目录

第 2 章 线性系统的数学描述

1. **电气系统：电容:** $\boldsymbol{i=C\frac{dv}{dt}}$**，运算阻抗**$\boldsymbol{\frac{1}{Cs}}$　　**电感:** $\boldsymbol{u=L\frac{di}{dt}}$**，运算阻抗**$\boldsymbol{Ls}$

   机械系统：$a=\omega^2 r$　　$v=\omega r$　　阻尼器$F=-\mu v$

2. **理想运放：**$\boldsymbol{u_-=u_+,i=0}$

3. 拉氏变换：$F(s)=\mathcal{L}[f(t)]=\int_0^{+\infty}f(t)e^{-st}\,dt$

   基本定理：线性、微分定理：$\mathcal{L}\left[f^{(n)}(t)\right]=s^nF(S)$、

   积分定理：$f(t)$每积分一次，$F(S)$多乘$\frac{1}{s}$

   初值定理$\lim\limits_{t\to 0}f(t)=\lim\limits_{s\to\infty}sF(s)$、终值定理：相反

4. 传递函数：$G(s)=\frac{C(s)}{R(s)}$

   特点：①适用于线性定常系统；②在零初始条件（输入量$t\geq 0$才起作用；开始之前稳定）下定义的；……

5. 典型环节传递函数　①比例(放大)：$G(s)=K$；

   ②惯性(非周期)：$G(s)=\frac{K}{Ts+1}$　无震荡　　④积分：$G(s)=\frac{K}{s}$　　记忆

   ③纯微分：$G(s)=Ts$　　预示。现实中有一定的惯性$G(s)=\frac{Ts}{Ts+1}$

   ⑤振荡：$G(s)=\frac{1}{T^2s^2+2\zeta Ts+1}=\frac{\omega_n^2}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2}$；　⑥纯时间延时：$G(s)=e^{-\tau s}$

6. 开环传递函数$=\frac{反馈信号B(s)}{偏差信号E(s)}=G(s)H(s)$　　前向传递函数$=\frac{输出量C(s)}{偏差信号E(s)}$

   闭环传递函数$\boldsymbol{\Phi(s)=\frac{C(s)}{R(s)}=\frac{G(s)}{1+G(s)H(s)}}$

7. 叠加原理：$C(s)=C_R(s)+C_N(s)$　　R为参考输入量，N为扰动

8. 结构图的简化　　等效原则

   ①串联：积；　②并联：和；　③反馈回路：$G(s)=\frac{C(s)}{R(s)}=\frac{G(s)}{1+G(s)H(s)}$；

   ④相加点前移：提取$C(s)=G(s)R(s)\pm Q(s)=G(s)\left[R(s)\pm\frac{Q(s)}{G(s)}\right]$；

   ⑤相加点后移：分配$C(s)=G(s)[R(s)\pm Q(s)]=G(s)R(s)\pm G(s)Q(s)$；

   ⑥分支点前移：乘；　⑦分支点后移：除；

   ⑧相邻相加/分支点之间移动：不变　　不能轻易交换

9. 信号流图：每一个分离点、相加点为一个○

10. 梅逊公式$P=\frac{1}{\Delta}\sum_k P_k\Delta_k$　　P:系统总增益，k:前向通道数目，P_k:第k条增益

    特征式：$\Delta=1-\sum L_{(1)}+\sum L_{(2)}-\sum L_{(3)}+\cdots+(-1)^m\sum L_{(m)}$

    $\sum L_{(1)}$：所有不同回路增益之**和**　　Δ_k:去除与第 k 条接触的后余下的特征式

    $\sum L_{(2)}$：所有任意**两个**互不接触回路增益**乘积**之和

    $\sum L_{(3)}$：所有任意**三个**互不接触回路增益**乘积**之和

11.

