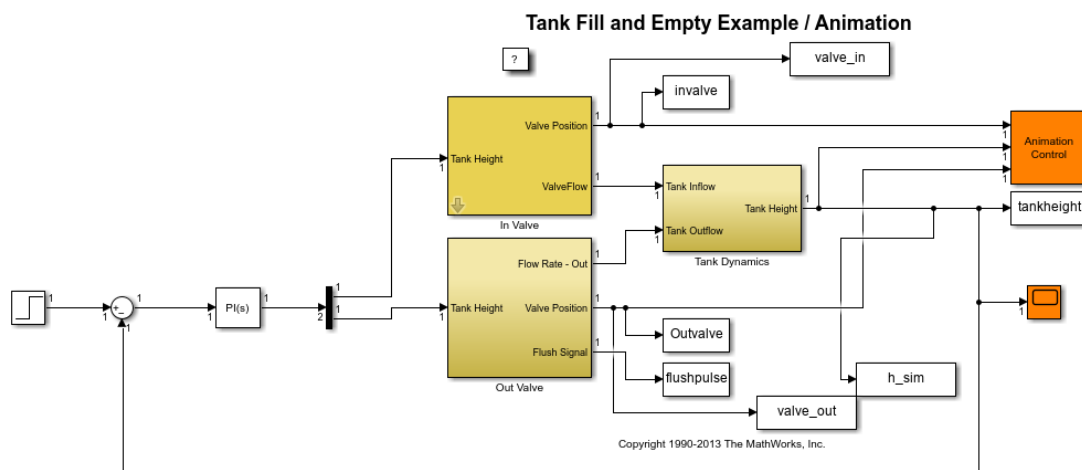
در تصویر بالا همان‌طور که در فایل پروژه هم آمده بود، دیاگرام سیستم داخل سیمولینک متلب پیاده‌سازی شده که با کمی تامل می‌توانیم به منطق شیرها و نحوه عملکرد سیستم پی ببریم. به امید خدا در ادامه مطالب در بخش ۱ پروژه این مهم، انجام خواهد شد. و شیوه کار کردن سیستم به خوبی شرح داده خواهد شد. ما در گام نخست برای اینکه نتیجه این شبیه‌سازی را ببینیم، از کد متلب که الگوریتم کاری تانک در آن نوشته شده بود و همچنین سیمولینک ران گرفتیم و خروجی‌های زیر را مشاهده کردیم.



شکل ۲: خروجی اول



شکل ۳: خروجی رابط گرافیکی



شکل ۴: تصویر سیمولینک دوم

در تصویر سیمولینک دوم وقتی نگاه اجمالی میکنیم متوجه میشویم که از فیدبک کنفی استفاده شده جهت کنترل ارتفاع آب و همچنین کنترل کننده pi که بسته به نمونه برداری انجام شده در خروجی که وضعیت ارتفاع اب را نشان میدهد به سیستم دستور میدهد شیر ورودی یا خروجی باز شود. لازم به ذکر است که این نگاه صرفا یک نگاه سطحی است و ما در ادامه به اجمال و به صورت کامل تری به تحلیل سیستم خواهیم پرداخت.

۲.۱ جمع بندی

تا اینجا فایل ها بررسی و خروجی ها یک مرتبه دیده شدند. حال میخواهیم از این مرحله گذر کنیم و در مراحل بعدی نگاهی عمیق تر به پروژه داشته باشیم.

۲ گام اول: استخراج فضای حالت

در فایل پروژه آمده بود: داده های شبیه سازی در قسمت متلب workspace قرار دارد و ذخیره شده اند. من برای فراخوانی این داده ها در window دستور این whos داده هارا استخراج کردم. دیدیم که همان داده هایی که در پنجره وورک اسپیس بود در خروجی نشان داده شد.



```
>> whos
```

Name	Size	Bytes	Class
A	1x1	8	double
Cd	1x1	8	double
Outvalve	341x1	2728	double
a	1x1	8	double
area	1x1	8	double
f_lin	1x1	32	function_handle
f_nl	1x1	32	function_handle
flushpulse	341x1	2728	double
hO	1x1	8	double
h_eq	1x1	8	double
h_lin	337x1	2696	double
h_nl	345x1	2760	double
h_tilde	337x1	2696	double
hilim	1x1	8	double
fx inflow	1x1	8	double

شکل ۵: داده های فراخوانی شده



<i>inflowData</i>	<i>1x1</i>	<i>880 struct</i>
<i>invalve</i>	<i>341x1</i>	<i>2728 double</i>
<i>lolim</i>	<i>1x1</i>	<i>8 double</i>
<i>out</i>	<i>1x1</i>	<i>6934 Simulink-SimulationOutput</i>
<i>outflow</i>	<i>1x1</i>	<i>8 double</i>
<i>qin</i>	<i>1x1</i>	<i>8 double</i>
<i>setpoint</i>	<i>1x1</i>	<i>336 timeseries</i>
<i>t_l</i>	<i>337x1</i>	<i>2696 double</i>
<i>t_nl</i>	<i>345x1</i>	<i>2760 double</i>
<i>tankheight</i>	<i>341x1</i>	<i>2728 double</i>
<i>tout</i>	<i>341x1</i>	<i>2728 double</i>
<i>tspan</i>	<i>1x2</i>	<i>16 double</i>

شکل ۶: داده های فراخوانی شده

در مرحله بعد باید با استفاده از این داده ها فضای حالت سیستم را پیدا کنیم . به صورت زیر :

```
sys_ss = ssest(data, nx);
```

```
>> sys_ss
```

```
sys_ss =
```

Continuous-time identified state-space model:

$$dx/dt = A x(t) + B u(t) + K e(t)$$

$$y(t) = C x(t) + D u(t) + e(t)$$

A =

$$\begin{matrix} & x1 \\ x1 & -0.005806 \end{matrix}$$

B =

$$\begin{matrix} & u1 \\ x1 & 0.004606 \end{matrix}$$

شکل ۷: استخراج فضای حالت



$$C = \begin{bmatrix} x1 \\ y1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 101.4 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} u1 \\ y1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$K = \begin{bmatrix} y1 \\ x1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.01413 \\ 0 \end{bmatrix}$$

شکل ۸: استخراج فضای حالت



Parameterization:

FREE form (all coefficients in A, B, C free).

Feedthrough: none

Disturbance component: estimate

Number of free coefficients: 4

Use "idssdata", "getpvec", "getcov" for parameters

Status:

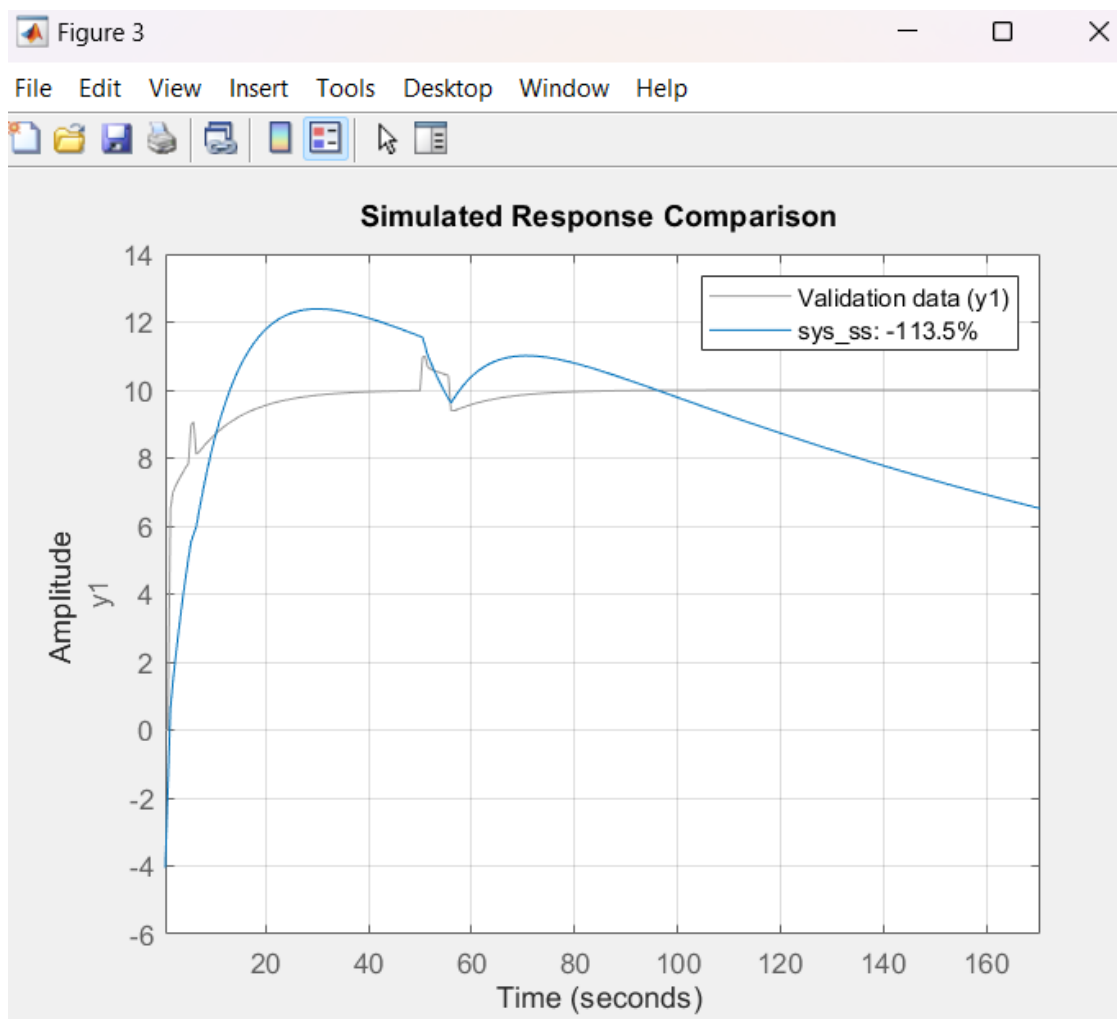
Estimated using SSEST on time domain data "data".

Fit to estimation data: 69.34% (prediction focus)

FPE: 0.07968, MSE: 0.07829

شکل ۹: استخراج فضای حالت

تا اینجا توانستیم با در محیط کد نویسی متلب با استفاده از دستوراتی داده های موجود در سیستم را فراخوانی و به کمک دستور S- معادله set فضای حالت آن را نیز استخراج کنیم. در انتهای این دستورات میخواهیم بررسی کنیم که چه مقدار تطابق دارد این معادلات با سیستم اصلی:

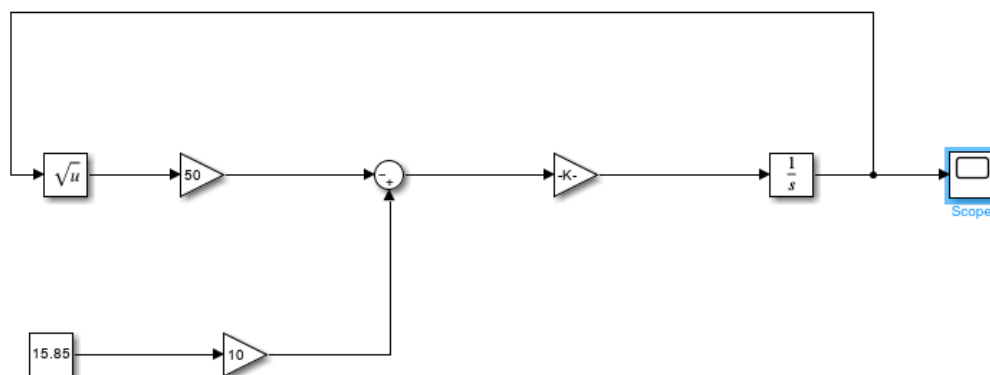


شکل ۱۰: مقایسه با مدل اصلی

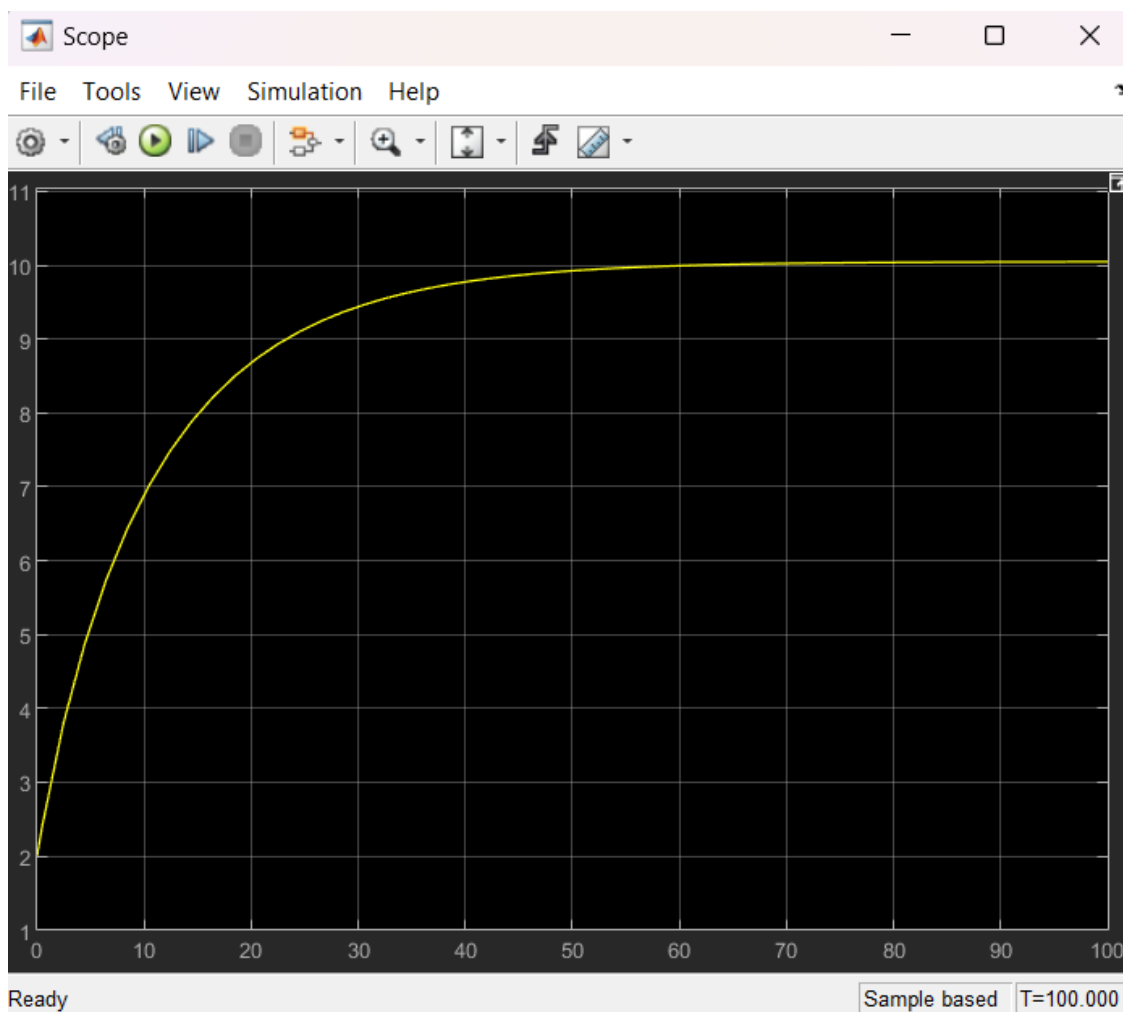
همان طور که مشخص است طبق خروجی های قبلی ۶۹ درصد تطابق وجود دارد . که شکل نیز این را تایید میکند .

۳ گام دوم: استخراج معادلات دینامیکی و پیاده سازی مدل سیستم کنترل سطح مایع در مخزن

. معرفی سیستم و هدف شبیه سازی



شکل ۱۱: پیاده سازی معادله دینامیکی در سیمولینک



شکل ۱۲: نتیجه خروجی و تحقق هدف پروژه



در این پروژه، یک سیستم کنترل سطح مایع در یک مخزن مورد بررسی قرار گرفته است. سیستم شامل یک مخزن با سطح مقطع ثابت بوده که از طریق یک شیر ورودی پر شده و به وسیله یک شیر خروجی تخلیه می‌گردد. هدف اصلی، بررسی رفتار دینامیکی سطح آب در مخزن و استخراج مدل دینامیکی مناسب جهت تحلیل و طراحی سیستم کنترلی می‌باشد. به منظور درک رفتار زمانی سیستم، شبیه‌سازی اولیه در محیط Simulink انجام شده و تغییرات سطح آب و وضعیت شیرها در طول زمان ثبت گردیده است.

۲. شناسایی اجزای سیستم، ورودی‌ها و خروجی‌ها
با بررسی بلوک‌دیگرام سیستم شبیه‌سازی شده در محیط Simulink اجزای اصلی سیستم به شرح زیر شناسایی شدند: ورودی سیستم: وضعیت شیر ورودی (In Valve) که میزان دبی ورودی به مخزن را کنترل می‌کند. خروجی سیستم: ارتفاع سطح آب در مخزن (Tank Height). حالت سیستم: از آنجا که مخزن تنها یک عنصر ذخیره‌کننده انرژی (حجم آب) دارد، ارتفاع سطح آب به عنوان متغیر حالت سیستم در نظر گرفته می‌شود.

