

دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی  
دانشکده مهندسی برق - کروه مهندسی کنترل

# درس کنترل خطی

## ارزشیابی پایانی

نام و نام خانوادگی	یگانه طهماسبی و رضوان عسکری
شماره دانشجویی	۴۰۲۱۹۵۵۳/۴۰۲۱۹۲۵۳
تاریخ	۱۴۰۴ بهمن

دسترسی به کدها و فایل‌های شبیه‌سازی (GitHub):

<https://github.com/Yegane05/Linear-Control-Project-KNTU>



## فهرست مطالب

۷	۱	مقدمه و دید کلی از پروژه
۷	۱.۱	گام صفر: بررسی شماتیک موجود در سیمولینک وداده های پروژه
۹	۲.۱	جمع بندی
۹	۲	گام اول: استخراج فضای حالت
۱۴	۳	گام دوم: استخراج معادلات دینامیکی و پیاده سازی مدل سیستم کنترل سطح مایع در مخزن
۲۰	۴	استخراج تابع تبدیل سیستم
۲۰	۱.۴	استخراج تابع تبدیل از طریق تحلیل معادلات
۲۰	۲.۴	استخراج تابع تبدیل از طریق داده های شبیه سازی
۲۰	۳.۴	بررسی اعتبار تابع تبدیل
۲۱	۵	حلقه باز سیستم (Open-Loop Analysis)
۲۵	۶	استخراج معادله دینامیکی سیستم
۲۶	۷	تعیین نقطه کار
۲۶	۸	خطی سازی سیستم
۲۷	۹	مدل فضای حالت
۲۷	۱۰	استخراج تابع تبدیل
۲۸	۱۱	تحلیل پاسخ پله
۲۸	۱۲	پارامترهای زمانی سیستم
۲۹	۱۳	اعتبار مدل خطی
۲۹	۱۴	مقایسه پاسخ غیرخطی به پله کوچک و بزرگ
۳۲	۱.۱۴	بررسی پاسخ ضربه و شیب
۳۵	۱۵	تحلیل پاسخ های استاندارد سیستم
۳۵	۱.۱۵	تحلیل پاسخ ضربه
۳۷	۲.۱۵	تحلیل پاسخ رمپ



۳۸	۱۶ ساختار سیستم
۳۸	۱.۱۶ تعیین مرتبه سیستم
۳۸	۲.۱۶ تعیین نوع سیستم (System Type)
۳۹	۳.۱۶ نتایج مربوط به نوع صفر
۳۹	۱۷ جمع‌بندی نهایی
۴۳	۱۸ تحلیل در حوزه فرکانس
۴۶	۱.۱۸ تابع تبدیل سیستم خطی شده
۴۶	۲.۱۸ تحلیل پایداری با معیار راث-هرویتز
۴۶	۳.۱۸ تحلیل پایداری BIBO
۴۷	۴.۱۸ تحلیل نمودار بود (Bode)
۴۷	۱.۴.۱۸ تحلیل بهره
۴۸	۲.۴.۱۸ تحلیل فاز
۴۸	۳.۴.۱۸ حاشیه‌های پایداری
۴۸	۵.۱۸ تحلیل نمودار نایکوئیست (Nyquist)
۴۹	۱.۵.۱۸ معیار نایکوئیست
۴۹	۶.۱۸ جمع‌بندی تحلیل فرکانسی
۵۰	۱۹ تحلیل حساسیت سیستم و شرایط بالقوه ناپایداری
۵۰	۱.۱۹ تابع تبدیل خطی شده
۵۰	۲.۱۹ تحلیل حساسیت قطب نسبت به پaramترها
۵۰	۱.۲.۱۹ حساسیت نسبت به سطح مقطع مخزن $A$
۵۱	۲.۲.۱۹ حساسیت نسبت به سطح مقطع خروجی $a$
۵۱	۳.۲.۱۹ حساسیت نسبت به نقطه کار $h_0$
۵۱	۳.۱۹ شرایط بالقوه ناپایداری در مدل خطی
۵۲	۴.۱۹ تحلیل ناپایداری در مدل غیرخطی
۵۳	۵.۱۹ جمع‌بندی تحلیل حساسیت
۵۳	۲۰ طراحی و تحلیل کنترل کننده سطح مایع (PID)
۵۳	۱.۲۰ اهداف کنترلی
۵۳	۲.۲۰ ساختار کنترلی و پیاده‌سازی
۵۴	۳.۲۰ طراحی گام‌به‌گام ۱: تحلیل کنترل کننده تناوبی (P)
۵۴	۴.۲۰ طراحی گام‌به‌گام ۲: تحلیل کنترل کننده تناوبی-انتگرالی (PI)
۵۵	۵.۲۰ طراحی گام‌به‌گام ۳: تحلیل کنترل کننده تناوبی-مشتق‌گیر (PD)
۵۶	۶.۲۰ طراحی نهایی: کنترل کننده PID و تحلیل پاسخ
۵۸	۷.۲۰ تحلیل نویز و اثر فیلتر مشتق‌گیر



۵۹	.....	۸.۲۰ تحلیل مصالحه بین حذف نویز و پایداری (Trade-off)
۶۰	.....	۲۱ بررسی عملکرد سیستم در حضور اغتشاش (Disturbance)
۶۰	.....	۱.۲۱ سناریوی تست و تغییرات در بلوک دیاگرام
۶۰	.....	۲.۲۱ تحلیل پاسخ زمانی
۶۱	.....	۲۲ بررسی عملکرد سیستم در حضور نویز اندازه‌گیری (Noise)
۶۱	.....	۱.۲۲ مدل‌سازی نویز سنسور
۶۲	.....	۲.۲۲ تحلیل پایداری در حضور نویز
۶۲	.....	۲۳ تحلیل ثابت زمانی و پیشنهادات نهایی
۶۳	.....	۲۴ نتیجه‌گیری نهایی
۶۳	.....	۲۵ ضمیمه: راهنمای فایل‌های ارسالی



## فهرست تصاویر

۷	.....	تصویر مدل سیمولینک اصلی	۱
۸	.....	خروجی اول	۲
۸	.....	خروجی رابط گرافیکی	۳
۹	.....	تصویر سیمولینک دوم	۴
۱۰	.....	داده های فراخوانی شده	۵
۱۱	.....	داده های فراخوانی شده	۶
۱۱	.....	استخراج فضای حالت	۷
۱۲	.....	استخراج فضای حالت	۸
۱۳	.....	استخراج فضای حالت	۹
۱۴	.....	مقایسه با مدل اصلی	۱۰
۱۵	.....	پیاده سازی معادله دینامیکی در سیمولینک	۱۱
۱۵	.....	نتیجه خروجی و تحقق هدف پروژه	۱۲
۱۷	.....	استخراج پارامتر های سیستم	۱۳
۱۸	.....	شبیه سازی معادله دینامیک در سیمولینک	۱۴
۱۹	.....	نتیجه خروجی شبیه سازی سیمولینک به ورودی پله	۱۵
۲۲	.....	کد متلب سیستم خطی به ورودی پله	۱۶
۲۳	.....	ادامه کد متلب برای پیدا کردن پاسخ ضربه و پارامتر های حلقه باز	۱۷
۲۴	.....	نتیجه خروجی به ورودی پله	۱۸
۲۵	.....	نتیجه خروجی به ورودی پله	۱۹
۳۰	.....	نتیجه خروجی به ورودی پله	۲۰
۳۱	.....	نتیجه خروجی به ورودی پله	۲۱
۳۲	.....	نتیجه خروجی به ورودی پله با دامنه کوچک و بزرگ	۲۲
۳۳	.....	کد متلب سیستم خطی از معادلات حالت استخراج شده	۲۳
۳۴	.....	پاسخ ضربه به معادله حالت	۲۴
۳۵	.....	پاسخ به ورودی شب	۲۵
۴۰	.....	کد متلب سیستم غیر خطی با استفاده از دینامیک مسیله	۲۶
۴۱	.....	پاسخ ضربه برای معادله غیر خطی	۲۷
۴۲	.....	پاسخ به ورودی شب برای معادله غیر خطی دینامیکی	۲۸
۴۳	.....	نمودار بود برای مدل خطی شده	۲۹
۴۴	.....	نمودار بود برای مدل خطی شده کد متلب	۳۰
۴۵	.....	نمودار نایکوییست برای مدل خطی شده کد متلب	۳۱
۴۵	.....	نمودار نایکوییست برای مدل خطی شده کد متلب	۳۲
۵۳	.....	مدل بلوك دیاگرامی سیستم حلقه بسته در محیط سیمولینک	۳۳
۵۴	.....	پاسخ سیستم با کنترل کننده P ( $K_p = 50$ ): وجود خطای حالت ماندگار	۳۴



۵۵	پاسخ سیستم با کنترل کننده: PI حذف کامل خطأ . . . . .	۳۵
۵۶	پاسخ سیستم با کنترل کننده PD ( $P = 50, D = 15$ ): بهبود میرایی اما بقای خطأ . . . . .	۳۶
۵۷	پاسخ نهایی سیستم با کنترل کننده PID . . . . .	۳۷
۵۸	اثر مخرب نویز بر فرمان شیر با فیلتر نامناسب ( $N = 100$ ) . . . . .	۳۸
۵۹	سیگнал فرمان شیر اصلاح شده با فیلتر مناسب ( $N = 1$ ) . . . . .	۳۹
۶۰	نحوه اعمال اغتشاش به ورودی سیستم در محیط سیمولینک . . . . .	۴۰
۶۱	پاسخ سیستم به اغتشاش پله‌ای در ثانیه ۳۰ و دفع کامل اثر آن . . . . .	۴۱
۶۱	افزودن نویز به مسیر فیدبک سنسور ارتفاع . . . . .	۴۲
۶۲	پاسخ سیستم در حضور نویز سنسور (حفظ پایداری حول مقدار مرجع) . . . . .	۴۳



## فهرست جداول

۴۶	جدول پایداری راث-هرویتز برای سیستم حلقه بسته	۱
----	--	---

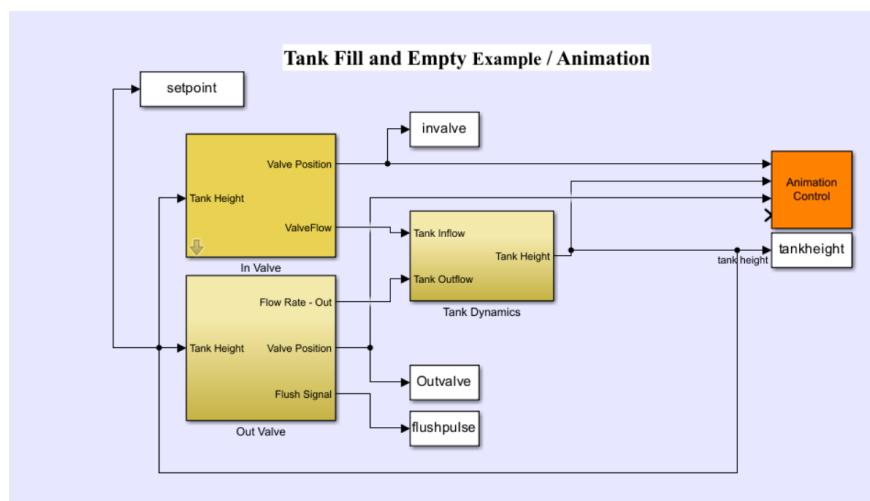


## ۱ مقدمه و دید کلی از پروژه

در این بخش ابتدایی میخواهیم ابتدا به این موضوع پردازیم که این پروژه به صورت کلی چه فرایندی را طی میکند؟ بلوک ها و المان های استفاده شده در پروژه برای چه اهدافی و چگونه تنظیم شده اند. تا در ادامه مسیر تحلیل و بررسی پارامتر های علمی که در درس خواندیم برایمان واضح تر شود.

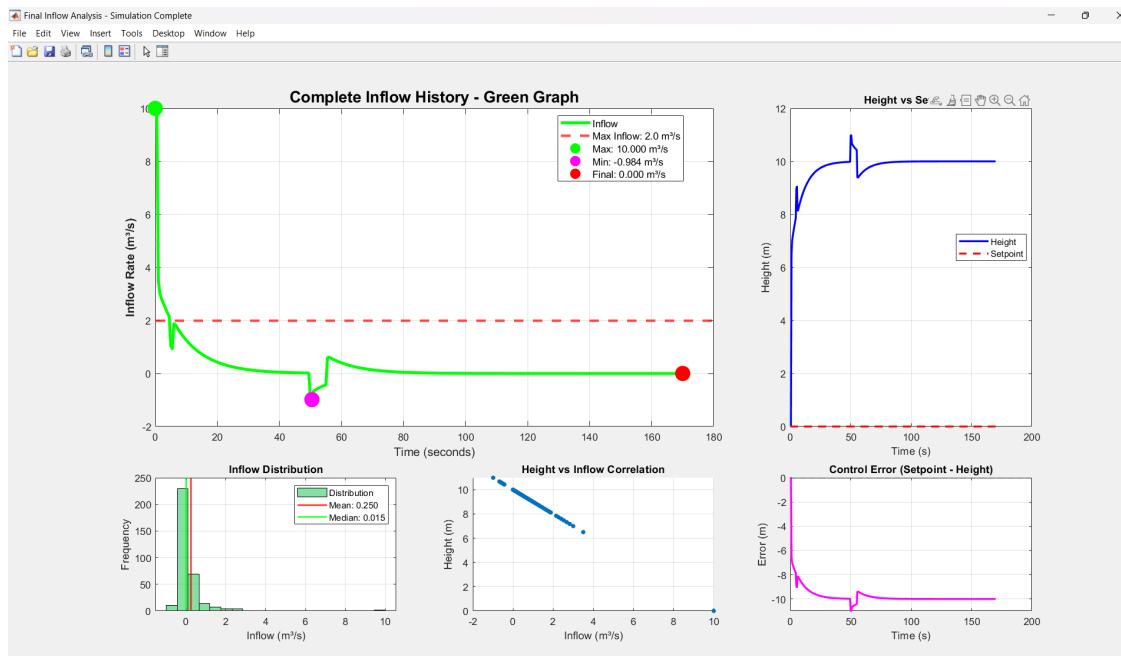
### ۱.۱ گام صفر: بررسی شماتیک موجود در سیمولینک و داده های پروژه

قطعاً برای شروع پروژه لازم است تا ابتدا فایل ها و داده هایی که پروژه در اختیار ما گذاشته است را به خوبی بررسی کنیم تا در ادامه راه سر درگم نشویم.

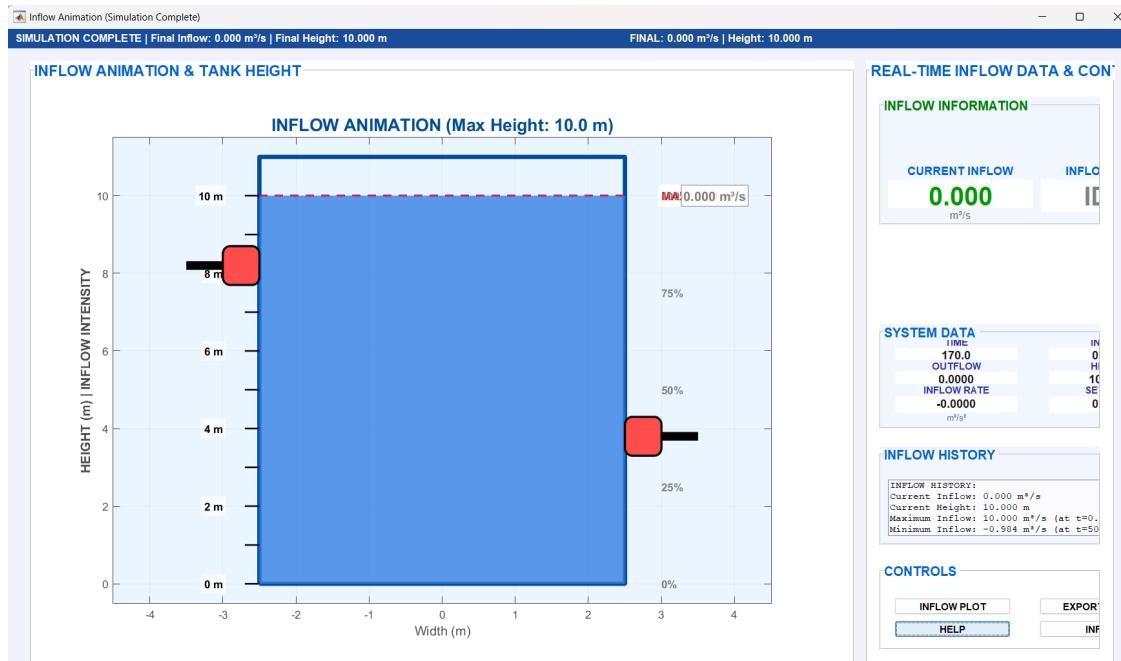


شکل ۱: تصویر مدل سیمولینک اصلی

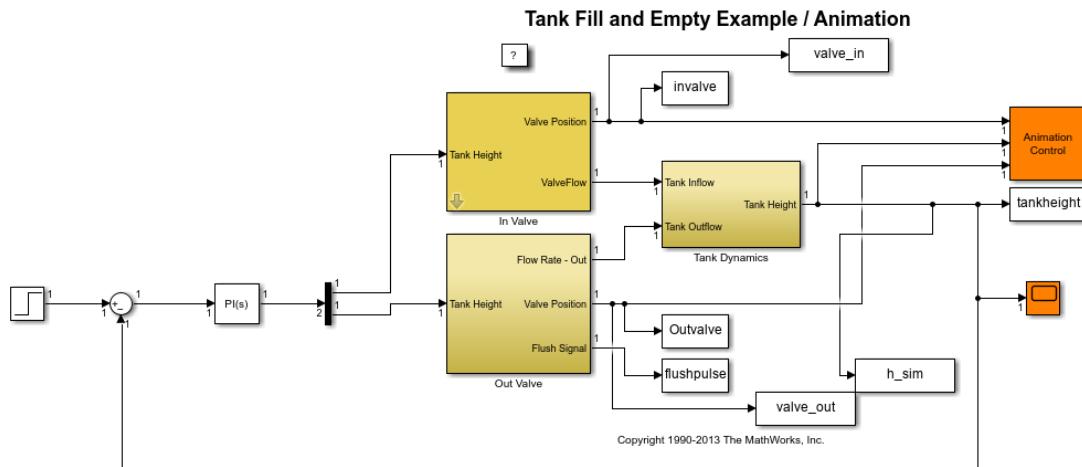
در تصویر بالا همان طور که در فایل پروژه هم آمده بود، دیاگرام سیستم داخل سیمولینک متلب پیاده سازی شده که با کمی تأمل میتوانیم به منطق شیرها و نحوه عملکرد سیستم پی ببریم. به امید خدا در ادامه مطالب در بخش ۱ پروژه این مهم، انجام خواهد شد. و شیوه کار کردن سیستم به خوبی شرح داده خواهد شد. ما در گام نخست برای اینکه نتیجه این شیوه سازی را ببینیم، از کد متلب که الگوریتم کاری تانک در آن نوشته شده بود و همچنین سیمولینک ران گرفتیم و خروجی های زیر را مشاهده کردیم.



