|  |  |
| --- | --- |
| Yehor Kovalenko 248677  Andrei Pivavarau 248678 | Rok akademicki 2023/24  Poniedziałek, 16:00 |

**METODY NUMERYCZNE – LABORATORIUM**

Zadanie 1– Wyznaczanie miejsca zerowego

**Opis rozwiązania**

Wyznaczanie miejsca zerowego zostało zrealizowane przy pomocy dwóch metod, mianowicie metody bisekcji oraz metody siecznych.

1. Metoda bisekcji – opiera się na twierdzeniu, że jeśli funkcja f(x) jest ciągła na przedziale [a, b] i na tym przedziale zmienia znak, to na tym przedziale znajduje się przynajmniej jedno miejsce zerowe funckji f(x) = 0

Zaimplementowany algorytm metody bisekcji

1. Sprawdzenie czy funkcja f(x) zmienia znak na przedziale [a, b], czyli f(a)f(b) < 0
2. W celu optymizazcji algorytmu sprawdzenie miejsca zerowego na krańcach przedziału: f(a) = 0 oraz f(b) = 0
3. Póki warunek stopu nie zostanie osiągnięty wykonywać kroki (4-5):
4. Znalezienie środka przedziału: c = (a+b)/2 oraz sprawdzenie czy c jest miejscem zerowym: f(c) = 0
5. Wybór mniejszego przedziału (a, c) lub (c, b) na którym funkcja f(x) zmienia znak:
6. Jeżeli f(a)f(c) < 0, to b = c
7. Jeżeli f(c)f(b) < 0, to a = c
8. Po osiągnięciu warunku stopu lub znalezieniu miejsca zerowego algorytm kończy działanie, a szukane miejscce zerowe wynosi c = (a + b)/2
9. Metoda siecznych – metoda polegająca na przybliżeniu funkcji f(x) na małych odcinkach do funkcji liniowej

Zaimplementowany algorytm metody siecznych

1. Póki warunek stopu nie zostanie osiągnięty wykonywać kroki (3-5):
2. Sprawdzić jeśli miejsce zerowe nie zmieniło się to kończyć działanie algorytmu
3. Obliczyć możliwe miejsce zerowe xn według wzoru:
4. Zaaktualizować wartości zmiennych xn-1 oraz xn
5. Po osiągnięciu warunku stopu lub znalezieniu miejsca zerowego algorytm kończy działanie

Warunkiem stopu w obudwóch algorytmach może być albo wybrana przez użytkownika liczba iteracji algorytmów, albo wybrana przez użytkownika dokładność ε, gdzie algorytm kończy działanie jak tylko |a – b| < ε

**Wyniki**

Tabela 1 Parametry badania funkcji wielomianu x2 – 3x + 2

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Parametry | Dane | Ilość faktycznie wykonanych iteracji |
| Funkcja | x2 – 3x + 2 | - |
| Przedział (a, b) | (0, 1.5) | - |
| Miejsce zerowe bisekcja, 20 iteracji | 1.0000004768371582 | 20 |
| Miejsce zerowe bisekcja, dokładność *0,0001* | 1.000030517578125 | 14 |
| Miejsce zerowe metoda siecznych, 20 iteracji | 1.0 | 11 |
| Miejsce zerowe metoda siecznych, dokładność *0,0001* | 1.0000000000582077 | 9 |
| Analitycznie wyznaczone miejsce zerowe | {1} | - |

Tabela 2 Parametry badania funkcji trygonometrycznej cos(x + π/4)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Parametry | Dane | Ilość faktycznie wykonanych iteracji |
| Funkcja | cos(x + π/4) | - |
| Przedział (a, b) | (0, 1.5) | - |
| Miejsce zerowe bisekcja, 20 iteracji | 0.785398006439209 | 20 |
| Miejsce zerowe bisekcja, dokładność *0,0001* | 0.785430908203125 | 14 |
| Miejsce zerowe metoda siecznych, 20 iteracji | 0.7853981633974484 | 6 |
| Miejsce zerowe metoda siecznych, dokładność *0,0001* | 0.7853981633974485 | 4 |
| Analitycznie wyznaczone miejsce zerowe | ((π/4) + πn/2) ~ (0.78539816339 + 1.57079632679n) | - |

Tabela 3 Parametry badania funkcji wykładniczej 3x-5

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Parametry | Dane | Ilość faktycznie wykonanych iteracji |
| Funkcja | 3x-5 | - |
| Przedział (a, b) | (0.7, 2) | - |
| Miejsce zerowe bisekcja, 20 iteracji | 1.4649731636047365 | 20 |
| Miejsce zerowe bisekcja, dokładność *0,0001* | 1.4649719238281251 | 14 |
| Miejsce zerowe metoda siecznych, 20 iteracji | 1.464973520717927 | 10 |
| Miejsce zerowe metoda siecznych, dokładność *0,0001* | 1.4649735209000974 | 6 |
| Analitycznie wyznaczone miejsce zerowe | 1,4649735207 | - |

Tabela 4 Parametry badania funkcji złożenia wszystkich funkcji x2 – 3x + cos(x + π/4)+ 3x-3

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Parametry | Dane | Ilość faktycznie wykonanych iteracji |
| Funkcja | (x2–3x+2)○(3x-5)○(cos(x + π/4)) | - |
| Przedział (a, b) | (0, 0.2) | - |
| Miejsce zerowe bisekcja, 20 iteracji | 0.07522449493408202 | 20 |
| Miejsce zerowe bisekcja, dokładność *0,0001* | 0.07529296875000002 | 11 |
| Miejsce zerowe metoda siecznych, 20 iteracji | 0.07522464167160213 | 13 |
| Miejsce zerowe metoda siecznych, dokładność *0,0001* | 0.07522512058311681 | 4 |
| Analitycznie wyznaczone miejsce zerowe | - | - |

**Wnioski**

1. Przy wyborze liczby iteracji jako warunku stopu metoda siecznych dawała dokładniejsze wyniki niż metoda bisekcji i potrzebowała dużo mniej iteracji niż wykonywał algorytm bisekcji
2. Przy wyborze dokładności jako warunku stopu metoda siecznych również działała dokładniej niż metoda bisekcji, a także potrzebowała do obliczenia mniej iteracji
3. W obydwóch algorytmach warunek stopu liczba iteracji dawał dokładniejsze wyniki, niż dokładność co jednak może być związane z niedostateczną wprowadzoną dokładnością
4. Przy porównaniu metody bisekcji tej samej funckji na tyhm samym przedziale, ake różne warunki stopu, to średnio wynik z warunkiem stopu dokładność różnił się na 5-6 miejscu po przecinku
5. Przy porównaniu metody siecznych na tej samej funkcji, na tym samym przedziale, ale z różnymi warunkami stopu, to średnio wynik z warunkiem stopu dokładność różnił się od wyniku z warunkiem stopu liczba iteracji różnił się na 7-8 miejscu po przecinku

Podsumowująć, metoda siecznych działa dokładniej, niż metoda bisekcji, jest bardziej skuteczna, czyli potrzebuje mniej iteracji do znalezienia miejsca zerowego funkcji, a także warunek stopu dokładności wybrany 0.0001 dawał większą dokłądność wyniku, porównywanie odbywało się z analitycznie obliczonym miejscem zerowym funkcji