Savchenko Yehor, Metody Numeryczne, zadanie NUM 7

Instrukcja do programy:

1. Zainstalować python: https://www.python.org/downloads/
2. Zainstalować biblioteki NumPy: **pip install numpy**
3. Wpisać do terminalu: **python "FileName"**

Wstęp:

Musiałem skonstruować naturalny splajn kubiczny s(x) przechodzący przez punkty (x_i , y_i). Miałem ciąg punktów $x_i = -1 + 2\frac{i}{n+1}$, i = 0,…,n oraz funkcje $f(x) = \frac{1}{1+25x^2}$. Zrobiłem kilka wykresów funkcji **f(x)** i **s(x)** na przedziale [-1,1] dla **n** = 5 i **n** = 50.

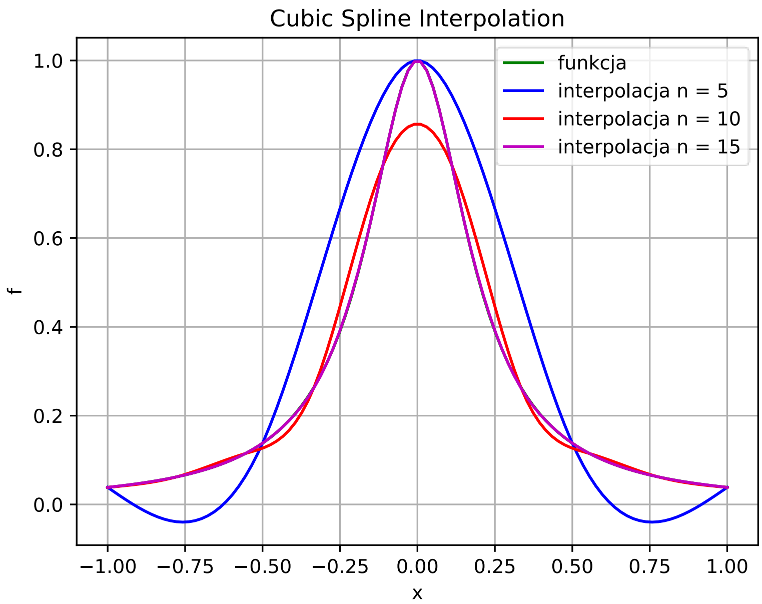
Splajn naturalny – jest to taki splajn kubiczny, który spełnia warunki postaci:

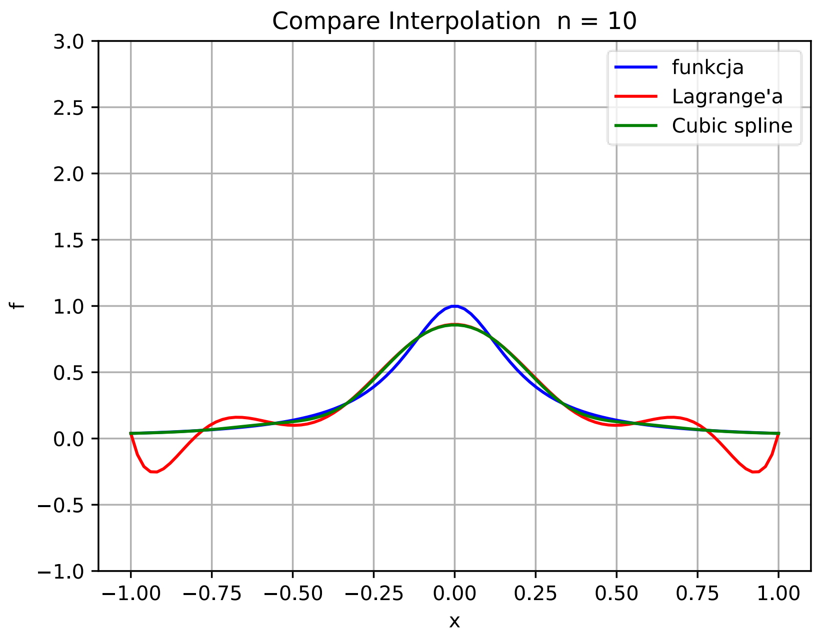
- **s''(x_0) = 0**
- **s''(x_{n-1}) = 0**