شکل ۲: خروجی اول



شکل ۳: خروجی رابط گرافیکی



شکل ۴: تصویر سیمولینک دوم

در تصویر سیمولینک دوم وقتی نگاه اجمالی میکنیم متوجه میشویم که از فیدبک کنفری استفاده شده جهت کنترل ارتفاع آب و همچنین کنترل کننده  $p_1$  که بسته به نمونه برداری انجام شده در خروجی که وضعیت ارتفاع آب را نشان میدهد به سیستم دستور میدهد شیر ورودی یا خروجی باز شود. لازم به ذکر است که این نگاه صرفا یک نگاه سطحی است و ما در ادامه به اجمال و به صورت کامل تری به تحلیل سیستم خواهیم پرداخت.

## ۲.۱ جمع بندی

تا اینجا فایل ها بررسی و خروجی ها یک مرتبه دیده شدند. حال میخواهیم از این مرحله گذر کنیم و در مراحل بعدی نگاهی عمیق تر به پژوهش داشته باشیم.

## ۲ گام اول: استخراج فضای حالت

در فایل پژوهه آمده بود: داده های شبیه سازی در قسمت متلب workspace قرار دارد و ذخیره شده اند. من برای فراخوانی این داده ها در window command با دستور whos این داده هارا استخراج کردم. دیدیم که همان داده هایی که در پنجره وورک اسپیس بود در خروجی نشان داده شد.



>> whos			
Name	Size	Bytes	Class
A	1x1	8	double
Cd	1x1	8	double
Outvalve	341x1	2728	double
a	1x1	8	double
area	1x1	8	double
f_lin	1x1	32	function_handle
f_nl	1x1	32	function_handle
flushpulse	341x1	2728	double
hO	1x1	8	double
h_eq	1x1	8	double
h_lin	337x1	2696	double
h_nl	345x1	2760	double
h_tilde	337x1	2696	double
hilim	1x1	8	double
fx	inflow	1x1	8 double

شکل ۵: داده های فراخوانی شده



<i>inflowData</i>	1x1	880 struct
<i>invalve</i>	341x1	2728 double
<i>lolim</i>	1x1	8 double
<i>out</i>	1x1	6934 Simulink.SimulationOutput
<i>outflow</i>	1x1	8 double
<i>qin</i>	1x1	8 double
<i>setpoint</i>	1x1	336 timeseries
<i>t_l</i>	337x1	2696 double
<i>t_nl</i>	345x1	2760 double
<i>tankheight</i>	341x1	2728 double
<i>tout</i>	341x1	2728 double
<i>tspan</i>	1x2	16 double

شکل ۶: داده های فراخوانی شده

در مرحله بعد باید با استفاده از این داده ها فضای حالت سیستم را پیدا کنیم . به صورت زیر :

```
sys_ss = ssest(data, nx);
>> sys_ss

sys_ss =
Continuous-time identified state-space model:

$$\frac{dx}{dt} = A x(t) + B u(t) + K e(t)$$


$$y(t) = C x(t) + D u(t) + e(t)$$


A =

$$x1 \quad -0.005806$$


B =

$$u1$$


$$x1 \quad 0.004606$$

```

شکل ۷: استخراج فضای حالت

C =

x7

*y*<sub>1</sub> 101·4

*D* =

u7

*y1*    0

$$K =$$

y7

$x_1 = 0.01413$

### شکل ۸: استخراج فضای حالت



*Parameterization:*

*FREE form (all coefficients in A, B, C free).*

*Feedthrough: none*

*Disturbance component: estimate*

*Number of free coefficients: 4*

*Use "idssdata", "getpvec", "getcov" for parameters*

*Status:*

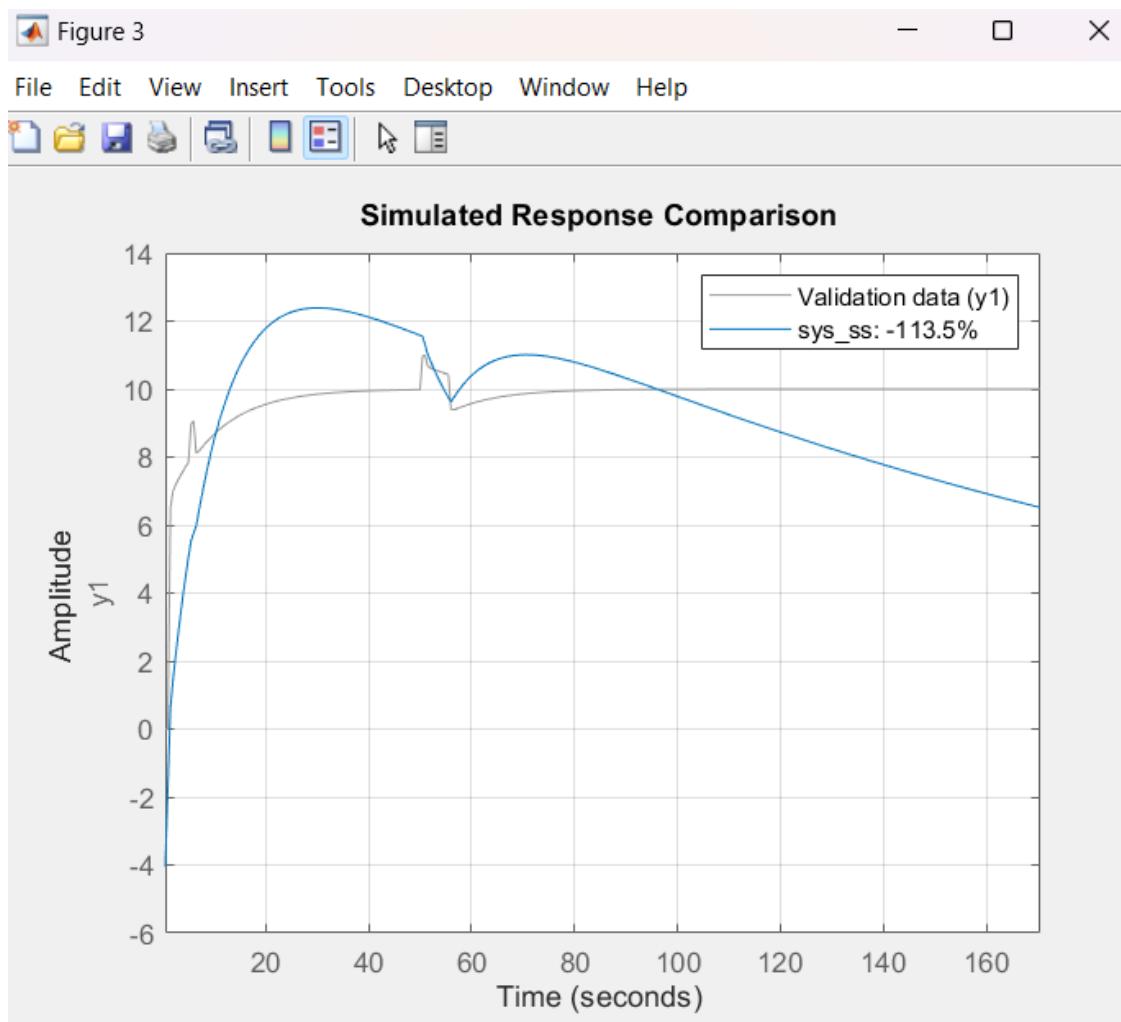
*Estimated using SSEST on time domain data "data".*

*Fit to estimation data: 69.34% (prediction focus)*

*FPE: 0.07968, MSE: 0.07829*

شکل ۹: استخراج فضای حالت

تا اینجا توانستیم با در محیط کد نویسی مطلب با استفاده از دستوراتی داده های موجود در سیستم را فراخوانی و به کمک دستور `ssest` معادله فضای حالت آن را نیز استخراج کنیم. در انتهای این دستورات میخواهیم بررسی کنیم که چه مقدار تطابق دارد این معادلات با سیستم اصلی:

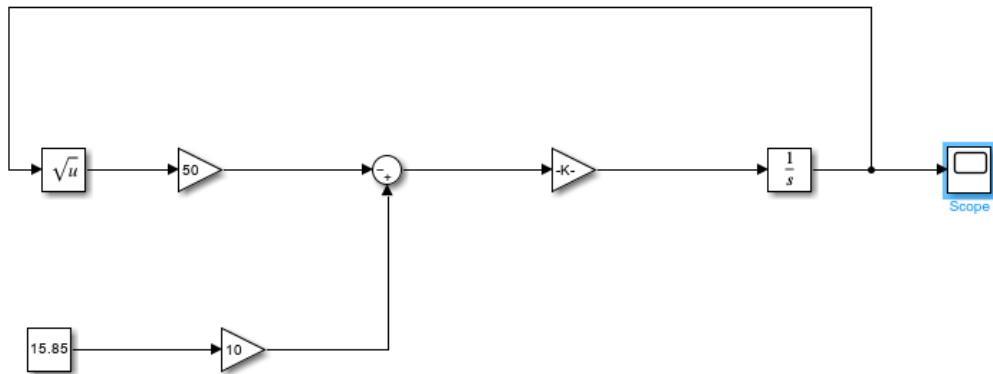


شکل ۱۰: مقایسه با مدل اصلی

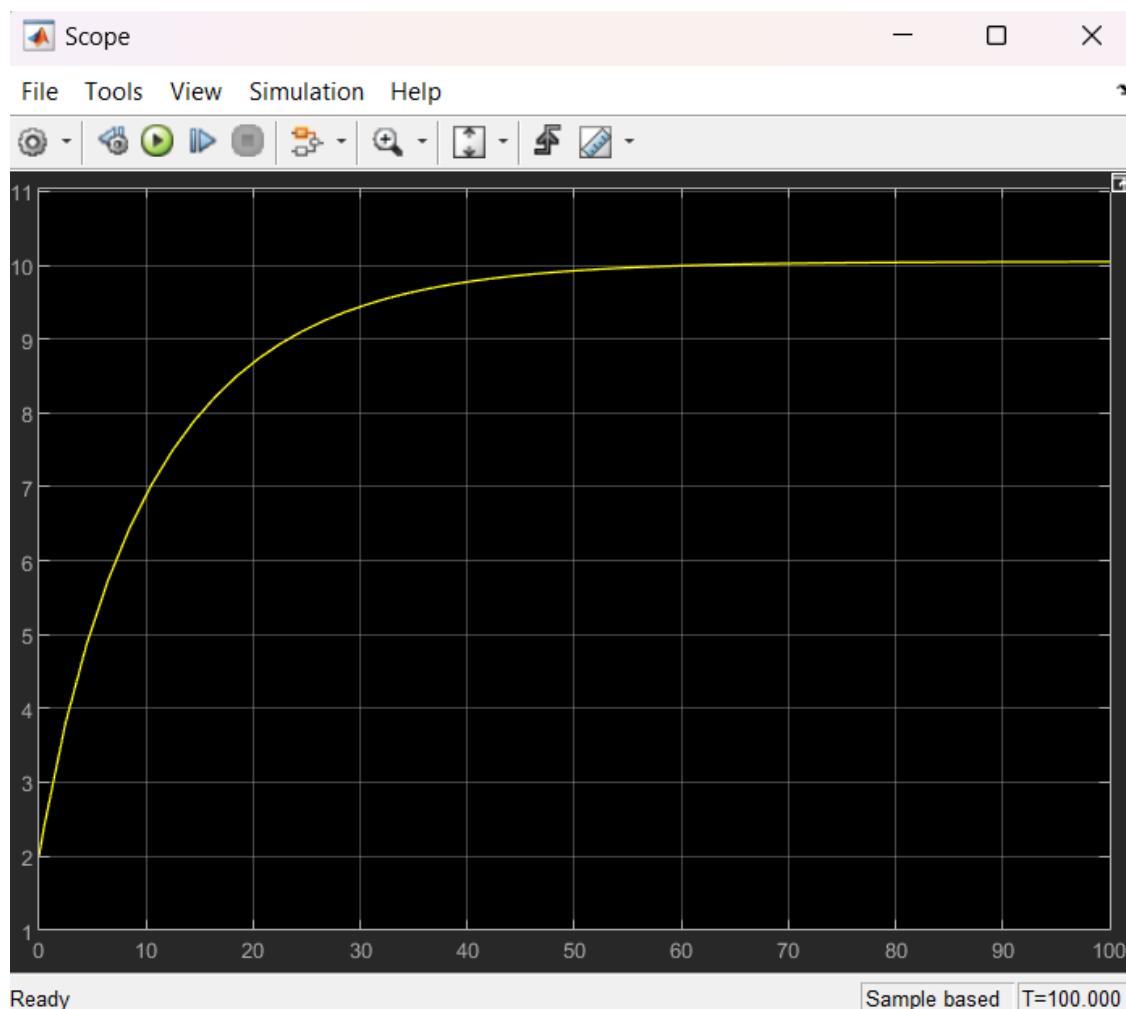
همان طور که مشخص است طبق خروجی های قبلی ۶۹ درصد تطابق وجود دارد. که شکل نیز این را تایید میکند.

### ۳ گام دوم: استخراج معادلات دینامیکی و پیاده‌سازی مدل سیستم کنترل سطح مایع در مخزن

. معرفی سیستم و هدف شبیه‌سازی



شکل ۱۱: پیاده سازی معادله دینامیکی در سیمولینک



شکل ۱۲: نتیجه خروجی و تحقق هدف پروژه



در این پژوهه، یک سیستم کنترل سطح مایع در یک مخزن مورد بررسی قرار گرفته است. سیستم شامل یک مخزن با سطح مقطع ثابت بوده که از طریق یک شیر ورودی پر شده و به وسیله یک شیر خروجی تخلیه می‌گردد. هدف اصلی، بررسی رفتار دینامیکی سطح آب در مخزن و استخراج مدل دینامیکی مناسب جهت تحلیل و طراحی سیستم کنترلی می‌باشد.

به منظور درک رفتار زمانی سیستم، شبیه‌سازی اولیه در محیط Simulink انجام شده و تغییرات سطح آب و وضعیت شیرها در طول زمان ثبت گردیده است.

## ۲. شناسایی اجزای سیستم، ورودی‌ها و خروجی‌ها

با بررسی بلوک‌دیاگرام سیستم شبیه‌سازی شده در محیط Simulink، اجزای اصلی سیستم به شرح زیر شناسایی شدند:

**ورودی سیستم: وضعیت شیر ورودی (In)** Valve که میزان دبی ورودی به مخزن را کنترل می‌کند.

**خروچی سیستم: ارتفاع سطح آب در مخزن (Tank).**

**حالت سیستم:** از آنجا که مخزن تنها یک عنصر ذخیره‌کننده انرژی (حجم آب) دارد، ارتفاع سطح آب به عنوان متغیر حالت سیستم در نظر گرفته می‌شود.

**فیدبک سیستم:** مقدار سطح آب اندازه‌گیری شده و در ساختار کنترلی برای تنظیم وضعیت شیرها مورد استفاده قرار می‌گیرد.

## ۳. توضیح فرایند پر و خالی شدن مخزن

فرایند پر و خالی شدن مخزن بر اساس موازنه جرم مایع صورت می‌گیرد. تغییرات سطح آب در مخزن تابع اختلاف بین دبی ورودی و دبی خروجی است:

در صورتی که دبی ورودی از دبی خروجی بیشتر باشد، سطح آب افزایش می‌یابد.

در صورتی که دبی خروجی از دبی ورودی بیشتر باشد، سطح آب کاهش می‌یابد.

در حالت تعادل، دبی ورودی و خروجی برابر بوده و سطح آب در مقدار ثابتی باقی می‌ماند.

این رفتار دینامیکی به صورت گذراي زمانی در شبیه‌سازی سیستم قابل مشاهده است.

## ۴. ثبت داده‌های شبیه‌سازی و انتقال به محیط MATLAB

به منظور تحلیل دقیق‌تر سیستم، داده‌های حاصل از شبیه‌سازی شامل:

وضعیت شیر ورودی

ارتفاع سطح آب

بردار زمان

به وسیله بلوک To Workspace از محیط MATLAB به محیط Simulink منتقل شدند. این داده‌ها به صورت خودکار در فضای کاری MATLAB ذخیره شده و برای تحلیل‌های بعدی مورد استفاده قرار گرفتند.

## ۵. استخراج مدل فضایی حالت سیستم

با استفاده از داده‌های شبیه‌سازی ذخیره شده در MATLAB و به کارگیری روش شناسایی سیستم، یک مدل فضایی حالت خطی مرتبه اول برای سیستم استخراج گردید. این مدل رفتار دینامیکی سیستم را در اطراف نقطه کاری شبیه‌سازی شده تقریب می‌زنند.

فرم کلی مدل استخراج شده به صورت زیر است:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (1)$$

$$y(t) = Cx(t) \quad (2)$$

که در آن:



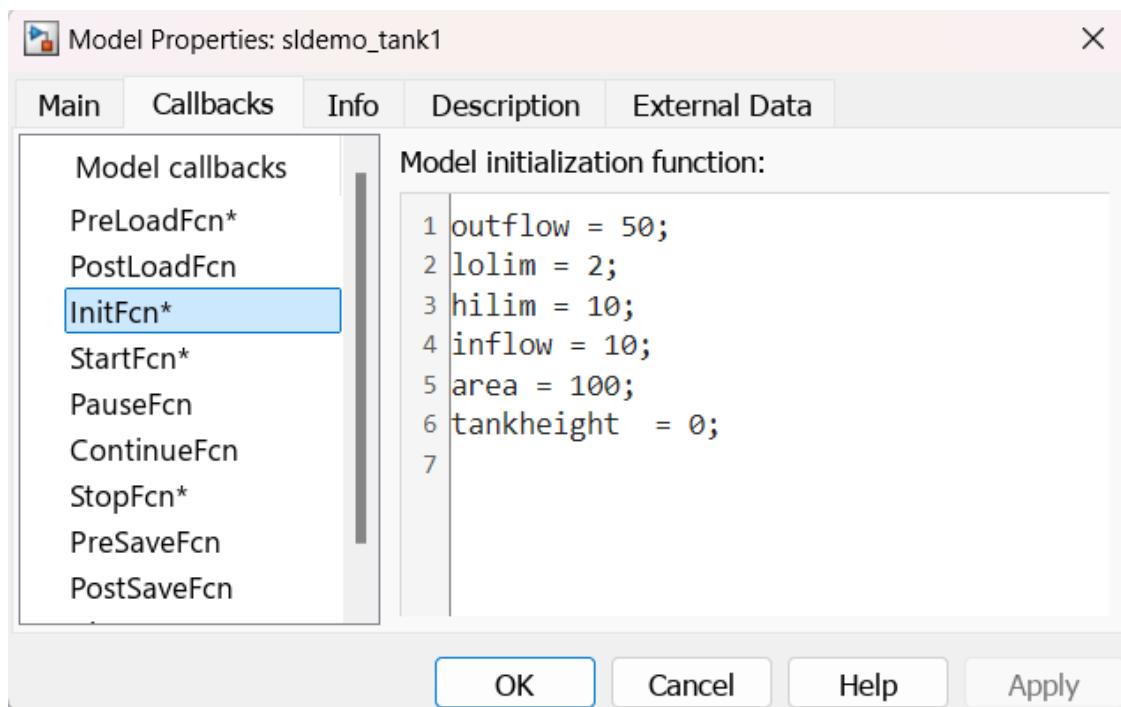
- متغیر حالت سیستم (ارتفاع سطح آب در مخزن)  $x(t)$
- ورودی سیستم (وضعیت شیر ورودی)  $u(t)$
- خروجی سیستم (ارتفاع اندازه‌گیری شده مخزن)  $y(t)$
- ضرایب مدل دینامیکی سیستم  $A, B, C$

پارامترهای مدل با استفاده از داده‌های شبیه‌سازی تخمین زده شدند.

