

Analyse Syntaxique 2

Dr Souissi Abdelmoghith

Calcul des ensembles PREMIER

Règle générale pour PREMIER :

- 1- Si $X \rightarrow a\alpha$, où a est un terminal, alors $a \in \text{PREMIER}(X)$.
- 2- Si $X \rightarrow \varepsilon$, alors $\varepsilon \in \text{PREMIER}(X)$.
- 3- Si $X \rightarrow Y\alpha$, alors $\text{PREMIER}(X) \supseteq \text{PREMIER}(Y)$

Exemple:

Soit la grammaire:

$E \longrightarrow E + T \mid E - T \mid T$
 $T \longrightarrow T * F \mid T / F \mid F$
 $F \longrightarrow \text{id} \mid (E)$



Calcul des ensembles PREMIER

Calcul pour chaque règle :

❑ $\text{PREMIER}(F)$:

- $F \rightarrow \text{nb} \mid (E)$
- $\text{PREMIER}(F) = \{\text{nb}, \{$

❑ $\text{PREMIER}(T)$:

- $T \rightarrow T * F \mid T / F \mid F$
- $\text{PREMIER}(T) = \text{PREMIER}(F) = \{\text{nb}, \{.$

❑ $\text{PREMIER}(E)$:

- $E \rightarrow E + T \mid E - T \mid T$
- $\text{PREMIER}(E) = \text{PREMIER}(T) = \{\text{nb}, \{.$

Calcul des ensembles SUIVANT

1. Pour le symbole de départ S , $\$ \in \text{SUIVANT}(S)$.
2. Si $X \rightarrow \alpha Y \beta$, alors $\text{PREMIER}(\beta) \setminus \{\varepsilon\} \subseteq \text{SUIVANT}(Y)$.
3. Si $X \rightarrow \alpha Y$, ou si $X \rightarrow \alpha Y \beta$ et $\varepsilon \in \text{PREMIER}(\beta)$, alors $\text{SUIVANT}(X) \subseteq \text{SUIVANT}(Y)$.

Exemple:

Soit la grammaire:

$E \longrightarrow E + T \mid E - T \mid T$

$T \longrightarrow T * F \mid T / F \mid F$

$F \longrightarrow \text{id} \mid (E)$



Calcul des ensembles SUIVANT

Calcul pour chaque règle :

❑ SUIVANT(E) :

- $E \rightarrow E+T \mid E-T \mid T$
- $\text{SUIVANT}(E) = \{\$, +, -,)\}$.

❑ SUIVANT(T) :

- $E \rightarrow E+T \mid E-T \mid T$ donc $\text{SUIVANT}(E) \subset \text{SUIVANT}(T)$
- $T \rightarrow T * F \mid T / F \mid F$
- $\text{SUIVANT}(T) = \{\$, +, -, *, /,)\}$.

❑ SUIVANT(F) :

- $T \rightarrow T * F \mid T / F \mid F$ donc $\text{SUIVANT}(T) \subset \text{SUIVANT}(F)$
- $F \rightarrow \text{nb} \mid (E)$
- $\text{SUIVANT}(F) = \{\$, +, -, *, /,)\}$.

Ensembles SUIVANT

Exemple:

Soit la grammaire:

$E \longrightarrow E + T \mid E - T \mid T$

$T \longrightarrow T * F \mid T / F \mid F$

$F \longrightarrow \text{id} \mid (E)$



$\text{PREMIER}(F) = \{\text{id}, (\}$

$\text{PREMIER}(T) = \{\text{id}, (\}$

$\text{PREMIER}(E) = \{\text{id}, (\}$

$\text{SUIVANT}(E) = \{\$, +, -,)\}$

$\text{SUIVANT}(T) = \{\$, +, -, *, /,)\}$

$\text{SUIVANT}(F) = \{\$, +, -, *, /,)\}$

Tableau récapitulatif:

	E	T	F
PREMIER	id (id (id (
SUIVANT	\$ + -)	\$ + - * /)	\$ + - * /)

