

Investigación – Tarea 6 – Yeinskyn Jiménez

Teorema de Muestreo

El teorema de muestreo, también conocido como teorema de Shannon, establece que una señal analógica puede ser convertida en digital sin perder información siempre que se muestree a una frecuencia al menos **el doble de su frecuencia máxima**.

“Una señal analógica de banda limitada puede ser representada completamente por una secuencia de muestras si la frecuencia de muestreo es al menos el doble de la frecuencia más alta presente en la señal”.

Esto significa que, si una señal tiene componentes de hasta 10 kHz, la frecuencia de muestreo debe ser por lo menos de 20 kHz. Si se muestrea a una frecuencia menor, se produce un fenómeno llamado **aliasing**, donde la señal digitalizada pierde precisión, aparecen frecuencias falsas en la señal digitalizada y se confunden las frecuencias originales.

Este teorema es fundamental en procesamiento digital de señales, ya que permite representar señales del mundo real, como audio o sensores, de forma digital sin distorsiones.

Aplicaciones:

- Sistemas de audio (CDs usan 44.1 kHz para captar hasta 20 kHz).
- Digitalización de sensores en electrónica.
- Equipos de comunicación y transmisión de datos.

Teorema de Nyquist

El **teorema de Nyquist** es la base matemática que respalda el teorema de muestreo. Fue propuesto por Harry Nyquist y trata sobre la cantidad mínima de veces que debe ser muestreada una señal para poder reconstruirla sin ambigüedad.

Según este teorema, si una señal contiene componentes de frecuencia hasta un valor máximo f_{max} , la frecuencia de muestreo f_s debe ser:

$$f_s > 2 \cdot f_{max}$$

Este valor **2·Fmax** se llama frecuencia de Nyquist, y marca el límite inferior aceptable para evitar pérdida de información.

¿Qué ocurre si no se cumple?

Cuando se muestrea por debajo de la frecuencia de Nyquist, se produce aliasing, es decir, una distorsión donde las frecuencias originales se mezclan o se interpretan incorrectamente. Esto lleva a errores en la reconstrucción de la señal original y en el procesamiento de datos.

Diferencias clave con el teorema de muestreo:

- Nyquist se enfoca en establecer la frecuencia límite teórica.
- El teorema de muestreo (Shannon) es una aplicación práctica de este principio.

Transformada de Fourier

La transformada de Fourier es una herramienta matemática que permite analizar una señal en el **dominio de la frecuencia**, en lugar del dominio del tiempo.

Toda señal, por más compleja que parezca, está compuesta por ondas simples (frecuencias) que se combinan. La transformada de Fourier analiza cómo se distribuyen las frecuencias dentro de una señal en el tiempo y separa esa señal en sus diferentes componentes de frecuencia, indicando cuáles están presentes y con qué intensidad. Es decir, transforma una señal del dominio del tiempo (cómo cambia con el tiempo) al dominio de la frecuencia (qué frecuencias la componen).

$$X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \cdot e^{-j2\pi ft} dt$$

Donde:

- $x(t)$ es la señal en el tiempo,
- $X(f)$ es la señal en el dominio de la frecuencia,
- j es la unidad imaginaria.

Esto permite entender el contenido frecuencial de una señal, detectar ruidos, diseñar filtros, o comprimir datos. Es ampliamente utilizada en ingeniería, procesamiento de audio e imágenes, telecomunicaciones y análisis científico en general.

¿Para qué se usa?

- En audio: para identificar tonos, ruido o interferencias.
- En comunicaciones: para diseñar filtros, compresores y codificadores.
- En medicina: para analizar señales cerebrales o imágenes de resonancia magnética.
- En ingeniería eléctrica: para estudiar el comportamiento de sistemas ante diferentes frecuencias.

Una versión optimizada de esta herramienta es la **Transformada Rápida de Fourier (FFT)**, que permite hacer estos cálculos de forma mucho más rápida y eficiente en sistemas digitales.