#### ۶. بررسی صحت مدل استخراج شده

برای ارزیابی دقیق مدل فضای حالت استخراج شده، خروجی مدل با داده‌های واقعی شبیه‌سازی Simulink مقایسه گردید. نتایج مقایسه نشان داد که مدل خطی استخراج شده تطابق قابل قبولی با رفتار دینامیکی سیستم داشته و قادر به بازتولید روند کلی تغییرات سطح آب می‌باشد.

با توجه به ماهیت غیرخطی سیستم واقعی، انتظار می‌رود که مدل خطی تنها در محدوده اطراف نقطه کاری معابر باشد. در این بخش از پژوهه، با بررسی دقیق ساختار سیستم، شناسایی ورودی‌ها و خروجی‌ها، و تحلیل فرایند پر و خالی شدن مخزن، داده‌های شبیه‌سازی استخراج و به محیط MATLAB منتقل شدند. سپس با استفاده از روش شناسایی سیستم، یک مدل فضای حالت خطی برای سیستم به دست آمد که مبنای تحلیل‌های کنترلی در مراحل بعدی پژوهه خواهد بود. در مرحله بعدی باید پارامتر هارا از مسیری که در فایل پژوهه نیز امده استخراج کنیم. که در زیر مشاهده می‌کنیم نتیجه استخراج پارامتر هارا.



شکل ۱۳: استخراج پارامترهای سیستم

شبیه‌سازی مجدد سیستم در محیط Simulink

در این بخش، با استفاده از معادلات دینامیکی استخراج شده از سیستم تانک، مدل سیستم در محیط Simulink پیاده‌سازی و شبیه‌سازی گردید. هدف از این مرحله، بررسی رفتار زمانی سیستم و مقایسه عملکرد مدل خطی شده با رفتار کلی سیستم اصلی بود.



ابتدا با تحلیل ساختار کلی سیستم، ورودی‌ها، خروجی‌ها و فرآیند پر و خالی شدن مخزن مشخص شدند. ورودی سیستم دبی ورودی به مخزن و خروجی آن ارتفاع سطح مایع در تانک در نظر گرفته شد. با توجه به غیرخطی بودن رابطه بین دبی خروجی و ارتفاع سیال، سیستم ذاتاً غیرخطی بوده و برای تحلیل ساده‌تر، مدل سیستم حول یک نقطه کار مشخص خطی‌سازی گردید.

#### مدل دینامیکی سیستم

مدل دینامیکی سیستم تانک بر اساس موازنۀ جرم به صورت زیر بیان می‌شود:

$$A \frac{dh(t)}{dt} = q_{in}(t) - q_{out}(t) \quad (3)$$

$$q_{out}(t) = C_d \sqrt{h(t)} \quad (4)$$

(t) دبی خروجی می‌باشد. دبی خروجی تابعی غیرخطی از ارتفاع سیال بوده و به صورت زیر مدل می‌شود:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (5)$$

$$y(t) = Cx(t) \quad (6)$$

به منظور تحلیل سیستم با ابزارهای خطی، مدل فوق حول نقطه تعادل سیستم خطی‌سازی شد.

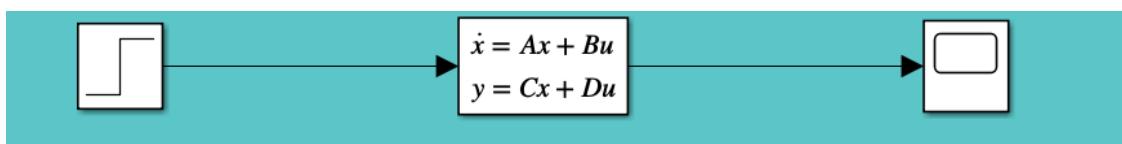
#### مدل خطی‌شده و فضای حالت

پس از خطی‌سازی معادلات حول نقطه کار heq

پارامترهای ماتریس‌های مدل فضای حالت از داده‌های شبیه‌سازی سیستم استخراج و در محیط MATLAB شناسایی شدند.

پیاده‌سازی در Simulink

مدل خطی استخراج شده در محیط Simulink با استفاده از بلوک‌های استاندارد پیاده‌سازی گردید. برای اعمال ورودی به سیستم، از ورودی پله (Step) استفاده شد تا پاسخ زمانی سیستم نسبت به تغییر ناگهانی ورودی بررسی شود. شرایط اولیه سیستم در این شبیه‌سازی برابر صفر در نظر گرفته شد که متناظر با شروع سیستم از نقطه تعادل خطی‌سازی شده می‌باشد.



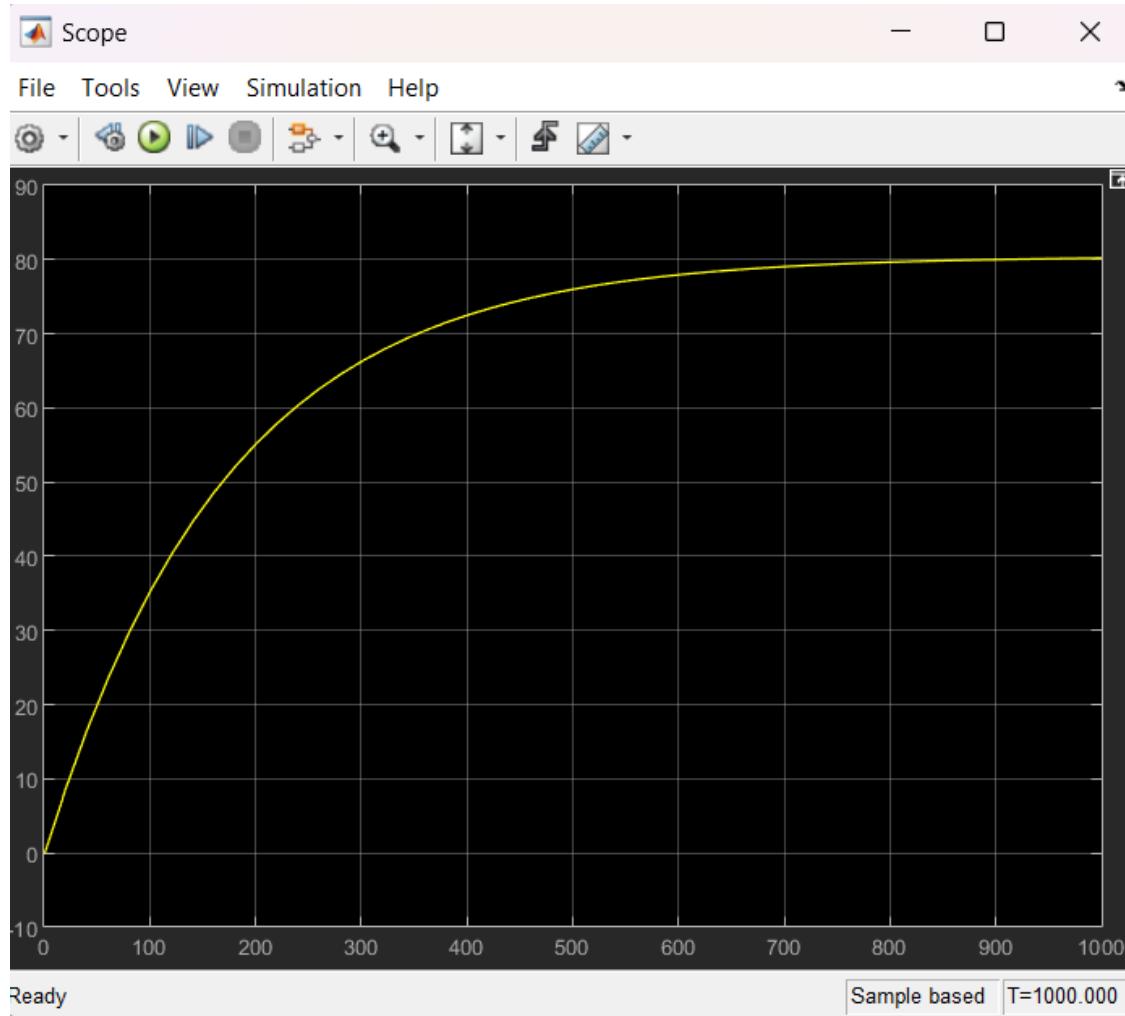
شکل ۱۴: شبیه‌سازی معادله دینامیک در سیمولینک

در صورت نیاز، امکان تعریف شرایط اولیه غیرصفر نیز وجود دارد که می‌تواند رفتار گذراي سیستم را به طور دقیق‌تری نمایش دهد؛ با این حال، در این مرحله تمرکز بر بررسی پاسخ پله‌ی سیستم خطی بوده است.

نتایج شبیه‌سازی



نتایج شبیه‌سازی نشان داد که سیستم پس از اعمال ورودی پله، دارای رفتار پایدار بوده و خروجی آن پس از یک گذراي اولیه به مقدار ثابتی همگرا می‌شود. این رفتار با تحلیل نظری سیستم خطی شده سازگار بوده و نشان دهنده صحت مدل استخراج شده می‌باشد.



شکل ۱۵: نتیجه خروجی شبیه‌سازی سیمولینک به ورودی پله

همچنین مشاهده شد که پاسخ سیستم فاقد نوسان بوده و شبیه‌سازی خروجی بیانگر ماهیت مرتبه اول سیستم تانک می‌باشد.  
جمع‌بندی

در این بخش، مدل دینامیکی سیستم تانک استخراج، خطی‌سازی و در محیط Simulink پیاده‌سازی گردید. نتایج شبیه‌سازی تطابق مناسبی با رفتار مورد انتظار سیستم داشت و مدل خطی استخراج شده توانست رفتار کلی سیستم را در حوالی نقطه کار به خوبی توصیف نماید.



## ۴ استخراج تابع تبدیل سیستم

در این بخش، تابع تبدیل سیستم تانک به دو روش مستقل استخراج شده است. هدف از این کار، مقایسه مدل به دست آمده از تحلیل معادلات فیزیکی با مدل استخراج شده از داده های شبیه سازی می باشد.

### ۱.۴ استخراج تابع تبدیل از طریق تحلیل معادلات

پس از خطی سازی مدل غیر خطی سیستم حول نقطه کار، مدل فضای حالت سیستم به صورت زیر به دست آمد:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (7)$$

$$y(t) = Cx(t) \quad (8)$$

با اعمال تبدیل لاپلاس و فرض شرایط اولیه صفر، داریم:

$$sX(s) = AX(s) + BU(s) \quad (9)$$

که از آن نتیجه می شود:

$$X(s) = \frac{B}{s - A}U(s) \quad (10)$$

در نتیجه تابع تبدیل سیستم به صورت زیر به دست می آید:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{CB}{s - A} \quad (11)$$

### ۲.۴ استخراج تابع تبدیل از طریق داده های شبیه سازی

در این روش، داده های ورودی و خروجی سیستم از طریق بلوک To Workspace در محیط Simulink ذخیره شده اند. سپس با استفاده از ابزار شناسایی سیستم در محیط MATLAB یک مدل فضای حالت خطی از داده ها استخراج شد. این مدل، تقریب خطی سیستم واقعی در حوالی نقطه کار می باشد و تابع تبدیل معادل آن نیز قابل استخراج است.

### ۳.۴ بررسی اعتبار تابع تبدیل

تابع تبدیل به دست آمده تنها در محدوده ای که سیستم حول نقطه کار خطی سازی شده معتبر است. از آن جا که سیستم تانک ذاتاً غیر خطی است، استفاده از این تابع تبدیل برای تغییرات بزرگ ورودی یا سطح آب منجر به خطای مدل سازی خواهد شد. بنابراین، تابع تبدیل استخراج شده یک تقریب محلی از رفتار سیستم بوده و همواره معتبر نیست.



## ۵ تحلیل حلقه باز سیستم (Open-Loop Analysis)

در این قسمت میخواهیم تحلیل حلقه باز سیستم را انجام دهیم. در تصویر پایین کد مطلبی که برای سیستم خطی که خودمان تعریف کردیم اورده ایم.



1	<i>clc</i>
2	<i>clear</i>
3	<i>close all</i>
4	
5	%% فرایند مدل
6	$A = -0.005806;$
7	$B = 0.004606;$
8	$C = 101.3525;$
9	$D = 0;$
10	
11	%% تابع تبدیل
12	$num = C*B;$
13	$den = [1 -A]; \quad \% s - A \rightarrow s + 0.005806$
14	$G = tf(num,den);$
15	
16	%% محاسبه پاسخ پله
17	$[y,t] = step(G);$
18	
19	%% استخراج مشخصات پاسخ
20	$info = stepinfo(G);$
21	
22	%% رسم نمودار
23	<i>figure</i>
24	<i>plot(t,y,'LineWidth',2)</i>
25	<i>grid on</i>
26	<i>hold on</i>
27	<i>title('Step Response of Linear Tank Model')</i>
28	<i>xlabel('Time (s)')</i>
29	<i>ylabel('Tank Height (m)')</i>
30	
31	نمایش نقاط مهم روی نمودار %%
32	
33	٪ زمان صعود
34	<i>plot(info.RiseTime, interp1(t,y,info.RiseTime), 'ro', 'MarkerSize', 8)</i>
35	
36	٪ زمان نشت
37	<i>plot(info.SettlingTime, interp1(t,y,info.SettlingTime), 'ko', 'MarkerSize', 8)</i>
38	
39	٪ مقدار نهایی
40	<i>y_final = dcgain(G);</i>
41	<i>yline(y_final,'--','Final Value')</i>
42	

شکل ۱۶: کد متلب سیستم خطی به ورودی پله



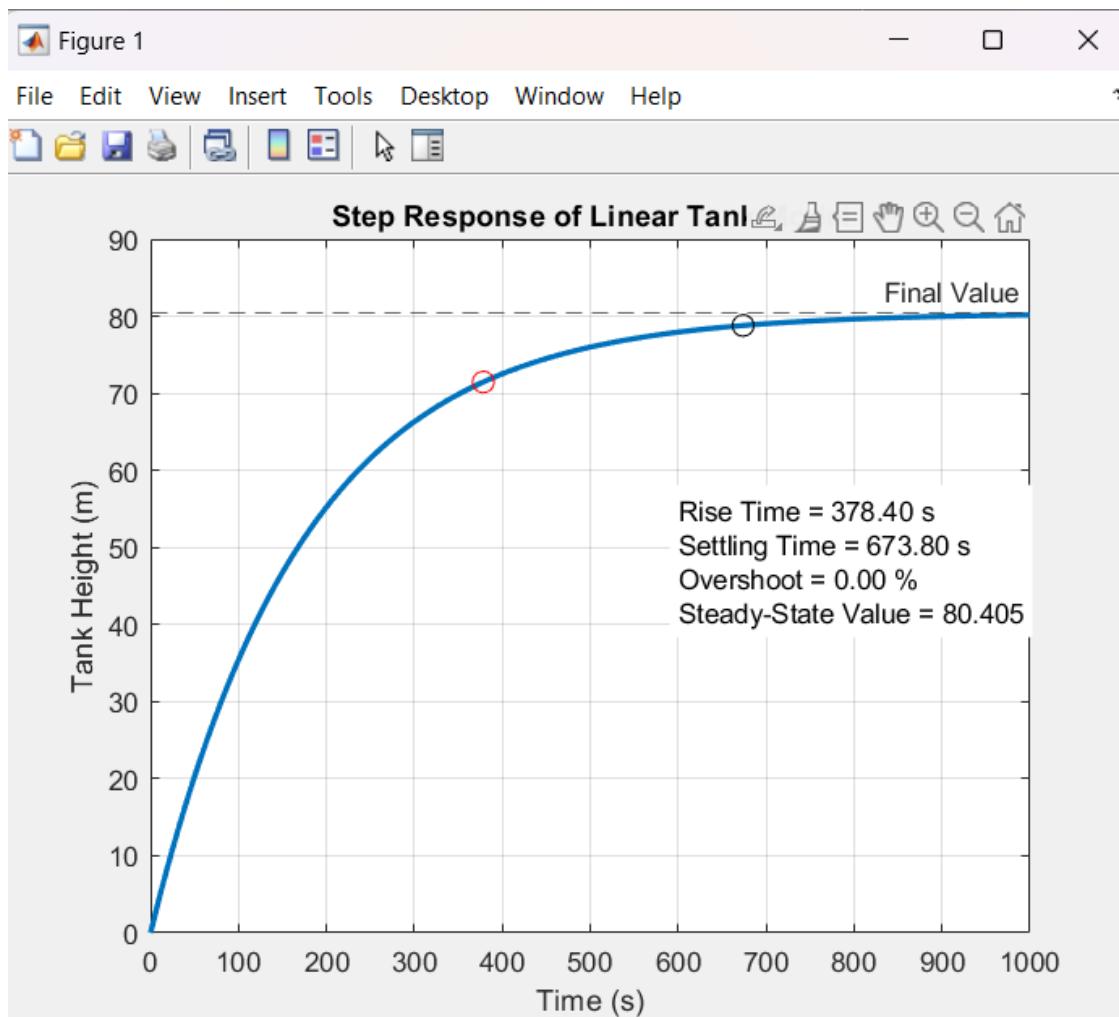
```

43    %% نوشتمن مشخصات روی شکل
44    text(0.6*max(t),0.6*y_final,...)
45        {'Rise Time = ' num2str(info.RiseTime,'%2f') ' s'],...
46        ['Settling Time = ' num2str(info.SettlingTime,'%2f') ' s'],...
47        ['Overshoot = ' num2str(info.Overshoot,'%2f') '%'],...
48        ['Steady-State Value = ' num2str(y_final,'%3f')]],...
49        'FontSize',10,'BackgroundColor','white')
50
51    %% جاپ در Command Window
52    disp(' ')
53    disp('Step Response Characteristics:')
54    disp(info)
55
56    tau = 1/abs(A);
57    disp(['Time Constant (tau) = ' num2str(tau,'%2f') ' seconds'])
58

```

شکل ۱۷: ادامه کد مطلب برای پیدا کردن پاسخ ضربه و پارامتر های حلقه باز

در هر قسمت از کد همانطور که مشخص است، کامنت هایی گذاشته شده برای اینکه وظیفه هر بخش معلوم باشد. در ادامه خروجی های کد را بررسی مکینم.



شکل ۱۸: نتیجه خروجی به ورودی پله



## *Step Response Characteristics:*

*RiseTime: 378.4028*

*TransientTime: 673.7986*

*SettlingTime: 673.7986*

*SettlingMin: 72.7261*

*SettlingMax: 80.3516*

*Overshoot: 0*

*Undershoot: 0*

*Peak: 80.3516*

*PeakTime: 1.2611e+03*

*Time Constant (tau) = 172.24 seconds*

شکل ۱۹: نتیجه خروجی به ورودی پله

در این پژوهه، یک سیستم مخزن با ورودی دبی و خروجی ثقلی مورد بررسی قرار گرفته است. هدف، استخراج معادلات دینامیکی، خطی‌سازی سیستم، به دست آوردن مدل فضایی حالت وتابع تبدیل، و تحلیل پاسخ زمانی سیستم می‌باشد.