Calcul des ensembles PREMIER

1. $E \rightarrow TE'$
2. $E' \rightarrow +TE' \mid -TE' \mid \varepsilon$
3. $T \rightarrow FT'$
4. $T' \rightarrow *FT' \mid /FT' \mid \varepsilon$
5. $F \rightarrow \text{nb} \mid (E)$

PREMIER



Règle générale pour PREMIER :

1. Si $X \rightarrow a\alpha$, où a est un terminal, alors $a \in \text{PREMIER}(X)$.
2. Si $X \rightarrow \varepsilon$, alors $\varepsilon \in \text{PREMIER}(X)$.
3. Si $X \rightarrow Y\alpha$, alors $\text{PREMIER}(X) \supseteq \text{PREMIER}(Y)$.

Calcul des ensembles PREMIER :

1. $\text{PREMIER}(F) = \{\text{nb}, (\}$
2. $\text{PREMIER}(T') = \{*, /, \varepsilon\}$
 - Car $T' \rightarrow *FT' \mid /FT' \mid \varepsilon$.
3. $\text{PREMIER}(T) = \text{PREMIER}(F) = \{\text{nb}, (\}$
 - Car $T \rightarrow FT'$.
4. $\text{PREMIER}(E') = \{+, -, \varepsilon\}$
 - Car $E' \rightarrow +TE' \mid -TE' \mid \varepsilon$.
5. $\text{PREMIER}(E) = \text{PREMIER}(T) = \{\text{nb}, (\}$
 - Car $E \rightarrow TE'$.

Calcul des ensembles SUIVANT

1. $E \rightarrow TE'$
2. $E' \rightarrow +TE' \mid -TE' \mid \varepsilon$
3. $T \rightarrow FT'$
4. $T' \rightarrow *FT' \mid /FT' \mid \varepsilon$
5. $F \rightarrow \text{nb} \mid (E)$

SUIVANT



Règle générale pour SUIVANT :

1. Pour le symbole de départ S , $\$ \in \text{SUIVANT}(S)$.
2. Si $X \rightarrow \alpha Y \beta$, alors $\text{PREMIER}(\beta) \setminus \{\varepsilon\} \subseteq \text{SUIVANT}(Y)$.
3. Si $X \rightarrow \alpha Y$, ou si $X \rightarrow \alpha Y \beta$ et $\varepsilon \in \text{PREMIER}(\beta)$, alors $\text{SUIVANT}(X) \subseteq \text{SUIVANT}(Y)$.

1- $\text{SUIVANT}(E) = \{\$, \}\}$

- Car E est le symbole de départ et $E \rightarrow (E)$.

2- $\text{SUIVANT}(E') = \text{SUIVANT}(E) = \{\$, \}\}$

- Car $E \rightarrow TE'$ donc $\text{SUIVANT}(E) \subseteq \text{SUIVANT}(E')$

3- $\text{SUIVANT}(T) = \text{PREMIER}(E') \cup \text{SUIVANT}(E) = \{\$, +, -, \}\}$

- Car $E \rightarrow TE'$ donc $\text{PREMIER}(E') \subseteq \text{SUIVANT}(T)$
- Car $E \rightarrow TE'$ donc $\text{SUIVANT}(E) \subseteq \text{SUIVANT}(T)$

4- $\text{SUIVANT}(T') = \text{SUIVANT}(T) = \{\$, +, -, \}\}$

- Car $T \rightarrow FT'$ donc $\text{PREMIER}(T) \subseteq \text{SUIVANT}(T')$

5- $\text{SUIVANT}(F) = \text{PREMIER}(T') \cup \text{SUIVANT}(T) = \{\$, *, /, +, -, \}\}$

- Car $T \rightarrow FT'$ donc $\text{PREMIER}(T') \subseteq \text{SUIVANT}(F)$
- Car $T \rightarrow FT'$ donc $\text{SUIVANT}(T) \subseteq \text{SUIVANT}(F)$