第 3 章 线性系统的时域分析

1. 典型输入信号：　　⑤正弦$r(t)=A\sin\omega t\,,R(s)=\frac{A\omega}{s^2+\omega^2}$

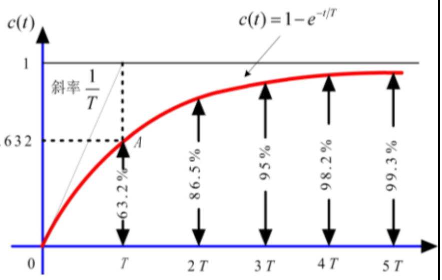
   ①阶跃$r(t)=\begin{cases}R\cdot 1(t) & t\geq 0\\ 0 & t<0\end{cases},R(s)=\frac{R}{s}$；　②斜坡(速度)$r(t)=\begin{cases}Rt & t\geq 0\\ 0 & t<0\end{cases},R(s)=\frac{R}{s^2}$；

   ③加速度$r(t)=\begin{cases}\frac{Rt^2}{2} & t\geq 0\\ 0 & t<0\end{cases}$，$R(s)=\frac{R}{s^3}$；　④脉冲$r(t)=\begin{cases}\frac{1}{h} & 0<t<h\\ 0 & t\leq 0,t\geq h\end{cases},R(s)=1$；

2. 线性定常系统的时间响应=稳态分量+暂态分量(带e)

3. 动态性能指标：　　延迟时间t_d：到达稳态值一半；

上升时间t_r：无震荡，稳态值的 10%到 90%，有震荡，0 到稳态值；
峰值时间t_p：到第一个峰值； 调节时间t_s 振荡次数N：0 到t_s 最大超调量σ
通常上升时间和峰值时间评价系统的响应速度；
超调量评价系统的阻尼程度；
调节时间反映响应速度和阻尼程度的综合指标；



4. 一阶系统的时域分析

$$T\frac{dc(t)}{dt}+c(t)=r(t)\to\Phi(s)=\frac{1}{Ts+1}$$

①单位阶跃响应$c(t)=1-e^{-t/T}, t\geq 0$ →

求导

②单位脉冲响应$c(t)=\frac{1}{T}e^{-t/T}, t\geq 0$

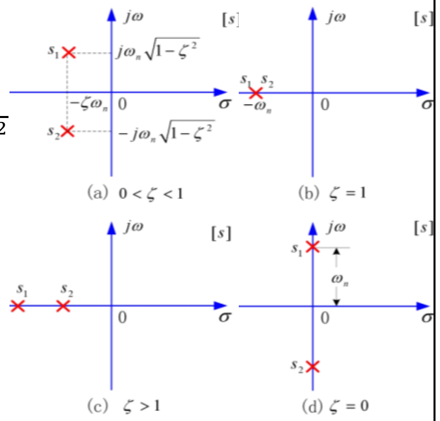
③单位斜坡响应$c(t)=c_s(t)+c_t(t)=(t-T)+Te^{-t/T}, t\geq 0$

④单位加速度响应$c(t)=\frac{1}{2}t^2-Tt+T^2(1-e^{-t/T}), t\geq 0$

5. 二阶系统的时域分析 ζ为阻尼比，ω_n为自然振荡角频率

a) 标准形式：$\frac{C(s)}{R(s)}=\frac{K_1K_2}{\tau s^2+s+K_1K_2}=\frac{\omega_n^2}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2}$ 惯性+积分环节

特征根(极点)$s_{1,2}=-\zeta\omega_n\pm\omega_n\sqrt{\zeta^2-1}$



①欠阻尼($0<\zeta<1$) $s_{1,2}=-\zeta\omega_n\pm j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$

②临界阻尼($\zeta=1$) $s_{1,2}=-\omega_n$

③过阻尼($\zeta>1$) $s_{1,2}=-\zeta\omega_n\pm\omega_n\sqrt{\zeta^2-1}$

④无阻尼($\zeta=0$) $s_{1,2}=\pm j\omega_n$

b) 单位阶跃响应：$C(s)=\frac{\omega_n^2}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2}\cdot\frac{1}{s}$