## ۶ استخراج معادله دینامیکی سیستم

بر اساس قانون بقای جرم:

$$A \frac{dh(t)}{dt} = q_{in}(t) - q_{out}(t) \quad (12)$$

که در آن:



• سطح مقطع مخزن  $A$

• ارتفاع سیال  $h(t)$

• دبی ورودی  $q_{in}(t)$

• دبی خروجی  $q_{out}(t)$

بر اساس قانون تورچلی، دبی خروجی برابر است با:

$$q_{out}(t) = C_d \sqrt{h(t)} \quad (13)$$

بنابراین معادله دینامیکی غیرخطی سیستم به صورت زیر خواهد بود:

$$\frac{dh(t)}{dt} = \frac{1}{A} \left( q_{in}(t) - C_d \sqrt{h(t)} \right) \quad (14)$$

این معادله یک معادله دیفرانسیل غیرخطی مرتبه اول است.

## ۷ تعیین نقطه کار

در حالت ماندگار داریم:

$$\frac{dh}{dt} = 0 \quad (15)$$

پس:

$$q_{in,eq} = C_d \sqrt{h_{eq}} \quad (16)$$

که (نقطه کار سیستم می‌باشد.  $(h_{eq}, q_{in,eq})$

## ۸ خطی‌سازی سیستم

برای خطی‌سازی، متغیرهای اغتشاش تعریف می‌کنیم:

$$h(t) = h_{eq} + \Delta h(t) \quad (17)$$



$$q_{in}(t) = q_{in,eq} + \Delta q(t) \quad (18)$$

بسط تیلور جمله ریشه دوم:

$$\sqrt{h} \approx \sqrt{h_{eq}} + \frac{1}{2\sqrt{h_{eq}}} \Delta h \quad (19)$$

با جایگذاری در معادله دینامیکی، معادله خطی شده به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\frac{d\Delta h}{dt} = -\frac{C_d}{2A\sqrt{h_{eq}}} \Delta h + \frac{1}{A} \Delta q \quad (20)$$

## ۹ مدل فضای حالت

مدل خطی به فرم فضای حالت:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (21)$$

$$y(t) = Cx(t) \quad (22)$$

که در آن:

$$A = -\frac{C_d}{2A\sqrt{h_{eq}}} \quad (23)$$

$$B = \frac{1}{A} \quad (24)$$

$$C = 1 \quad (25)$$

## ۱۰ استخراج تابع تبدیل

با گرفتن تبدیل لاپلاس:



$$sH(s) = AH(s) + BU(s) \quad (26)$$

در نتیجه تابع تبدیل برابر است با:

$$G(s) = \frac{H(s)}{U(s)} = \frac{B}{s - A} \quad (27)$$

با جایگذاری ضرایب:

$$G(s) = \frac{\frac{1}{A}}{s + \frac{C_d}{2A\sqrt{h_{eq}}}} \quad (28)$$

این سیستم یک سیستم مرتبه اول پایدار است.

## ۱۱ تحلیل پاسخ پله

فرم استاندارد سیستم مرتبه اول:

$$G(s) = \frac{K}{\tau s + 1} \quad (29)$$

ثابت زمانی سیستم:

$$\tau = \frac{1}{|A|} \quad (30)$$

پاسخ پله:

$$h(t) = K \left( 1 - e^{-t/\tau} \right) \quad (31)$$

## ۱۲ پارامترهای زمانی سیستم

برای سیستم مرتبه اول:

$$T_r \approx 2.2\tau \quad (32)$$



$$T_s \approx 4\tau \quad (33)$$

$$M_p = 0 \quad (34)$$

خطای ماندگار برای ورودی پله واحد:

$$e_{ss} = \frac{1}{1 + K} \quad (35)$$

### ۱۳ اعتبار مدل خطی

مدل خطی تنها در صورتی معتبر است که:

$$|\Delta h| \ll h_{eq} \quad (36)$$

زیرا تقریب تیلور فقط در نزدیکی نقطه کار معتبر می‌باشد.

### ۱۴ مقایسه پاسخ غیرخطی به پله کوچک و بزرگ

معادله غیرخطی سیستم:

$$\frac{dh}{dt} = \frac{1}{A} \left( q_{in} - C_d \sqrt{h} \right) \quad (37)$$

در پله کوچک:

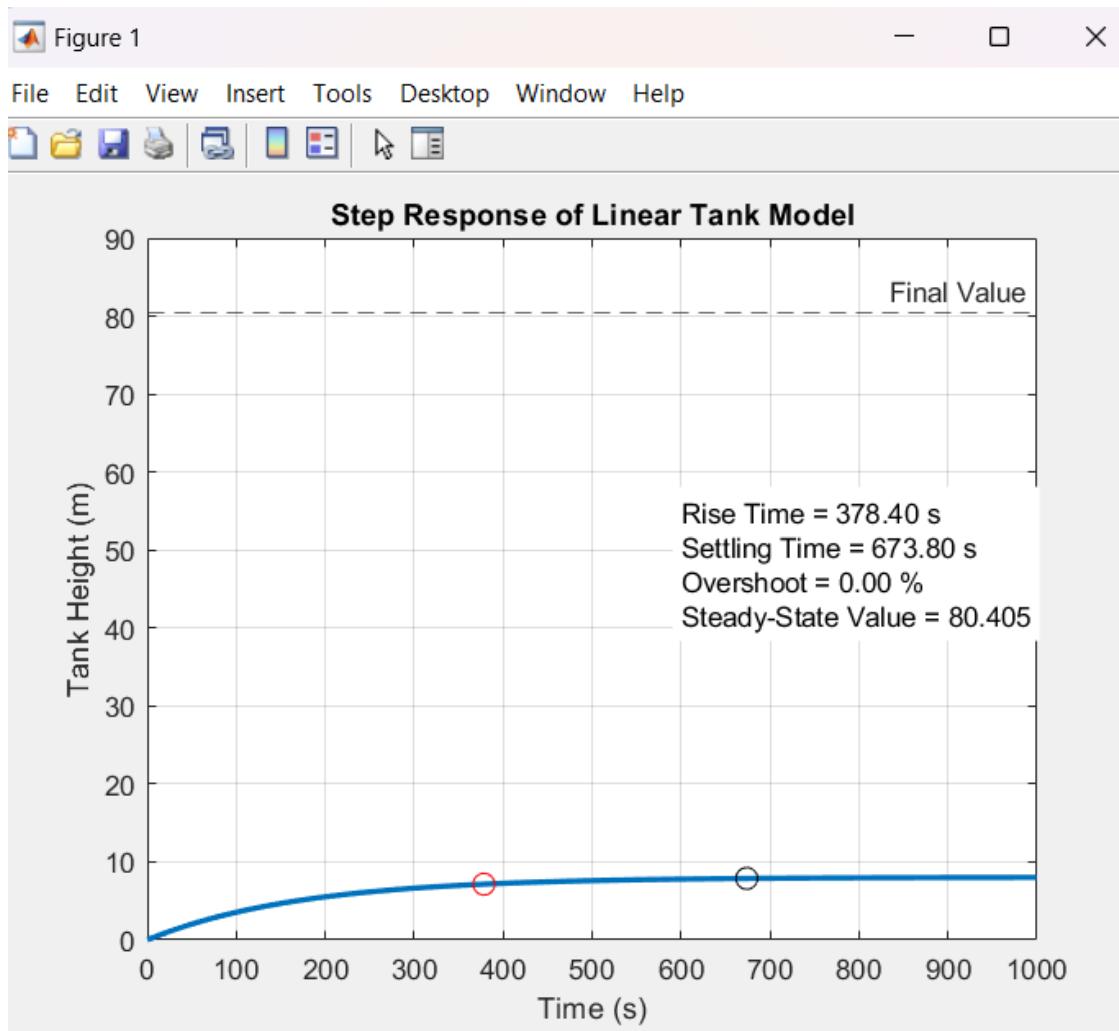
- سیستم در نزدیکی نقطه کار باقی می‌ماند.
- پاسخ تقریباً نمایی است.
- مدل خطی تقریب مناسبی ارائه می‌دهد.

در پله بزرگ:

- سیستم از ناحیه خطی خارج می‌شود.
- ثابت زمانی مؤثر تغییر می‌کند.

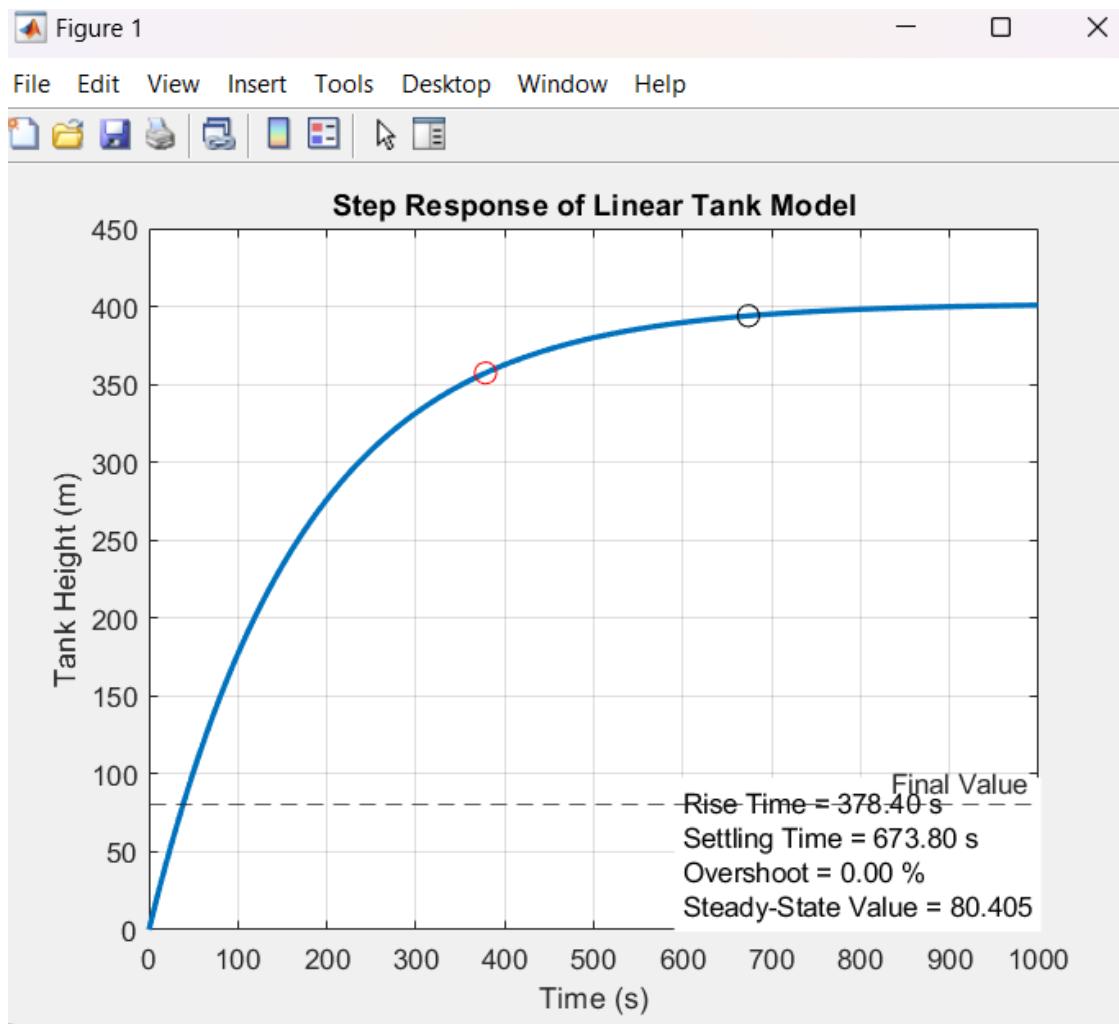


- پاسخ دیگر نمایی خالص نیست.
- مدل خطی دقت کافی ندارد.



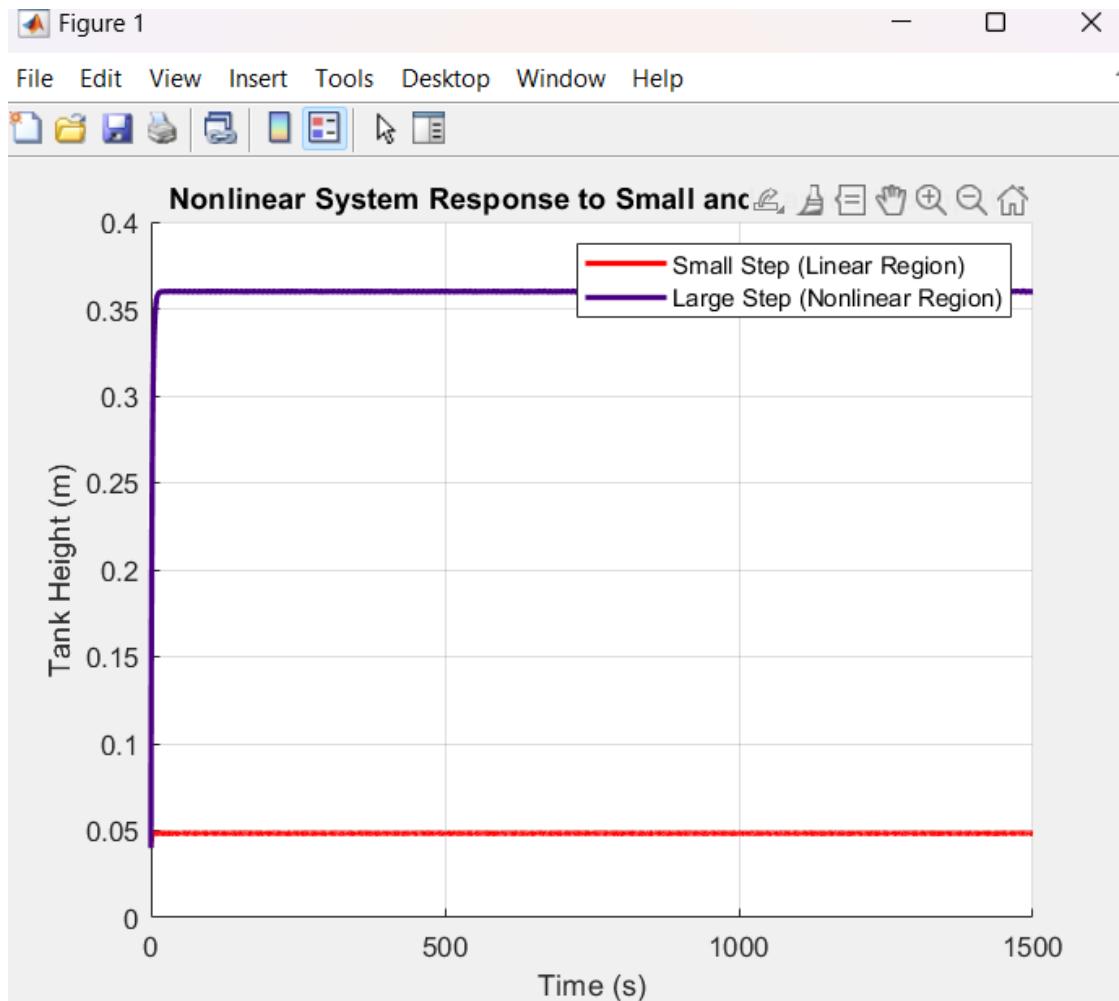
شکل ۲۰: نتیجه خروجی به ورودی پله

برای پاسخه دامنه کوچک تنها تغییری که در کد ایجاد کردیم این بود که ارگومان استپ را در ۱۰۰ ضرب کردیم.



شکل ۲۱: نتیجه خروجی به ورودی پله

و برای پاسخ به ورودی پله با دامنه بزرگ اگومان تابع پله را در کد در عدد ۵ ضرب کردیم. لازم به ذکر است اعداد نوشته شده در این دو شکل برای حالت اصلی تابع پله است. که جهت مقایسه روی این دو نیز ذکر شده.



شکل ۲۲: نتیجه خروجی به ورودی پله با دامنه کوچک و بزرگ

مدل خطی استخراج شده یک تقریب محلی از سیستم غیرخطی است که تنها در اطراف نقطه کار معتبر می باشد. در اغتشاشات کوچک، پاسخ مدل خطی و غیرخطی تقریباً منطبق هستند، اما با افزایش دامنه ورودی، اثر غیرخطی جمله  $\sqrt{h}$  باعث تغییر رفتار دینامیکی سیستم شده و مدل خطی دیگر دقت کافی ندارد. بنابراین برای طراحی کنترلر در اطراف نقطه کار، مدل خطی مناسب است، اما برای تحلیل تغییرات بزرگ، استفاده از مدل غیرخطی ضروری خواهد بود

#### ۱.۱۴ بررسی پاسخ ضربه و شب

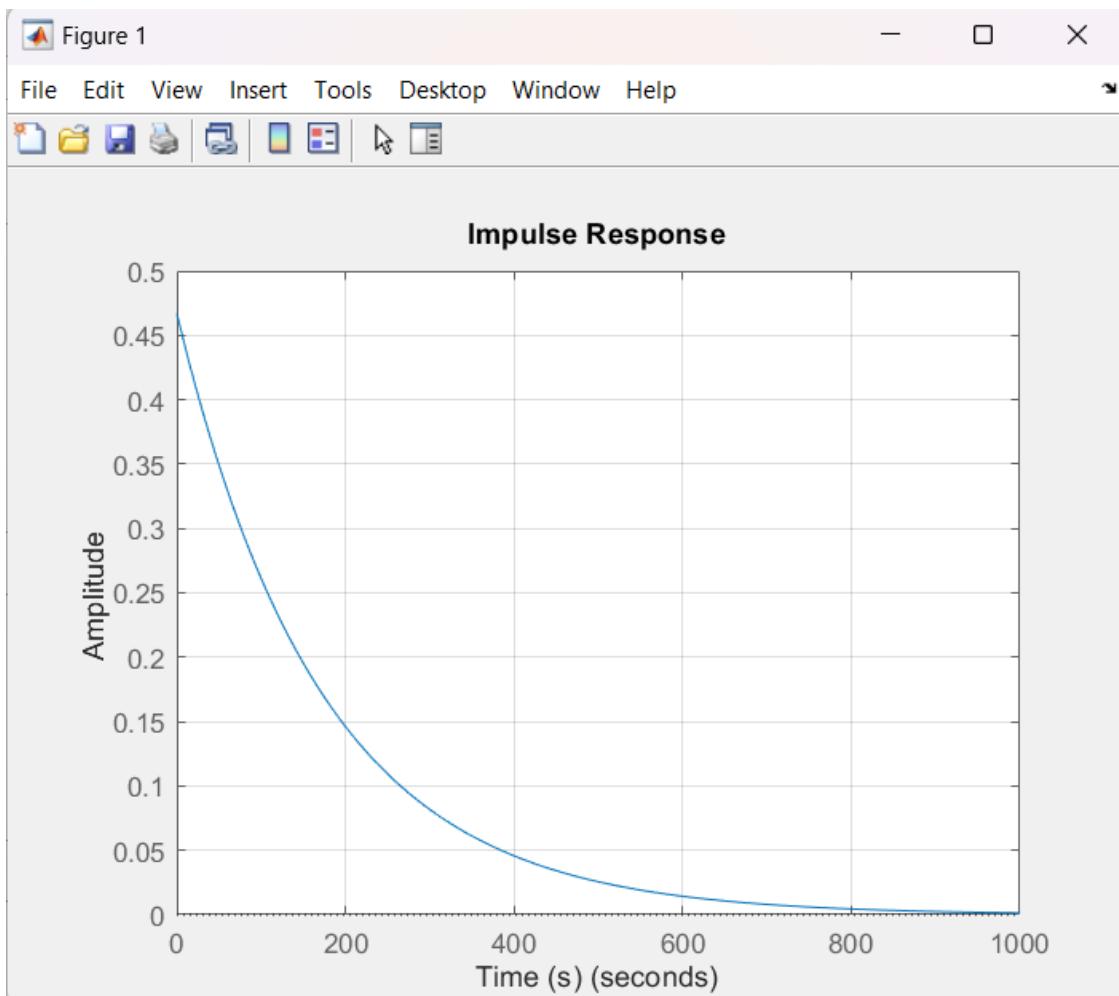
در ابتدا برای مقایسه بهتر و در نهایت تحلیل پاسخ ها هم پاسخ ضربه و شب به معادله حالت استخراج شده از پارامتر ها را بررسی کردیم و هم پاسخ ضربه و شب به معادله غیر خطی حاصل از تحلیل دینامیک سیستم.