ENSEMBLE PREMIER & SUIVANT

	E	E'	T	T'	F
PREMIER	id (+ - ε	id (* / ε	id (
SUIVANT	\$)	\$)	\$ + -)	\$ + -)	\$ + - * /)

La grammaire équivalente:

$E \longrightarrow T E'$
 $E' \longrightarrow + T E' \mid - T E' \mid \varepsilon$
 $T \longrightarrow F T'$
 $T' \longrightarrow * F T' \mid / F T' \mid \varepsilon$
 $F \longrightarrow id \mid (E)$

$PREMIER(F) = \{id, ($

$PREMIER(T) = \{id, ($

$PREMIER(T') = \{*, /, \varepsilon\}$

$PREMIER(E) = \{id, ($

$PREMIER(E') = \{+, -, \varepsilon\}$

$SUIVANT(E) = \{ $,) \}$

$SUIVANT(E') = \{ $,) \}$

$SUIVANT(T) = \{ $, +, -,) \}$

$SUIVANT(T') = \{ $,) , +, - \}$

$SUIVANT(F) = \{ $, +, -, *, /,) \}$

Les conditions LL(1)

*Pour qu'une grammaire soit de type LL(1), c'est à dire qu'elle soit analysable par une **méthode descendante déterministe**, il faut que ses règles de production respectent 2 conditions:*

soit une paire de règles: $A \longrightarrow \alpha$ et $A \longrightarrow \beta$ on a:

1^{ère} condition:

$$\mathbf{PREMIER}(\alpha) \cap \mathbf{PREMIER}(\beta) = \emptyset$$

exemple: $A \longrightarrow a B \mid a C$

2^{ème} condition:

$$\text{si } \varepsilon \in \mathbf{PREMIER}(\beta) \text{ alors } \mathbf{PREMIER}(\alpha) \cap \mathbf{SUIVANT}(A) = \emptyset$$

Les conditions LL(1)

Exemple 1: Soit la grammaire des expressions arithmétiques,

$$1/ E \rightarrow T E'$$

$$2/ E' \rightarrow + T E' \mid \varepsilon$$

$$3/ T \rightarrow F T'$$

$$4/ T' \rightarrow * F T' \mid \varepsilon$$

$$5/ F \rightarrow (E) \mid nb$$

Vérifions les conditions LL(1).

1/ - La 1^{ère} condition est vérifiée car on a une seule alternative,

- La 2^{ème} condition est vérifiée car $\varepsilon \notin \text{PREMIER}(E)$

2/ - La 1^{ère} condition: $\text{PREMIER}(+TE') \cap \text{PREMIER}(\varepsilon) = \emptyset ?$

$\{+\}$

$\{\varepsilon\}$

- La 2^{ème} condition: $\text{PREMIER}(+TE') \cap \text{SUIVANT}(E') = \emptyset ?$

$\{+\}$

$\{\$, \}$

3/ - La 1^{ère} condition est vérifiée car on a une seule alternative,

- La 2^{ème} condition est vérifiée $\varepsilon \notin \text{PREMIER}(T)$

4/ - La 1^{ère} condition: $\text{PREMIER}(*FT') \cap \text{PREMIER}(\varepsilon) = \emptyset ?$

$\{*\}$

$\{\varepsilon\}$

- La 2^{ème} condition: $\text{PREMIER}(*FT') \cap \text{SUIVANT}(T') = \emptyset ?$

$\{*\}$

$\{\$, \}, +, -\}$

5/ - La 1^{ère} condition: $\text{PREMIER}((E)) \cap \text{PREMIER}(nb) = \emptyset ?$

$\{(\}$

$\{nb\}$

- La 2^{ème} condition est vérifiée car $\varepsilon \notin \text{PREMIER}(F)$



Cette grammaire est LL(1)

Les conditions LL(1)