★①欠阻尼($0<\zeta<1$) $C(s)=\frac{1}{s}-\frac{s+\zeta\omega_n}{(s+\zeta\omega_n)^2+\omega_d^2}-\frac{\zeta\omega_n}{\omega_d}\frac{\omega_d}{(s+\zeta\omega_n)^2+\omega_d^2}$

$$c(t)=1-\frac{e^{-\zeta\omega_n t}}{\sqrt{1-\zeta^2}}\sin(\omega_d t+\varphi), t\geq 0$$

阻尼自振角频率$\omega_d=\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$ $\varphi=\arctan(\sqrt{1-\zeta^2}/\zeta)$

震荡周期$T_d=\frac{2\pi}{\omega_d}=\frac{2\pi}{\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}}$ 一般希望$0.4<\zeta<0.8$

~~②临界阻尼($\zeta=1$)；③过阻尼($\zeta>1$)：两个惯性环节的串联；④无阻尼($\zeta=0$)~~

c) ★性能指标：上升时间$t_r=\frac{\pi-\varphi}{\omega_d}$ **峰值时间**$t_p=\frac{\pi}{\omega_d}$

最大超调量$\sigma=e^{-\zeta\pi/\sqrt{1-\zeta^2}}\Leftrightarrow\zeta=-\frac{\ln\sigma}{\sqrt{\pi^2+\ln^2\sigma}}$??? **震荡次数**$N=\frac{t_s}{T_d}=\frac{t_s}{2t_p}$

调节时间$t_s=\frac{1}{\zeta\omega_n}(\ln\frac{1}{\Delta}+\ln\frac{1}{\sqrt{1-\zeta^2}})$ $\Delta=5\%, t_s\approx\frac{3.5}{\zeta\omega_n}$; $\Delta=2\%, t_s\approx\frac{4.4}{\zeta\omega_n}$ ？

d) 结论：①ζ一定时，ω_n越大，瞬态响应分量衰减越迅速
②一般希望$0.4<\zeta<0.8$，最佳为$0.707(\varphi=45°)$
③二阶系统的单位脉冲响应可以通过单位阶跃响应求导得到

6. 高阶系统的时域分析

a) $\Phi(s)=\frac{C(s)}{R(s)}=\frac{K\prod_{i=1}^{m}(s+z_i)}{\prod_{j=1}^{q}(s+p_j)\prod_{k=1}^{r}(s^2+2\zeta_k\omega_{nk}s+\omega_{nk}^2)}$

b) 单位阶跃响应：$C(s)=\frac{A_0}{s}+\sum_{i=1}^{q}\frac{A_i}{s-s_i}+\sum_{k=1}^{r}\frac{B_k(s+\zeta_k\omega_{nk})+C_k\omega_{nk}\sqrt{1-\zeta_k^2}}{s^2+2\zeta_k\omega_{nk}s+\omega_{nk}^2}$

c) 结论：③**★主导极点：其实部为其他极点的 1/5，直接将其他的整体删掉**
①高阶系统瞬态响应各分量的衰减快慢由指数衰减系数s_i和$-\zeta_k\omega_{nk}$决定
②偶极子（重合的零极点，即s_i和z_j重合）对系统的瞬态响应几乎无影响

7. 线性常微分方程的解=齐次微分方程的通解+非齐次微分方程的任一特解
=零输入响应+零状态响应=自然响应+受迫响应

8. 线性系统的稳定性分析

a) 充要条件：极点均在复平面的左半部分

b) 零输入响应的稳定性：内部稳定性；零状态响应的稳定性：外部稳定性

c) ★劳斯判据：判定零输入/状态系统是否稳定
必要条件：所有系数为正且不缺项
充分条件：表中第一列全为正

s^n	a_0	a_2	a_4	a_6	⋯
s^{n-1}	a_1	a_3	a_5	a_7	⋯
s^{n-2}	b_1	b_2	b_3	b_4	⋯
s^{n-3}	c_1	c_2	c_3	⋯	⋯
⋮	⋮	⋮	⋮		
s^2	d_1	d_2	d_3		
s^1	e_1	e_2			
s^0	f_1				

$$b_1=\frac{a_1a_2-a_0a_3}{a_1}, b_2=\frac{a_1a_4-a_0a_5}{a_1}, b_3=\frac{a_1a_6-a_0a_7}{a_1},\ldots$$

$$c_1=\frac{b_1a_3-a_1a_2}{b_1}, c_2=\frac{b_1a_5-a_1b_3}{b_1},\ldots \qquad f_1=a_n$$