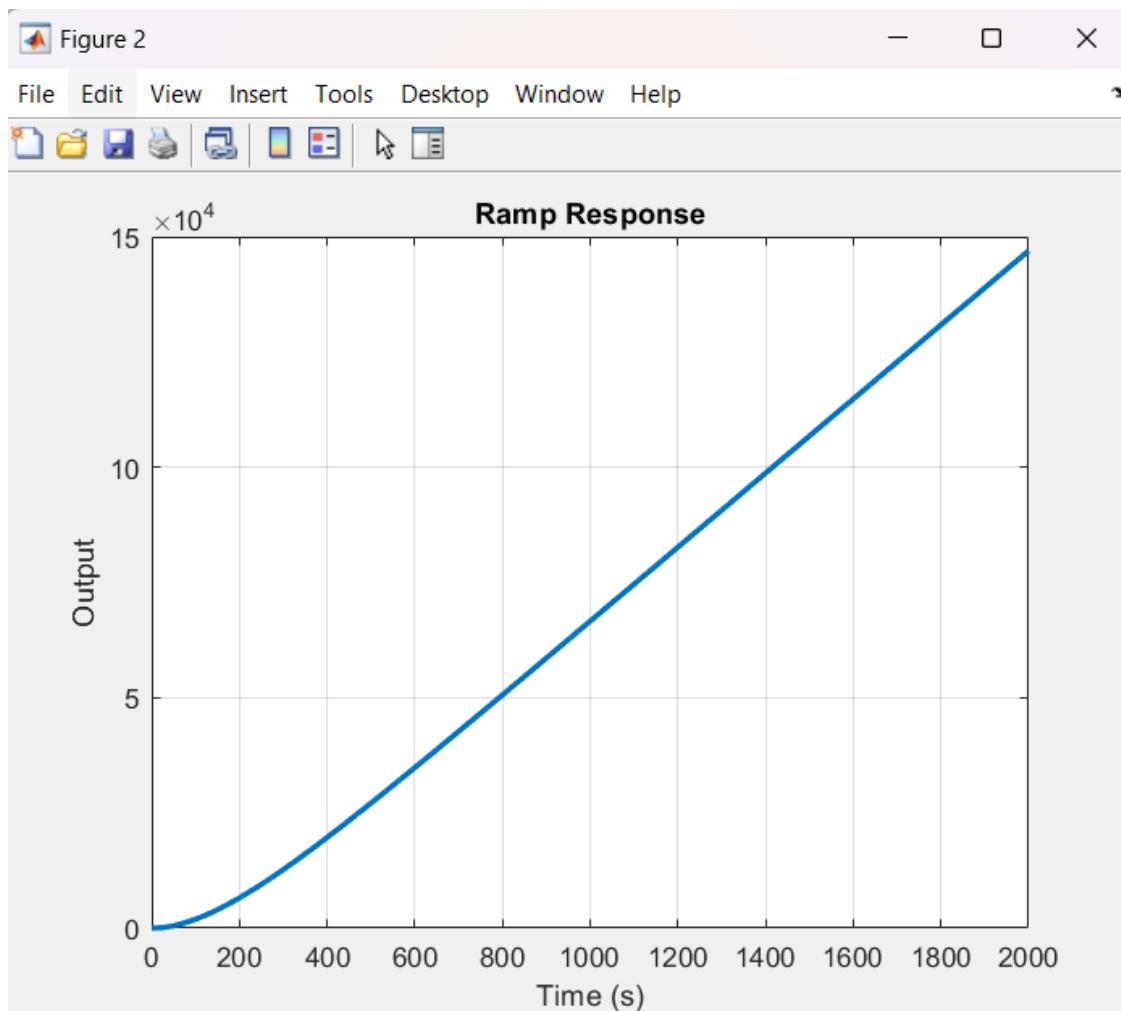
```

1      clc
2      clear
3      close all
4
5      فرایب مدل خطی (همان مقادیر قبلی شما)
6      A = -0.005806;
7      B = 0.004606;
8      C = 101.3525;
9      D = 0;
10
11     num = C*B;
12     den = [1 -A];    % s - A
13     G = tf(num,den);
14
15     %-----
16     پاسخ فربه
17     %-----
18     figure
19     impulse(G)
20     grid on
21     title('Impulse Response')
22     xlabel('Time (s)')
23     ylabel('Amplitude')
24
25     %-----
26     پاسخ رمپ
27     %-----
28
29     t = 0:1:2000;          بازه زمانی
30     u_ramp = t;           رمپ واحد
31
32     [y_ramp,t_out] = lsim(G,u_ramp,t);
33
34     figure
35     plot(t_out,y_ramp,'LineWidth',2)
36     grid on
37     title('Ramp Response')
38     xlabel('Time (s)')
39     ylabel('Output')

```



شکل ۲۴: پاسخ ضربه به معادله حالت



شکل ۲۵: پاسخ به ورودی شیب

## ۱۵ تحلیل پاسخ‌های استاندارد سیستم

در این بخش، رفتار سیستم مخزن نسبت به ورودی‌های ضربه و رمپ، هم برای مدل خطی شده و هم برای مدل غیرخطی فیزیکی، مورد بررسی قرار می‌گیرد.

### ۱.۱۵ تحلیل پاسخ ضربه

#### الف) مدل خطی

تابع تبدیل مدل خطی شده به صورت زیر است:



$$G(s) = \frac{K}{s+a} \quad (38)$$

ورودی ضربه واحد در حوزه لاپلاس برابر است با:

$$U(s) = 1 \quad (39)$$

بنابراین خروجی:

$$Y(s) = G(s) \quad (40)$$

با گرفتن تبدیل لاپلاس معکوس:

$$y(t) = Ke^{-at} \quad (41)$$

تحلیل رفتاری:

- پاسخ کاملاً نمایی و کاهشی است.
- هیچ نوسانی در پاسخ مشاهده نمی‌شود.
- سیستم پایدار است زیرا قطب در نیم صفحه چپ قرار دارد.
- پاسخ پس از چند برابر  $\frac{1}{a} = \tau$  به صفر می‌کند.

این رفتار نشان‌دهنده آن است که سیستم خطی یک سیستم مرتبه اول پایدار و بدون نوسان است.

### ب) مدل غیرخطی

مدل غیرخطی سیستم به صورت زیر است:

$$\frac{dh}{dt} = \frac{1}{A} \left( q_{in}(t) - C_d \sqrt{h(t)} \right) \quad (42)$$

در پاسخ به یک پالس باریک (تقریب ضربه):

- ارتفاع مخزن به طور ناگهانی افزایش می‌یابد.
- تخلیه مخزن به صورت غیرخطی انجام می‌شود.
- نرخ کاهش ارتفاع وابسته به  $\sqrt{h}$  است.
- پاسخ دقیقاً نمایی خالص نیست.

دلیل این رفتار آن است که جمله  $\sqrt{h}$  باعث می‌شود نرخ تخلیه وابسته به مقدار لحظه‌ای ارتفاع باشد، در حالی که در مدل خطی این وابستگی تقریباً ثابت در نظر گرفته شده است.



## ۲.۱۵ تحلیل پاسخ رمپ

الف) مدل خطی

وروودی رمپ واحد در حوزه لاپلاس:

$$U(s) = \frac{1}{s^2} \quad (43)$$

خروجی:

$$Y(s) = \frac{K}{(s+a)s^2} \quad (44)$$

برای تعیین خطای ماندگار از قضیه مقدار نهایی استفاده می‌کنیم:

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) \quad (45)$$

که در آن:

$$E(s) = \frac{U(s)}{1+G(s)} \quad (46)$$

برای سیستم حاضر:

$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} sG(s) = 0 \quad (47)$$

در نتیجه:

$$e_{ss} = \infty \quad (48)$$

نتیجه: سیستم خطی قادر به دنبال کردن ورودی رمپ بدون خطای نامحدود نیست.

ب) مدل غیرخطی

در مدل غیرخطی اگر ورودی به صورت زیر باشد:

$$q_{in}(t) = q_{in,eq} + kt \quad (49)$$

معادله دینامیکی:



$$\frac{dh}{dt} = \frac{1}{A} \left( q_{in,eq} + kt - C_d \sqrt{h} \right) \quad (50)$$

از آنجا که رشد  $\sqrt{h}$  کندتر از رشد خطی  $kt$  است، در بلندمدت ورودی از خروجی پیشی می‌گیرد و ارتفاع مخزن به طور فزاینده افزایش می‌یابد.  
در نتیجه:

- سیستم قادر به دنبال‌کردن رمپ نیست.
- اختلاف بین ورودی و خروجی افزایش می‌یابد.
- در صورت شب زیاد، امکان سرریز مخزن وجود دارد.

## ۱۶ ساختار سیستم

### ۱.۱۶ تعیین مرتبه سیستم

مرتبه سیستم برابر با درجه مخرج تابع تبدیل است:

$$G(s) = \frac{K}{s+a} \quad (51)$$

از آنجا که درجه مخرج برابر ۱ است، سیستم یک سیستم مرتبه اول می‌باشد.

### ۲.۱۶ تعیین نوع سیستم Type (System)

نوع سیستم برابر است با تعداد قطب‌های واقع در مبدأ در تابع تبدیل حلقه باز:

$$\text{Type} = \text{at poles of Number } s = 0 \quad (52)$$

در تابع تبدیل حاضر هیچ قطبی در مبدأ وجود ندارد، زیرا مخرج برابر است با:

$$s + a \quad (53)$$

بنابراین:

$$\text{Type System} = 0 \quad (54)$$



### ۳.۱۶ نتایج مربوط به نوع صفر

برای سیستم نوع صفر:

- خطای ماندگار نسبت به ورودی پله محدود است.
- خطای ماندگار نسبت به ورودی رمپ بی‌نهایت است.
- سیستم فاقد انتگرال‌گیر ذاتی می‌باشد.

### ۱۷ جمع‌بندی نهایی

سیستم مخزن ذاتاً غیرخطی بوده و رفتار آن ناشی از جمله  $\sqrt{h}$  در معادله دینامیکی است. مدل خطی استخراج شده یک تقریب محلی از سیستم در اطراف نقطه کار می‌باشد.  
مدل خطی:

- مرتبه اول
- نوع صفر
- پایدار
- فاقد نوسان

در پاسخ به ضربه، سیستم رفتار نمایی کاهشی دارد. در پاسخ به رمپ، سیستم قادر به دنبال‌کردن دقیق ورودی نبوده و خطای ماندگار نامحدود ایجاد می‌شود.

مدل غیرخطی نشان می‌دهد که برای ورودی‌های بزرگ، رفتار سیستم از پیش‌بینی مدل خطی فاصله گرفته و ممکن است رشد فزاینده ارتفاع یا سرریز مخزن رخ دهد.  
بنابراین مدل خطی تنها در ناحیه نزدیک نقطه کار معتبر بوده و برای تحلیل تغییرات بزرگ باید از مدل غیرخطی استفاده شود.

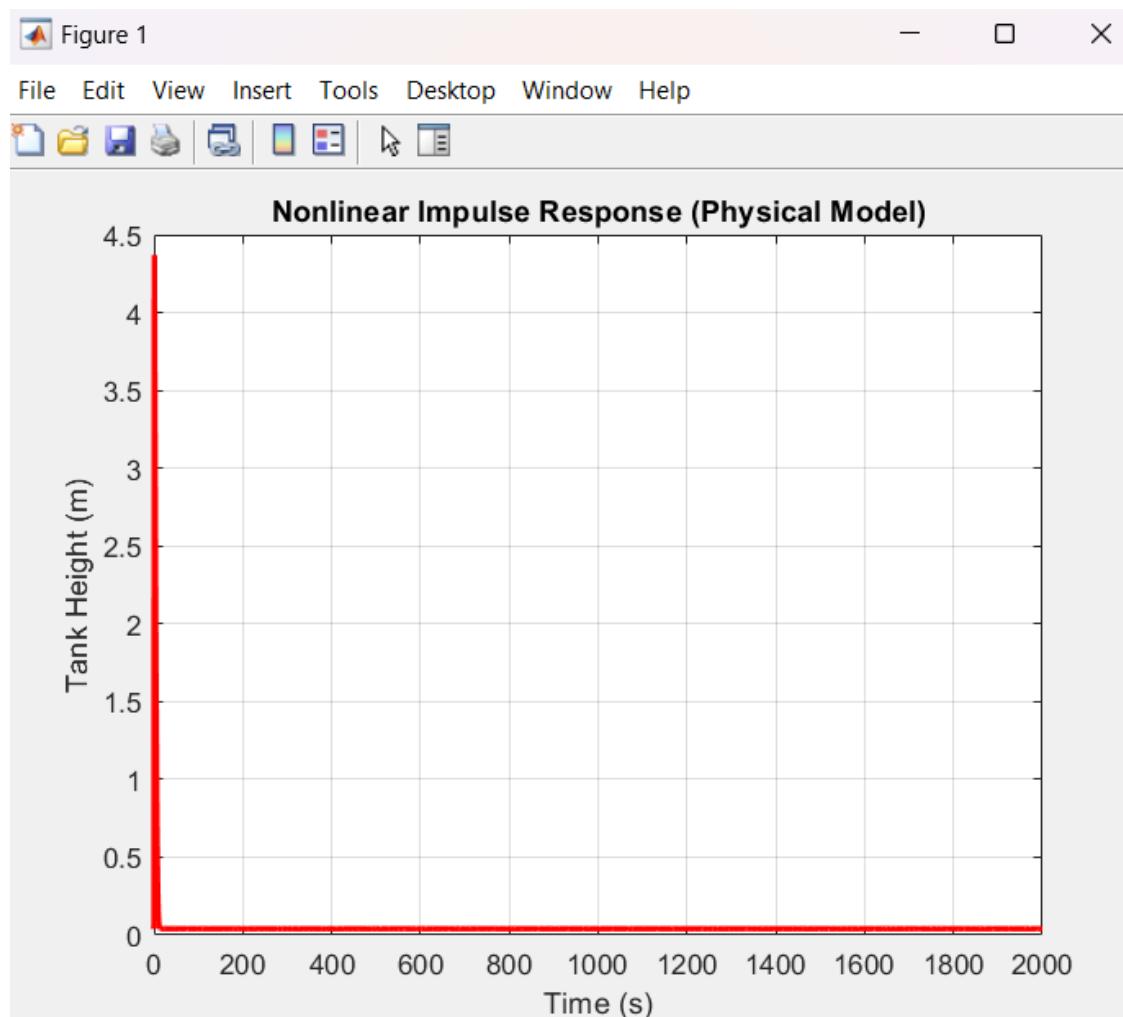


```

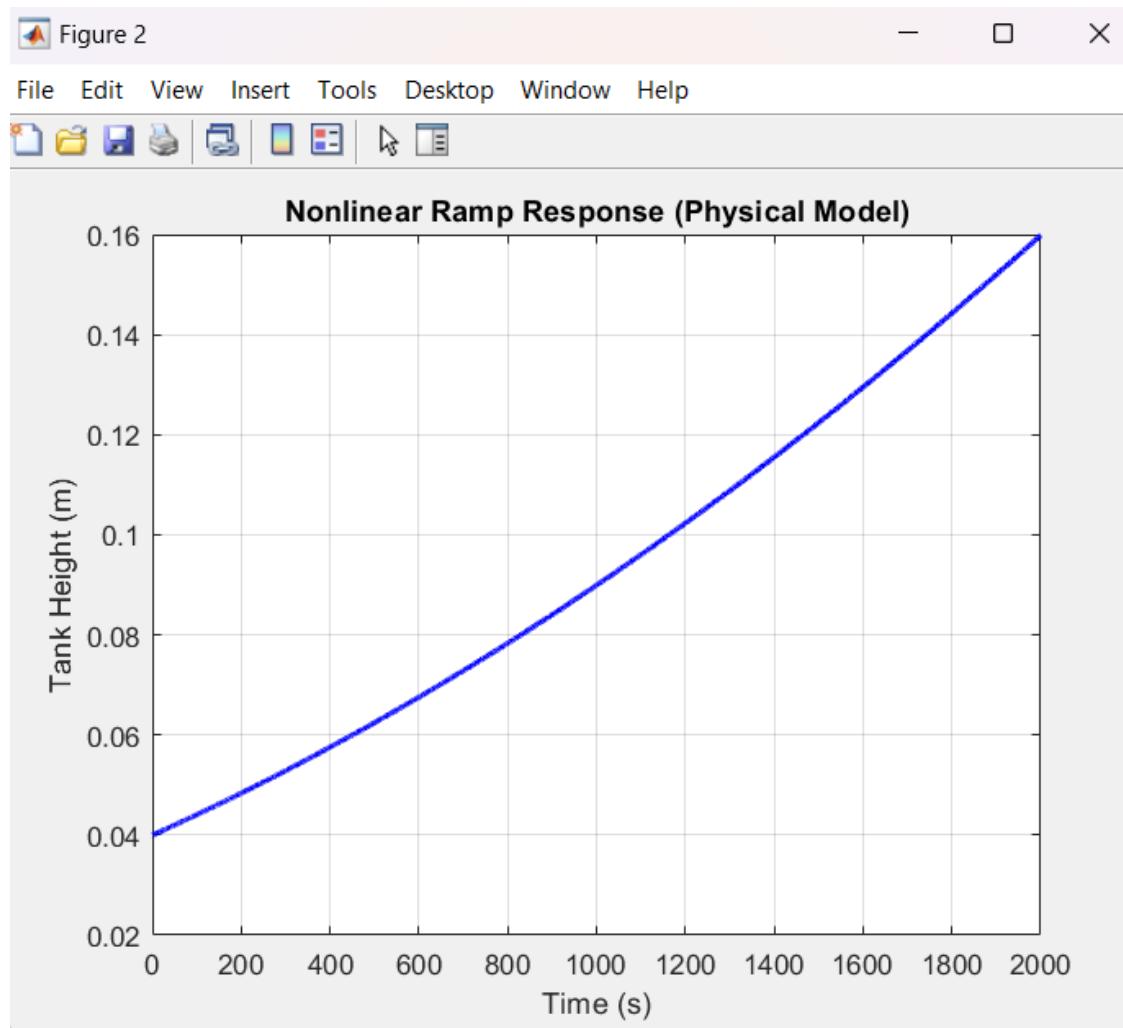
5  %% -----
6  % پارامترهای فیزیکی سیستم
7  %% -----
8  A_tank = 1;           سطح مقطع مخزن %
9  Cd = 0.5;            ضریب تخلیه %
10 h_eq = 0.04;          نقطه کار %
11
12 % دبی تعادل %
13 qin_eq = Cd*sqrt(h_eq);
14
15 tspan = [0 2000];
16
17 %% =====
18 % پاسخ فربه (تقریب ضریب با پالس باریک)
19 %% =====
20
21 amp = 5;             دامنه بزرگ %
22 width = 1;            عرض بسیار کوچک → تقریب فربه %
23
24 qin_impulse = @(t) qin_eq + amp*(t<=width);
25
26 f_impulse = @(t,h) (1/A_tank)*( qin_impulse(t) - Cd*sqrt(max(h,0)) );
27
28 [t_imp, h_imp] = ode45(f_impulse, tspan, h_eq);
29
30 figure
31 plot(t_imp,h_imp,'r','LineWidth',2)
32 grid on
33 title('Nonlinear Impulse Response (Physical Model)')
34 xlabel('Time (s)')
35 ylabel('Tank Height (m)')
36
37
38 %% =====
39 % پاسخ رمپ
40 %% =====
41
42 ramp_slope = 0.00005;  شیب کوچک برای جلوگیری از سرریز %
43
44 qin_ramp = @(t) qin_eq + ramp_slope*t;
45
46 f_ramp = @(t,h) (1/A_tank)*( qin_ramp(t) - Cd*sqrt(max(h,0)) );
47
48 [t_ramp, h_ramp] = ode45(f_ramp, tspan, h_eq);
49

