Savchenko Yehor, Metody Numeryczne, zadanie NUM 8

Instrukcja do programy:

1. Zainstalować g++;
2. Wpisać do terminalu „**make”** albo „**make all”**
3. Zapuścić program „ **./Yehor_Savchenko_NUM8.x** ”

Wstęp:

Musiałem zaimplementować dwie procedury biblioteczne obliczające całkę na przedziale **[a, b]** z tolerancją bezwzględną ε, bazujące na

- Złożonej kwadratury Newtona-Cotesa z n = 2 (wzór Simpsona)
- Metodzie Romberga.

Do obliczania miałem dwie całki (a) $\int_0^1 dxsin(x)$ i (b) $\int_0^1 dx \int_0^1 dyln(x^2 + y^3 + 1)$. Należało obliczyć z dokładnością do 10 miejsc po przecinku.

Kwadratura złożona Newtona-Cotesa - należy do metod z ustalonymi węzłami, polega na tym, że funkcja f(x) jest interpolowana wielomianem. Przedział całkowania dzielimy na **m** przedziałów i do każdego z nich stosujemy kwadraturę Simpsona:

$$\int_a^b f(x)dx \approx \frac{b-a}{6}(f_0 + 4f_1 + f_2)$$

$$h = \frac{b-a}{m}$$

$$E = -\frac{1}{90}h^5 f^{(4)}(\varsigma_i)$$

Metoda Romberga – jest rozszerzeniem metody trapezów i daje lepsze przybliżenie całki poprzez zasadniczą redukcję błędu. Całkowanie metodą Romberga stosuje ten sam wzór co ekstrapolacja Richardsona. Jednakże, metoda Romberga jest to algorytm rekurencyjny

$$TV \cong I_{2n} + \frac{I_{2n} - I_n}{3}$$

Ogólne wyrażenie w metodzie Romberga:

$$I_{k,j} = I_{k-1,j+1} + \frac{I_{k-1,j+1} - I_{k-1,j}}{4^{k-1} - 1}, k \geq 2$$

Gdize **k** reprezentuje rząd ekstrapolacji:
k=1 odpowiada wartościom uzyskanym ze wzoru trapezów
k=2 odpowiada wartościom uzyskanym z błędem $O(h^2)$
Wskaźnik **j** reprezentuje dokładność; **j+1** daje całkę wyznaczoną dokładniej niż **j**.

Wyniki:

Newtona-Cotesa $\int_0^1 dxsin(x)$= 0.4596976941

Newtona-Cotesa $\int_0^1 dx \int_0^1 dyln(x^2 + y^3 + 1)$= 0.4266771075

Romberg $\int_0^1 dxsin(x)$= 0.4596976941

Romberg $\int_0^1 dx \int_0^1 dyln(x^2 + y^3 + 1)$= 0.4266771075

Przedyskutowanie wyników:

Z wyników i mojej obserwacji działania programy wyszło tak , że metoda Romberga zbiega szybciej (dla całki pojedynczej 4 iteracji, dla całki podwójnej 6 iteracji) niż metoda Newtona-Cotesa.

9/10