

Prueba de Hipótesis

Yejeysi Ramirez Cruz

2023-12-6

Prueba de hipótesis

Ejemplo

Supongamos que un fabricante de baterías afirma que la duración promedio de una batería es de más de 50 horas. En una muestra de 25 baterías, se descubrió que solo duran 48 horas en promedio. Supongamos que la desviación estándar de la población es de 5 horas. Con un nivel de significancia de $\alpha=0.05$, ¿podemos rechazar la afirmación del fabricante?

Solución

La hipótesis nula es que μ mayor o igual que 50 horas. Comenzamos con el cálculo de estadística de la prueba.

Variables

$\bar{x} = 48$ -> Media de la muestra $\mu_0 = 50$ -> Valor hipotético $\sigma = 5$ -> Desviación estándar de población $n = 25$ -> Tamaño de la muestra

```
xbar <- 48
mu0 <- 50
sigma <- 5
n <- 25
z <- (xbar-mu0)/(sigma/sqrt(n))
```

Calculamos el valor crítico a un nivel de significación de $\alpha = 0.05$

$\alpha = 0.05$ $z_{\alpha} = \text{qnorm}(1-\alpha)$ -> Valor crítico $-z_{\alpha}$ -> Resultado

```
alpha = 0.05
z.alpha = qnorm(1-alpha)
-z.alpha
```

```
## [1] -1.644854
```

Respuesta

En este caso, como $-2 < -1.645$, rechazamos la hipótesis nula (H_0) Por lo tanto, a un nivel de significación de $\alpha=0.05$. Hay suficiente evidencia para afirmar que la duración promedio de las baterías es más de 50 horas, en contra de la afirmación del fabricante.

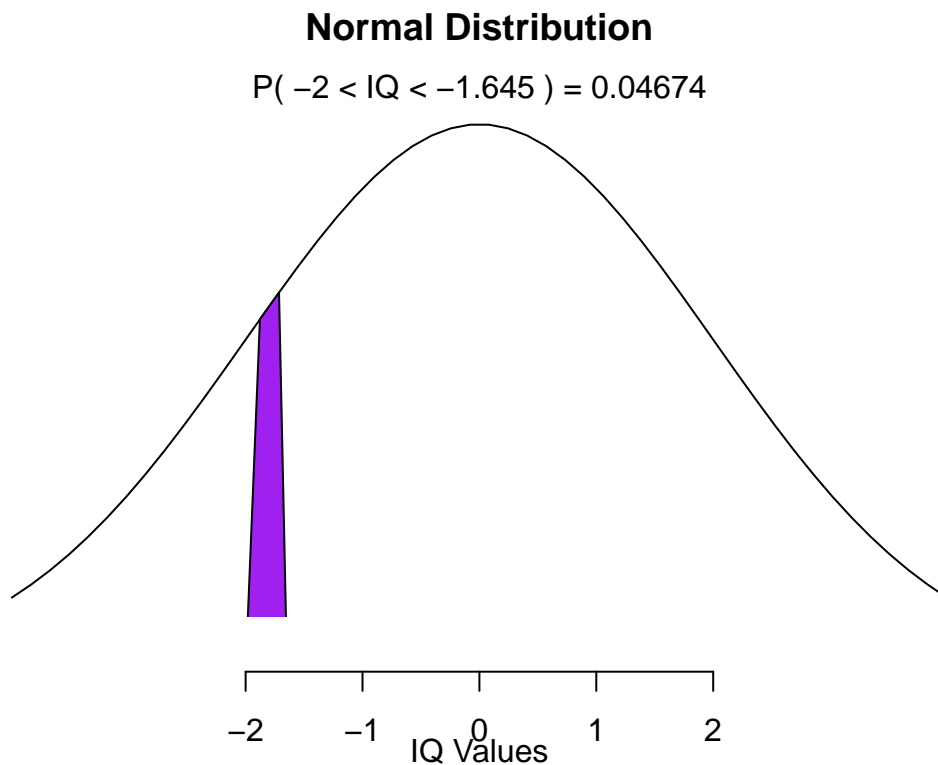
```
mean <- 0;    sd    <- 2
lb    <- -2;   ub    <- -1.645
```

```

x <- seq(-2,2,length=50)*sd + mean
hx <- dnorm(x,mean,sd)

plot(x, hx, type="n", xlab="IQ Values", ylab="",
     main="Normal Distribution", axes=FALSE)
i <- x >= lb & x <= ub
lines(x, hx)
polygon(c(lb,x[i],ub), c(0,hx[i],0), col="purple")
area <- pnorm(ub, mean, sd) - pnorm(lb, mean, sd)
result <- paste("P(",lb,"< IQ <",ub,") =",
                signif(area, digits=4))
mtext(result,3)
axis(1, at=seq(-2, 2, 1), pos=0)