特殊情况：①表中某行第一个为 0 其余不全为 0：用很小的正数代替 0 后计算

②表中某行全为 0：用上一行构成辅助方程，后对 s 求导

9. ★误差：$\boldsymbol{e(t)=c_r(t)-c(t)}$ $\quad$ $\boldsymbol{=r(t)-b(t)}$ $\quad$ $\boldsymbol{=c(\infty)-c(t)}$

输出的期望值和实际值 设定输入量与主反馈量 某些情况下

稳态误差：$\boldsymbol{e_{ss}=\lim_{t\to\infty}e(t)=\lim_{s\to 0}sE(s)}$ 衡量系统控制精度的

稳态值：$\boldsymbol{c(\infty)=\lim_{s\to 0}sG(s)R(s)}$ 稳态性能指标主要指稳态误差

10. 开环放大倍数$K=\lim_{s\to 0}s^{\gamma}G_o(s)$ $\quad$ γ为积分单元个数，表示系统类型

11. ★系统的误差$E(s)=\boldsymbol{E_r(s)}+E_N(s)=\frac{\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{1+G_o(s)}}\boldsymbol{R(s)}-\frac{G_2(s)H(s)}{1+G_o(s)}N(s)$

=系统误差(跟踪输入的能力)+扰动误差(抑制扰动的能力)

$E_r(s)=[R(s)-B(s)]$ $\quad$ $G_o(s)=G_1(s)G_2(s)H(s)$为开环传递函数

静态位置误差系数$\boldsymbol{K_p=\lim_{s\to 0}G_o(s)=\lim_{s\to 0}\frac{K}{s^{\gamma}}}$

静态速度误差速度$\boldsymbol{K_v=\lim_{s\to 0}sG_o(s)=\lim_{s\to 0}\frac{K}{s^{\gamma-1}}}$

静态加速度误差系数$\boldsymbol{K_p=\lim_{s\to 0}s^2G_o(s)=\lim_{s\to 0}\frac{K}{s^{\gamma-2}}}$

单位阶跃输入$\boldsymbol{e_{ss}=\frac{1}{1+K_p}}$**；** **斜坡输入**$\boldsymbol{e_{ss}=\frac{1}{K_v}}$**；** **加速度输入**$\boldsymbol{e_{ss}=\frac{1}{K_a}}$

系统类型	静态误差系数			稳态误差e_{ss}		
	K_p	K_v	K_a	$r(t)=1(t)$	$r(t)=t$	$r(t)=t^2/2$
0 型	K	0	0	$\frac{1}{K+1}$	∞	∞
Ⅰ型	∞	K	0	0	$\frac{1}{K}$	∞
Ⅱ型	∞	∞	K	0	0	$\frac{1}{K}$

结论：①输入为正弦信号时，不能使用终值定理

②减小系统误差的方法：增大K；提高系统型别数。但都会影响系统稳定性

12.

第 4 章 根轨迹法

1. 根轨迹条件：幅值条件$|G(s)H(s)=1|$

(充要条件) 相角条件$\angle G(s)H(s)=\arg[G(s)H(s)]=\pm 180°+i\cdot 360°, i=0,1,\ldots$

2. ★根轨迹的绘制： 根据开环增益绘制

①写出特征方程$\boldsymbol{1+G(s)H(s)=0}$ **②改成零极点增益形式**$\boldsymbol{1+\frac{KM(s)}{N(s)}=0}$

