

Instrukcja do programu:

1. Zainstalować [g++](#);
2. Wpisać do terminalu „make” albo „make all”
3. Zapuścić program „./Yehor_Savchenko_NUM8.x ”

Wstęp:

Musiałem zaimplementować dwie procedury biblioteczne obliczające całkę na przedziale **[a, b]** z tolerancją bezwzględną ϵ , bazujące na

- Złożonej kwadratury Newtona-Cotesa z $n = 2$ (wzór Simpsona)
- Metodzie Romberga.

Do obliczania miałem dwie całki (a) $\int_0^1 dx \sin(x)$ i (b) $\int_0^1 dx \int_0^1 dy \ln(x^2 + y^3 + 1)$.

Należało obliczyć z dokładnością do 10 miejsc po przecinku.

Kwadratura złożona Newtona-Cotesa - należy do metod z ustalonymi węzłami, polega na tym, że funkcja $f(x)$ jest interpolowana wielomianem. Przedział całkowania dzielimy na **m** przedziałów i do każdego z nich stosujemy kwadraturę Simpsona:

$$\int_a^b f(x)dx \approx \frac{b-a}{6} (f_0 + 4f_1 + f_2)$$

$$h = \frac{b-a}{m}$$

$$E = -\frac{1}{90} h^5 f^{(4)}(\zeta_i)$$

Metoda Romberga – jest rozszerzeniem metody trapezów i daje lepsze przybliżenie całki poprzez zasadniczą redukcję błędu. Całkowanie metodą Romberga stosuje ten sam wzór co ekstrapolacja Richardsona. Jednakże, metoda Romberga jest to algorytm rekurencyjny

$$TV \cong I_{2n} + \frac{I_{2n} - I_n}{3}$$

Ogólne wyrażenie w metodzie Romberga:

$$I_{k,j} = I_{k-1,j+1} + \frac{I_{k-1,j+1} - I_{k-1,j}}{4^{k-1} - 1}, k \geq 2$$

Gdzie **k** reprezentuje rząd ekstrapolacji:

$k=1$ odpowiada wartościom uzyskanym ze wzoru trapezów

$k=2$ odpowiada wartościom uzyskanym z błędem $O(h^2)$

Wskaźnik **j** reprezentuje dokładność; **j+1** daje całkę wyznaczoną dokładniej niż **j**.

Wyniki:

Newtona-Cotesa $\int_0^1 dx \sin(x) = 0.4596976941$

Newtona-Cotesa $\int_0^1 dx \int_0^1 dy \ln(x^2 + y^3 + 1) = 0.4266771075$

Romberg $\int_0^1 dx \sin(x) = 0.4596976941$

Romberg $\int_0^1 dx \int_0^1 dy \ln(x^2 + y^3 + 1) = 0.4266771075$

Przedyskutowanie wyników:

Z wyników i mojej obserwacji działania programu wyszło tak, że metoda Romberga zbiega szybciej (dla całki pojedynczej 4 iteracji, dla całki podwójnej 6 iteracji) niż metoda Newtona-Cotesa.