Savchenko Yehor, Metody Numeryczne, zadanie NUM 4

Instrukcja do programy:

1. Zainstalować python: https://www.python.org/downloads/
2. Zainstalować biblioteki NumPy: `pip install numpy`
3. Wpisać do terminalu: `python “FileName”`

Wstęp:

Miałem podane macierz `A` rozmiarem `N x N`. Macierz A ma liczby 10 na diagonali, 8 na pierwszej pozycji nad diagonalą, a pozostałe elementy są równe 1.

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 10 & 8 & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 10 & 8 & 1 & \dots & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 10 & 8 & \dots & 1 & 1 & 1 & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 10 & 8 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 & 10 & 8 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 & 1 & 10 \end{pmatrix}$$

oraz $\mathrm{b} = (5, \dots, 5)^T$. Rozmiar `N = 50`.

Musiałem rozwiązać równanie $\mathrm{A}y = b$ dla macierzy `A`. Zrobić to trzeba było włąściwą metodą i wykorzystać strukturę macierzy.

Macierz `A` przedstawiam jako $\mathrm{A}' + uv^T$, gdzie macierz A' ma liczby 9 na diagonali, 7 na pierwszej pozycji nad diagonalą, a pozostałe elementy są równe 0. Wektor $\mathrm{u}\ i\ v^T$ są wektorami jedynek. W końcu mam równanie $(A' + uv^T)y = b$

Dla sprawdzania wyników używałem bibliotek `numpy` i `scipy`.

Prezentacja wyników:

```
Wektor y:
 [0.07525844 0.07525904 0.07525827 0.07525926 0.07525799 0.07525963
 0.07525752 0.07526023 0.07525674 0.07526122 0.07525546 0.07526287
 0.07525334 0.07526559 0.07524985 0.07527009 0.07524406 0.07527753
 0.0752345  0.07528983 0.07521869 0.07531015 0.07519256 0.07534375
 0.07514936 0.07539929 0.07507795 0.0754911  0.07495991 0.07564287
 0.07476477 0.07589376 0.0744422  0.07630849 0.07390898 0.07699406
 0.07302753 0.07812736 0.07157043 0.08000077 0.06916176 0.08309763
 0.06518009 0.08821693 0.05859813 0.09667944 0.04771776 0.11066849
 0.02973183 0.13379325]
```

Przedyskutowanie wyników:

Dla otrzymania tych wyników przekształciłem równanie $(A' + uv^T)x = b$ do postaci
$\mathrm{x} = A'^{-1}b - ((A'^{-1}uv^T A'^{-1}b)/(1 + v^T A'^{-1}u))$

Zamieniłem $\mathrm{A}'^{-1}b = z;\ A'^{-1}u = z'$

I miałem wzór na $\mathrm{x} = z - (z'(v^T z)/(1 + v^T z')$

Z przekształceń wynika , że $\mathrm{A}'z = b;\ A'z' = u$

Te 2 równania można rozwiązać metoda `LU`, ale przez to , że mamy tylko diagonalne i nad diagonale elementy , będziemy mieć tylko macierz `U`

I równania już mają taką postać: $\mathrm{U}z = b;\ Uz' = u$

A te dwa równania możemy rozwiązać już metodą `backsubstitution`, otrzymać wektory `z` i `z'` i ostatnie podstawić do wzoru, który otrzymałem wcześniej.

Wszystkie wyniki porównałem z wynikami uzyskanymi przy użyciu bibliotek algebraicznych.