③复平面上，极点开始，零点(or 无穷远)结束，分支数=极点数；

④实轴上，根轨迹右侧的零极点数之和为奇数

⑤渐近线与实轴交点$\boldsymbol{\sigma_a=\frac{\sum p_i-\sum z_j}{n-m}}$ **与实轴正方向夹角**$\boldsymbol{\varphi_a=\frac{\pm 180°(2q+1)}{n-m}}$

$\boldsymbol{n}$**为极点数，**$\boldsymbol{m}$**为零点数，**$\boldsymbol{q=0,1,2,\ldots}$

⑥分离点：$\boldsymbol{\frac{dK}{ds}=0}$ **or** $\boldsymbol{N(s)M'(s)-N'(s)M(s)=0}$ **or** $\boldsymbol{\sum\frac{1}{d-p_i}=\sum\frac{1}{d-z_i}}$

实轴上分离点的分离角恒为$\boldsymbol{\pm 90°}$

⑦根轨迹与虚轴交点：临界稳定，等幅振荡 $\boldsymbol{s=j\omega}$

方法一：$\boldsymbol{\begin{cases}Re[1+G(j\omega)H(j\omega)]=0\\Im[1+G(j\omega)H(j\omega)]=0\end{cases}}$

方法二：劳斯表第一列为 0 那行的上一行，令其方程为 0

⑧出射角$\theta_{p_r}=\pm 180°(2q+1)-\sum_{j=1\neq r}^{n}arg\,(p_r-p_j)+\sum_{i=1}^{m}arg\,(p_r-z_i)$

入射角$\theta_{z_r}=\pm 180°(2q+1)+\sum_{j=1}^{n}arg\,(z_r-p_j)-\sum_{i=1\neq r}^{m}arg\,(z_r-z_i)$

对应于同一对极点(或零点)的出射角(或入射角)为相反数。

⑨根轨迹的根之和/积：

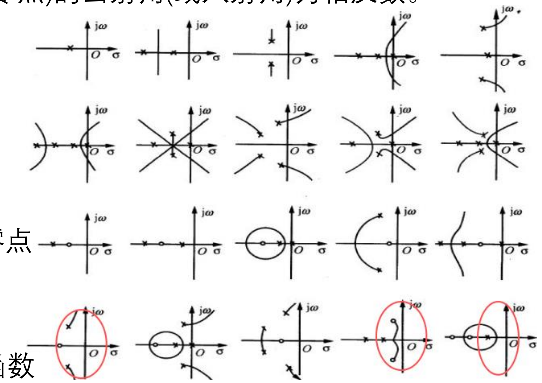
Ⅰ若$n-m\geq 2$，

则$\sum(-p_i)=\sum(-s_i)=-a_1$

p_i为**开环**极点，s_i为**闭环**极点

Ⅱ原点存在开环极点，

则$K\prod z_j=\prod s_i=a_n$ $\quad$ z_j为**开环**零点



3. 参数根轨迹：以非开环增益 K 绘制

将原特征方程变形为$1+\rho G_1(s)=0$

其余不变，$\rho G_1(s)$为等效开环传递函数

4. 零度根轨迹：正反馈系统，$1-G(s)H(s)=0$，根轨迹从零点指向极点

5. 增加开环极点，可使根轨迹改变并向右移，降低系统相对稳定性，增加调节时间；

增加开环零点，可使根轨迹左移，改善系统稳定性和动态性能

第 5 章 频率响应法

1. 频率特性：$G(j\omega)=G(s)|_{s=j\omega}=|G(j\omega)|e^{j\varphi(\omega)}$　　幅频特性$A(\omega)=|G(j\omega)|$
   相频特性$\varphi(\omega)=\angle G(j\omega)$：输入/出信号相角之差
   $\varphi(\omega)>0$相角超前，$\varphi(\omega)<0$相角滞后。
2. 幅频特性曲线：$A(\omega)$为纵坐标；相频特性曲线：$\varphi(\omega)$为纵坐标
3. 典型环节的频率特性：

a) 比例$G(j\omega)=K,\begin{cases}A(\omega)=K\\ \varphi(\omega)=0°\end{cases}$　　迟后$G(j\omega)=e^{-j\omega\tau},\begin{cases}A(\omega)=1\\ \varphi(\omega)=-\omega\tau\end{cases}$

b) 积分$G(j\omega)=\frac{1}{j\omega}=\frac{1}{\omega}e^{-j\frac{\pi}{2}},\begin{cases}A(\omega)=\frac{1}{\omega}\\ \varphi(\omega)=-90°\end{cases}$