Exemple 2: Soit la grammaire suivante

$$S \rightarrow X a \mid \varepsilon$$

$$X \rightarrow X b \mid Y$$

$$Y \rightarrow a X \mid \varepsilon$$

	S	X	Y
PREMIER	a b ε	a ε b	a b
SUIVANT	\$	a b	a b

1/ Les ensembles PREMIER et SUIVANT

$$\text{PREMIER}(Y) = \{a, \varepsilon\}$$

$$\text{PREMIER}(X) = \{a, \varepsilon, b\}$$

$$\text{PREMIER}(Y) \subset \text{PREMIER}(X) \text{ donc } \{a, \varepsilon\} \subset \text{PREMIER}(X)$$

pour b : $X \rightarrow Y$ et $Y \rightarrow \varepsilon$ donc $X \rightarrow b$

$$\text{PREMIER}(S) = \{a, b\} \cup \{\varepsilon\} = \{a, b, \varepsilon\}$$

$$\text{SUIVANT}(S) = \{\$ \} \text{ \$ car } S \text{ est l'axiome}$$

$$\text{SUIVANT}(X) = \{a, b\} \text{ car } X \text{ est suivi par } a \text{ et } b$$

$$X \rightarrow Y \text{ donc } \text{SUIVANT}(X) \subset \text{SUIVANT}(Y)$$

$$\text{SUIVANT}(Y) = \{a, b\}$$

$$Y \rightarrow a X \text{ donc } \text{SUIVANT}(Y) \subset \text{SUIVANT}(X)$$

Les conditions LL(1)

Exemple 2: Soit la grammaire suivante

- 1/ $S \rightarrow X a \mid \varepsilon$
- 2/ $X \rightarrow X b \mid Y$
- 3/ $Y \rightarrow a X \mid \varepsilon$

Vérifions les conditions LL(1).

2/ Les conditions LL(1) :

1/ $S \rightarrow X a \mid \varepsilon$

1^{ère} condition : si $\text{PREMIER}(X a) \cap \text{PREMIER}(\varepsilon) = \emptyset ?$

$\text{PREMIER}(X a) = \{a, b\}$ et $\text{PREMIER}(\varepsilon) = \{\varepsilon\}$

2^{ème} condition: si $\text{PREMIER}(X a) \cap \text{SUIVANT}(S) = \emptyset ?$

$\text{SUIVANT}(S) = \{\$ \}$

Cette règle est LL(1) car les 2 conditions sont respectées.

2/ $X \rightarrow X b \mid Y$

1^{ère} condition: $\text{PREMIER}(X b) \cap \text{PREMIER}(Y) = \emptyset ?$

$\text{PREMIER}(X b) = \{a, b\}$ et $\text{PREMIER}(Y) = \{a, \varepsilon\}$

Cette règle n'est pas LL(1) car cette condition n'est pas respectée.

3/ $Y \rightarrow a X \mid \varepsilon$

1^{ère} condition: $\text{PREMIER}(a X) \cap \text{PREMIER}(\varepsilon) = \emptyset ?$

$\text{PREMIER}(a X) = \{a\}$ donc la 1^{ère} règle est respectée

2^{ème} condition: $\text{PREMIER}(a X) \cap \text{SUIVANT}(Y) = \emptyset ?$

$\text{PREMIER}(a X) = \{a\}$ et $\text{SUIVANT}(Y) = \{a, b\}$

Cette condition n'est pas respectée, cette règle n'est pas LL(1).

Les conditions LL(1)

Exemple 3:

Montrer qu'une grammaire LL(1) ne peut pas avoir des productions récursives à gauche, c'est à dire:

$$A \rightarrow A \alpha \mid \beta$$

1^{ère} condition: $\text{PREMIER}(A \alpha) \cap \text{PREMIER}(\beta) = \emptyset$?

$A \rightarrow \beta$ implique $\text{PREMIER}(\beta) \subset \text{PREMIER}(A)$

et $\text{PREMIER}(A) \subset \text{PREMIER}(A \alpha)$

par conséquent : $\text{PREMIER}(A \alpha) \cap \text{PREMIER}(\beta) \neq \emptyset$ donc la 1^{ère} condition n'est pas respectée.