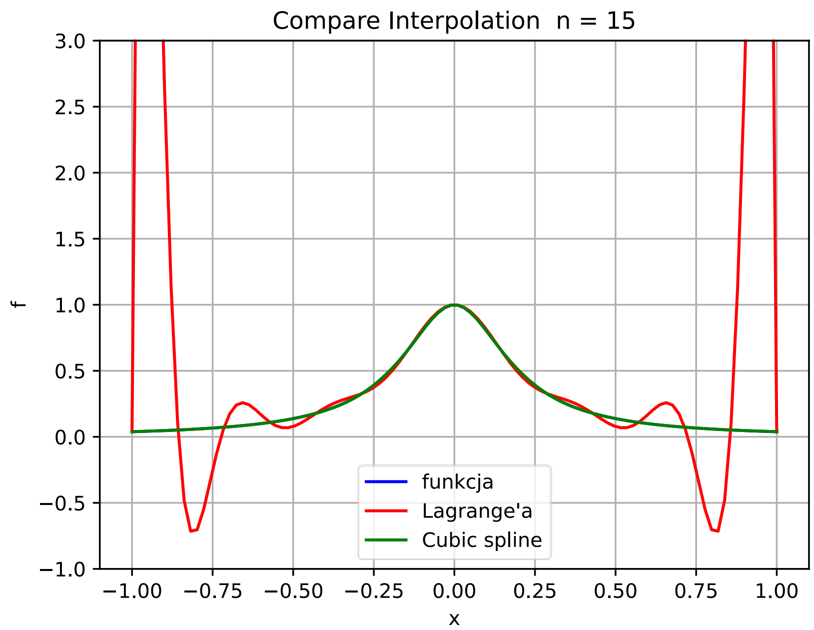
Także w przykładzie mamy **równoodległe węzły**. Jeżeli węzły interpolacji są równoodległe, czyli **h = $x_{i+1} - x_i$**, równanie przybiera szczególnie postać:

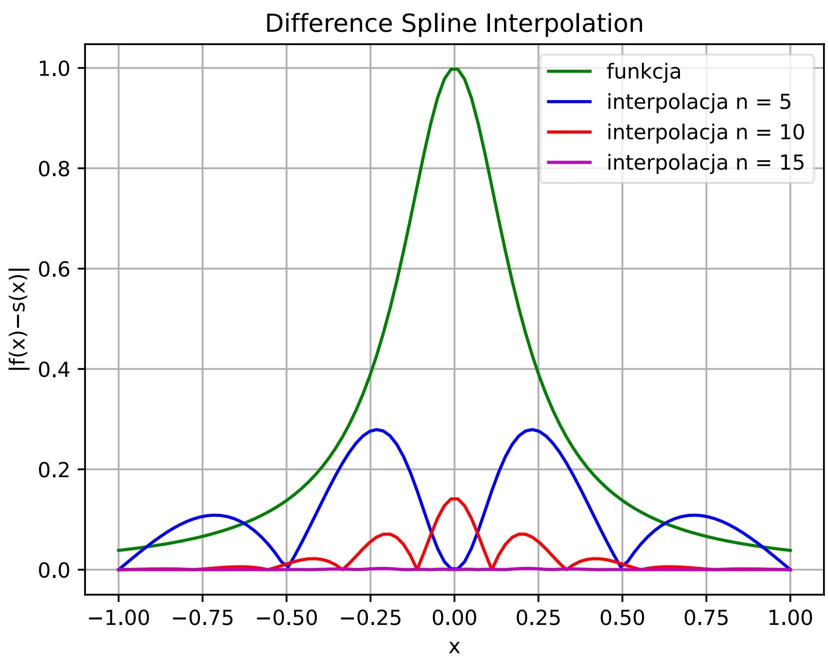
$$\begin{bmatrix} 4 & 1 & & & & \\ 1 & 4 & 1 & & & \\ & 1 & 4 & 1 & & \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ & & & 1 & 4 & 1 \\ & & & & 1 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi_2 \\ \xi_3 \\ \xi_4 \\ \vdots \\ \xi_{n-2} \\ \xi_{n-1} \end{bmatrix} = \frac{6}{h^2} \begin{bmatrix} f_1 - 2f_2 + f_3 \\ f_2 - 2f_3 + f_4 \\ f_3 - 2f_4 + f_5 \\ \vdots \\ f_{n-3} - 2f_{n-2} + f_{n-1} \\ f_{n-2} - 2f_{n-1} + f_n \end{bmatrix}$$

Wyniki:




Compare Interpolation n = 10
funkcja
Lagrange'a
Cubic spline
f
x
3.0
2.5
2.0
1.5
1.0
0.5
0.0
−0.5
−1.0
−1.00
−0.75
−0.50
−0.25
0.00
0.25
0.50
0.75
1.00


Compare Interpolation n = 15
funkcja
Lagrange'a
Cubic spline
f
x
3.0
2.5
2.0
1.5
1.0
0.5
0.0
−0.5
−1.0
−1.00
−0.75
−0.50
−0.25
0.00
0.25
0.50
0.75
1.00


Difference Spline Interpolation
funkcja
interpolacja n = 5
interpolacja n = 10
interpolacja n = 15
|f(x)−s(x)|
x
1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
0.0
−1.00
−0.75
−0.50
−0.25
0.00
0.25
0.50
0.75
1.00

Przedyskutowanie wyników:

Widać jak z wykresów jak zachowuję interpolacja kubiczna dla różnych **n**. Interpolacja kubiczna zachowuje się lepiej na brzegach przedziału niż interpolacja Lagrange'a. Czyli zachowanie interpolacji Lagrange'a dla małych **n** ma lepszą jakość niż interpolacja kubiczna. A dla dużych **n** interpolacja kubiczna ma lepszą jakość niż interpolacja wielomianowa. Zachowanie interpolacji zgadza się z zachowaniem interpolacji z bibliotek numerycznych.