فیدبک سیستم: مقدار سطح آب اندازه‌گیری شده و در ساختار کنترلی برای تنظیم وضعیت شیرها مورد استفاده قرار می‌گیرد.
۳. توضیح فرایند پر و خالی شدن مخزن
فرایند پر و خالی شدن مخزن بر اساس موازنه جرم مایع صورت می‌گیرد. تغییرات سطح آب در مخزن تابع اختلاف بین دبی ورودی و دبی خروجی است:

در صورتی که دبی ورودی از دبی خروجی بیشتر باشد، سطح آب افزایش می‌یابد.
در صورتی که دبی خروجی از دبی ورودی بیشتر باشد، سطح آب کاهش می‌یابد.
در حالت تعادل، دبی ورودی و خروجی برابر بوده و سطح آب در مقدار ثابتی باقی می‌ماند.
این رفتار دینامیکی به صورت گذرای زمانی در شبیه‌سازی سیستم قابل مشاهده است.

۴. ثبت داده‌های شبیه‌سازی و انتقال به محیط MATLAB
به منظور تحلیل دقیق‌تر سیستم، داده‌های حاصل از شبیه‌سازی شامل:
وضعیت شیر ورودی
ارتفاع سطح آب
بردار زمان

به وسیله بلوک Workspace To Simulink به محیط MATLAB منتقل شدند. این داده‌ها به صورت خودکار در فضای کاری MATLAB ذخیره شده و برای تحلیل‌های بعدی مورد استفاده قرار گرفتند.

۵. استخراج مدل فضای حالت سیستم
با استفاده از داده‌های شبیه‌سازی ذخیره شده در MATLAB و به کارگیری روش شناسایی سیستم، یک مدل فضای حالت خطی مرتبه اول برای سیستم استخراج گردید. این مدل رفتار دینامیکی سیستم را در اطراف نقطه کاری شبیه‌سازی شده تقریب می‌زند. فرم کلی مدل استخراج شده به صورت زیر است:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (1)$$

$$y(t) = Cx(t) \quad (2)$$

که در آن:

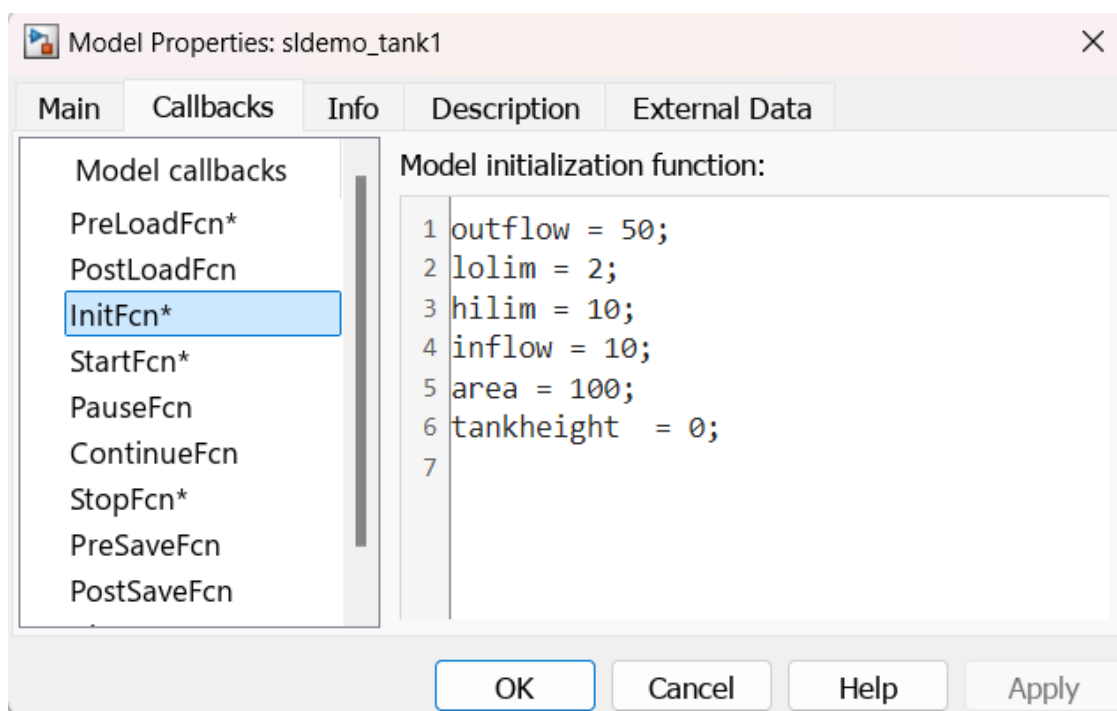
- $x(t)$ متغیر حالت سیستم (ارتفاع سطح آب در مخزن)
- $u(t)$ ورودی سیستم (وضعیت شیر ورودی)
- $y(t)$ خروجی سیستم (ارتفاع اندازه‌گیری شده مخزن)
- A, B, C ضرایب مدل دینامیکی سیستم

پارامترهای مدل با استفاده از داده‌های شبیه‌سازی تخمین زده شدند.

۶. بررسی صحت مدل استخراج شده

برای ارزیابی دقت مدل فضای حالت استخراج شده، خروجی مدل با داده‌های واقعی شبیه‌سازی Simulink مقایسه گردید. نتایج مقایسه نشان داد که مدل خطی استخراج شده تطابق قابل قبولی با رفتار دینامیکی سیستم داشته و قادر به بازتولید روند کلی تغییرات سطح آب می‌باشد.

با توجه به ماهیت غیرخطی سیستم واقعی، انتظار می‌رود که مدل خطی تنها در محدوده اطراف نقطه کاری معتبر باشد. در این بخش از پروژه، با بررسی دقیق ساختار سیستم، شناسایی ورودی‌ها و خروجی‌ها، و تحلیل فرایند پر و خالی شدن مخزن، داده‌های شبیه‌سازی استخراج و به محیط MATLAB منتقل شدند. سپس با استفاده از روش شناسایی سیستم، یک مدل فضای حالت خطی برای سیستم به دست آمد که مبنای تحلیل‌های کنترلی در مراحل بعدی پروژه خواهد بود. در مرحله بعدی باید پارامتر هارا از مسیری که در فایل پروژه نیز آمده استخراج کنیم. که در زیر مشاهده میکنیم نتیجه استخراج پارامتر هارا .



شکل ۱۳: استخراج پارامترهای سیستم

شبیه‌سازی مجدد سیستم در محیط Simulink

در این بخش، با استفاده از معادلات دینامیکی استخراج شده از سیستم تانک، مدل سیستم در محیط Simulink پیاده‌سازی و شبیه‌سازی گردید. هدف از این مرحله، بررسی رفتار زمانی سیستم و مقایسه عملکرد مدل خطی شده با رفتار کلی سیستم اصلی بود.

ابتدا با تحلیل ساختار کلی سیستم، ورودی‌ها، خروجی‌ها و فرآیند پر و خالی شدن مخزن مشخص شدند. ورودی سیستم دبی ورودی به مخزن و خروجی آن ارتفاع سطح مایع در تانک در نظر گرفته شد. با توجه به غیرخطی بودن رابطه بین دبی خروجی و ارتفاع سیال، سیستم ذاتاً غیرخطی بوده و برای تحلیل ساده‌تر، مدل سیستم حول یک نقطه کار مشخص خطی‌سازی گردید.

مدل دینامیکی سیستم

مدل دینامیکی سیستم تانک بر اساس موازنه جرم به صورت زیر بیان می‌شود:

$$A \frac{dh(t)}{dt} = q_{in}(t) - q_{out}(t) \quad (۳)$$

$$q_{out}(t) = C_d \sqrt{h(t)} \quad (۴)$$

(t) دبی خروجی می‌باشد. دبی خروجی تابعی غیرخطی از ارتفاع سیال بوده و به صورت زیر مدل می‌شود:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (۵)$$

$$y(t) = Cx(t) \quad (۶)$$

به منظور تحلیل سیستم با ابزارهای خطی، مدل فوق حول نقطه تعادل سیستم خطی‌سازی شد.

مدل خطی‌شده و فضای حالت

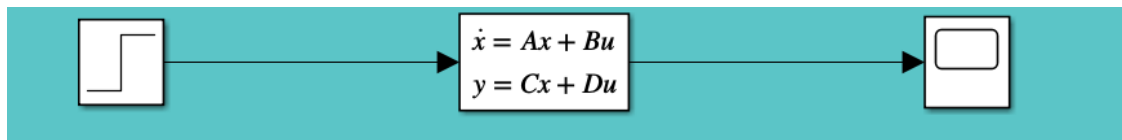
پس از خطی‌سازی معادلات حول نقطه کار heq

پارامترهای ماتریس‌های مدل فضای حالت از داده‌های شبیه‌سازی سیستم استخراج و در محیط MATLAB شناسایی شدند.

پیاده‌سازی در Simulink

مدل خطی استخراج‌شده در محیط Simulink با استفاده از بلوک‌های استاندارد پیاده‌سازی گردید. برای اعمال ورودی به سیستم، از

ورودی پله (Step) استفاده شد تا پاسخ زمانی سیستم نسبت به تغییر ناگهانی ورودی بررسی شود. شرایط اولیه سیستم در این شبیه‌سازی برابر صفر در نظر گرفته شد که متناظر با شروع سیستم از نقطه تعادل خطی‌سازی شده می‌باشد.

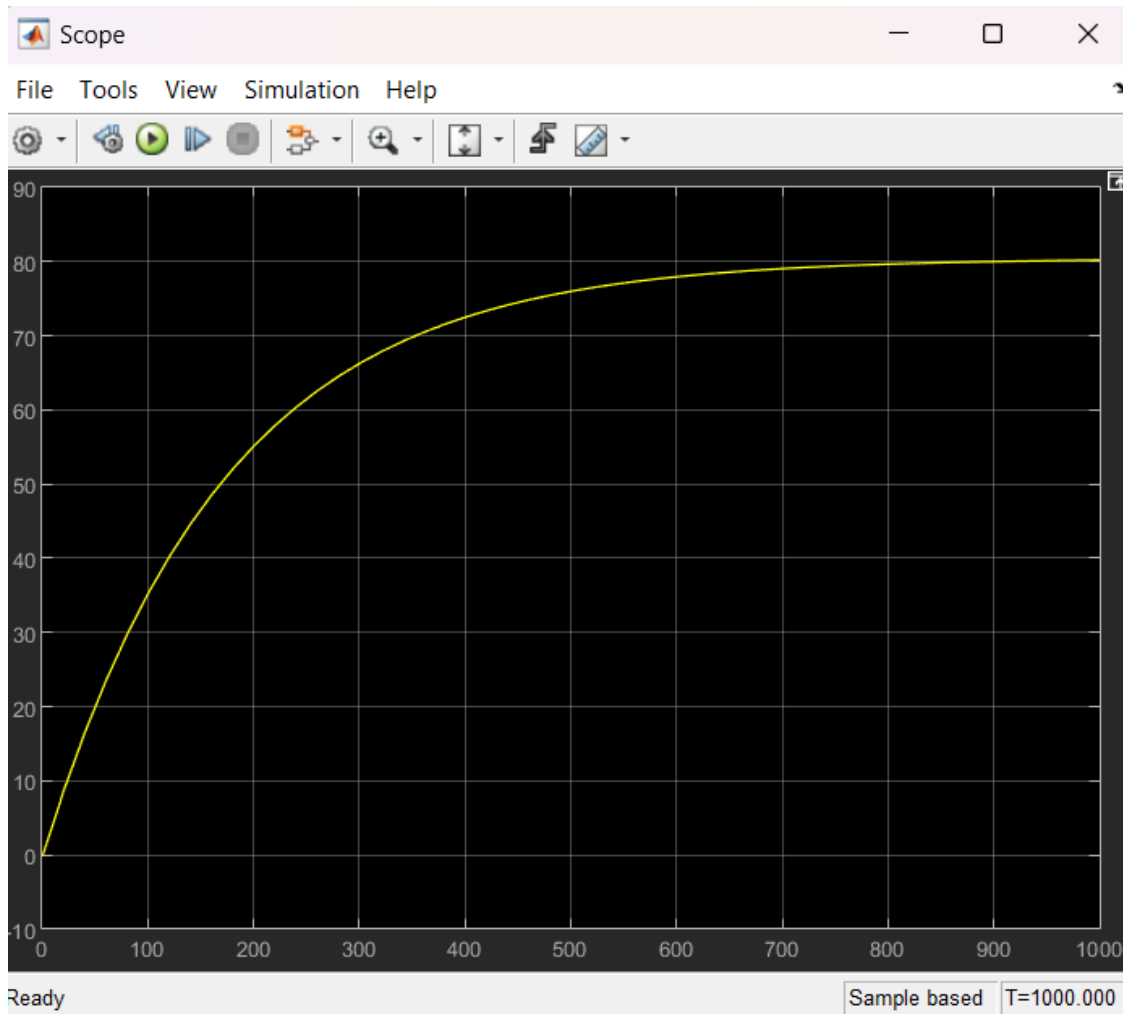


شکل ۱۴: شبیه‌سازی معادله دینامیک در سیمولینک

در صورت نیاز، امکان تعریف شرایط اولیه غیرصفر نیز وجود دارد که می‌تواند رفتار گذرای سیستم را به طور دقیق‌تری نمایش دهد؛ با این حال، در این مرحله تمرکز بر بررسی پاسخ پله‌ای سیستم خطی بوده است.

نتایج شبیه‌سازی

نتایج شبیه‌سازی نشان داد که سیستم پس از اعمال ورودی پله، دارای رفتار پایدار بوده و خروجی آن پس از یک گذرای اولیه به مقدار ثابتی همگرا می‌شود. این رفتار با تحلیل نظری سیستم خطی شده سازگار بوده و نشان‌دهنده صحت مدل استخراج شده می‌باشد.



شکل ۱۵: نتیجه خروجی شبیه‌سازی سیمولینک به ورودی پله

همچنین مشاهده شد که پاسخ سیستم فاقد نوسان بوده و شیب صعودی خروجی بیانگر ماهیت مرتبه اول سیستم تانک می‌باشد.
جمع‌بندی

در این بخش، مدل دینامیکی سیستم تانک استخراج، خطی‌سازی و در محیط Simulink پیاده‌سازی گردید. نتایج شبیه‌سازی تطابق مناسبی با رفتار مورد انتظار سیستم داشت و مدل خطی استخراج شده توانست رفتار کلی سیستم را در حوالی نقطه کار به خوبی توصیف نماید.



۴ استخراج تابع تبدیل سیستم

در این بخش، تابع تبدیل سیستم تانک به دو روش مستقل استخراج شده است. هدف از این کار، مقایسه‌ی مدل به‌دست‌آمده از تحلیل معادلات فیزیکی با مدل استخراج‌شده از داده‌های شبیه‌سازی می‌باشد.

۱.۴ استخراج تابع تبدیل از طریق تحلیل معادلات

پس از خطی‌سازی مدل غیرخطی سیستم حول نقطه کار، مدل فضای حالت سیستم به‌صورت زیر به‌دست آمد:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (۷)$$

$$y(t) = Cx(t) \quad (۸)$$

با اعمال تبدیل لاپلاس و فرض شرایط اولیه صفر، داریم:

$$sX(s) = AX(s) + BU(s) \quad (۹)$$

که از آن نتیجه می‌شود:

$$X(s) = \frac{B}{s - A}U(s) \quad (۱۰)$$

در نتیجه تابع تبدیل سیستم به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{CB}{s - A} \quad (۱۱)$$

۲.۴ استخراج تابع تبدیل از طریق داده‌های شبیه‌سازی

در این روش، داده‌های ورودی و خروجی سیستم از طریق بلوک To Workspace در محیط Simulink ذخیره شده‌اند. سپس با استفاده از ابزار شناسایی سیستم در محیط MATLAB یک مدل فضای حالت خطی از داده‌ها استخراج شد. این مدل، تقریب خطی سیستم واقعی در حوالی نقطه کار می‌باشد و تابع تبدیل معادل آن نیز قابل استخراج است.

۳.۴ بررسی اعتبار تابع تبدیل

تابع تبدیل به‌دست‌آمده تنها در محدوده‌ای که سیستم حول نقطه کار خطی‌سازی شده معتبر است. از آن‌جا که سیستم تانک ذاتاً غیرخطی است، استفاده از این تابع تبدیل برای تغییرات بزرگ ورودی یا سطح آب منجر به خطای مدل‌سازی خواهد شد. بنابراین، تابع تبدیل استخراج‌شده یک تقریب محلی از رفتار سیستم بوده و همواره معتبر نیست.



۵ تحلیل حلقه باز سیستم (Open-Loop Analysis)

در این قسمت می‌خواهیم تحلیل حلقه باز سیستم را انجام دهیم. در تصویر پایین کد متلبی که برای سیستم خطی که خودمان تعریف کردیم آورده ایم.