```

شکل ۲۶: کد متلب سیستم غیر خطی با استفاده از دینامیک مسیله



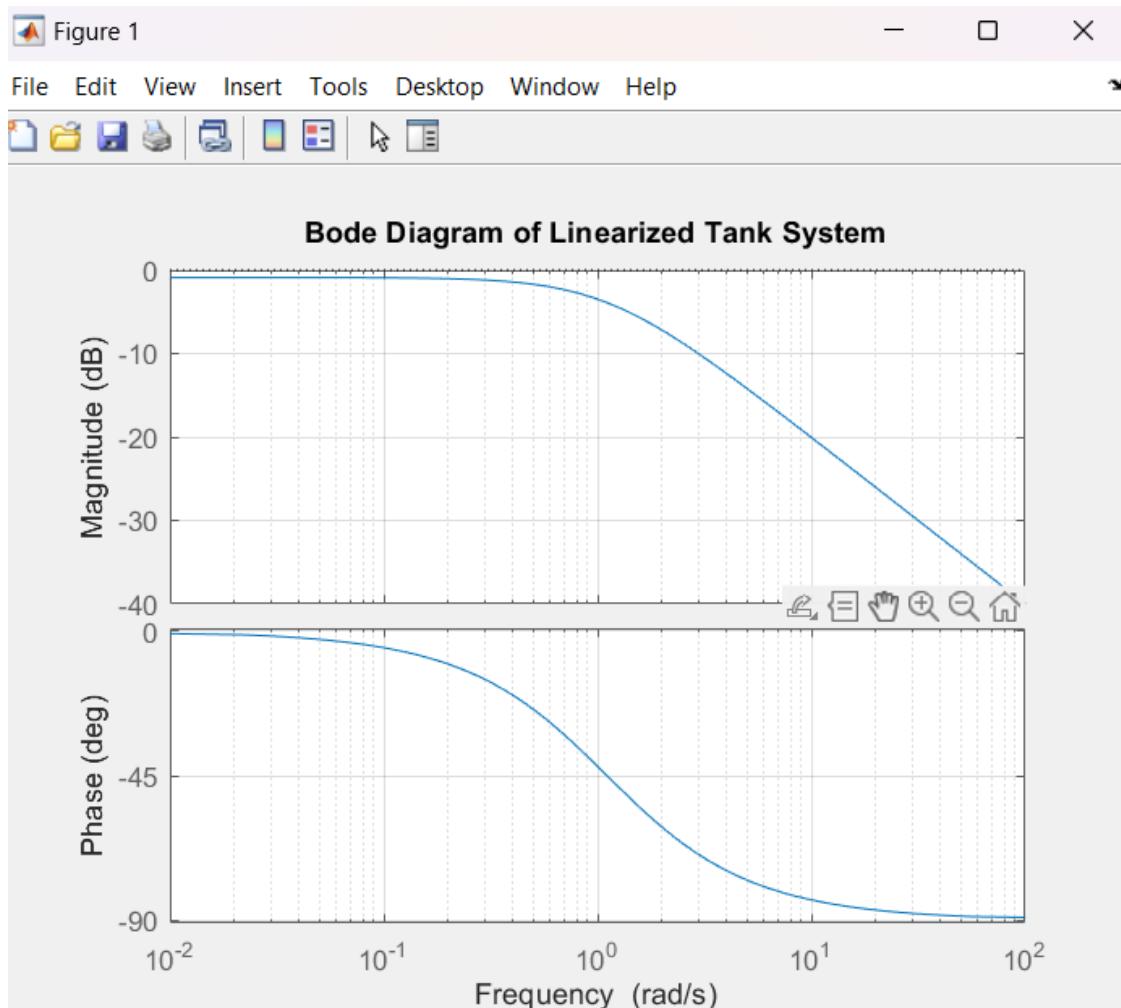
شکل ۲۷: پاسخ ضربه برای معادله غیر خطی



شکل ۲۸: پاسخ به ورودی شیب برای معادله غیر خطی دینامیکی



## ۱۸ تحلیل در حوزه فرکانس



شکل ۲۹: نمودار بود برای مدل خطی شده

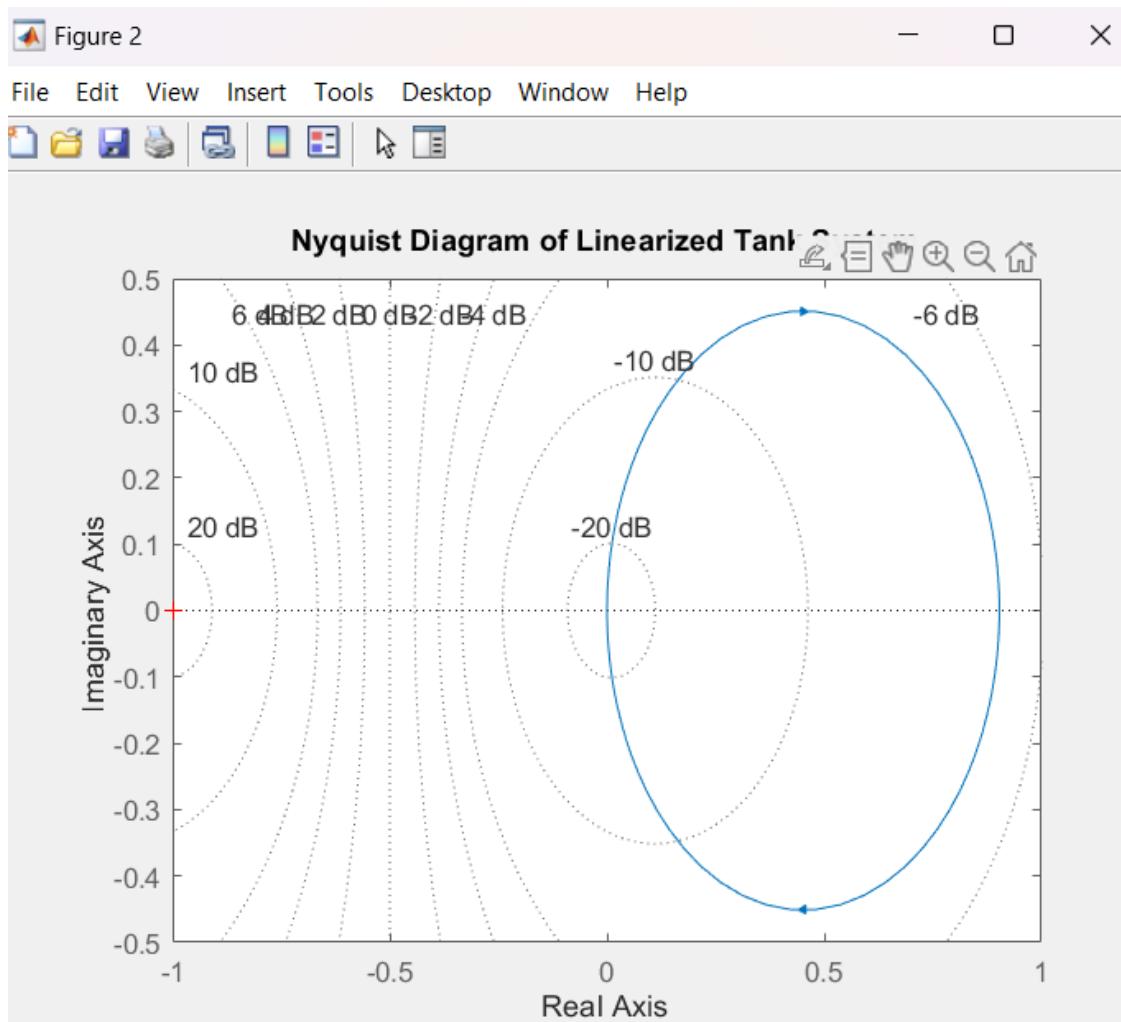


```

2      clc
3      clear
4      close all
5
6      %بار امترها
7      A = 1;
8      a = 0.5;
9      g = 9.81;
10     h0 = 1;
11
12     alpha = (a*sqrt(2*g))/(2*A*sqrt(h0));
13     beta = 1/A;
14
15     G = tf(beta,[1 alpha]);
16
17     %نمودار بود
18     figure
19     margin(G) % هم Bode هم Gain/Phase Margin
20     grid on
21     title('Bode Diagram of Linearized Tank System')
22
23     %استخراج عددی حاشیه ها
24     [GM,PM,Wcg,Wcp] = margin(G);
25
26     fprintf('Gain Margin = %.2f dB\n',20*log10(GM));
27     fprintf('Phase Margin = %.2f deg\n',PM);
28     fprintf('Gain crossover freq = %.2f rad/s\n',Wcg);
29     fprintf('Phase crossover freq = %.2f rad/s\n',Wcp);

```

شکل ۳۰: نمودار بود برای مدل خطی شده کد متلب



شکل ۳۱: نمودار نایکوئیست برای مدل خطی شده کد متلب

```

figure
nyquist(G)
grid on
title('Nyquist Diagram of Linearized Tank System')

```

شکل ۳۲: نمودار نایکوئیست برای مدل خطی شده کد متلب

در این بخش، تحلیل سیستم خطی شده مخزن در حوزه فرکانس انجام می شود. هدف بررسی رفتار بهره، فاز و حاشیه های پایداری سیستم با استفاده از نمودارهای بود (Bode) و نایکوئیست (Nyquist) است.



## ۱.۱۸ تابع تبدیل سیستم خطی شده

مدل غیرخطی مخزن به صورت زیر بود:

$$A \frac{dh}{dt} = q_{in} - a\sqrt{2gh}$$

با خطی‌سازی حول نقطه کار  $h_0$ , تابع تبدیل سیستم به صورت زیر به دست آمد:

$$G(s) = \frac{\beta}{s + \alpha}$$

که در آن:

$$\alpha = \frac{a\sqrt{2g}}{2A\sqrt{h_0}}, \quad \beta = \frac{1}{A}$$

این سیستم یک سیستم مرتبه اول با یک قطب حقیقی منفی است.

## ۲.۱۸ تحلیل پایداری با معیار راث-هرویتز

معادله مشخصه سیستم حلقه بسته با فیدبک واحد و کنترل کننده تناسبی  $K$  به صورت  $0 = KG(s) + 1$  است. با توجه به تابع تبدیل مرتبه اول سیستم:

$$1 + K \frac{0.63}{12.5s + 1} = 0 \Rightarrow 12.5s + (1 + 0.63K) = 0 \quad (55)$$

جدول راث برای این معادله درجه اول به صورت زیر تشکیل می‌شود:

جدول ۱: جدول پایداری راث-هرویتز برای سیستم حلقه بسته

12.5	$s^1$
1 + 0.63K	$s^0$

برای پایداری سیستم، تمام درایه‌های ستون اول باید مثبت باشند. از آنجا که  $0 < 12.5$  است، شرط پایداری عبارت است از:  $1 + 0.63K > 0 \Rightarrow K > -1.58$ .

## ۳.۱۸ تحلیل پایداری BIBO

پایداری BIBO (ورودی کراندار-خروجی کراندار) بیان می‌کند که اگر به سیستم یک ورودی کراندار اعمال شود، خروجی نیز باید کراندار باقی بماند. شرط لازم و کافی برای پایداری BIBO در سیستم‌های LTI، انتگرال پذیر بودن مطلق پاسخ ضربه است:

$$\int_0^\infty |g(t)| dt < \infty \quad (56)$$



برای سیستم خطی شده مخزن، پاسخ ضربه به صورت  $g(t) = \mathcal{L}^{-1}\{G(s)\} = \beta e^{-\alpha t}$  است (با فرض  $0 \leq t$ ). با محاسبه انتگرال داریم:

$$\int_0^\infty |\beta e^{-\alpha t}| dt = \left[ \frac{-\beta}{\alpha} e^{-\alpha t} \right]_0^\infty = \frac{\beta}{\alpha} \quad (57)$$

از آنجا که پارامترهای فیزیکی  $A$  و  $h_0$  مثبت هستند،  $\alpha$  و  $\beta$  مقادیر محدود و مثبت دارند. بنابراین حاصل انتگرال عددی محدود است و سیستم پایدار BIBO می‌باشد.

#### ۴.۱۸ تحلیل نمودار بود (Bode)

نمودار بود شامل دو بخش است:

- نمودار بهره بر حسب فرکانس
- نمودار فاز بر حسب فرکانس

پاسخ فرکانسی سیستم برابر است با:

$$G(j\omega) = \frac{\beta}{j\omega + \alpha}$$

#### ۱.۴.۱۸ تحلیل بهره

دامنه پاسخ فرکانسی برابر است با:

$$|G(j\omega)| = \frac{\beta}{\sqrt{\omega^2 + \alpha^2}}$$

رفتار در فرکانس‌های پایین:  
اگر  $\omega \ll \alpha$  باشد:

$$|G(j\omega)| \approx \frac{\beta}{\alpha}$$

بنابراین سیستم در فرکانس‌های پایین دارای بهره ثابت (بهره DC) است.

رفتار در فرکانس‌های بالا:  
اگر  $\omega \gg \alpha$  باشد:

$$|G(j\omega)| \approx \frac{\beta}{\omega}$$

در این ناحیه شب نمودار بهره برابر است با:

-20dB/dec

در نتیجه سیستم یک فیلتر پایین‌گذر مرتبه اول است.



## ۲.۴.۱۸ تحلیل فاز

فاز پاسخ فرکانسی برابر است با:

$$\angle G(j\omega) = -\tan^{-1} \left( \frac{\omega}{\alpha} \right)$$

بنابراین:

- در فرکانس‌های پایین: فاز تقریباً صفر درجه است.
- در فرکانس‌های بالا: فاز به  $90^\circ$  میل می‌کند.

این نشان می‌دهد سیستم حداکثر  $90^\circ$  درجه تأخیر فاز ایجاد می‌کند و رفتار آن کاملاً غیرنوسانی است.

## ۳.۴.۱۸ حاشیه‌های پایداری

از آنجا که سیستم تنها یک قطب حقیقی منفی دارد:

- فاز هرگز به  $180^\circ$  نمی‌رسد.
- در نتیجه حاشیه بهره (Gain) بی‌نهایت است.
- حاشیه فاز (Phase Margin) مثبت و بزرگ است.

بنابراین سیستم دارای حاشیه پایداری مناسب بوده و نسبت به تغییرات بهره مقاوم است.

## ۵.۱۸ تحلیل نمودار نایکوئیست (Nyquist)

پاسخ مختلط سیستم:

$$G(j\omega) = \frac{\beta}{j\omega + \alpha}$$

رفتار منحنی نایکوئیست به صورت زیر است:

- از نقطه حقیقی مثبت  $\frac{\beta}{\alpha}$  شروع می‌شود.
- با افزایش فرکانس وارد نیم صفحه پایین مختلط می‌شود.
- در بی‌نهایت به مبدأ مختصات میل می‌کند.



## ۱.۵.۱۸ معیار نایکروئیست

طبق رابطه:

$$N = Z - P$$

که در آن:

- $P$  تعداد قطب‌های سمت راست صفحه مختلط
- $Z$  تعداد صفرهای حلقه بسته در سمت راست
- $N$  تعداد دور زدن نقطه بحرانی  $(-1, 0)$

در این سیستم:

$$P = 0$$

و منحنی هیچ دور زدنی حول نقطه  $(-1, 0)$  ندارد، بنابراین:

$$N = 0$$

پس:

$$Z = 0$$

نتیجه می‌شود که سیستم حلقه بسته پایدار است.

## ۶.۱۸ جمع‌بندی تحلیل فرکانسی

بر اساس تحلیل‌های انجام شده:

- سیستم مرتبه اول و پایدار است.
- رفتار آن مشابه یک فیلتر پایین‌گذر است.
- فاقد صفر در نیم‌صفحه راست بوده و مینیمم فاز است.
- دارای حاشیه پایداری مناسب در حوزه فرکانس می‌باشد.
- هیچ رفتار نوسانی یا تشدید فرکانسی مشاهده نمی‌شود.

بنابراین از دیدگاه فرکانسی، سیستم مخزن دارای پایداری ذاتی و رفتار دینامیکی ساده و قابل پیش‌بینی است.



## ۱۹ تحلیل حساسیت سیستم و شرایط بالقوه ناپایداری

در این بخش، میزان حساسیت سیستم نسبت به تغییر پارامترهای فیزیکی بررسی شده و شرایطی که ممکن است منجر به کاهش حاشیه پایداری یا ناپایداری عملی شود تحلیل می‌گردد.

### ۱.۱۹ تابع تبدیل خطی شده

تابع تبدیل سیستم خطی شده برابر است با:

$$G(s) = \frac{\beta}{s + \alpha}$$

که در آن:

$$\alpha = \frac{a\sqrt{2g}}{2A\sqrt{h_0}}, \quad \beta = \frac{1}{A}$$

قطب سیستم در مکان زیر قرار دارد:

$$s = -\alpha$$

بنابراین پایداری سیستم مستقیماً به علامت و مقدار  $\alpha$  وابسته است.

### ۲.۱۹ تحلیل حساسیت قطب نسبت به پارامترها

برای بررسی میزان تأثیر هر پارامتر بر مکان قطب، حساسیت نسبی قطب نسبت به پارامتر  $p$  به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$S_p^s = \frac{\partial s}{\partial p} \frac{p}{s}$$

از آنجا که:

$$s = -\alpha$$

بنابراین حساسیت قطب نسبت به هر پارامتر معادل حساسیت  $\alpha$  خواهد بود.

### ۱.۲.۱۹ حساسیت نسبت به سطح مقطع مخزن $A$

$$\alpha \propto \frac{1}{A}$$

در نتیجه:

$$S_A^s = -1$$



یعنی با افزایش  $A$ ، مقدار  $\alpha$  کاهش یافته و قطب به محور موهومی تزدیک‌تر می‌شود. در نتیجه:

- سرعت پاسخ کاهش می‌یابد.
- زمان نشست افزایش می‌یابد.
- حاشیه پایداری کاهش پیدا می‌کند.