伯德图镜像

c) 微分$G(j\omega)=j\omega=\omega e^{j\frac{\pi}{2}},\begin{cases}A(\omega)=\omega\\ \varphi(\omega)=90°\end{cases}$

d) **惯性**$G(j\omega)=\frac{1}{1+j\omega T},\begin{cases}A(\omega)=\frac{1}{\sqrt{1+(\omega T)^2}}\\ \varphi(\omega)=-arctg(\omega T)\end{cases}$

交接频率$\boldsymbol{\omega=\frac{1}{T}}$，对称中心$\boldsymbol{\varphi=45°,\omega=\frac{1}{T}}$

伯德图镜像
频率特性互为倒数

e) 一阶微分$G(j\omega)=1+j\omega T,\begin{cases}A(\omega)=\sqrt{1+(\omega T)^2}\\ \varphi(\omega)=arctg(\omega T)\end{cases}$

高频放大，抑制噪声能力的下降

f) 二阶振荡$G(j\omega)=\frac{1}{(Tj\omega)^2+2\zeta Tj\omega+1},\begin{cases}A(\omega)=\frac{1}{\sqrt{(1-\omega^2T^2)^2+(2\zeta T\omega)^2}}\\ \varphi(\omega)=-arctg(\frac{2\zeta\omega T}{1-\omega^2T^2})\end{cases}$

交接频率$\boldsymbol{\omega=\frac{1}{T}}$，对称中心$\boldsymbol{\varphi=90°,\omega=\frac{1}{T}}$

低频段：$\omega T\ll 1,L(\omega)=0$；**高频段**$\omega T\gg 1,L(\omega)=-40\lg(\omega T)dB$

4. ★幅相特性曲线（奈氏图）：极坐标图 $G(j\omega)=X(\omega)+jY(\omega)$　　**开环**
   步骤：①**求出$\boldsymbol{A(\omega)}$和$\boldsymbol{\varphi(\omega)}$；②计算$\boldsymbol{\omega=0}$和$\boldsymbol{\infty}$时的$\boldsymbol{G(j\omega)}$；**

③**利用$\boldsymbol{\begin{cases}Im[G(j\omega)]\\ Re[G(j\omega)]\end{cases}or\begin{cases}\varphi(\omega)=n\cdot 180°\\ \varphi(\omega)=n\cdot 90°\end{cases}}$计算$\begin{cases}\text{实轴}\\ \text{虚轴}\end{cases}$交点；**

结论：①$v=0,G(j0)=K\angle 0°$　　$v=2,G(j0)=\infty\angle-180°$　$n>m$
$G(j\infty)=0\angle-n90°$　　$G(j\infty)=0\angle-(n-m)180°$
$v=1,G(j0)=\infty\angle-90°$　　$v=3,G(j0)=\infty\angle-270°$
$G(j\infty)=0\angle-(n-m)90°$　　$G(j\infty)=0\angle-(n-m)270°$
②开环传函中**分子**含有**一阶微分**环节，其开环奈氏图可能出现凹凸

5. **★$\boldsymbol{G(s)=\frac{K}{s(T_1s+1)(T_2s+1)}}$奈氏图与虚轴交点$\boldsymbol{\left(-\frac{KT_1T_2}{T_1+T_2},j0\right),\omega=\frac{1}{\sqrt{T_1T_2}}}$**