1	<code>clc</code>
2	<code>clear</code>
3	<code>close all</code>
4	
5	<code>%% فرایب مدل</code>
6	<code>A = -0.005806;</code>
7	<code>B = 0.004606;</code>
8	<code>C = 101.3525;</code>
9	<code>D = 0;</code>
10	
11	<code>%% تابع تبدیل</code>
12	<code>num = C*B;</code>
13	<code>den = [1 -A]; % $s - A \rightarrow s + 0.005806$</code>
14	<code>G = tf(num,den);</code>
15	
16	<code>%% محاسبه پاسخ پله</code>
17	<code>[y,t] = step(G);</code>
18	
19	<code>%% استخراج مشخصات پاسخ</code>
20	<code>info = stepinfo(G);</code>
21	
22	<code>%% رسم نمودار</code>
23	<code>figure</code>
24	<code>plot(t,y,'LineWidth',2)</code>
25	<code>grid on</code>
26	<code>hold on</code>
27	<code>title('Step Response of Linear Tank Model')</code>
28	<code>xlabel('Time (s)')</code>
29	<code>ylabel('Tank Height (m)')</code>
30	
31	<code>%% نمایش نقاط مهم روی نمودار</code>
32	
33	<code>% زمان صعود</code>
34	<code>plot(info.RiseTime, interp1(t,y,info.RiseTime),'ro','MarkerSize',8)</code>
35	
36	<code>% زمان نشست</code>
37	<code>plot(info.SettlingTime, interp1(t,y,info.SettlingTime),'ko','MarkerSize',8)</code>
38	
39	<code>% مقدار نهایی</code>
40	<code>y_final = dcgain(G);</code>
41	<code>yline(y_final,'--','Final Value')</code>
42	

شکل ۱۶: کد متلب سیستم خطی به ورودی پله



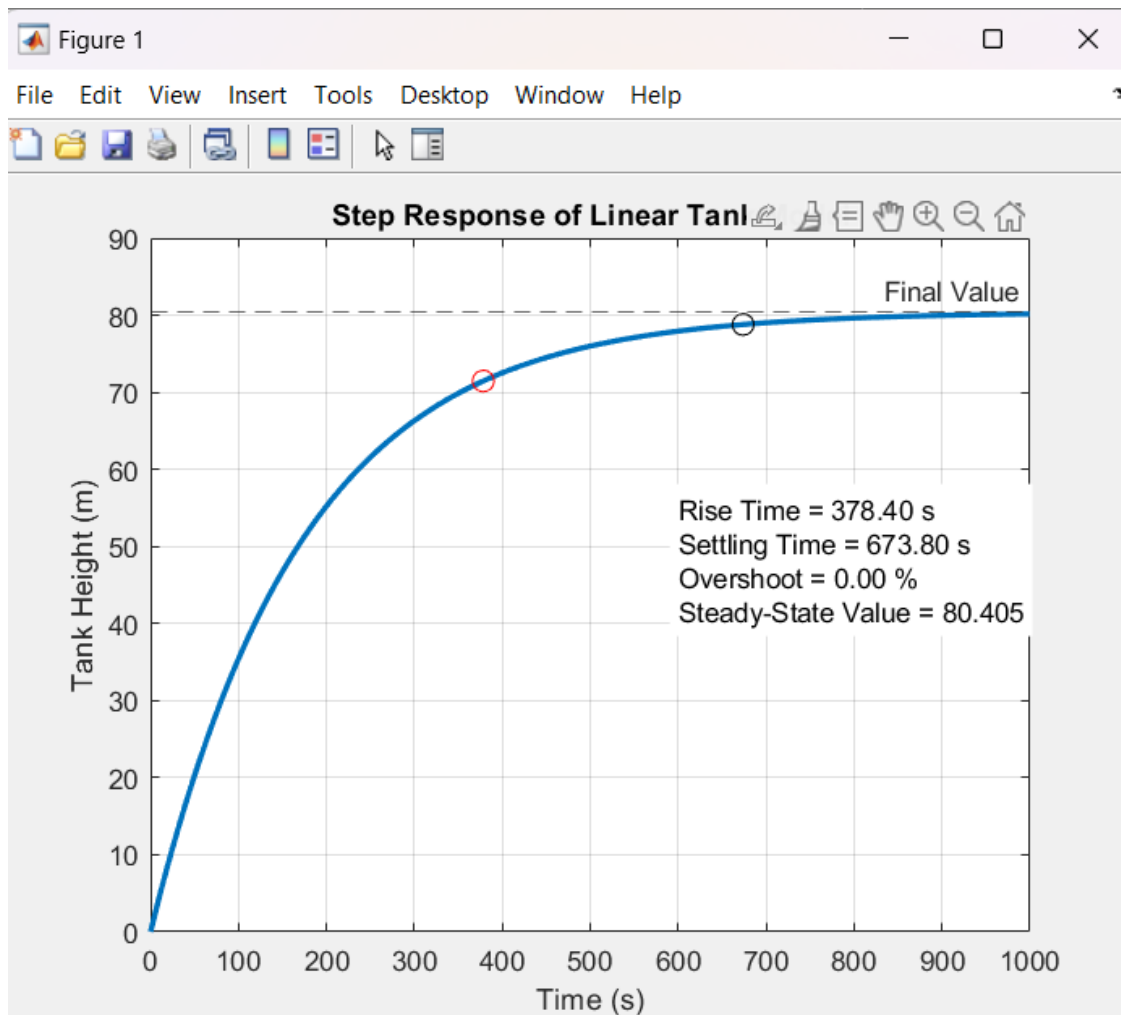
```

43    %% نوشتن مشخصات روی شکل
44    text(0.6*max(t),0.6*y_final,...
45         ['Rise Time = ' num2str(info.RiseTime,'%2f') ' s'],...
46         ['Settling Time = ' num2str(info.SettlingTime,'%2f') ' s'],...
47         ['Overshoot = ' num2str(info.Overshoot,'%2f') '%'],...
48         ['Steady-State Value = ' num2str(y_final,'%3f')]],...
49         'FontSize',10,'BackgroundColor','white')
50
51    %% Command Window چاپ در
52    disp(' ')
53    disp('Step Response Characteristics:')
54    disp(info)
55
56    tau = 1/abs(A);
57    disp(['Time Constant (tau) = ' num2str(tau,'%2f') ' seconds'])
58

```

شکل ۱۷: ادامه کد متلب برای پیدا کردن پاسخ ضربه و پارامترهای حلقه باز

در هر قسمت از کد همانطور که مشخص است، کامنت‌هایی گذاشته شده برای اینکه وظیفه هر بخش معلوم باشد. در ادامه خروجی‌های کد را بررسی می‌کنیم.



شکل ۱۸: نتیجه خروجی به ورودی پله



Step Response Characteristics:

RiseTime: 378.4028

TransientTime: 673.7986

SettlingTime: 673.7986

SettlingMin: 72.7261

SettlingMax: 80.3516

Overshoot: 0

Undershoot: 0

Peak: 80.3516

PeakTime: 1.2611e+03

Time Constant (tau) = 172.24 seconds

شکل ۱۹: نتیجه خروجی به ورودی پله

در این پروژه، یک سیستم مخزن با ورودی دبی و خروجی ثقلی مورد بررسی قرار گرفته است. هدف، استخراج معادلات دینامیکی، خطی سازی سیستم، به دست آوردن مدل فضای حالت و تابع تبدیل، و تحلیل پاسخ زمانی سیستم می باشد.

۶ استخراج معادله دینامیکی سیستم

بر اساس قانون بقای جرم:

$$A \frac{dh(t)}{dt} = q_{in}(t) - q_{out}(t) \quad (۱۲)$$

که در آن:



• A سطح مقطع مخزن

• $h(t)$ ارتفاع سیال

• $q_{in}(t)$ دبی ورودی

• $q_{out}(t)$ دبی خروجی

بر اساس قانون تورچلی، دبی خروجی برابر است با:

$$q_{out}(t) = C_d \sqrt{h(t)} \quad (۱۳)$$

بنابراین معادله دینامیکی غیرخطی سیستم به صورت زیر خواهد بود:

$$\frac{dh(t)}{dt} = \frac{1}{A} \left(q_{in}(t) - C_d \sqrt{h(t)} \right) \quad (۱۴)$$

این معادله یک معادله دیفرانسیل غیرخطی مرتبه اول است.

۷ تعیین نقطه کار

در حالت ماندگار داریم:

$$\frac{dh}{dt} = 0 \quad (۱۵)$$

پس:

$$q_{in,eq} = C_d \sqrt{h_{eq}} \quad (۱۶)$$

که $(h_{eq}, q_{in,eq})$ نقطه کار سیستم می باشد.

۸ خطی سازی سیستم

برای خطی سازی، متغیرهای اغتشاش تعریف می کنیم:

$$h(t) = h_{eq} + \Delta h(t) \quad (۱۷)$$



$$q_{in}(t) = q_{in,eq} + \Delta q(t) \quad (18)$$

بسط تیلور جمله ریشه دوم:

$$\sqrt{h} \approx \sqrt{h_{eq}} + \frac{1}{2\sqrt{h_{eq}}} \Delta h \quad (19)$$

با جایگذاری در معادله دینامیکی، معادله خطی شده به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\frac{d\Delta h}{dt} = -\frac{C_d}{2A\sqrt{h_{eq}}} \Delta h + \frac{1}{A} \Delta q \quad (20)$$

۹ مدل فضای حالت

مدل خطی به فرم فضای حالت:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (21)$$

$$y(t) = Cx(t) \quad (22)$$

که در آن:

$$A = -\frac{C_d}{2A\sqrt{h_{eq}}} \quad (23)$$

$$B = \frac{1}{A} \quad (24)$$

$$C = 1 \quad (25)$$

۱۰ استخراج تابع تبدیل

با گرفتن تبدیل لاپلاس:



$$sH(s) = AH(s) + BU(s) \quad (26)$$

در نتیجه تابع تبدیل برابر است با:

$$G(s) = \frac{H(s)}{U(s)} = \frac{B}{s - A} \quad (27)$$

با جایگذاری ضرایب:

$$G(s) = \frac{\frac{1}{A}}{s + \frac{C_d}{2A\sqrt{h_{eq}}}} \quad (28)$$

این سیستم یک سیستم مرتبه اول پایدار است.

۱۱ تحلیل پاسخ پله

فرم استاندارد سیستم مرتبه اول:

$$G(s) = \frac{K}{\tau s + 1} \quad (29)$$

ثابت زمانی سیستم:

$$\tau = \frac{1}{|A|} \quad (30)$$

پاسخ پله:

$$h(t) = K \left(1 - e^{-t/\tau} \right) \quad (31)$$

۱۲ پارامترهای زمانی سیستم

برای سیستم مرتبه اول:

$$T_r \approx 2.2\tau \quad (32)$$



$$T_s \approx 4\tau \quad (33)$$

$$M_p = 0 \quad (34)$$

خطای ماندگار برای ورودی پله واحد:

$$e_{ss} = \frac{1}{1+K} \quad (35)$$

۱۳ اعتبار مدل خطی

مدل خطی تنها در صورتی معتبر است که:

$$|\Delta h| \ll h_{eq} \quad (36)$$

زیرا تقریب تیلور فقط در نزدیکی نقطه کار معتبر می‌باشد.

۱۴ مقایسه پاسخ غیرخطی به پله کوچک و بزرگ

معادله غیرخطی سیستم:

$$\frac{dh}{dt} = \frac{1}{A} (q_{in} - C_d \sqrt{h}) \quad (37)$$

در پله کوچک:

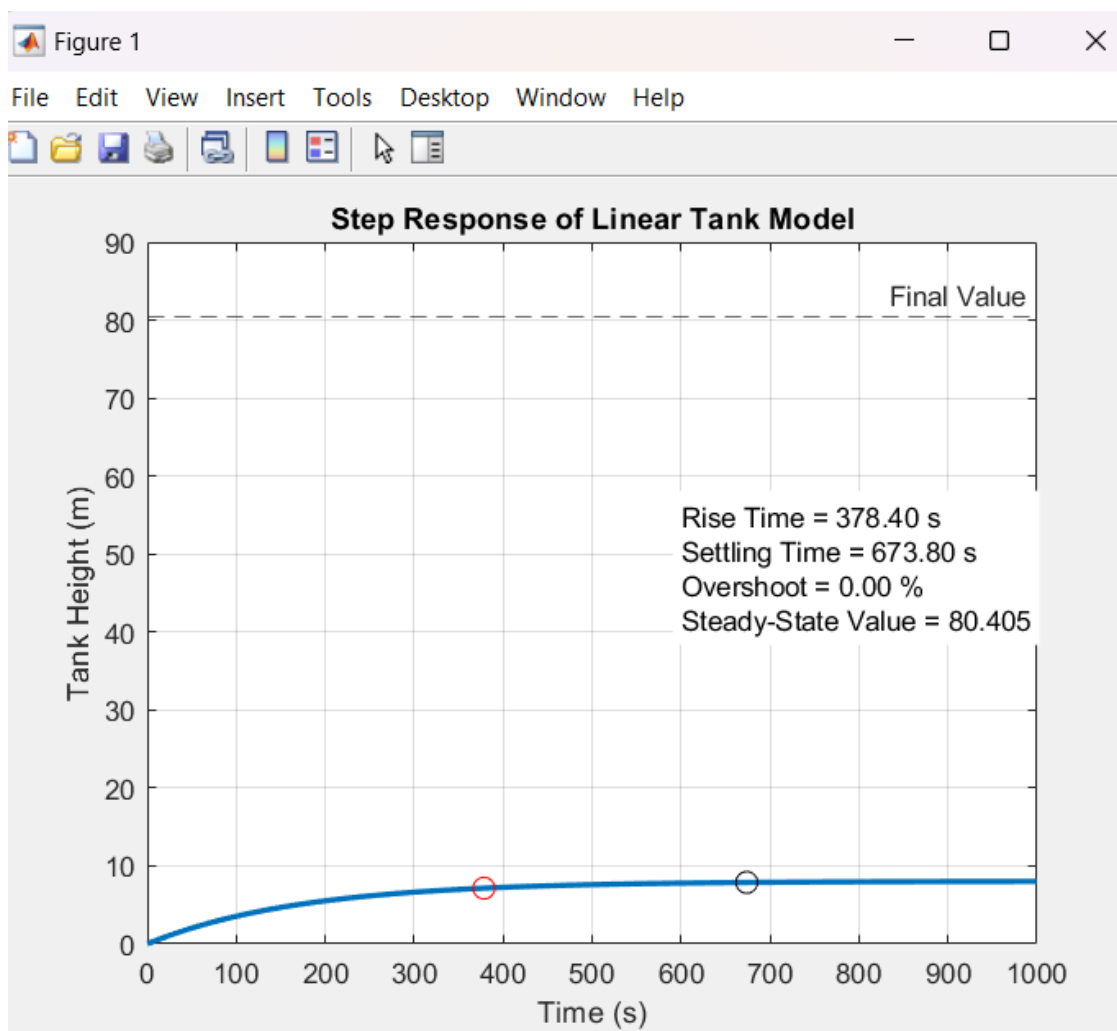
- سیستم در نزدیکی نقطه کار باقی می‌ماند.
- پاسخ تقریباً نمایی است.
- مدل خطی تقریب مناسبی ارائه می‌دهد.

در پله بزرگ:

- سیستم از ناحیه خطی خارج می‌شود.
- ثابت زمانی مؤثر تغییر می‌کند.

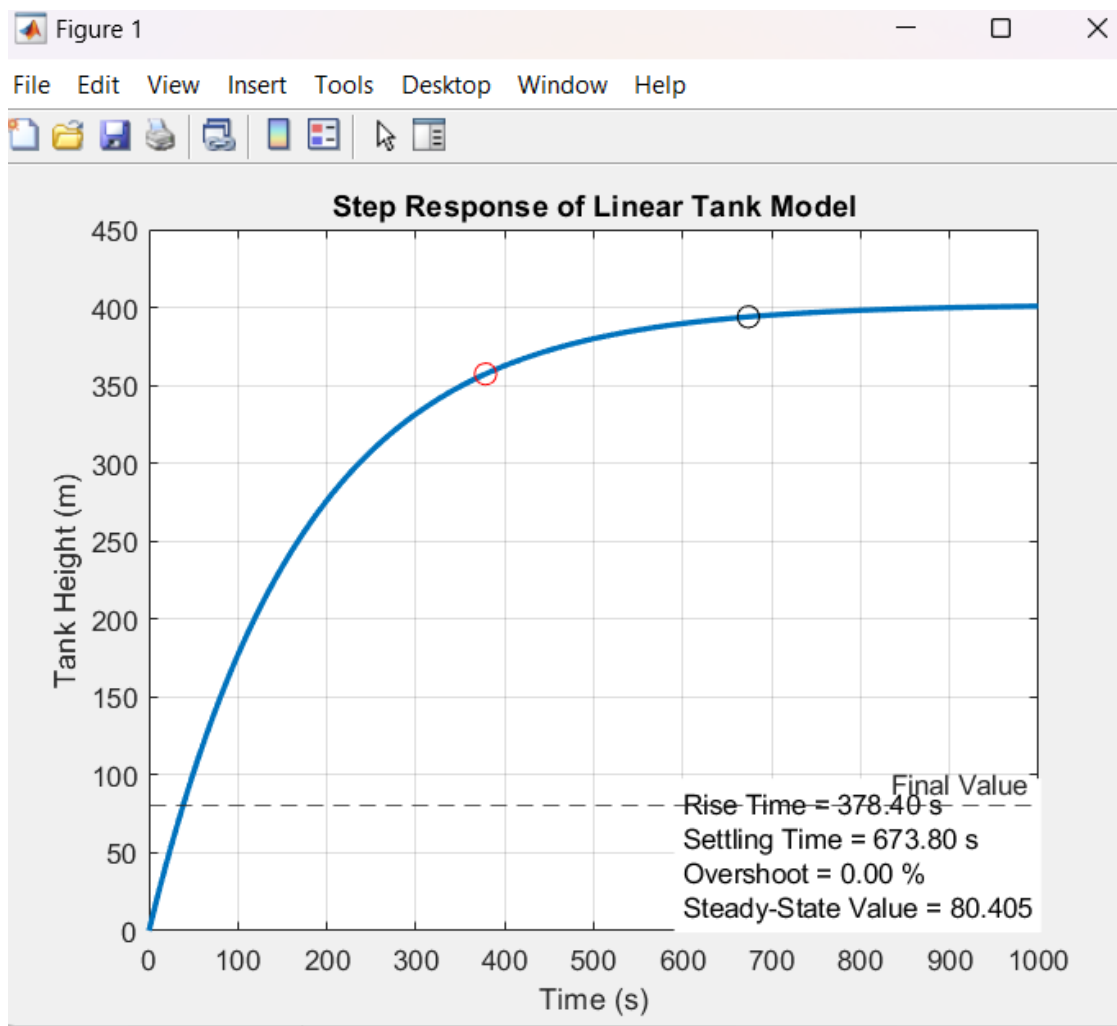


- پاسخ دیگر نمایی خالص نیست.
- مدل خطی دقت کافی ندارد.



