Savchenko Yehor, Metody Numeryczne, zadanie NUM 3

Instrukcja do programy:

1. Zainstalować python: https://www.python.org/downloads/
2. Zainstalować biblioteki NumPy i Scipy: `pip install numpy` i `pip install scipy`
3. Wpisać do terminalu: `python “FileName”`

Wstęp:

Miałem podane macierz `A` rozmiarem `N x N`

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1.2 & \frac{0.1}{1} & \frac{0.4}{1^2} & & & & & & \\ 0.2 & 1.2 & \frac{0.1}{2} & \frac{0.4}{2^2} & & & & & \\ & 0.2 & 1.2 & \frac{0.1}{3} & \frac{0.4}{3^2} & & & & \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ & & & & & 0.2 & 1.2 & \frac{0.1}{N-2} & \frac{0.4}{(N-2)^2} \\ & & & & & & 0.2 & 1.2 & \frac{0.1}{N-1} \\ & & & & & & & 0.2 & 1.2 \end{pmatrix}$$

oraz $\mathrm{x} = (1, 2, \dots, N)^T$. Rozmiar `N = 100`.

Musiałem wyznaczyć równanie $\mathrm{y} = A^{-1}x$ dla macierzy `A` , również obliczyć wyznacznik macierzy `A`. Zrobić to trzeba było właściwą metodą i wykorzystać strukturę macierzy.

Aby nie liczyć macierzy odwrotnej A^{-1} przekształciłem równianie do postaci: $\mathrm{A}y = x$

Dla sprawdzania wyników używałem bibliotek `numpy` i `scipy`.

Prezentacja wyników:

$\mathrm{d}et(A) = 78240161.00959387$

$\mathrm{y} =$

```
[3.28713349e-02 1.33962280e+00 2.06648030e+00 2.82554361e+00
 3.55757172e+00 4.28449287e+00 5.00721018e+00 5.72766400e+00
 6.44661558e+00 7.16455440e+00 7.88177388e+00 8.59846587e+00
 9.31475980e+00 1.00307462e+01 1.07464903e+01 1.14620401e+01
 1.21774318e+01 1.28926932e+01 1.36078460e+01 1.43229071e+01
 1.50378905e+01 1.57528071e+01 1.64676661e+01 1.71824750e+01
 1.78972401e+01 1.86119666e+01 1.93266590e+01 2.00413212e+01
 2.07559563e+01 2.14705671e+01 2.21851562e+01 2.28997256e+01
 2.36142771e+01 2.43288125e+01 2.50433330e+01 2.57578401e+01
 2.64723348e+01 2.71868182e+01 2.79012910e+01 2.86157543e+01
 2.93302086e+01 3.00446546e+01 3.07590929e+01 3.14735241e+01
 3.21879487e+01 3.29023671e+01 3.36167796e+01 3.43311868e+01
 3.50455888e+01 3.57599861e+01 3.64743789e+01 3.71887674e+01
 3.79031520e+01 3.86175328e+01 3.93319101e+01 4.00462841e+01
 4.07606549e+01 4.14750227e+01 4.21893876e+01 4.29037498e+01
 4.36181095e+01 4.43324668e+01 4.50468217e+01 4.57611744e+01
 4.64755250e+01 4.71898736e+01 4.79042203e+01 4.86185652e+01
 4.93329083e+01 5.00472497e+01 5.07615896e+01 5.14759279e+01
 5.21902647e+01 5.29046002e+01 5.36189343e+01 5.43332671e+01
 5.50475986e+01 5.57619290e+01 5.64762582e+01 5.71905863e+01
 5.79049133e+01 5.86192393e+01 5.93335643e+01 6.00478884e+01
 6.07622116e+01 6.14765338e+01 6.21908553e+01 6.29051759e+01
 6.36194957e+01 6.43338147e+01 6.50481330e+01 6.57624506e+01
 6.64767674e+01 6.71910836e+01 6.79053992e+01 6.86197141e+01
 6.93340283e+01 7.00483379e+01 7.07650589e+01 7.15391569e+01]
```

Przedyskutowanie wyników:

Dla tych wyników używałem faktoryzację `LU`. Żeby nie przechowywać macierz `A` rozmiarem `N x N` stworzyłem 4 listy , w których przychowywałem elementy z przekątnych. Dalej musiałem zrobić rozkład `LU`. Elementy macierz liczyłem przez wzory:

$\mathrm{L}_{i+1\,i} = A_{i+1\,i}/U_{i\,i}$

$\mathrm{U}_{i\,i} = A_{i\,i} - L_{i\,i-1} * U_{i-1\,i}$

$\mathrm{U}_{i\,i+1} = A_{i\,i+1} - L_{i\,i-1} * U_{i-1\,i+1}$

$\mathrm{U}_{i\,i+2} = A_{i\,i+2}$

Przez to , że mam taką macierz i przechowuję elementy w taki sposób złożoność obliczeniowa wyszła `O(N)`. Dla wyliczenia wektora `y` używałem metod `forward substitution` i `back substitution` , które miały złożoność `O(2N)`. W końcu cała faktoryzacja i wyliczenia miały złożoność `O(3N)` czyli `O(N)`.

Wyznacznik macierzy liczyłem w taki sposób: $\mathrm{d}et(A) = det(LU) = det(L) * det(U) = \Pi_i U_{ii}$

Wszystkie wyniki porównałem z wynikami uzyskanymi przy użyciu bibliotek algebraicznych.