

[Ex. 1] : 請撰寫 Python 程式完成下列工作，並且輸出結果：

- (1) 利用 二元搜尋演算法 (binary search algorithm)，計算 a 的平方根 (亦即， $a^{0.5}$ ，精確至小數點後第五位，其中 $a > 0$)。
- (2) 承上題，利用 二元搜尋演算法，計算 a 的任意次方根值 (亦即， a^x ，精確至小數點後第五位，其中 $a > 0$ ， $x \in R$)。
- (3) 承上題，利用 上題的程式，計算 $1,000,000,000$ 的 100 次方根值 (亦即， $1,000,000,000^{1/100}$ ，精確至小數點後第五位)。 [Hint : *answer = 1.23027*]
如果程式無法執行，應該如何修改程式求解呢？

[Ex. 2] : 黃金比例 (Golden Ratio, 又稱 黃金數，黃金分割率) 有不同的定義與計算方式，一般可經由下列公式計算其精確值：

$$\frac{1 + \sqrt{5}}{2} = 1.618033988749894....$$

或者，可以利用費波那契數列 (Fibonacci numbers) 中，連續二數的比值來趨近黃金比例，如下：

$$F_0 = 1, F_1 = 1, F_2 = 2, F_3 = 3, F_4 = 5, F_5 = 8, F_6 = 13, F_7 = 21, \dots$$

$$\Rightarrow F_1 / F_0 = 1, \quad F_2 / F_1 = 2, \quad F_3 / F_2 = 1.5, \quad F_4 / F_3 = 1.66666...,$$

$$F_5 / F_4 = 1.6, \quad F_6 / F_5 = 1.625, \quad F_7 / F_6 = 1.61538..., \quad \dots$$

$$\Rightarrow F_{n+1} / F_n \rightarrow 1.618033988749894...., \quad \text{as } n \rightarrow \text{infinity}$$

請撰寫 Python 程式完成下列工作，並且輸出結果：

- (1) 請找出 費波那契數列 中，連續二數的比值，首次出現 黃金比例值 精確至小數點後第 20 位。亦即，輸出該連續二費波那契數。
- (2) 承上題，其比值是多少？