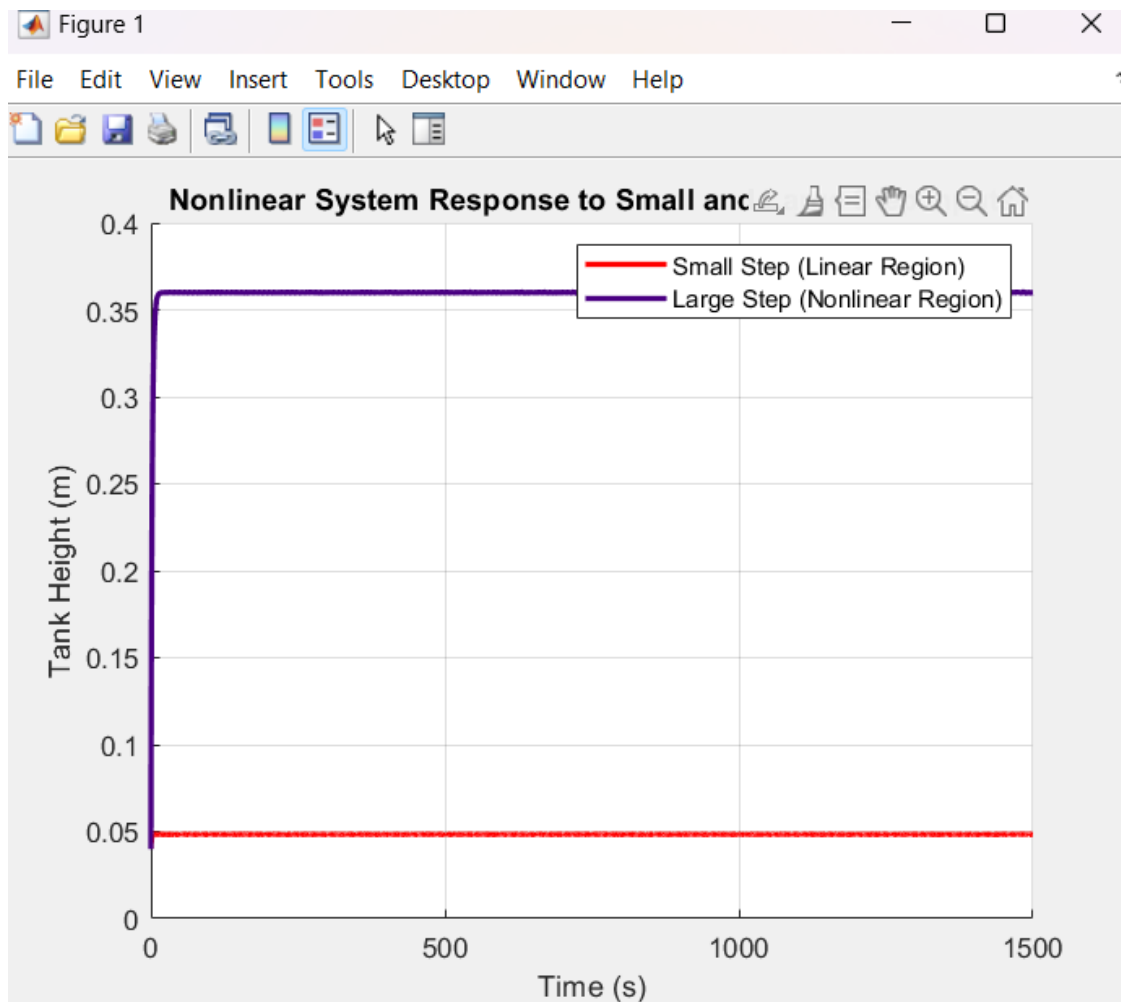
شکل ۲۰: نتیجه خروجی به ورودی پله

برای پاسخبه دامنه کوچک تنها تغییری که در کد ایجاد کردیم این بود که ارگومان استپ را در ۱۰۰ ضرب کردیم .



شکل ۲۱: نتیجه خروجی به ورودی پله

و برای پاسخ به ورودی پله با دامنه بزرگ اگومان تابع پله را در کد در عدد ۵ ضرب کردیم. لازم به ذکر است اعداد نوشته شده در این دوشکل بریا حالت اصلی تابع پله است. که جهت مقایسه روی این دو نیز ذکر شده.



شکل ۲۲: نتیجه خروجی به ورودی پله با دامنه کوچک و بزرگ

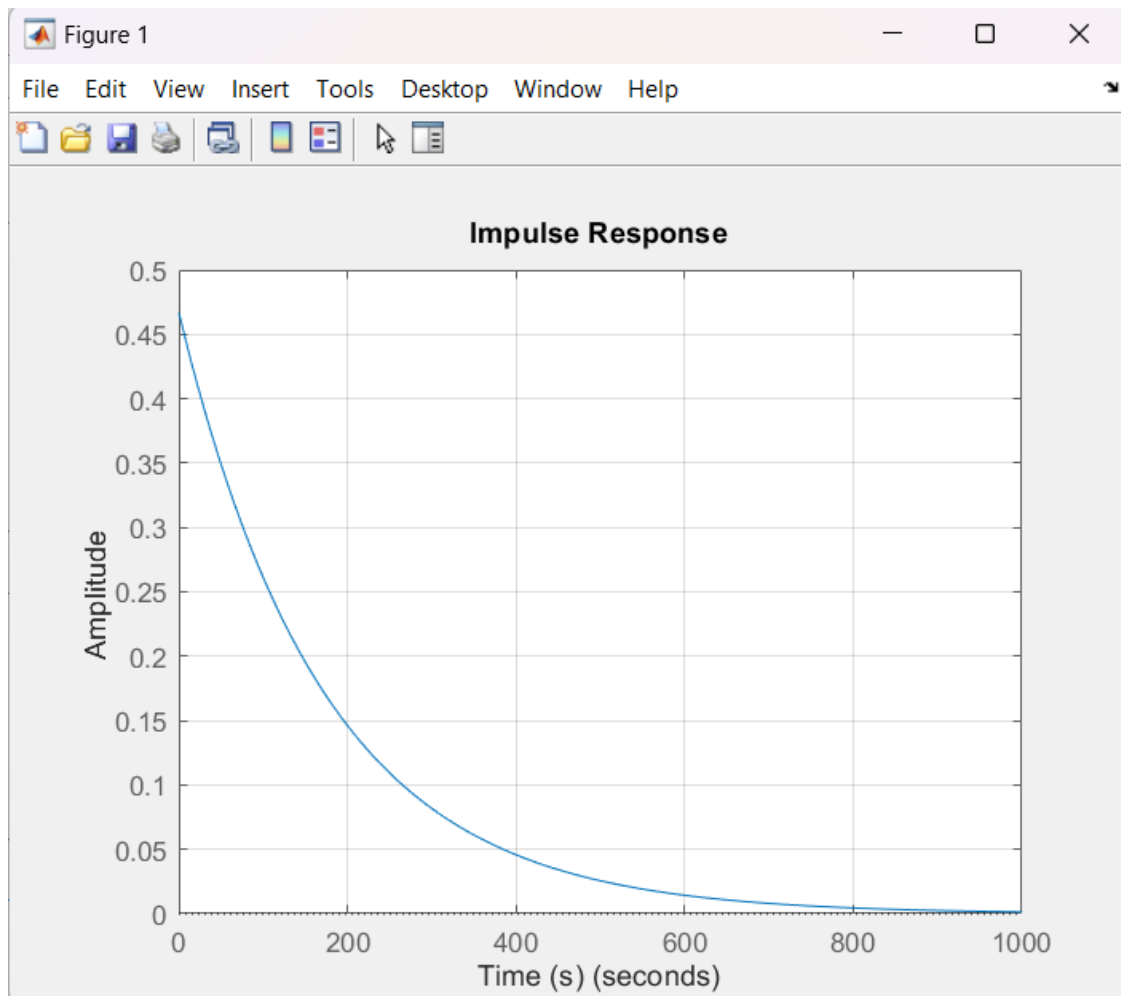
مدل خطی استخراج شده یک تقریب محلی از سیستم غیرخطی است که تنها در اطراف نقطه کار معتبر می باشد. در اغتشاشات کوچک، پاسخ مدل خطی و غیرخطی تقریباً منطبق هستند، اما با افزایش دامنه ورودی، اثر غیرخطی جمله \sqrt{h} باعث تغییر رفتار دینامیکی سیستم شده و مدل خطی دیگر دقت کافی ندارد. بنابراین برای طراحی کنترلر در اطراف نقطه کار، مدل خطی مناسب است، اما برای تحلیل تغییرات بزرگ، استفاده از مدل غیرخطی ضروری خواهد بود.

۱.۱۴ بررسی پاسخ ضربه و شیب

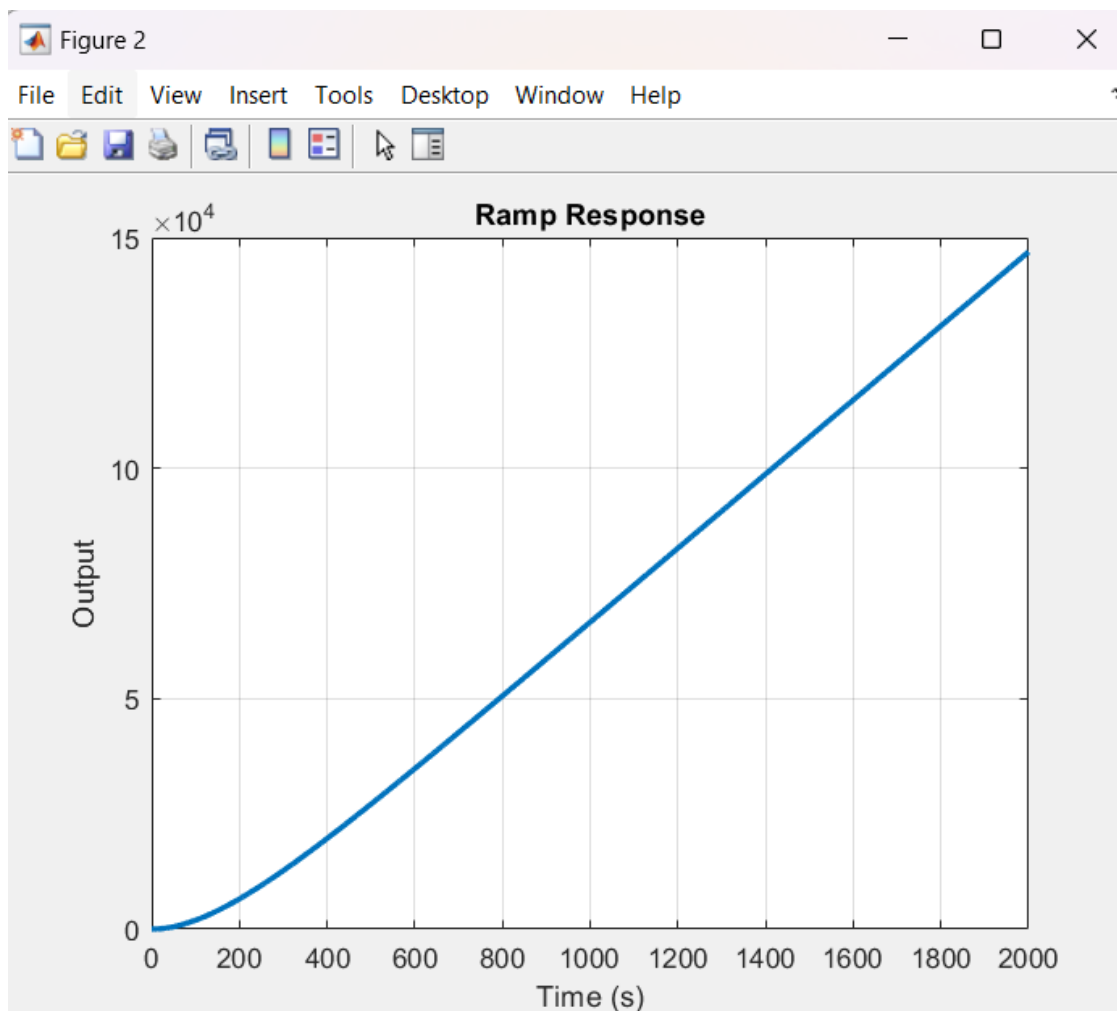
در ابتدا برای مقایسه بهتر و در نهایت تحلیل پاسخ ها هم پاسخ ضربه و شیب به معادله حالت استخراج شده از پارامترها را بررسی کردیم و هم پاسخ ضربه و شیب به معادله غیر خطی حاصل از تحلیل دینامیک سیستم.



1	<code>clc</code>
2	<code>clear</code>
3	<code>close all</code>
4	
5	<code>%% (همان مقادیر قبلی شما)</code>
6	<code>A = -0.005806;</code>
7	<code>B = 0.004606;</code>
8	<code>C = 101.3525;</code>
9	<code>D = 0;</code>
10	
11	<code>num = C*B;</code>
12	<code>den = [1 -A]; % s - A</code>
13	<code>G = tf(num,den);</code>
14	
15	<code>%% -----</code>
16	<code>% پاسخ ضربه</code>
17	<code>%% -----</code>
18	<code>figure</code>
19	<code>impz(G)</code>
20	<code>grid on</code>
21	<code>title('Impulse Response')</code>
22	<code>xlabel('Time (s)')</code>
23	<code>ylabel('Amplitude')</code>
24	
25	<code>%% -----</code>
26	<code>% پاسخ رمپ</code>
27	<code>%% -----</code>
28	
29	<code>t = 0:1:2000; % بازه زمانی</code>
30	<code>u_ramp = t; % رمپ واحد</code>
31	
32	<code>[y_ramp,t_out] = lsim(G,u_ramp,t);</code>
33	
34	<code>figure</code>
35	<code>plot(t_out,y_ramp,'LineWidth',2)</code>
36	<code>grid on</code>
37	<code>title('Ramp Response')</code>
38	<code>xlabel('Time (s)')</code>
39	<code>ylabel('Output')</code>



شکل ۲۴: پاسخ ضربه به معادله حالت



شکل ۲۵: پاسخ به ورودی شیب

۱۵ تحلیل پاسخ‌های استاندارد سیستم

در این بخش، رفتار سیستم مخزن نسبت به ورودی‌های ضربه و رمپ، هم برای مدل خطی شده و هم برای مدل غیرخطی فیزیکی، مورد بررسی قرار می‌گیرد.

۱.۱۵ تحلیل پاسخ ضربه

الف) مدل خطی

تابع تبدیل مدل خطی شده به صورت زیر است:



$$G(s) = \frac{K}{s+a} \quad (38)$$

ورودی ضربه واحد در حوزه لاپلاس برابر است با:

$$U(s) = 1 \quad (39)$$

بنابراین خروجی:

$$Y(s) = G(s) \quad (40)$$

با گرفتن تبدیل لاپلاس معکوس:

$$y(t) = Ke^{-at} \quad (41)$$

تحلیل رفتاری:

- پاسخ کاملاً نمایی و کاهشی است.
 - هیچ نوسانی در پاسخ مشاهده نمی شود.
 - سیستم پایدار است زیرا قطب در نیم صفحه چپ قرار دارد.
 - پاسخ پس از چند برابر $\tau = \frac{1}{a}$ به صفر میل می کند.
- این رفتار نشان دهنده آن است که سیستم خطی یک سیستم مرتبه اول پایدار و بدون نوسان است.

ب) مدل غیرخطی

مدل غیرخطی سیستم به صورت زیر است:

$$\frac{dh}{dt} = \frac{1}{A} (q_{in}(t) - C_d \sqrt{h(t)}) \quad (42)$$

در پاسخ به یک پالس باریک (تقریب ضربه):

- ارتفاع مخزن به طور ناگهانی افزایش می یابد.
- تخلیه مخزن به صورت غیرخطی انجام می شود.
- نرخ کاهش ارتفاع وابسته به \sqrt{h} است.
- پاسخ دقیقاً نمایی خالص نیست.