#### ۲.۲.۱۹ حساسیت نسبت به سطح مقطع خروجی $a$

$$\alpha \propto a$$

بنابراین:

$$S_a^s = +1$$

افزایش  $a$  باعث افزایش  $\alpha$  و انتقال قطب به سمت چپ می‌شود که منجر به:

- پاسخ سریع‌تر
- افزایش میرایی
- افزایش حاشیه پایداری

#### ۳.۲.۱۹ حساسیت نسبت به نقطه کار $h_0$

$$\alpha \propto \frac{1}{\sqrt{h_0}}$$

در نتیجه:

$$S_{h_0}^s = -\frac{1}{2}$$

افزایش ارتفاع تعادل باعث کاهش  $\alpha$  شده و سیستم کندتر می‌شود.

#### ۳.۱۹ شرایط بالقوه ناپایداری در مدل خطی

از آنجاکه:

$$\alpha > 0$$

سیستم خطی شده ذاتاً پایدار است. اما در شرایط زیر ممکن است حاشیه پایداری کاهش یابد:



- افزایش بیش از حد  $A$

• افزایش شدید  $h_0$

• کاهش شدید  $a$

در این شرایط:

$$\alpha \rightarrow 0$$

و قطب به محور موهومی نزدیک می‌شود:

$$s \rightarrow 0^-$$

که منجر به افزایش زمان نشست و کاهش سرعت پاسخ می‌گردد.

اگر به طور فرضی  $0 = \alpha$  شود:

$$G(s) = \frac{\beta}{s}$$

که یک انتگرال‌گیر بوده و سیستم در مرز ناپایداری قرار می‌گیرد.

#### ۴.۱۹ تحلیل ناپایداری در مدل غیرخطی

مدل غیرخطی سیستم برابر است با:

$$\dot{h} = \frac{1}{A} \left( q_{in} - a\sqrt{2gh} \right)$$

پایداری موضعی از طریق بررسی مشتق زیر تعیین می‌شود:

$$\frac{df}{dh} = -\frac{a\sqrt{2g}}{2A\sqrt{h}}$$

در نقطه تعادل:

$$\left. \frac{df}{dh} \right|_{h=h_0} = -\alpha$$

چون مقدار فوق منفی است، نقطه تعادل پایدار موضعی می‌باشد.

اما شرایط زیر می‌تواند منجر به رفتار نامطلوب شود:

- اعمال ورودی پله بسیار بزرگ که سیستم را از ناحیه خطی خارج کند.
- نزدیک شدن سطح مایع به صفر که مدل ریشه دوم را دچار اعوجاج عددی می‌کند.
- محدودیت‌های فیزیکی مانند سرریز مخزن.

در این حالت‌ها اگرچه سیستم از نظر ریاضی واگرا نمی‌شود، اما عملکرد عملی آن ممکن است ناپایدار تلقی گردد.



## ۵.۱۹ جمع‌بندی تحلیل حساسیت

نتایج نشان می‌دهد:

- مکان قطب تنها به پارامتر  $\alpha$  وابسته است.
- افزایش  $a$  موجب افزایش پایداری می‌شود.
- افزایش  $A$  یا  $h_0$  موجب کاهش سرعت پاسخ و کاهش حاشیه پایداری می‌شود.
- سیستم خطی ذاتاً پایدار است اما در شرایط عملی و غیرخطی ممکن است رفتار نامطلوب نشان دهد.

بنابراین طراحی سیستم باید به گونه‌ای انجام شود که  $\alpha$  مقدار کافی بزرگ داشته باشد تا پاسخ سریع و پایدار تضمین گردد.

## ۲۰ طراحی و تحلیل کنترل کننده سطح مایع (PID)

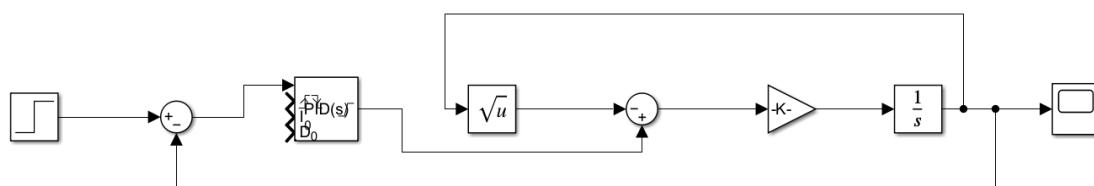
### ۱.۲۰ اهداف کنترلی

در این بخش، هدف طراحی یک سیستم کنترل حلقه بسته برای تنظیم ارتفاع مایع در مخزن است. پارامترهای مطلوب طراحی بر اساس نیازمندی‌های پژوهش به شرح زیر می‌باشند:

- تغییر ارتفاع مرجع: ورودی پله از مقدار اولیه ۲ متر به مقدار نهایی ۱۰ متر.
- درصد فراجهش (Overshoot): در محدوده ۱۰ تا ۲۰ درصد.
- زمان نشت (Settling Time): کمتر از ۵ ثانیه (با توجه به محدودیت فیزیکی).
- خطای حالت ماندگار: صفر.

### ۲.۲۰ ساختار کنترلی و پیاده‌سازی

برای کنترل سطح مایع، از ساختار فیدبک واحد با کنترل کننده PID استفاده شده است. مطابق شکل زیر، بلوک اشباع (Saturation) با بازه ۰ تا ۱۰۰ درصد در خروجی کنترل کننده قرار داده شد تا محدودیت فیزیکی شیر ورودی مدل‌سازی شود.

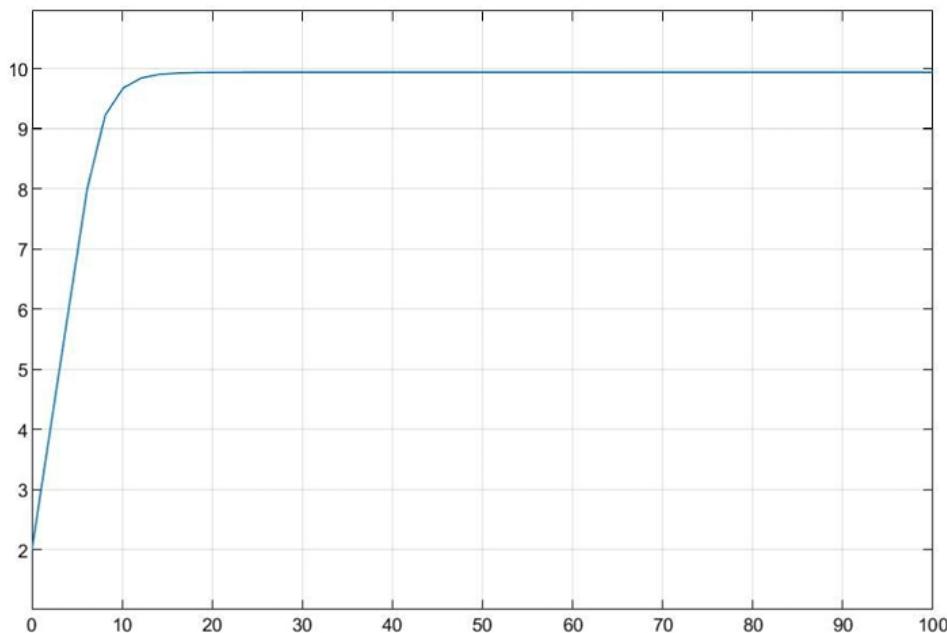


شکل ۳۳: مدل بلوک دیاگرامی سیستم حلقه بسته در محیط سیمولینک



### ۳.۲۰ طراحی گامبهگام ۱: تحلیل کنترلکننده تناسبی (P)

در گام نخست، برای درک رفتار سیستم و مشاهده خطای حالت ماندگار، کنترلکننده تناسبی با بهره  $K_p = 50$  (و  $0 \leq K_i \leq K_d$ ) برای حذف خطای حالت ماندگار اعمال شد.

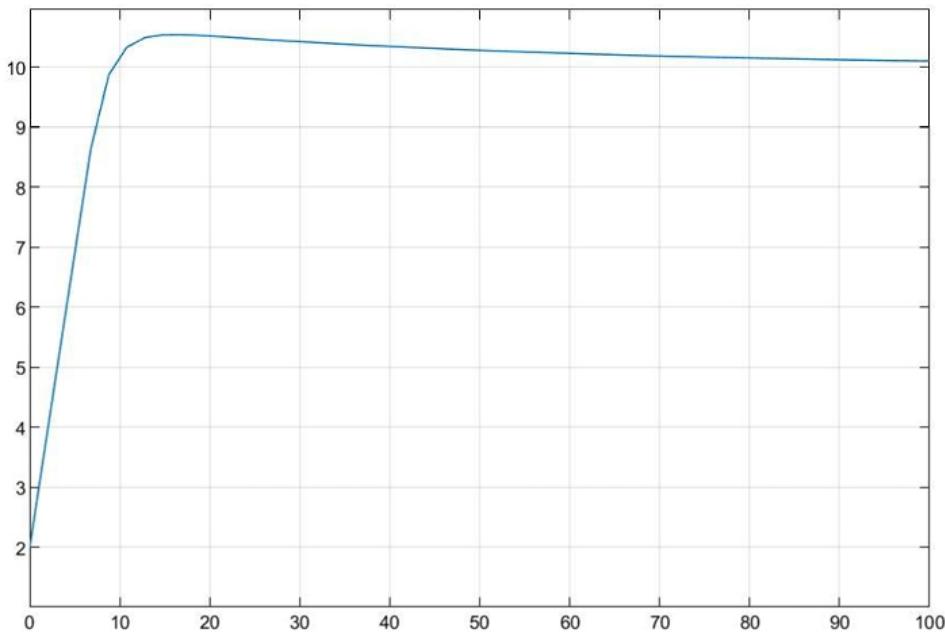


شکل ۳۴: پاسخ سیستم با کنترلکننده P ( $K_p = 50$ ): وجود خطای حالت ماندگار

تحلیل فنی: همان‌طور که در شکل پیداست، سیستم به مقدار نهایی  $10$  متر نمی‌رسد و در  $9.937$  متر متوقف می‌شود. دلیل این امر آن است که در سیستم با تخلیه ثقلی، برای باز ماندن شیر ورودی، کنترلکننده P نیاز به وجود «خطا» دارد ( $u = K_p e$ ). اگر خطا صفر شود، شیر بسته شده و سطح آب افت می‌کند.

### ۴.۲۰ طراحی گامبهگام ۲: تحلیل کنترلکننده تناسبی-انتگرالی (PI)

برای حذف خطای حالت ماندگار، ترم انتگرال‌گیر اضافه شد ( $K_p = 50, K_i = 1$ ).

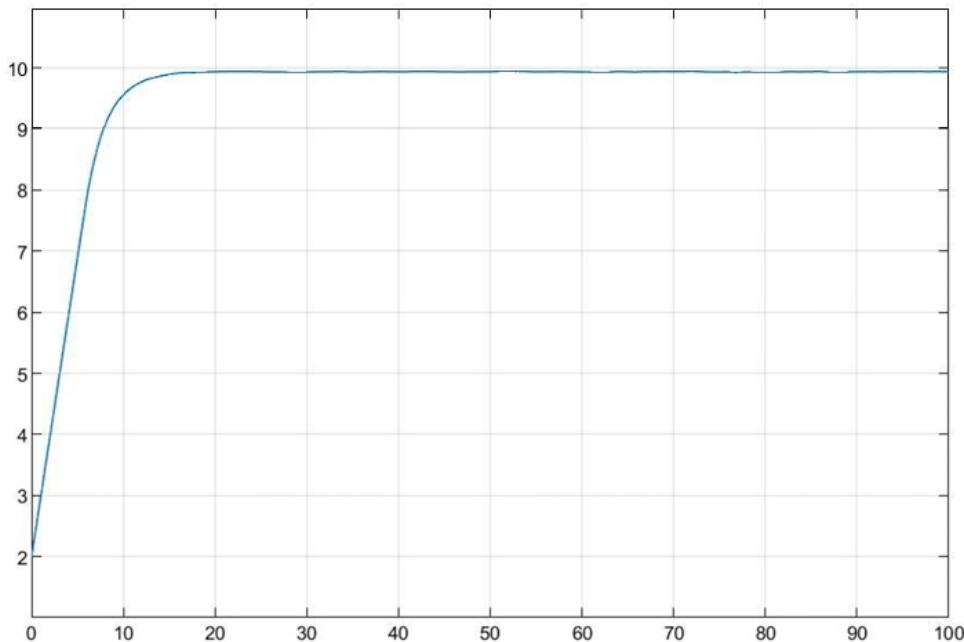


شکل ۳۵: پاسخ سیستم با کنترل کننده PI حذف کامل خط

تحلیل فنی: مشاهده می شود که خطای حالت ماندگار کاملاً حذف شده و سطح آب روی ۱۰ متر ثابت گردیده است. ترم انتگرالی با انباشت خط، مقدار لازم برای بازنگه داشتن شیر را تأمین می کند.

### ۵.۲۰ طراحی گام به گام ۳: تحلیل کنترل کننده تناوبی-مشتق‌گیر (PD)

در این مرحله، اثر ترم مشتق‌گیر بر رفتار گذرا بررسی شد. ضرایب روی  $P = 50$  و  $D = 15$  (با  $I = 0$ ) تنظیم شدند.



شکل ۳۶: پاسخ سیستم با کنترل کننده PD ( $P = 50, D = 15$ ): بهبود میرایی اما بقای خطأ

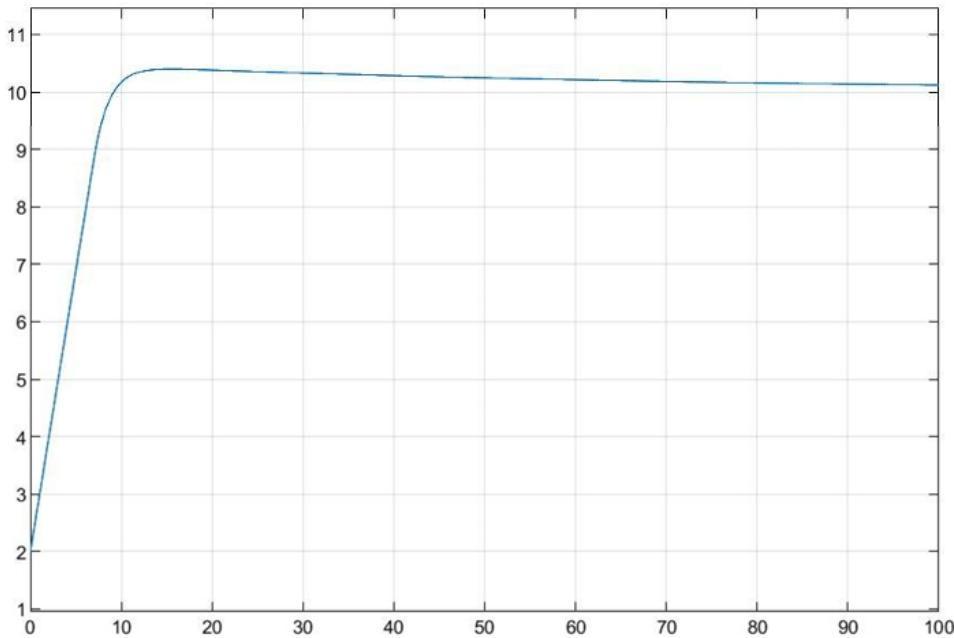
تحلیل فنی:

- خطای ماندگار: سیستم همچنان دارای خطأ است، زیرا ترم مشتق‌گیر تنها به «تغییرات خطأ» حساس است و در حالت ماندگار اثری ندارد.
- رفتار گذرا: با مقایسه نسبت به حالت  $P$  نوسانات کاهش یافته و سیستم رفتار نرم‌تری دارد (اثر میرایی مشتق‌گیر).

## ۶.۲۰ طراحی نهایی: کنترل کننده PID و تحلیل پاسخ

برای بهره‌گیری از مزایای تمام روش‌ها، کنترل کننده PID نهایی با ضرایب زیر تنظیم شد:

$$P = 70, \quad I = 1, \quad D = 15, \quad N = 1$$



شکل ۳۷: پاسخ نهایی سیستم با کنترل کننده PID

تحلیل زمان نشست و اثبات تضاد با محدودیت فیزیکی

در صورت پروژه، زمان نشست مطلوب کمتر از ۵ ثانیه خواسته شده است [۱۱۷]. با این حال، در شبیه‌سازی نهایی زمان نشست حدود ۸ ثانیه به دست آمد. این اختلاف ناشی از ضعف طراحی کنترل کننده نیست، بلکه ناشی از محدودیت اشباع عملگر (Saturation) است. برای اثبات این موضوع، کمترین زمان تئوری ممکن برای پرشدن تانک را محاسبه می‌کنیم. طبق قانون بقای جرم:

$$\Delta V = A \times \Delta h \quad (58)$$

که در آن  $A$  (سطح مقطع تانک) و  $\Delta h = 10 - 2 = 8 \text{ m}$  (تغییر ارتفاع مطلوب) است. بنابراین حجم آب مورد نیاز برابر است با:

$$\Delta V = 100 \times 8 = 800 \text{ m}^3 \quad (59)$$

حداکثر دبی ورودی که پمپ می‌تواند تأمین کند (وقتی شیر ۱۰۰٪ باز است) برابر است با  $Q_{max} = 100 \text{ m}^3/\text{s}$ . بنابراین، حتی اگر کنترل کننده در تمام طول مسیر شیر را کاملاً باز نگه دارد (کنترل Bang-Bang) حداقل زمان لازم برابر است با:

$$t_{min} = \frac{\Delta V}{Q_{max}} = \frac{800}{100} = 8 \text{ s} \quad (60)$$

مشاهده می‌شود که زمان نشست ۸ ثانیه، مرز فیزیکی سیستم است. دست‌یابی به زمان ۵ ثانیه با پارامترهای فعلی ( $A = 100$ ) غیرممکن است و برای رسیدن به آن، نیاز به تغییر فیزیک سیستم (مثلًاً کاهش سطح مقطع تانک یا استفاده از پمپ قوی‌تر) می‌باشد.

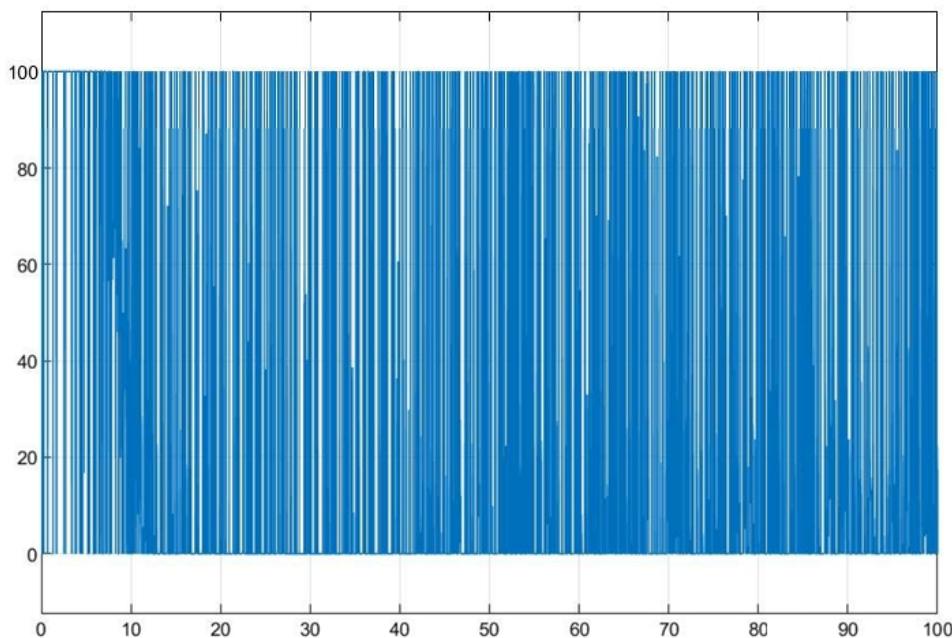


## ۷.۲۰ تحلیل نویز و اثر فیلتر مشتق‌گیر

یکی از چالش‌های اصلی کنترل‌کننده PID، حساسیت ترم مشتق‌گیر ( $D$ ) به نویز است. برای بررسی، نویز سفید به سنسور اضافه شد.