On peut déduire qu'une grammaire LL(1) ne peut pas être récursive à gauche.

Construction d'un analyseur LL(1)

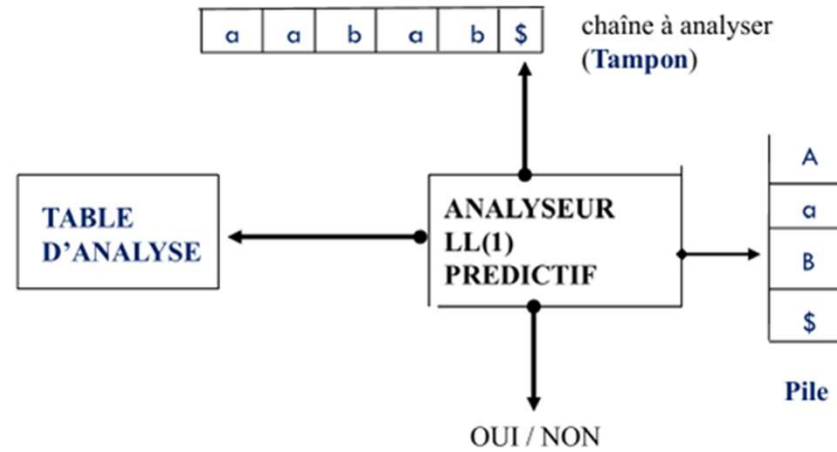
*L'intérêt de cet analyseur est de reconnaître et de fournir **l'unique dérivation gauche** des phrases d'un langage.*

Un analyseur LL(1) est implanté sous forme d'un automate à pile.

Il est constitué de:

- un ***tampon*** qui contient la chaîne du programme à analyser, suivie par le symbole **\$**.
- une ***pile*** qui contient une séquence de symboles grammaticaux, avec **\$** au fond de la pile.
- une ***table d'analyse*** à deux dimensions qui permet de choisir la règle de production à utiliser.

Construction d'un analyseur LL(1)



1. $E \rightarrow TE'$
2. $E' \rightarrow +TE' \mid \varepsilon$
3. $T \rightarrow FT'$
4. $T' \rightarrow *FT' \mid \varepsilon$
5. $F \rightarrow (E) \mid \text{nb}$

- $\text{PREMIER}(E) = \{ (, \text{nb} \}$
- $\text{PREMIER}(E') = \{ +, \varepsilon \}$
- $\text{PREMIER}(T) = \{ (, \text{nb} \}$
- $\text{PREMIER}(T') = \{ *, \varepsilon \}$
- $\text{PREMIER}(F) = \{ (, \text{nb} \}$

- $\text{SUIVANT}(E) = \{), \$ \}$
- $\text{SUIVANT}(E') = \{), \$ \}$
- $\text{SUIVANT}(T) = \{ +,), \$ \}$
- $\text{SUIVANT}(T') = \{ *, +,), \$ \}$
- $\text{SUIVANT}(F) = \{ *, +,), \$ \}$

Pour chaque non-terminal et chaque terminal, nous remplissons les cases de la table avec les règles correspondantes en utilisant les ensembles PREMIER et SUIVANT.

Table d'analyse LL(1) :

Non-Terminal	(nb	+	*)	\$
E	$E \rightarrow TE'$	$E \rightarrow TE'$				
E'			$E' \rightarrow +TE'$		$E' \rightarrow \varepsilon$	$E' \rightarrow \varepsilon$
T	$T \rightarrow FT'$	$T \rightarrow FT'$				
T'			$T' \rightarrow \varepsilon$	$T' \rightarrow *FT'$	$T' \rightarrow \varepsilon$	$T' \rightarrow \varepsilon$
F	$F \rightarrow (E)$	$F \rightarrow \text{nb}$				

1. Les entrées de la table sont remplies en utilisant **PREMIER** des règles.
2. Lorsque $\varepsilon \in \text{PREMIER}$, les colonnes sont remplies en utilisant **SUIVANT**.
3. La table permet de déterminer quelle règle appliquer pour chaque paire (Non-Terminal, Terminal).