دلیل این رفتار آن است که جمله \sqrt{h} باعث می شود نرخ تخلیه وابسته به مقدار لحظه ای ارتفاع باشد، در حالی که در مدل خطی این وابستگی تقریباً ثابت در نظر گرفته شده است.



۲.۱۵ تحلیل پاسخ رمپ

الف) مدل خطی

ورودی رمپ واحد در حوزه لاپلاس:

$$U(s) = \frac{1}{s^2} \quad (43)$$

خروجی:

$$Y(s) = \frac{K}{(s+a)s^2} \quad (44)$$

برای تعیین خطای ماندگار از قضیه مقدار نهایی استفاده می‌کنیم:

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) \quad (45)$$

که در آن:

$$E(s) = \frac{U(s)}{1+G(s)} \quad (46)$$

برای سیستم حاضر:

$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} sG(s) = 0 \quad (47)$$

در نتیجه:

$$e_{ss} = \infty \quad (48)$$

نتیجه: سیستم خطی قادر به دنبال کردن ورودی رمپ بدون خطای نامحدود نیست.

ب) مدل غیرخطی

در مدل غیرخطی اگر ورودی به صورت زیر باشد:

$$q_{in}(t) = q_{in,eq} + kt \quad (49)$$

معادله دینامیکی:



$$\frac{dh}{dt} = \frac{1}{A} (q_{in,eq} + kt - C_d \sqrt{h}) \quad (50)$$

از آنجا که رشد \sqrt{h} کندتر از رشد خطی kt است، در بلندمدت ورودی از خروجی پیشی می‌گیرد و ارتفاع مخزن به طور فزاینده افزایش می‌یابد.
در نتیجه:

- سیستم قادر به دنبال کردن رمپ نیست.
- اختلاف بین ورودی و خروجی افزایش می‌یابد.
- در صورت شیب زیاد، امکان سرریز مخزن وجود دارد.

۱۶ ساختار سیستم

۱.۱۶ تعیین مرتبه سیستم

مرتبه سیستم برابر با درجه مخرج تابع تبدیل است:

$$G(s) = \frac{K}{s + a} \quad (51)$$

از آنجا که درجه مخرج برابر ۱ است، سیستم یک سیستم مرتبه اول می‌باشد.

۲.۱۶ تعیین نوع سیستم (System Type)

نوع سیستم برابر است با تعداد قطب‌های واقع در مبدأ در تابع تبدیل حلقه باز:

$$\text{Type} = \text{at poles of Number } s = 0 \quad (52)$$

در تابع تبدیل حاضر هیچ قطبی در مبدأ وجود ندارد، زیرا مخرج برابر است با:

$$s + a \quad (53)$$

بنابراین:

$$\text{Type System} = 0 \quad (54)$$



۳.۱۶ نتایج مربوط به نوع صفر

برای سیستم نوع صفر:

- خطای ماندگار نسبت به ورودی پله محدود است.
- خطای ماندگار نسبت به ورودی رمپ بی‌نهایت است.
- سیستم فاقد انتگرال‌گیر ذاتی می‌باشد.

۱۷ جمع‌بندی نهایی

سیستم مخزن ذاتاً غیرخطی بوده و رفتار آن ناشی از جمله \sqrt{h} در معادله دینامیکی است. مدل خطی استخراج‌شده یک تقریب محلی از سیستم در اطراف نقطه کار می‌باشد.

مدل خطی:

- مرتبه اول
- نوع صفر
- پایدار
- فاقد نوسان

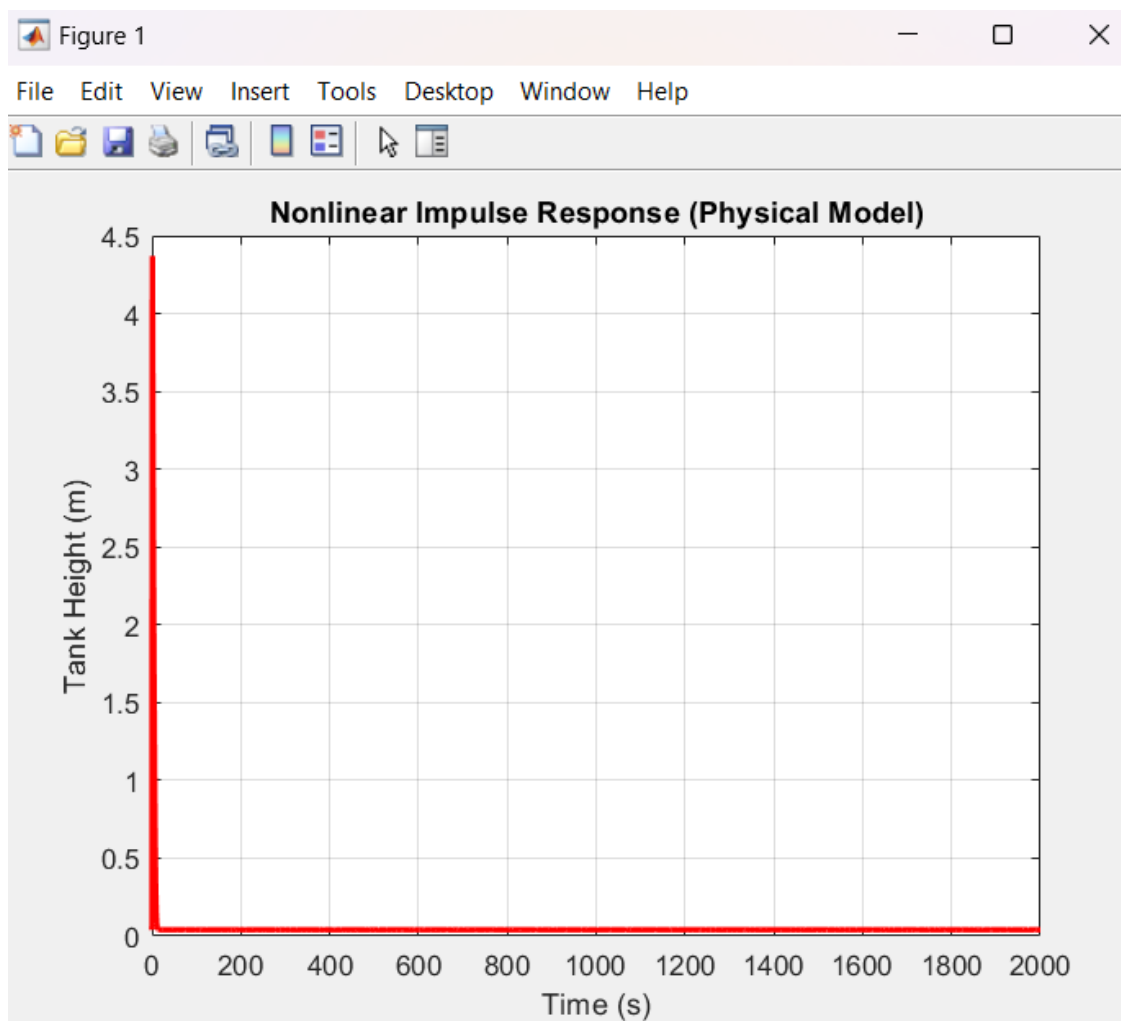
در پاسخ به ضربه، سیستم رفتار نمایی کاهشی دارد. در پاسخ به رمپ، سیستم قادر به دنبال‌کردن دقیق ورودی نبوده و خطای ماندگار نامحدود ایجاد می‌شود.

مدل غیرخطی نشان می‌دهد که برای ورودی‌های بزرگ، رفتار سیستم از پیش‌بینی مدل خطی فاصله گرفته و ممکن است رشد فزاینده ارتفاع یا سرریز مخزن رخ دهد. بنابراین مدل خطی تنها در ناحیه نزدیک نقطه کار معتبر بوده و برای تحلیل تغییرات بزرگ باید از مدل غیرخطی استفاده شود.

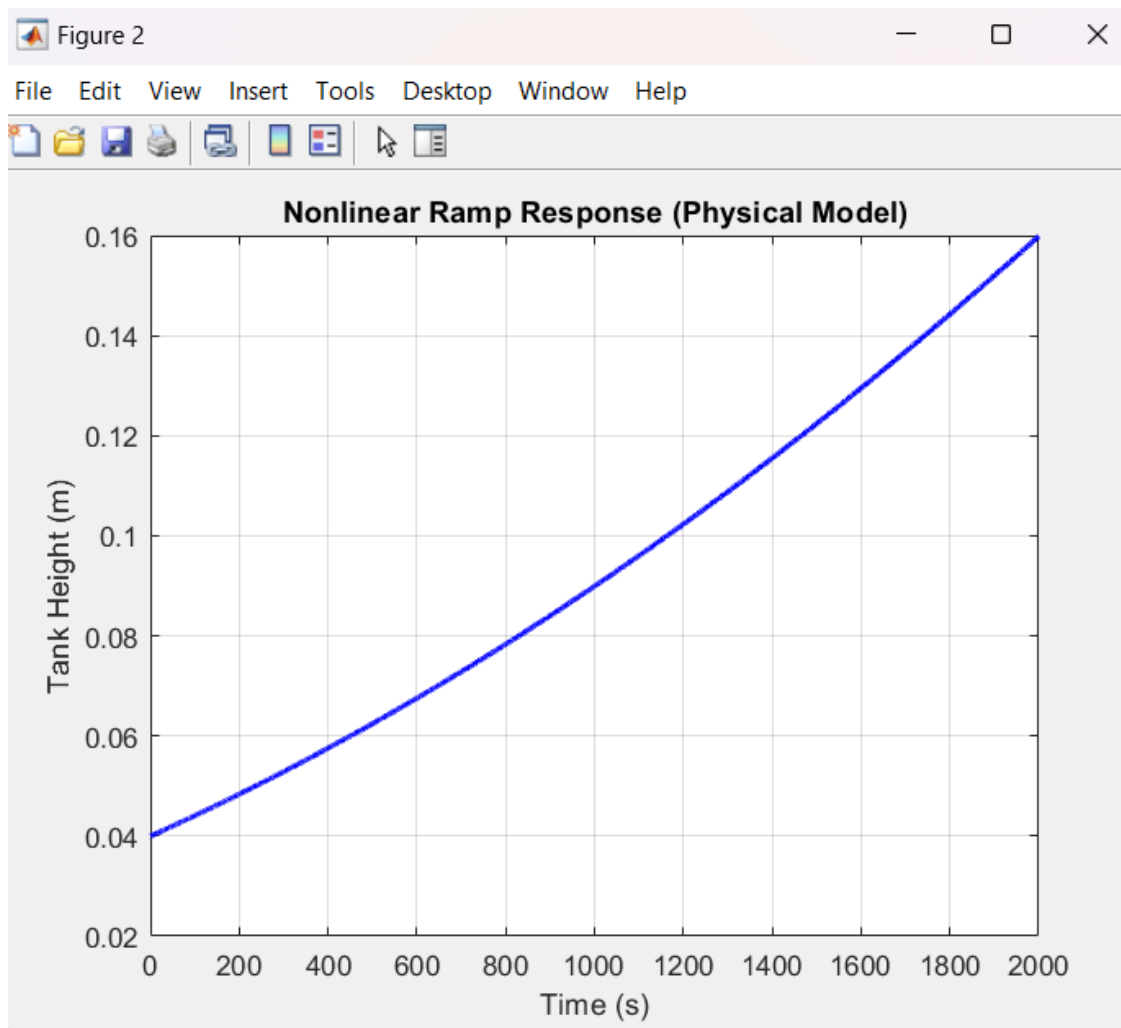


```
5 %% -----
6 % پارامترهای فیزیکی سیستم
7 %% -----
8 A_tank = 1; % سطح مقطع مخزن
9 Cd = 0.5; % ضریب تخلیه
10 h_eq = 0.04; % نقطه کار
11
12 % دبی تعادل
13 qin_eq = Cd*sqrt(h_eq);
14
15 tspan = [0 2000];
16
17 %% =====
18 % پاسخ ضربه (تقریب ضربه با پالس باریک)
19 %% =====
20
21 amp = 5; % دامنه بزرگ
22 width = 1; % عرض بسیار کوچک → تقریب ضربه
23
24 qin_impulse = @(t) qin_eq + amp*(t<=width);
25
26 f_impulse = @(t,h) (1/A_tank)*( qin_impulse(t) - Cd*sqrt(max(h,0)) );
27
28 [t_imp, h_imp] = ode45(f_impulse, tspan, h_eq);
29
30 figure
31 plot(t_imp,h_imp,'r','LineWidth',2)
32 grid on
33 title('Nonlinear Impulse Response (Physical Model)')
34 xlabel('Time (s)')
35 ylabel('Tank Height (m)')
36
37
38 %% =====
39 % پاسخ رمپ
40 %% =====
41
42 ramp_slope = 0.00005; % شیب کوچک برای جلوگیری از سرریز
43
44 qin_ramp = @(t) qin_eq + ramp_slope*t;
45
46 f_ramp = @(t,h) (1/A_tank)*( qin_ramp(t) - Cd*sqrt(max(h,0)) );
47
48 [t_ramp, h_ramp] = ode45(f_ramp, tspan, h_eq);
49
```