اثر انتخاب نامناسب فیلتر

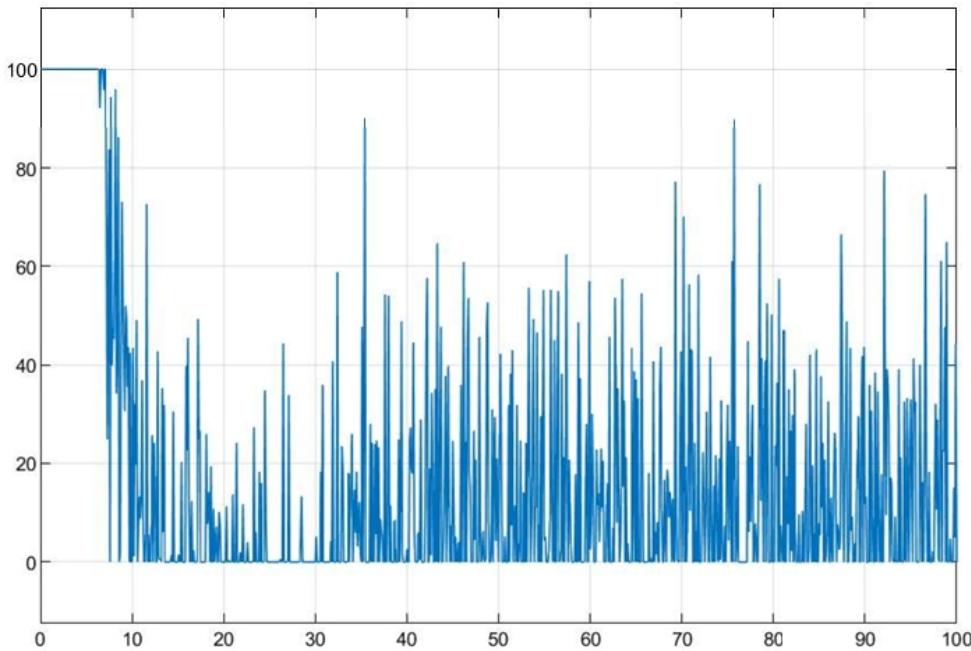
با انتخاب ضریب فیلتر بزرگ ( $N = 100$ )، سیگنال کنترلی دچار نوسانات شدید (Chattering) می‌شود که موجب استهلاک شیر می‌گردد (شکل ۳۸).



شکل ۳۸: اثر مخرب نویز بر فرمان شیر با فیلتر نامناسب ( $N = 100$ )

اصلاح با فیلتر پایین‌گذر مناسب

با کاهش ضریب فیلتر به  $N = 1$ ، نوسانات حذف شده و سیگنال هموار گردید (شکل ۳۹).



شکل ۳۹: سیگنال فرمان شیر اصلاح شده با فیلتر مناسب ( $N = 1$ )

## ۸.۲۰ تحلیل مصالحه بین حذف نویز و پایداری (Trade-off)

در صورت پروژه خواسته شده است که اثر فیلتر بر پایداری بررسی شود. فیلتر پایین‌گذر اعمال شده بر روی مشتق‌گیر دارای تابع تبدیل به فرم زیر است:

$$F(s) = \frac{N}{s + N} \quad (61)$$

این فیلتر یک قطب در  $s = -N$  اضافه می‌کند. تحلیل اثر این قطب به شرح زیر است:

- حذف نویز ( $N$ ) کوچک: انتخاب  $N$  کوچک (مانند  $1 = N$ ) باعث می‌شود فرکانس قطع فیلتر پایین بیاید و نویزهای فرکانس بالا به خوبی حذف شوند. اما این کار باعث ایجاد «تأخير فاز» شدید در حلقه کنترلی می‌شود ( $\phi = -\tan^{-1}(\omega/N)$ ). تأخیر فاز باعث کاهش حاشیه فاز (Phase Margin) شده و سیستم را به سمت ناپایداری یا نوسانی شدن سوق می‌دهد.

- سرعت و پایداری ( $N$ ) بزرگ: انتخاب  $N$  بزرگ پهنازی باند را افزایش می‌دهد و تأخیر فاز ناچیز است (پایداری بهتر)، اما نویزها باشدت بیشتری عبور کرده و وارد سیگنال کنترلی می‌شوند.

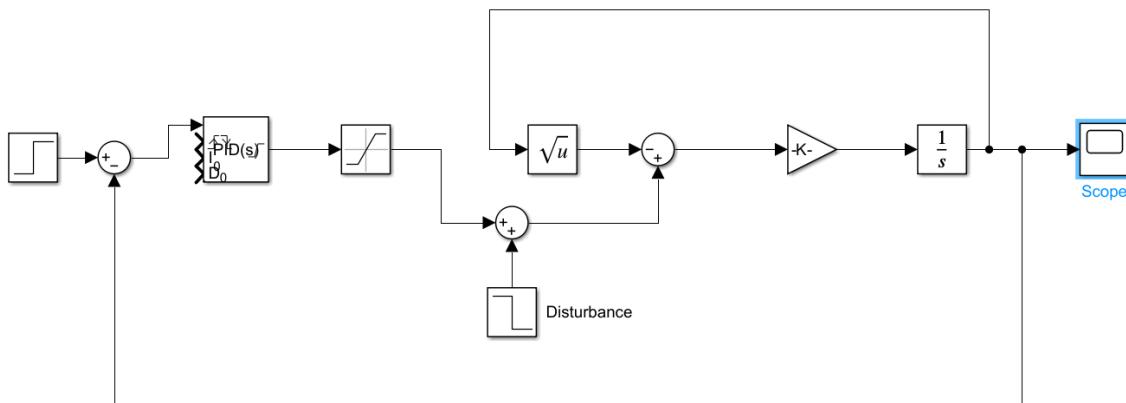
نتیجه‌گیری: انتخاب  $1 = N$  در این پروژه یک مصالحه (Trade-off) بود که در آن اولویت به سلامت عملکر (حذف لرزش شیر) داده شد، هرچند که باعث شد سیستم کمی کندتر واکنش نشان دهد.



## ۲۱ بررسی عملکرد سیستم در حضور اغتشاش (Disturbance)

### ۱.۲۱ سناریوی تست و تغییرات در بلوک دیاگرام

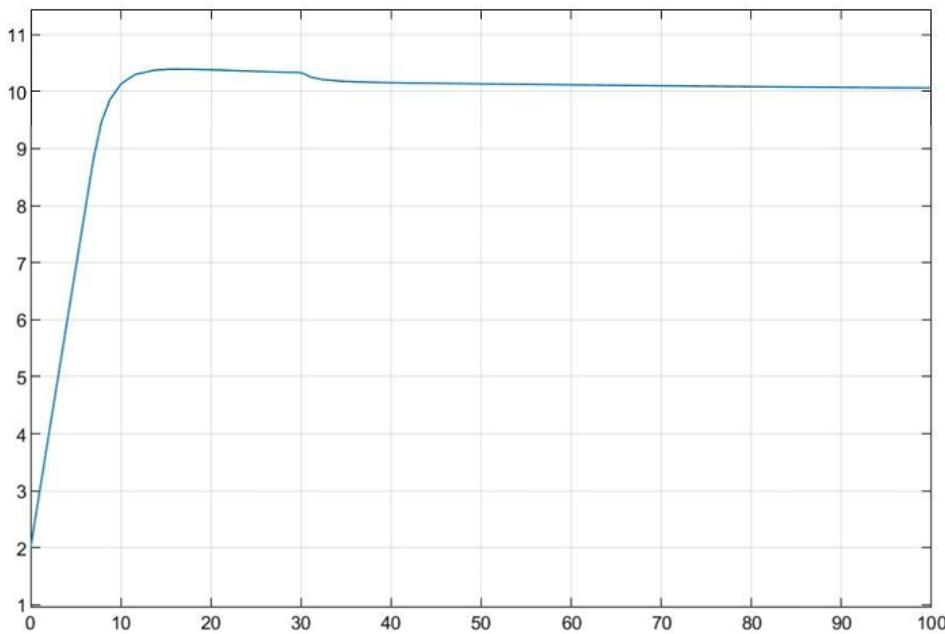
به منظور سنجش مقاومت سیستم در برابر عوامل ناخواسته (مانند نشتی مخزن یا افت فشار ناگهانی)، یک بلوک اغتشاش پله‌ای به ورودی کنترلی اضافه شد. همان‌طور که در تصویر سیمولینک زیر مشاهده می‌شود، این سیگнал با دامنه  $-10 \text{--} 30$  در ثانیه ۳۰ با فرمان کنترلی جمع شده و به سیستم اعمال می‌گردد.



شکل ۴۰: نحوه اعمال اغتشاش به ورودی سیستم در محیط سیمولینک

### ۲.۲۱ تحلیل پاسخ زمانی

نتیجه شبیه‌سازی در شکل زیر نمایش داده شده است. سیستم ابتدا به سرعت به مقدار مرجع ۱۰ متر می‌رسد. در لحظه  $t = 30\text{s}$  با ورود اغتشاش، سطح آب دچار افت ناگهانی می‌شود؛ اما کنترل کننده PID بالا فاصله وارد عمل شده و با افزایش فرمان شیر ورودی، اثر اغتشاش را خنثی کرده و سطح آب را مجدداً به ۱۰ متر باز می‌گرداند.



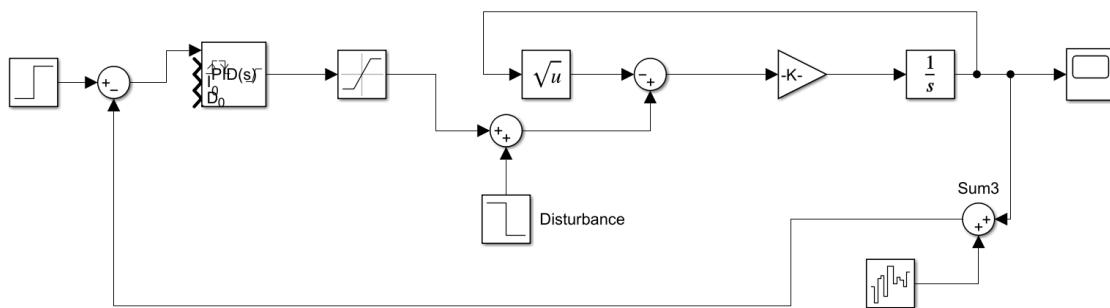
شکل ۴۱: پاسخ سیستم به اغتشاش پله‌ای در ثانیه  $3^0$  و دفع کامل اثر آن

این رفتار نشان‌دهنده قابلیت اطمینان (Robustness) بالای کنترل‌کننده در شرایط عملیاتی غیرایده‌آل است.

## ۲۲ بررسی عملکرد سیستم در حضور نویز اندازه‌گیری (Noise)

### ۱.۲۲ مدل‌سازی نویز سنسور

در سیستم‌های واقعی، سنسورهای اندازه‌گیری سطح همواره دارای مقداری نویز هستند. بدین منظور، یک بلوک نویز سفید محدود به باند (Band-Limited White Noise) به سیگنال فیدبک ارتقای اضافه شد تا شرایط واقعی تری شبیه‌سازی گردد.

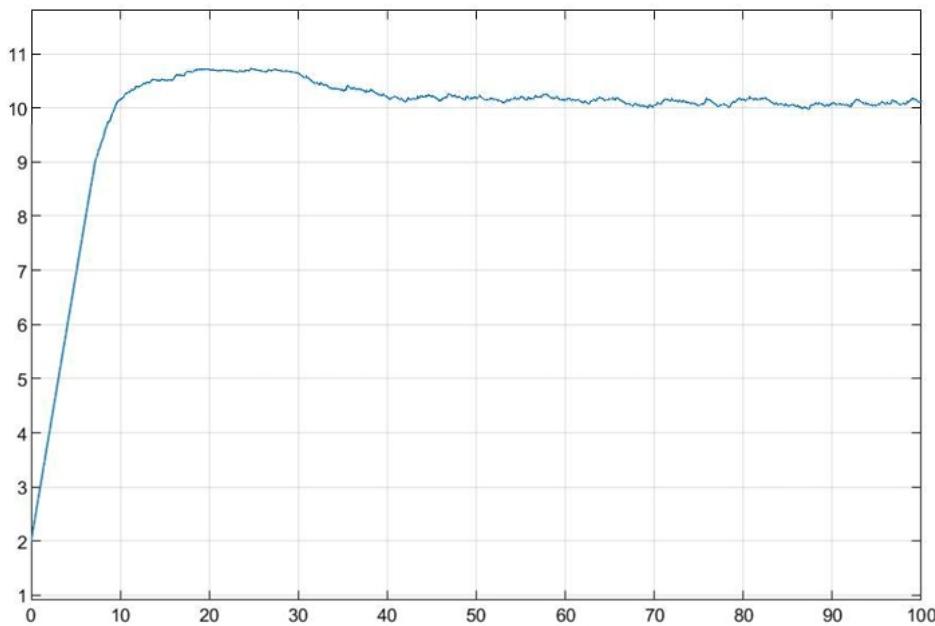


شکل ۴۲: افزودن نویز به مسیر فیدبک سنسور ارتفاع



## ۲.۲۲ تحلیل پایداری در حضور نویز

نتیجه شبیه‌سازی با حضور نویز در شکل زیر آمده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، اگرچه خروجی دارای نوسانات فرکانس بالا (ناشی از نویز سنسور) است، اما مقدار میانگین آن روی ۱۰ متر ثابت مانده و سیستم پایداری خود را حفظ کرده است.



شکل ۴۳: پاسخ سیستم در حضور نویز سنسور (حفظ پایداری حول مقدار مرجع)

## ۲۳ تحلیل ثابت زمانی و پیشنهادات نهايی

در آخرین بخش از پژوهه، سوال شده است که اگر بخواهیم ثابت زمانی پر و خالی شدن مخزن به ۱ ثانیه کاهش یابد، چه تغییراتی باید اعمال شود.

ثابت زمانی سیستم مخزن ( $\tau$ ) طبق روابط استخراج شده در فصل‌های قبل، متناسب با سطح مقطع مخزن ( $A$ ) و معکوس ضریب شیر خروجی است:

$$\tau \approx \frac{A \times 2\sqrt{h_{eq}}}{C_d} \quad (62)$$

در شبیه‌سازی فعلی، زمان نشست حدود ۸ ثانیه است که نشان می‌دهد ثابت زمانی سیستم حدود ۲ ثانیه می‌باشد ( $8s \approx 4\tau$ ). برای کاهش ثابت زمانی به ۱ ثانیه (یعنی نصف کردن آن)، دو راهکار فیزیکی پیشنهاد می‌شود:

۱. کاهش سطح مقطع مخزن ( $A$ ): اگر سطح مقطع تانک نصف شود، حجم آب لازم برای رسیدن به ارتفاع ۱۰ متر نصف شده و تانک ۲ برابر سریع‌تر پر می‌شود.



۲. افزایش ظرفیت شیر خروجی و پمپ ورودی: استفاده از شیر و پمپ با ظرفیت دبی ۲ برابر، باعث می‌شود دینامیک سیستم سریع تر شود.

## ۲۴ نتیجه‌گیری نهایی

در این پژوهه، مراحل کامل مدل‌سازی، خطی‌سازی و طراحی کنترل کننده برای سیستم مخزن مایع انجام شد. نتایج نشان داد که کنترل کننده PID طراحی شده قادر است:

- خطای حالت ماندگار را کاملاً حذف کند (تبیيت روی ۱۰ متر).
- در برابر اغتشاشات ورودی (مانند نشتی) مقاوم باشد.
- در حضور نویز اندازه‌گیری، پایداری سیستم را حفظ نماید.
- محدودیت‌های فیزیکی (مانند اشباع شیر) عامل اصلی محدودیت سرعت پاسخ هستند.

## ۲۵ ضمیمه: راهنمای فایل‌های ارسالی

در پوشه Code 40 همراه با این گزارش، فایل‌های زیر جهت بررسی و اجرای شبیه‌سازی قرار داده شده‌اند:

- **task5-7/PID1.slx**: فایل اصلی شبیه‌سازی در محیط سیمولینک که شامل مدل دینامیکی مخزن، کنترل کننده PID طراحی شده و سناریوهای تست نویز و اغتشاش می‌باشد.
- **task1/task1.slx**: فایل شبیه‌سازی مربوط به پیاده‌سازی معادله دینامیکی غیرخطی مخزن در محیط سیمولینک. در این مدل، رفتار فیزیکی سیستم بر اساس قوانین بقاعی جرم و رابطه دبی خروجی مدل‌سازی شده است.
- **task1/state.slx**: فایل شبیه‌سازی مربوط به پیاده‌سازی مدل فضای حالت سیستم در محیط سیمولینک. این مدل از معادلات حالت استخراج شده از سیستم برای تحلیل دینامیکی استفاده می‌کند. در واقع در محیط کد نویسی ضرایب استخراج شده و در سیمولینک پیاده سازی شده است.
- **task2/task2.m**: فایل شبیه‌سازی مربوط به بررسی پاسخ‌های زمانی استاندارد سیستم شامل پاسخ پله، ضربه و شیب. در این بخش رفتار گذرای سیستم و شاخص‌های عملکردی آن مورد ارزیابی قرار گرفته است.
- **task3/task3.m**: فایل مربوط به رسم نمودار قطب-صفر و تحلیل پایداری سیستم. در این مدل، محل قطب‌ها و صفرهای تابع تبدیل بررسی شده و پایداری سیستم ارزیابی گردیده است.
- **task4/task4.m**: فایل شبیه‌سازی مربوط به تحلیل فرکانسی سیستم شامل رسم نمودارهای بود و نایکوییست. این بخش برای بررسی پایداری و پاسخ سیستم در حوزه فرکانس مورد استفاده قرار گرفته است.



## منابع و مراجع

- [1] Katsuhiko Ogata, *Modern Control Engineering*, 5th Edition, Prentice Hall, 2010.
- [2] Richard C. Dorf and Robert H. Bishop, *Modern Control Systems*, 13th Edition, Pearson, 2016.
- [3] Benjamin C. Kuo, *Automatic Control Systems*, 9th Edition, Wiley, 2009.
- [4] MathWorks Documentation, "Modeling a Liquid Level Control System in Simulink", Available online at [mathworks.com](http://mathworks.com).
- [5] H. D. Taghirad, "Linear Control Systems Course Notes", Faculty of Electrical Engineering, K.N. Toosi University of Technology, 2025.