```



Solución alternativa

En lugar de utilizar el valor crítico, aplicamos la función pnorm para calcular el p-valor de la cola inferior de la prueba de estadística. Como resulta ser menor que el nivel de significación $\alpha=0.05$, rechazamos la hipótesis nula de que μ es mayor o igual a 10,000

p-valor mayor o igual que α

```

pval=pnorm(z)
pval

```

```
## [1] 0.02275013
```

Se grafica con un código similar al anterior, para graficar el p valor, dándonos cuenta de que ya no se muestra dentro de nuestra gráfica.

```

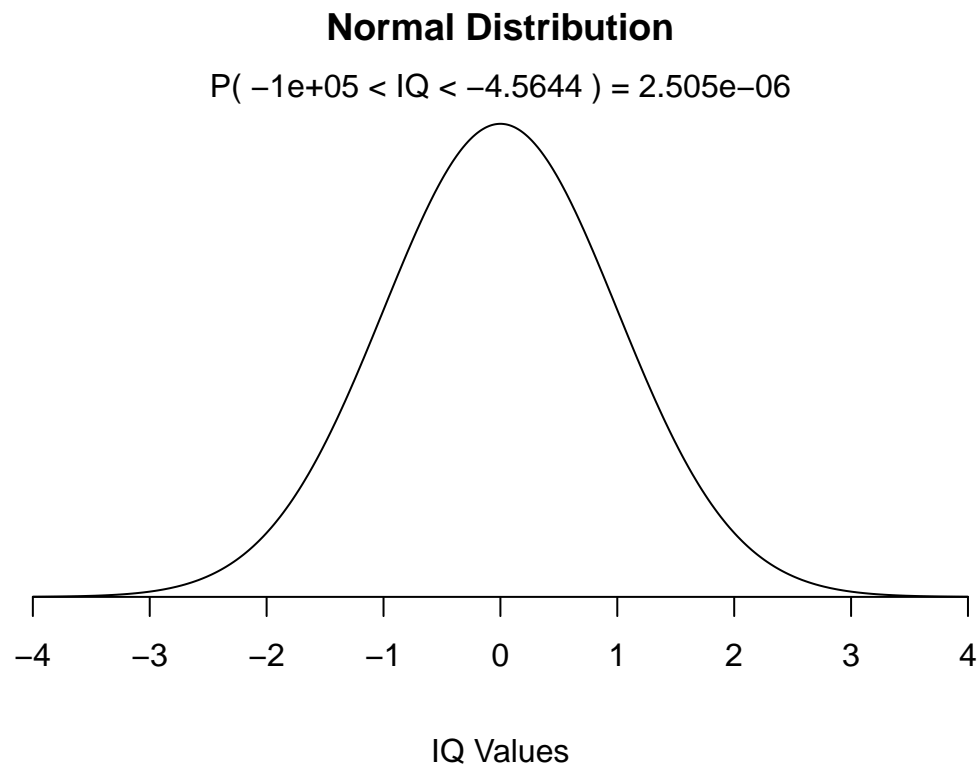
mean <- 0;    sd    <- 1
lb    <- -100000;  ub    <- -4.5644

x <- seq(-4,4,length=1000)*sd + mean
hx <- dnorm(x,mean,sd)

plot(x, hx, type="n", xlab="IQ Values", ylab="",
     main="Normal Distribution", axes=FALSE)
points(-4.5644,0)
i <- x >= lb & x <= ub
lines(x, hx)
polygon(c(lb,x[i],ub), c(0,hx[i],0), col="pink")

area <- pnorm(ub, mean, sd) - pnorm(lb, mean, sd)
result <- paste("P(",lb,"< IQ <",ub,") =",
               signif(area, digits=4))
mtext(result,3)
axis(1, at=seq(-4, 4, 1), pos=0)

```



Problema 1

Un fabricante de helados afirma que la cantidad de helado en sus envases es mayor que 200 gramos. En una muestra de cinco envases, se descubrió que la producción es de 198 gramos en promedio. Suponga que la desviación estándar de la población es de 8. Con un nivel de significancia de $\alpha=0.1$, ¿podemos rechazar la afirmación del fabricante?

Solución

La hipótesis nula es que μ mayor o igual que 198. Comenzamos con el cálculo estadístico de la prueba.

Variables

xbar = 198 -> Media de la muestra
mu0 = 200 -> Valor hipotético
sigma = 8 -> Desviación estándar de población
n = 5 -> Tamaño de la muestra

```
xbar <- 198
mu0 <- 200
sigma <- 8
n <- 5
z <- (xbar-mu0)/(sigma/sqrt(n))
z
```

```
## [1] -0.559017
```

Solución

Entonces calculamos el valor crítico a un nivel de significación de $\alpha=0.01$

alpha = 1

z.alpha = qnorm(1-alpha) -> Valor crítico

-z.alpha -> Resultado

```
alpha = 0.1
z.alpha = qnorm(1-alpha)
-z.alpha
```

```
## [1] -1.281552
```

Se procede a hacer la comparación y ver si se cumple la condición o no.