شکل ۲۶: کد متلب سیستم غیر خطی با استفاده از دینامیک مسیله

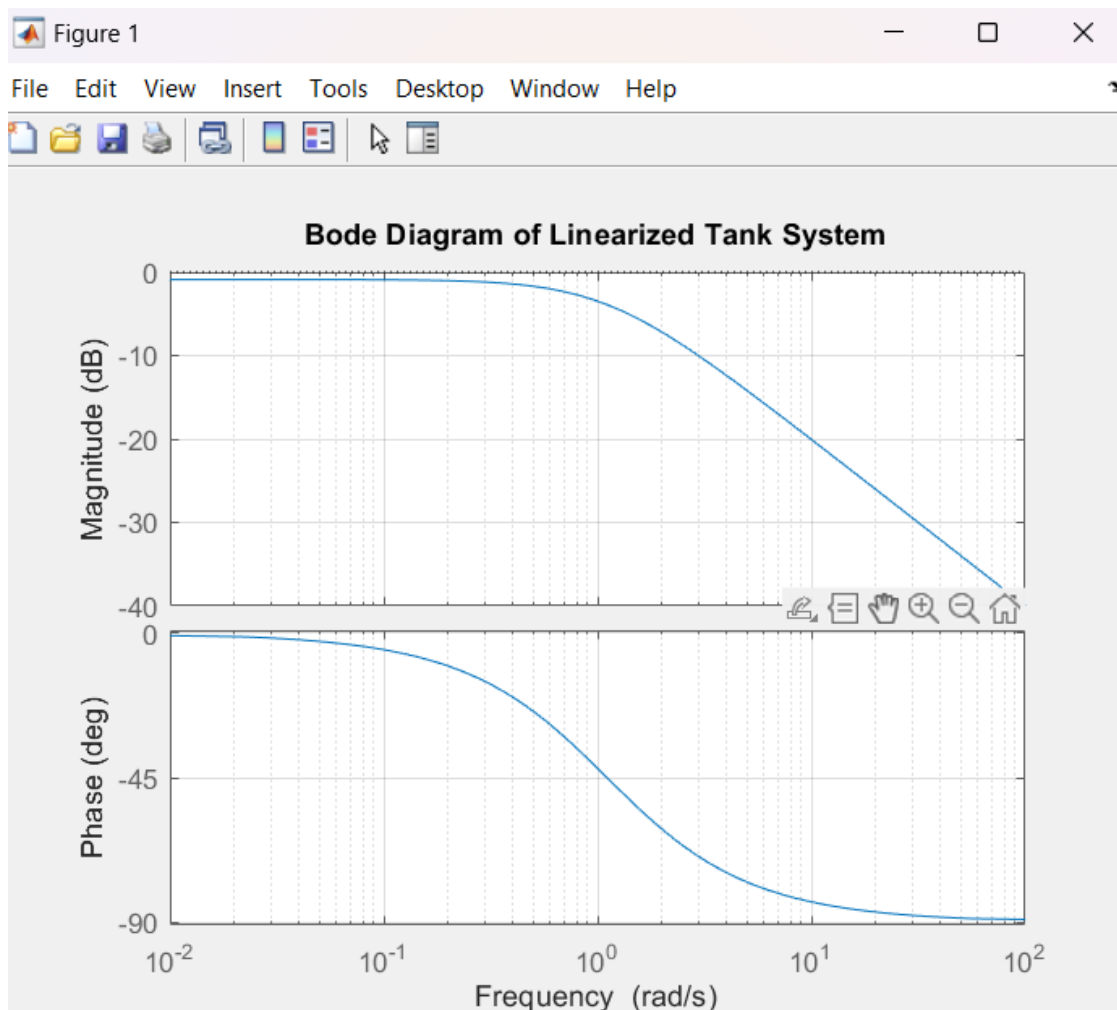


شکل ۲۷: پاسخ ضربه برای معادله غیر خطی



شکل ۲۸: پاسخ به ورودی شیب برای معادله غیر خطی دینامیک ی

۱۸ تحلیل در حوزه فرکانس



شکل ۲۹: نمودار بود برای مدل خطی شده

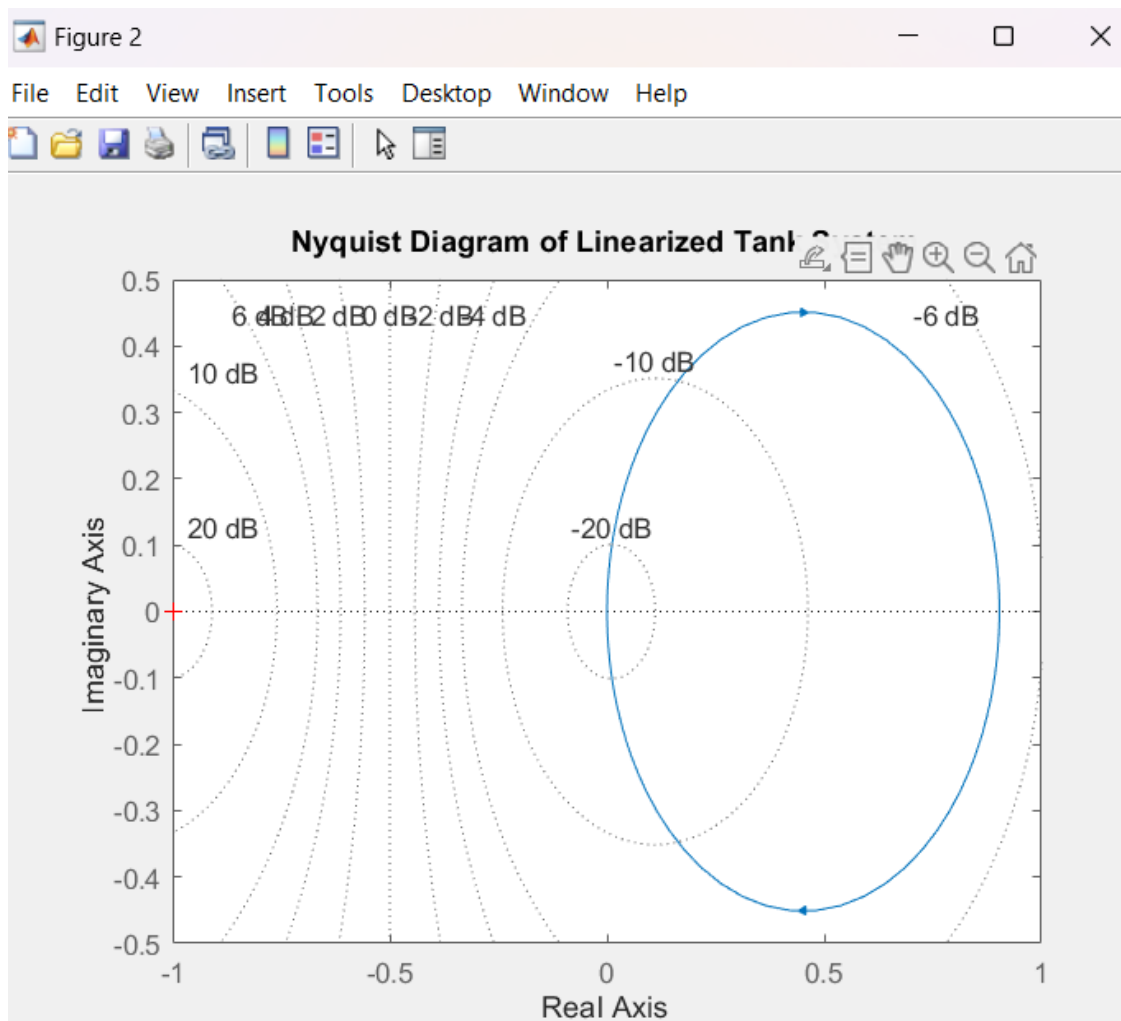


```

2      clc
3      clear
4      close all
5
6      %% پارامترها
7      A = 1;
8      a = 0.5;
9      g = 9.81;
10     h0 = 1;
11
12     alpha = (a*sqrt(2*g))/(2*A*sqrt(h0));
13     beta = 1/A;
14
15     G = tf(beta,[1 alpha]);
16
17     %% نمودار بود
18     figure
19     margin(G) % هم Bode هم Gain/Phase Margin
20     grid on
21     title('Bode Diagram of Linearized Tank System')
22
23     %% استخراج عددی حاشیه‌ها
24     [GM,PM,Wcg,Wcp] = margin(G);
25
26     fprintf('Gain Margin = %.2f dB\n',20*log10(GM));
27     fprintf('Phase Margin = %.2f deg\n',PM);
28     fprintf('Gain crossover freq = %.2f rad/s\n',Wcg);
29     fprintf('Phase crossover freq = %.2f rad/s\n',Wcp);

```

شکل ۳۰: نمودار بود برای مدل خطی شده کد متلب



شکل ۳۱: نمودار نایکوئیست برای مدل خطی شده کد متلب

```
figure
nyquist(G)
grid on
title('Nyquist Diagram of Linearized Tank System')
```

شکل ۳۲: نمودار نایکوئیست برای مدل خطی شده کد متلب

در این بخش، تحلیل سیستم خطی شده مخزن در حوزه فرکانس انجام می‌شود. هدف بررسی رفتار بهره، فاز و حاشیه‌های پایداری سیستم با استفاده از نمودارهای بود (Bode) و نایکوئیست (Nyquist) است.



۱.۱۸ تابع تبدیل سیستم خطی شده

مدل غیر خطی مخزن به صورت زیر بود:

$$A \frac{dh}{dt} = q_{in} - a\sqrt{2gh}$$

با خطی سازی حول نقطه کار h_0 ، تابع تبدیل سیستم به صورت زیر به دست آمد:

$$G(s) = \frac{\beta}{s + \alpha}$$

که در آن:

$$\alpha = \frac{a\sqrt{2g}}{2A\sqrt{h_0}}, \quad \beta = \frac{1}{A}$$

این سیستم یک سیستم مرتبه اول با یک قطب حقیقی منفی است.

۲.۱۸ تحلیل پایداری با معیار راث-هرویتز

معادله مشخصه سیستم حلقه بسته با فیدبک واحد و کنترل کننده تناسبی K به صورت $1 + KG(s) = 0$ است. با توجه به تابع تبدیل مرتبه اول سیستم:

$$1 + K \frac{0.63}{12.5s + 1} = 0 \Rightarrow 12.5s + (1 + 0.63K) = 0 \quad (55)$$

جدول راث برای این معادله درجه اول به صورت زیر تشکیل می شود:

جدول ۱: جدول پایداری راث-هرویتز برای سیستم حلقه بسته

12.5	s^1
1 + 0.63K	s^0

برای پایداری سیستم، تمام درایه های ستون اول باید مثبت باشند. از آنجا که $12.5 > 0$ است، شرط پایداری عبارت است از: $1 + 0.63K > 0 \Rightarrow K > -1.58$. از آنجا که بهره های کنترلی ما همواره مثبت هستند، سیستم به ازای تمام $K > 0$ پایدار است.

۳.۱۸ تحلیل پایداری BIBO

پایداری BIBO (ورودی کراندار-خروجی کراندار) بیان می کند که اگر به سیستم یک ورودی کراندار اعمال شود، خروجی نیز باید کراندار باقی بماند. شرط لازم و کافی برای پایداری BIBO در سیستم های LTI، انتگرال پذیر بودن مطلق پاسخ ضربه است:

$$\int_0^{\infty} |g(t)| dt < \infty \quad (56)$$



برای سیستم خطی شده مخزن، پاسخ ضربه به صورت $g(t) = \mathcal{L}^{-1}\{G(s)\} = \beta e^{-\alpha t}$ است (با فرض $t \geq 0$). با محاسبه انتگرال داریم:

$$\int_0^{\infty} |\beta e^{-\alpha t}| dt = \left[\frac{-\beta}{\alpha} e^{-\alpha t} \right]_0^{\infty} = \frac{\beta}{\alpha} \quad (57)$$

از آنجا که پارامترهای فیزیکی A و h_0 مثبت هستند، α و β مقادیر محدود و مثبت دارند. بنابراین حاصل انتگرال عددی محدود است و سیستم پایدار BIBO می باشد.

۴.۱۸ تحلیل نمودار بود (Bode)

نمودار بود شامل دو بخش است:

- نمودار بهره بر حسب فرکانس
- نمودار فاز بر حسب فرکانس

پاسخ فرکانسی سیستم برابر است با:

$$G(j\omega) = \frac{\beta}{j\omega + \alpha}$$

۱.۴.۱۸ تحلیل بهره

دامنه پاسخ فرکانسی برابر است با:

$$|G(j\omega)| = \frac{\beta}{\sqrt{\omega^2 + \alpha^2}}$$

رفتار در فرکانس های پایین:

اگر $\omega \ll \alpha$ باشد:

$$|G(j\omega)| \approx \frac{\beta}{\alpha}$$

بنابراین سیستم در فرکانس های پایین دارای بهره ثابت (بهره DC) است.

رفتار در فرکانس های بالا:

اگر $\omega \gg \alpha$ باشد:

$$|G(j\omega)| \approx \frac{\beta}{\omega}$$

در این ناحیه شیب نمودار بهره برابر است با:

$$-20\text{dB/dec}$$

در نتیجه سیستم یک فیلتر پایین گذر مرتبه اول است.



۲.۴.۱۸ تحلیل فاز

فاز پاسخ فرکانسی برابر است با:

$$\angle G(j\omega) = -\tan^{-1}\left(\frac{\omega}{\alpha}\right)$$

بنابراین:

- در فرکانس های پایین: فاز تقریباً صفر درجه است.
 - در فرکانس های بالا: فاز به -90° میل می کند.
- این نشان می دهد سیستم حداکثر 90° درجه تأخیر فاز ایجاد می کند و رفتار آن کاملاً غیرنوسانی است.

۳.۴.۱۸ حاشیه های پایداری

از آنجا که سیستم تنها یک قطب حقیقی منفی دارد:

- فاز هرگز به -180° نمی رسد.
 - در نتیجه حاشیه بهره (Gain Margin) بی نهایت است.
 - حاشیه فاز (Phase Margin) مثبت و بزرگ است.
- بنابراین سیستم دارای حاشیه پایداری مناسب بوده و نسبت به تغییرات بهره مقاوم است.

۵.۱۸ تحلیل نمودار نایکوئیست (Nyquist)

پاسخ مختلط سیستم:

$$G(j\omega) = \frac{\beta}{j\omega + \alpha}$$

رفتار منحنی نایکوئیست به صورت زیر است:

- از نقطه حقیقی مثبت $\frac{\beta}{\alpha}$ شروع می شود.
- با افزایش فرکانس وارد نیم صفحه پایین مختلط می شود.
- در بی نهایت به مبدأ مختصات میل می کند.



۱.۵.۱۸ معیار نایکوئیست

طبق رابطه:

$$N = Z - P$$

که در آن:

- P تعداد قطب‌های سمت راست صفحه مختلط
- Z تعداد صفرهای حلقه بسته در سمت راست
- N تعداد دور زدن نقطه بحرانی $(-1, 0)$

در این سیستم:

$$P = 0$$

و منحنی هیچ دور زدنی حول نقطه $(-1, 0)$ ندارد، بنابراین:

$$N = 0$$

پس:

$$Z = 0$$

نتیجه می‌شود که سیستم حلقه بسته پایدار است.

۶.۱۸ جمع‌بندی تحلیل فرکانسی

بر اساس تحلیل‌های انجام‌شده:

- سیستم مرتبه اول و پایدار است.
- رفتار آن مشابه یک فیلتر پایین‌گذر است.
- فاقد صفر در نیم‌صفحه راست بوده و مینیمم فاز است.
- دارای حاشیه پایداری مناسب در حوزه فرکانس می‌باشد.
- هیچ رفتار نوسانی یا تشدید فرکانسی مشاهده نمی‌شود.

بنابراین از دیدگاه فرکانسی، سیستم مخزن دارای پایداری ذاتی و رفتار دینامیکی ساده و قابل پیش‌بینی است.



۱۹ تحلیل حساسیت سیستم و شرایط بالقوه ناپایداری

در این بخش، میزان حساسیت سیستم نسبت به تغییر پارامترهای فیزیکی بررسی شده و شرایطی که ممکن است منجر به کاهش حاشیه پایداری یا ناپایداری عملی شود تحلیل می‌گردد.

۱.۱۹ تابع تبدیل خطی شده

تابع تبدیل سیستم خطی شده برابر است با:

$$G(s) = \frac{\beta}{s + \alpha}$$

که در آن:

$$\alpha = \frac{a\sqrt{2g}}{2A\sqrt{h_0}}, \quad \beta = \frac{1}{A}$$

قطب سیستم در مکان زیر قرار دارد:

$$s = -\alpha$$

بنابراین پایداری سیستم مستقیماً به علامت و مقدار α وابسته است.

۲.۱۹ تحلیل حساسیت قطب نسبت به پارامترها

برای بررسی میزان تأثیر هر پارامتر بر مکان قطب، حساسیت نسبی قطب نسبت به پارامتر p به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$S_p^s = \frac{\partial s}{\partial p} \frac{p}{s}$$

از آنجا که:

$$s = -\alpha$$

بنابراین حساسیت قطب نسبت به هر پارامتر معادل حساسیت α خواهد بود.

۱.۲.۱۹ حساسیت نسبت به سطح مقطع مخزن A

$$\alpha \propto \frac{1}{A}$$

در نتیجه:

$$S_A^s = -1$$



یعنی با افزایش A ، مقدار α کاهش یافته و قطب به محور موهومی نزدیک تر می شود. در نتیجه:

- سرعت پاسخ کاهش می یابد.
- زمان نشست افزایش می یابد.
- حاشیه پایداری کاهش پیدا می کند.

۲.۲.۱۹ حساسیت نسبت به سطح مقطع خروجی a

$$\alpha \propto a$$

بنابراین:

$$S_a^s = +1$$

افزایش a باعث افزایش α و انتقال قطب به سمت چپ می شود که منجر به:

- پاسخ سریع تر
- افزایش میرایی
- افزایش حاشیه پایداری

۳.۲.۱۹ حساسیت نسبت به نقطه کار h_0

$$\alpha \propto \frac{1}{\sqrt{h_0}}$$

در نتیجه:

$$S_{h_0}^s = -\frac{1}{2}$$

افزایش ارتفاع تعادل باعث کاهش α شده و سیستم کندتر می شود.

۳.۱۹ شرایط بالقوه ناپایداری در مدل خطی

از آنجا که:

$$\alpha > 0$$

سیستم خطی شده ذاتاً پایدار است. اما در شرایط زیر ممکن است حاشیه پایداری کاهش یابد:



• افزایش بیش از حد A

• افزایش شدید h_0

• کاهش شدید a

در این شرایط:

$$\alpha \rightarrow 0$$

و قطب به محور موهومی نزدیک می‌شود:

$$s \rightarrow 0^-$$

که منجر به افزایش زمان نشست و کاهش سرعت پاسخ می‌گردد.

اگر به طور فرضی $\alpha = 0$ شود:

$$G(s) = \frac{\beta}{s}$$

که یک انتگرال گیر بوده و سیستم در مرز ناپایداری قرار می‌گیرد.

۴.۱۹ تحلیل ناپایداری در مدل غیرخطی

مدل غیرخطی سیستم برابر است با:

$$\dot{h} = \frac{1}{A} (q_{in} - a\sqrt{2gh})$$

پایداری موضعی از طریق بررسی مشتق زیر تعیین می‌شود:

$$\frac{df}{dh} = -\frac{a\sqrt{2g}}{2A\sqrt{h}}$$

در نقطه تعادل:

$$\left. \frac{df}{dh} \right|_{h=h_0} = -\alpha$$

چون مقدار فوق منفی است، نقطه تعادل پایدار موضعی می‌باشد.

اما شرایط زیر می‌تواند منجر به رفتار نامطلوب شود:

- اعمال ورودی پله بسیار بزرگ که سیستم را از ناحیه خطی خارج کند.
- نزدیک شدن سطح مایع به صفر که مدل ریشه دوم را دچار اعوجاج عددی می‌کند.
- محدودیت‌های فیزیکی مانند سرریز مخزن.

در این حالت‌ها اگرچه سیستم از نظر ریاضی واگرا نمی‌شود، اما عملکرد عملی آن ممکن است ناپایدار تلقی گردد.

۵.۱۹ جمع‌بندی تحلیل حساسیت

نتایج نشان می‌دهد:

- مکان قطب تنها به پارامتر α وابسته است.
- افزایش a موجب افزایش پایداری می‌شود.
- افزایش A یا h_0 موجب کاهش سرعت پاسخ و کاهش حاشیه پایداری می‌شود.
- سیستم خطی ذاتاً پایدار است اما در شرایط عملی و غیرخطی ممکن است رفتار نامطلوب نشان دهد.
- بنابراین طراحی سیستم باید به گونه‌ای انجام شود که α مقدار کافی بزرگ داشته باشد تا پاسخ سریع و پایدار تضمین گردد.