La grammaire est LL(1) car aucune ambiguïté n'apparaît dans la table d'analyse.

La trace d'analyse (1)

Pour analyser une chaîne, on initialise l'automate à pile, en empilant \$ puis l'axiome.

Ensuite, on combine les symboles du texte d'entrée, les uns après les autres, avec le symbole courant au sommet de la pile.

Lorsque cette combinaison nous donne, à partir de la table d'analyse, une règle de production à appliquer, on remplace le symbole au sommet de la pile par la partie droite de la production.

	pile	tampon
<u>Etat initial</u>	S\$	ω \$
<u>Etat final</u>	\$	\$

La trace d'analyse, nous donne l'arbre d'analyse, et le processus de l'unique dérivation gauche de la phrase analysée.

La trace d'analyse

Exemple1: La trace d'analyse de la phrase "nb + nb * nb"

La pile	Le tampon	Action	L'arbre syntaxique	Processus de dérivation:
E\$	nb+nb*nb\$	$E \rightarrow T E'$		$E \rightarrow T E' \rightarrow FT'E' \rightarrow nbT'E'$
TE'\$	nb+nb*nb\$	$T \rightarrow F T'$		$\rightarrow nbE' \rightarrow nb+TE' \rightarrow nb+FT'E'$
FT'E'\$	nb+nb*nb\$	$F \rightarrow nb$		$\rightarrow nb+nbT'E' \rightarrow nb+nb*FT'E'$
nbT'E'\$	nb+nb*nb\$	DEPILER		$\rightarrow nb+nb*nbT'E' \rightarrow nb+nb*nbE'$
T'E'\$	+nb*nb\$	$T' \rightarrow \epsilon$		$\rightarrow nb+nb*nb$
E'\$	+nb*nb\$	$E' \rightarrow +TE'$		
+TE'\$	+nb*nb\$	DEPILER		
TE'\$	nb*nb\$	$T \rightarrow FT'$		
FT'E'\$	nb*nb\$	$F \rightarrow nb$		
nbT'E'\$	nb*nb\$	DEPILER		
T'E'\$	*nb\$	$T' \rightarrow *FT'$		
*FT'E'\$	*nb\$	DEPILER		
FT'E'\$	nb\$	$F \rightarrow nb$		
nbT'E'\$	nb\$	DEPILER		
T'E'\$	\$	$T' \rightarrow \epsilon$		
E'\$	\$	$E' \rightarrow \epsilon$		
\$	\$	ACCEPTER		

La trace d'analyse

Exemple2: La trace d'analyse de la phrase "nb +) nb * nb"

La pile	Le tampon	Action	L'arbre syntaxique
E\$	nb+)nb*nb\$	$E \rightarrow T E'$	<pre> graph TD E --> T1[T] E --> E_prime[E'] T1 --> F[F] F --> nb1[nb] E_prime --> T_prime[T'] T_prime --> epsilon[ε] E_prime --> plus[+] E_prime --> T2[T] E_prime --> E_prime2[E'] E_prime2 --> ERREUR[ERREUR] </pre>
TE'\$	nb+)nb*nb\$	$T \rightarrow F T'$	
FT'E'\$	nb+)nb*nb\$	$F \rightarrow nb$	
nbT'E'\$	nb+)nb*nb\$	DEPILER	
T'E'\$	+)nb*nb\$	$T' \rightarrow \epsilon$	
E'\$	+)nb*nb\$	$E' \rightarrow +TE'$	
+TE'\$	+)nb*nb\$	DEPILER	
TE'\$)nb*nb\$	ERREUR	

Processus de dérivation:

$E \rightarrow T E' \rightarrow FT'E' \rightarrow nbT'E'$
 $\rightarrow nbE' \rightarrow nb+TE' \rightarrow \text{ERREUR}$