Respuesta

La prueba estadística de $z = -1.282$, rechazamos la hipótesis nula. Por lo tanto, a un nivel de significación de $\alpha=0.1$, hay suficiente evidencia para afirmar que la cantidad promedio de helado en los envases es mayor de 200 gramos.

Realizamos el gráfico.

```
mean <- 0;    sd <- 1
lb <- -4;    ub <- -1.282
```

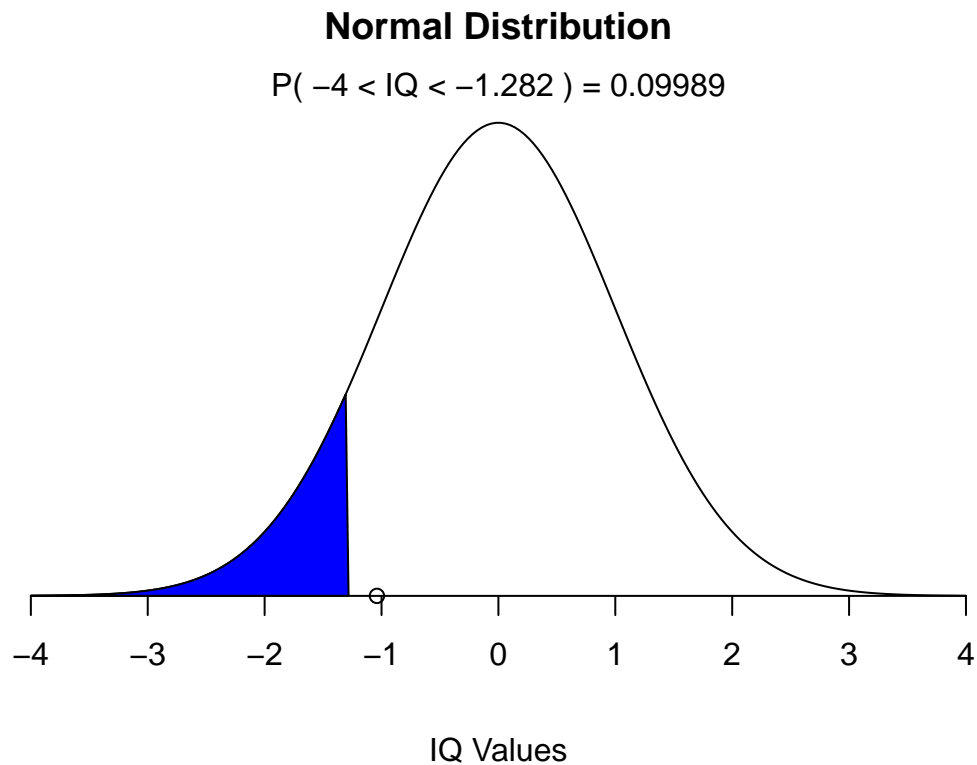
```
x <- seq(-4,4,length=200)*sd + mean
hx <- dnorm(x,mean,sd)
```

```
plot(x, hx, type="n", xlab="IQ Values", ylab="",
     main="Normal Distribution", axes=FALSE)
points(-1.03923,0)
i <- x >= lb & x <= ub
lines(x, hx)
polygon(c(lb,x[i],ub), c(0,hx[i],0), col="blue")
```

```

area <- pnorm(ub, mean, sd) - pnorm(lb, mean, sd)
result <- paste("P(",lb,"< IQ <",ub,") =",
               signif(area, digits=4))
mtext(result,3)
axis(1, at=seq(-4, 4, 1), pos=0)

```



Se grafica con un código similar al anterior, para graficar el p valor, dándonos cuenta de que ya no se muestra dentro de nuestra gráfica.

```

mean <- 0;    sd <- 1
lb <- -4;    ub <- -1.03923

```

```

x <- seq(-4,4,length=1000)*sd + mean
hx <- dnorm(x,mean,sd)

```

```

plot(x, hx, type="n", xlab="IQ Values", ylab="",
     main="Normal Distribution", axes=FALSE)
points(-1.281552,0)
i <- x >= lb & x <= ub
lines(x, hx)
polygon(c(lb,x[i],ub), c(0,hx[i],0), col="pink")

area <- pnorm(ub, mean, sd) - pnorm(lb, mean, sd)
result <- paste("P(",lb,"< IQ <",ub,") =",
               signif(area, digits=4))
mtext(result,3)
axis(1, at=seq(-4, 4, 1), pos=0)

```

Normal Distribution

$$P(-4 < IQ < -1.03923) = 0.1493$$