۲۰ طراحی و تحلیل کنترل‌کننده سطح مایع (PID)

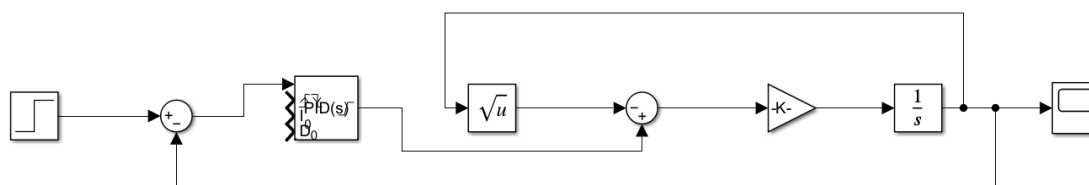
۱.۲۰ اهداف کنترلی

در این بخش، هدف طراحی یک سیستم کنترل حلقه بسته برای تنظیم ارتفاع مایع در مخزن است. پارامترهای مطلوب طراحی بر اساس نیازمندی‌های پروژه به شرح زیر می‌باشند:

- تغییر ارتفاع مرجع: ورودی پله از مقدار اولیه ۲ متر به مقدار نهایی ۱۰ متر.
- درصد فراجهش (Overshoot): در محدوده ۱۰ تا ۲۰ درصد.
- زمان نشست (Settling Time): کمتر از ۵ ثانیه (با توجه به محدودیت فیزیکی).
- خطای حالت ماندگار: صفر.

۲.۲۰ ساختار کنترلی و پیاده‌سازی

برای کنترل سطح مایع، از ساختار فیدبک واحد با کنترل‌کننده PID استفاده شده است. مطابق شکل زیر، بلوک اشباع (Saturation) با بازه ۰ تا ۱۰۰ درصد در خروجی کنترل‌کننده قرار داده شد تا محدودیت فیزیکی شیر ورودی مدل‌سازی شود.

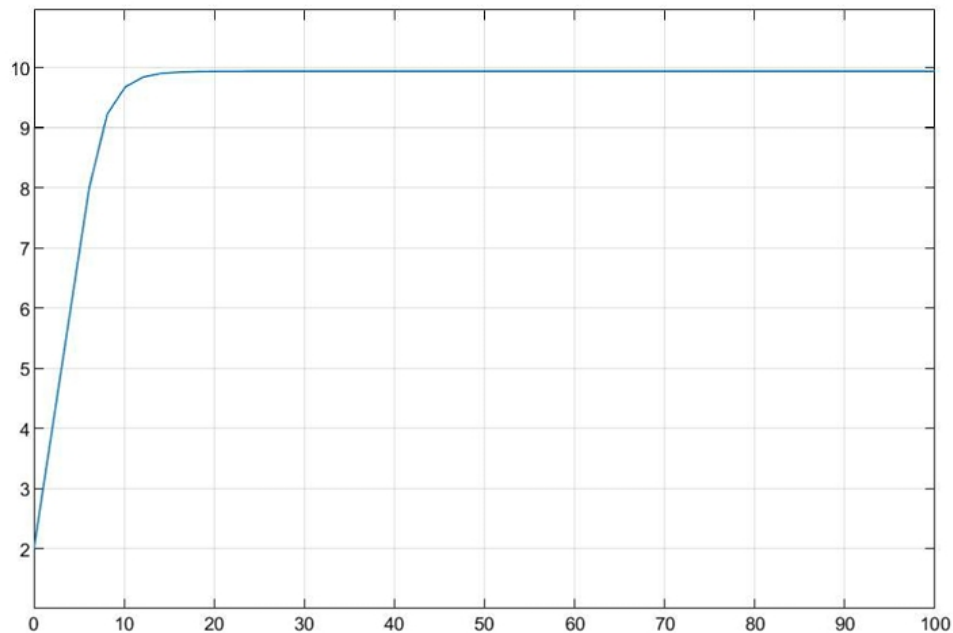


شکل ۳۳: مدل بلوک دیاگرامی سیستم حلقه بسته در محیط سیمولینک



۳.۲۰ طراحی گام به گام ۱: تحلیل کنترل کننده تناسبی (P)

در گام نخست، برای درک رفتار سیستم و مشاهده خطای حالت ماندگار، کنترل کننده تناسبی با بهره $K_p = 50$ (و $K_i = 0, K_d = 0$) اعمال شد.

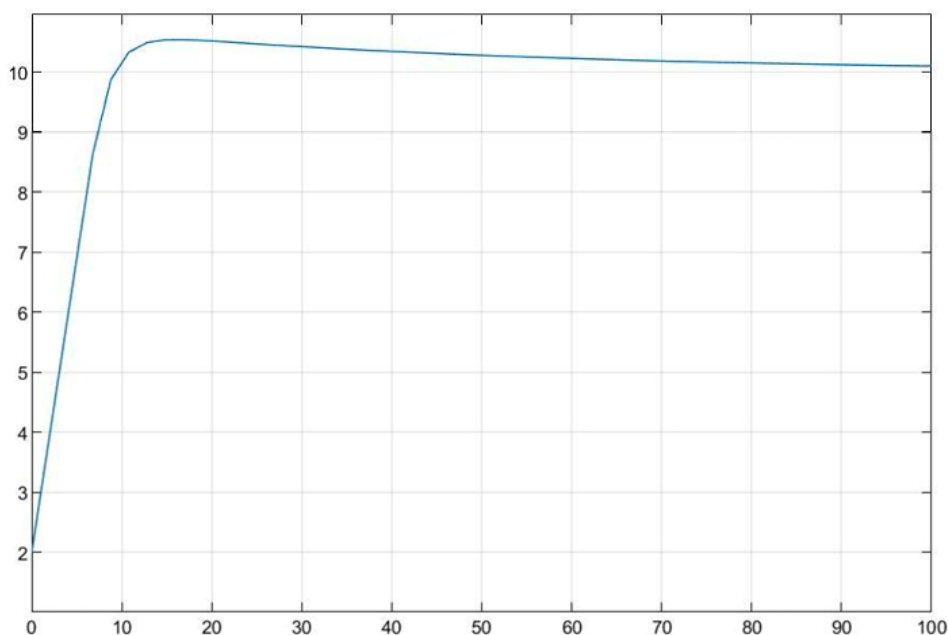


شکل ۳۴: پاسخ سیستم با کنترل کننده P ($K_p = 50$): وجود خطای حالت ماندگار

تحلیل فنی: همان طور که در شکل پیداست، سیستم به مقدار نهایی ۱۰ متر نمی رسد و در ۹.۹۳۷ متر متوقف می شود. دلیل این امر آن است که در سیستم با تخلیه ثقلی، برای باز ماندن شیر ورودی، کنترل کننده P نیاز به وجود «خطا» دارد ($u = K_p e$). اگر خطا صفر شود، شیر بسته شده و سطح آب افت می کند.

۴.۲۰ طراحی گام به گام ۲: تحلیل کنترل کننده تناسبی-انتگرالی (PI)

برای حذف خطای حالت ماندگار، ترم انتگرال گیر اضافه شد ($K_p = 50, K_i = 1$).

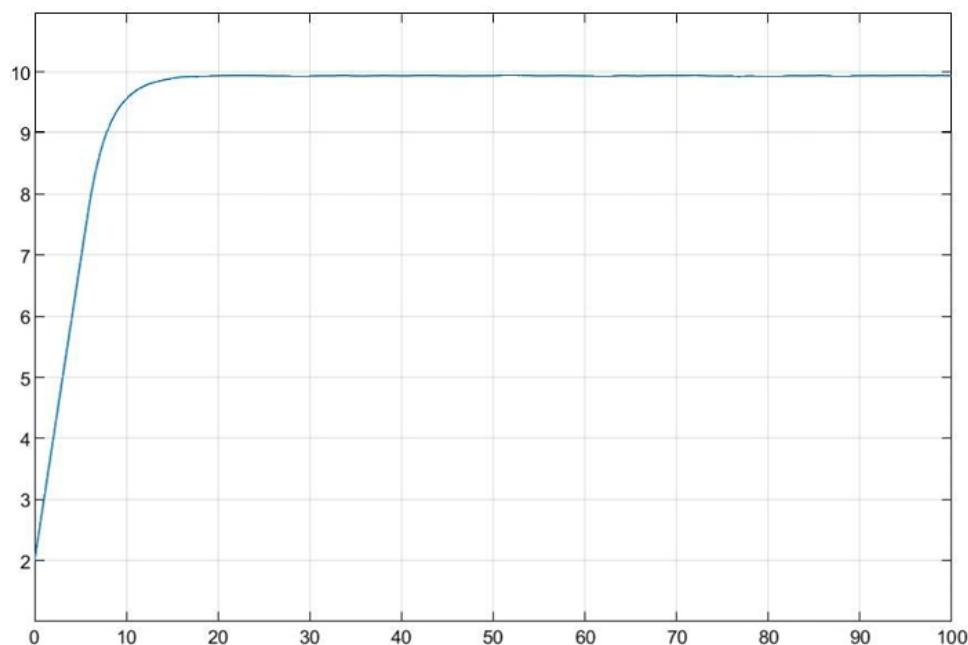


شکل ۳۵: پاسخ سیستم با کنترل کننده PI حذف کامل خطا

تحلیل فنی: مشاهده می شود که خطای حالت ماندگار کاملاً حذف شده و سطح آب روی ۱۰ متر تثبیت گردیده است. ترم انتگرالی با انباشت خطا، مقدار لازم برای باز نگه داشتن شیر را تأمین می کند.

۵.۲۰ طراحی گام به گام ۳: تحلیل کنترل کننده تناسبی-مشتق گیر (PD)

در این مرحله، اثر ترم مشتق گیر بر رفتار گذرا بررسی شد. ضرایب روی $P = 50$ و $D = 15$ (با $I = 0$) تنظیم شدند.



شکل ۳۶: پاسخ سیستم با کنترل کننده PD ($P = 50, D = 15$): بهبود میرایی اما بقای خطا

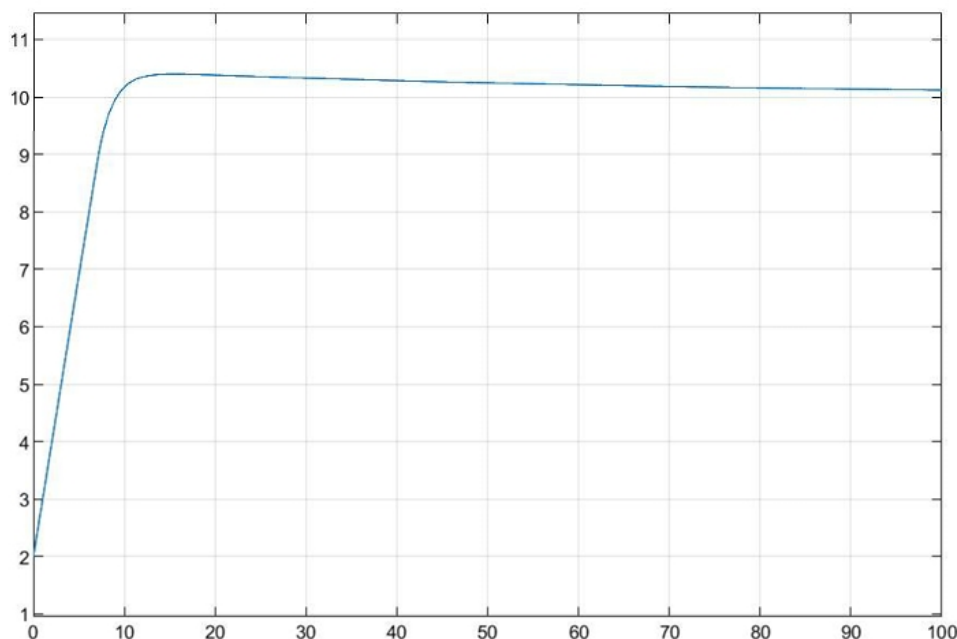
تحلیل فنی:

- خطای ماندگار: سیستم همچنان دارای خطا است، زیرا ترم مشتق گیر تنها به «تغییرات خطا» حساس است و در حالت ماندگار اثری ندارد.
- رفتار گذرا: با مقایسه نسبت به حالت P ، نوسانات کاهش یافته و سیستم رفتار نرم تری دارد (اثر میرایی مشتق گیر).

۶.۲۰ طراحی نهایی: کنترل کننده PID و تحلیل پاسخ

برای بهره‌گیری از مزایای تمام روش‌ها، کنترل کننده PID نهایی با ضرایب زیر تنظیم شد:

$$P = 70, \quad I = 1, \quad D = 15, \quad N = 1$$



شکل ۳۷: پاسخ نهایی سیستم با کنترل کننده PID

تحلیل زمان نشست و اثبات تضاد با محدودیت فیزیکی

در صورت پروژه، زمان نشست مطلوب کمتر از ۵ ثانیه خواسته شده است [۱۱۷]. با این حال، در شبیه سازی نهایی زمان نشست حدود ۸ ثانیه به دست آمد. این اختلاف ناشی از ضعف طراحی کنترل کننده نیست، بلکه ناشی از محدودیت اشباع عملگر (Saturation) است. برای اثبات این موضوع، کمترین زمان تئوری ممکن برای پر شدن تانک را محاسبه می کنیم. طبق قانون بقای جرم:

$$\Delta V = A \times \Delta h \quad (۵۸)$$

که در آن $A = 100 \text{ m}^2$ (سطح مقطع تانک) و $\Delta h = 10 - 2 = 8 \text{ m}$ (تغییر ارتفاع مطلوب) است. بنابراین حجم آب مورد نیاز برابر است با:

$$\Delta V = 100 \times 8 = 800 \text{ m}^3 \quad (۵۹)$$

حداکثر دبی ورودی که پمپ می تواند تأمین کند (وقتی شیر ۱۰۰٪ باز است) برابر است با $Q_{max} = 100 \text{ m}^3/\text{s}$. بنابراین، حتی اگر کنترل کننده در تمام طول مسیر شیر را کاملاً باز نگه دارد (کنترل، Bang-Bang)، حداقل زمان لازم برابر است با:

$$t_{min} = \frac{\Delta V}{Q_{max}} = \frac{800}{100} = 8 \text{ s} \quad (۶۰)$$

مشاهده می شود که زمان نشست ۸ ثانیه، مرز فیزیکی سیستم است. دستیابی به زمان ۵ ثانیه با پارامترهای فعلی ($A = 100$) غیر ممکن است و برای رسیدن به آن، نیاز به تغییر فیزیک سیستم (مثلاً کاهش سطح مقطع تانک یا استفاده از پمپ قوی تر) می باشد.

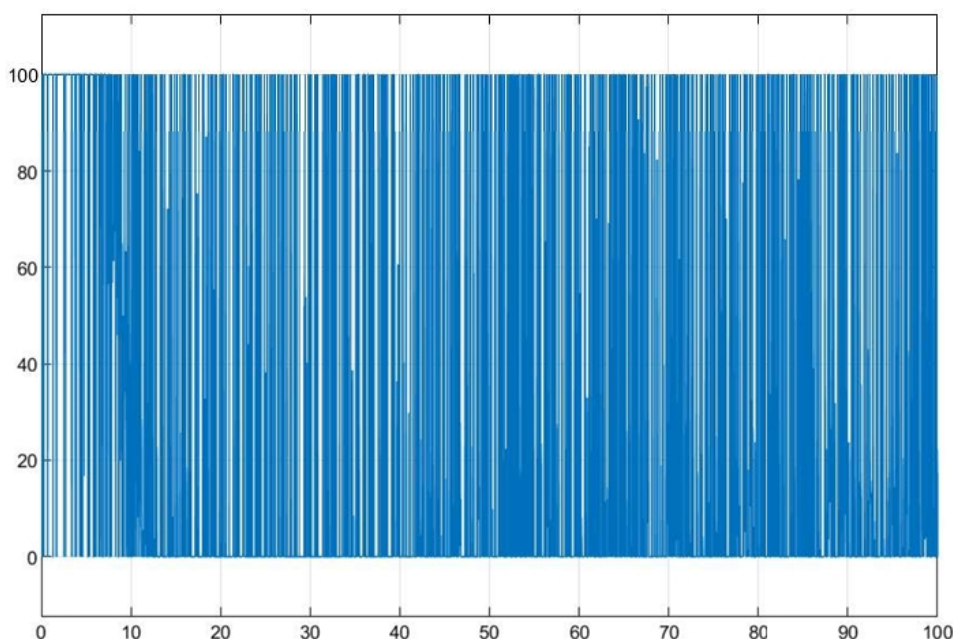


۷.۲۰ تحلیل نویز و اثر فیلتر مشتق‌گیر

یکی از چالش‌های اصلی کنترل‌کننده PID، حساسیت ترم مشتق‌گیر (D) به نویز است. برای بررسی، نویز سفید به سنسور اضافه شد.

اثر انتخاب نامناسب فیلتر

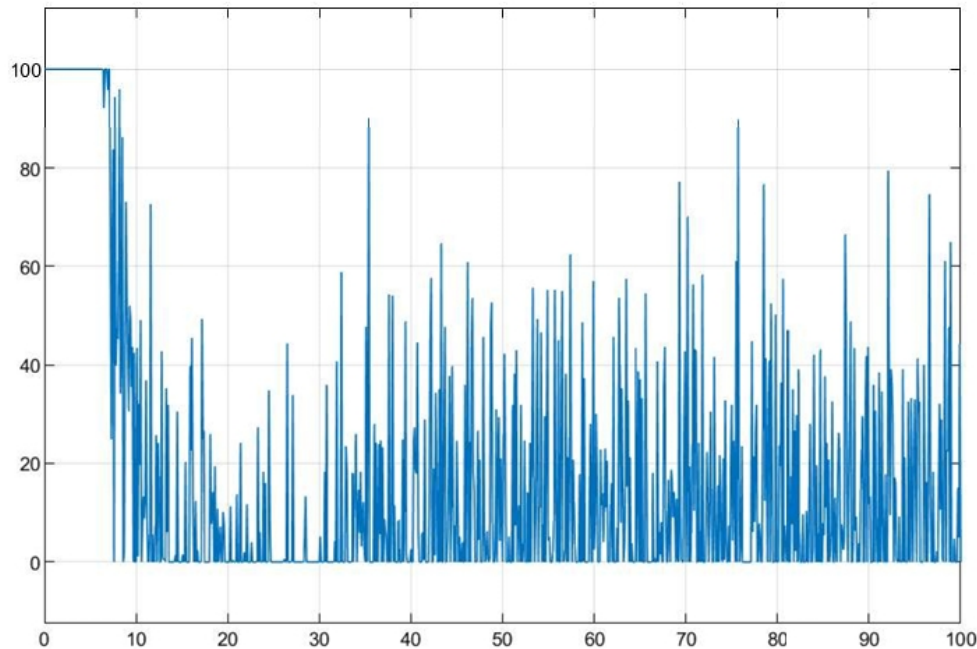
با انتخاب ضریب فیلتر بزرگ ($N = 100$)، سیگنال کنترلی دچار نوسانات شدید (Chattering) می‌شود که موجب استهلاک شیر می‌گردد (شکل ۳۸).



شکل ۳۸: اثر مخرب نویز بر فرمان شیر با فیلتر نامناسب ($N = 100$)

اصلاح با فیلتر پایین‌گذر مناسب

با کاهش ضریب فیلتر به $N = 1$ ، نوسانات حذف شده و سیگنال هموار گردید (شکل ۳۹).



شکل ۳۹: سیگنال فرمان شیر اصلاح شده با فیلتر مناسب ($N = 1$)

۸.۲۰ تحلیل مصالحه بین حذف نویز و پایداری (Trade-off)

در صورت پروژه خواسته شده است که اثر فیلتر بر پایداری بررسی شود. فیلتر پایین گذر اعمال شده بر روی مشتق گیر دارای تابع تبدیل به فرم زیر است:

$$F(s) = \frac{N}{s + N} \quad (۶۱)$$

این فیلتر یک قطب در $s = -N$ اضافه می کند. تحلیل اثر این قطب به شرح زیر است:

- حذف نویز (N کوچک): انتخاب N کوچک (مانند $N = 1$) باعث می شود فرکانس قطع فیلتر پایین بیاید و نویزهای فرکانس بالا به خوبی حذف شوند. اما این کار باعث ایجاد «تأخیر فاز» شدید در حلقه کنترلی می شود ($\phi = -\tan^{-1}(\omega/N)$). تأخیر فاز باعث کاهش حاشیه فاز (Phase Margin) شده و سیستم را به سمت ناپایداری یا نوسانی شدن سوق می دهد.

- سرعت و پایداری (N بزرگ): انتخاب N بزرگ پهنای باند را افزایش می دهد و تأخیر فاز ناچیز است (پایداری بهتر)، اما نویزها با شدت بیشتری عبور کرده و وارد سیگنال کنترلی می شوند.

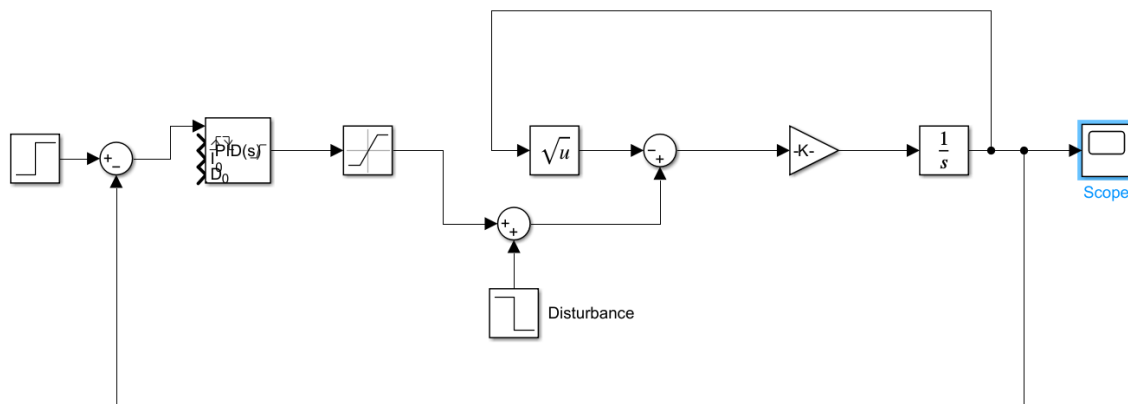
نتیجه گیری: انتخاب $N = 1$ در این پروژه یک مصالحه (Trade-off) بود که در آن اولویت به سلامت عملگر (حذف لرزش شیر) داده شد، هرچند که باعث شد سیستم کمی کندتر واکنش نشان دهد.



۲۱ بررسی عملکرد سیستم در حضور اغتشاش (Disturbance)

۱.۲۱ سناریوی تست و تغییرات در بلوک دیاگرام

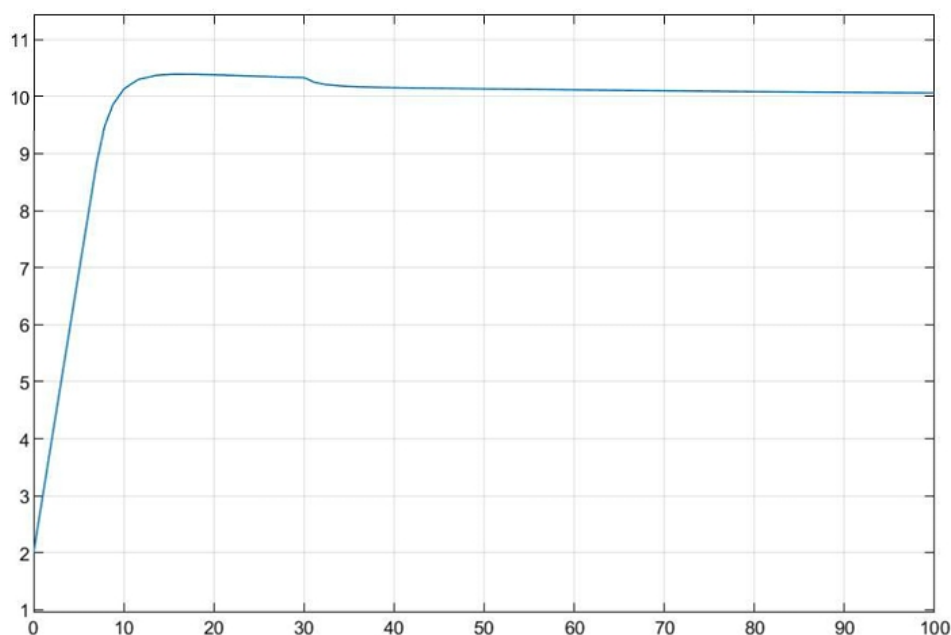
به منظور سنجش مقاومت سیستم در برابر عوامل ناخواسته (مانند نشتی مخزن یا افت فشار ناگهانی)، یک بلوک اغتشاش پله‌ای به ورودی کنترلی اضافه شد. همان‌طور که در تصویر سیمولینک زیر مشاهده می‌شود، این سیگنال با دامنه -10 در ثانیه 30 با فرمان کنترلی جمع شده و به سیستم اعمال می‌گردد.



شکل ۴۰: نحوه اعمال اغتشاش به ورودی سیستم در محیط سیمولینک

۲.۲۱ تحلیل پاسخ زمانی

نتیجه شبیه‌سازی در شکل زیر نمایش داده شده است. سیستم ابتدا به سرعت به مقدار مرجع 10 متر می‌رسد. در لحظه $t = 30s$ با ورود اغتشاش، سطح آب دچار افت ناگهانی می‌شود؛ اما کنترل‌کننده PID بلافاصله وارد عمل شده و با افزایش فرمان شیر ورودی، اثر اغتشاش را خنثی کرده و سطح آب را مجدداً به 10 متر باز می‌گرداند.



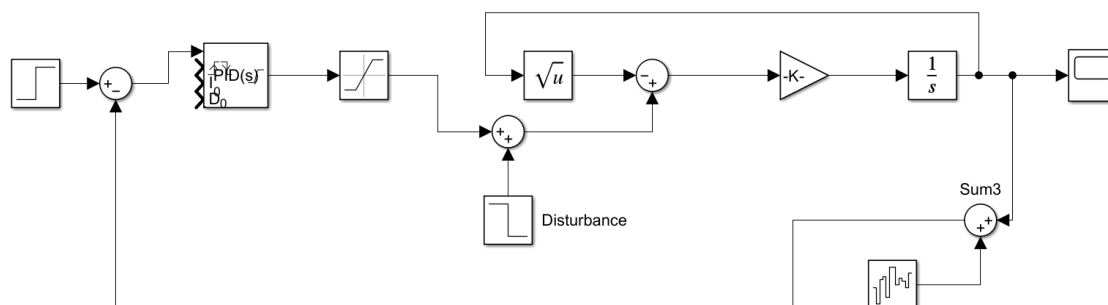
شکل ۴۱: پاسخ سیستم به اغتشاش پله‌ای در ثانیه ۳۰ و دفع کامل اثر آن

این رفتار نشان‌دهنده قابلیت اطمینان (Robustness) بالای کنترل‌کننده در شرایط عملیاتی غیرایده‌آل است.

۲۲ بررسی عملکرد سیستم در حضور نویز اندازه‌گیری (Noise)

۱.۲۲ مدل‌سازی نویز سنسور

در سیستم‌های واقعی، سنسورهای اندازه‌گیری سطح همواره دارای مقداری نویز هستند. بدین منظور، یک بلوک نویز سفید محدود به باند (Band-Limited White Noise) به سیگنال فیدبک ارتفاع اضافه شد تا شرایط واقعی‌تری شبیه‌سازی گردد.

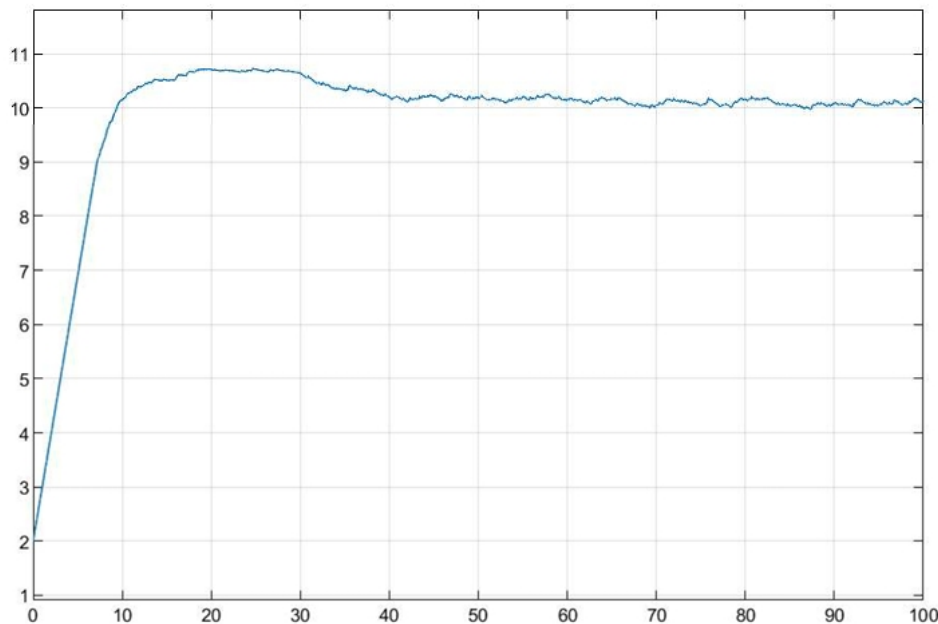


شکل ۴۲: افزودن نویز به مسیر فیدبک سنسور ارتفاع



۲.۲۲ تحلیل پایداری در حضور نویز

نتیجه شبیه‌سازی با حضور نویز در شکل زیر آمده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، اگرچه خروجی دارای نوسانات فرکانس بالا (ناشی از نویز سنسور) است، اما مقدار میانگین آن روی ۱۰ متر ثابت مانده و سیستم پایداری خود را حفظ کرده است.



شکل ۴۳: پاسخ سیستم در حضور نویز سنسور (حفظ پایداری حول مقدار مرجع)

۲۳ تحلیل ثابت زمانی و پیشنهادات نهایی

در آخرین بخش از پروژه، سوال شده است که اگر بخواهیم ثابت زمانی پر و خالی شدن مخزن به ۱ ثانیه کاهش یابد، چه تغییراتی باید اعمال شود.

ثابت زمانی سیستم مخزن (τ) طبق روابط استخراج شده در فصل‌های قبل، متناسب با سطح مقطع مخزن (A) و معکوس ضریب شیر خروجی است:

$$\tau \approx \frac{A \times 2\sqrt{h_{eq}}}{C_d} \quad (۶۲)$$

در شبیه‌سازی فعلی، زمان نشست حدود ۸ ثانیه است که نشان می‌دهد ثابت زمانی سیستم حدود ۲ ثانیه می‌باشد ($4\tau \approx 8s$). برای کاهش ثابت زمانی به ۱ ثانیه (یعنی نصف کردن آن)، دو راهکار فیزیکی پیشنهاد می‌شود:

- کاهش سطح مقطع مخزن (A): اگر سطح مقطع تانک نصف شود، حجم آب لازم برای رسیدن به ارتفاع ۱۰ متر نصف شده و تانک ۲ برابر سریع‌تر پر می‌شود.



۲. افزایش ظرفیت شیر خروجی و پمپ ورودی: استفاده از شیر و پمپی با ظرفیت دبی ۲ برابر، باعث می شود دینامیک سیستم سریع تر شود.

۲۴ نتیجه گیری نهایی

در این پروژه، مراحل کامل مدل سازی، خطی سازی و طراحی کنترل کننده برای سیستم مخزن مایع انجام شد. نتایج نشان داد که کنترل کننده PID طراحی شده قادر است:

- خطای حالت ماندگار را کاملاً حذف کند (ثبیت روی ۱۰ متر).
- در برابر اغتشاشات ورودی (مانند نشتی) مقاوم باشد.
- در حضور نویز اندازه گیری، پایداری سیستم را حفظ نماید.
- محدودیت های فیزیکی (مانند اشباع شیر) عامل اصلی محدودیت سرعت پاسخ هستند.

۲۵ ضمیمه: راهنمای فایل های ارسال

در پوشه Code 40 همراه با این گزارش، فایل های زیر جهت بررسی و اجرای شبیه سازی قرار داده شده اند:

- **task5-7/PID1.slx**: فایل اصلی شبیه سازی در محیط سیمولینک که شامل مدل دینامیکی مخزن، کنترل کننده PID طراحی شده و سناریوهای تست نویز و اغتشاش می باشد.
- **task1/task1.slx**: فایل شبیه سازی مربوط به پیاده سازی معادله دینامیکی غیر خطی مخزن در محیط سیمولینک. در این مدل، رفتار فیزیکی سیستم بر اساس قوانین بقای جرم و رابطه دبی خروجی مدل سازی شده است.
- **task1/state.slx**: فایل شبیه سازی مربوط به پیاده سازی مدل فضای حالت سیستم در محیط سیمولینک. این مدل از معادلات حالت استخراج شده از سیستم برای تحلیل دینامیکی استفاده می کند. در واقع در محیط کد نویسی ضرایب استخراج شده و در سیمولینک پیاده سازی شده است.
- **task2/task2.m**: فایل شبیه سازی مربوط به بررسی پاسخ های زمانی استاندارد سیستم شامل پاسخ پله، ضربه و شیب. در این بخش رفتار گذرای سیستم و شاخص های عملکردی آن مورد ارزیابی قرار گرفته است.
- **task3/task3.m**: فایل مربوط به رسم نمودار قطب-صفر و تحلیل پایداری سیستم. در این مدل، محل قطب ها و صفرهای تابع تبدیل بررسی شده و پایداری سیستم ارزیابی گردیده است.
- **task4/task4.m**: فایل شبیه سازی مربوط به تحلیل فرکانسی سیستم شامل رسم نمودارهای بود و نایکویست. این بخش برای بررسی پایداری و پاسخ سیستم در حوزه فرکانس مورد استفاده قرار گرفته است.



منابع و مراجع

- [1] Katsuhiko Ogata, *Modern Control Engineering*, 5th Edition, Prentice Hall, 2010.
- [2] Richard C. Dorf and Robert H. Bishop, *Modern Control Systems*, 13th Edition, Pearson, 2016.
- [3] Benjamin C. Kuo, *Automatic Control Systems*, 9th Edition, Wiley, 2009.
- [4] MathWorks Documentation, "Modeling a Liquid Level Control System in Simulink", Available online at mathworks.com.
- [5] H. D. Taghirad, "Linear Control Systems Course Notes", Faculty of Electrical Engineering, K.N. Toosi University of Technology, 2025.