6. ★对数频率特性（伯德图）：横坐标按$\lg\omega$分度，单位rad/s　　**开环**
   对数幅频特性：纵坐标$\boldsymbol{L(\omega)=20\lg A(\omega)}$，单位是分贝$(dB)$
   步骤：**①将传递函数写成典型环节(常数为 1)相乘；**
   ②求各典型环节的交接频率，从小到大绘在$\boldsymbol{\omega}$轴上
   ③低频渐近线过$\boldsymbol{(1,20\lg K),(K^{1/v},0)}$　　$\boldsymbol{v}$为系统阶数，微分环节$\boldsymbol{v}$取负值　　④每经过一个交接频率改变一次斜率。$\boldsymbol{G(s)=(1+Ts)^{\pm 1}}$,斜率改变$\boldsymbol{\pm 20dB}$；二阶振荡环节，斜率改变$\boldsymbol{-40dB}$
   对数相频特性：纵坐标按$\varphi(\omega)$线性分度，单位是度
7. 最小相位传递函数：传递函数极、零点在s平面左边　　开环闭环都可
   最小相位系统：只包含比例、积分、微分、惯性、振荡。
   对数幅频、相频一一对应
   非最小相位系统：存在迟后、不稳定的环节
8. 映射定理：设 s 平面上的封闭曲线厂包围了复变函数$F(s)$的P个极点和Z个零点且此曲线不经过$F(s)$的任一零点和极点，则当复变量s沿封闭曲线顺时针方向移动一周时，在$F(s)$平面上的映射曲线按**逆时针**方向包围坐标原点$P-Z$周。
9. **★奈奎斯特稳定判据$\boldsymbol{F(s)=1+G(s)H(s)}$　　$\boldsymbol{F(s)}$不经过奇点**
   闭环系统稳定的充要条件：$\boldsymbol{N}$为逆时针包围周数，$\boldsymbol{P}$为$\boldsymbol{s}$平面右半部极点个数
   表述一：$\boldsymbol{Z=P-N=0}$，即$\boldsymbol{F(s)}$在$\boldsymbol{s}$平面右半部无零点
   表述二：$\boldsymbol{\omega}$从$\boldsymbol{-\infty}$到$\boldsymbol{+\infty}$,$\boldsymbol{G(j\omega)H(j\omega)}$逆时针包围点$\boldsymbol{(-1,j0)}$ $\boldsymbol{P}$周
   虚轴上有开环极点：$\boldsymbol{\omega:0^-\to 0^+}$　　$\boldsymbol{v}$为积分环节数量
   $\boldsymbol{\theta:-90°\to 0°\to+90°}$
   $\boldsymbol{\varphi(\omega):90v°\to 0°\to-90v°}$ **顺时针**

10. ★　$\boldsymbol{arctg\,a+arctg\,b=\theta\to arctg\frac{a+b}{1-ab}=\theta}$
    $\boldsymbol{-\alpha-\beta-\gamma=-180°\to tg\,\alpha+tg\,\beta+tg\,\gamma=tg\,\alpha\cdot tg\,\beta\cdot tg\,\gamma}$
11. **★对数频率稳定判据　　正穿越：$\boldsymbol{\varphi(\omega)}$从$\boldsymbol{-180°}$下增加到上；反之为负穿越**
    闭环系统稳定的充要条件：$\boldsymbol{L(\omega)\geq 0}$，正穿越次数-负穿越次数$\boldsymbol{=P/2}$

12. 系统的相对稳定：开环，无右半平面的极点，奈氏曲线离$(-1,j0)$越远，越稳定；
经过$(-1,j0)$，临界稳定。

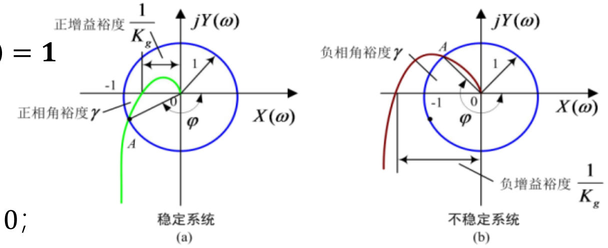
13. ★稳定裕度：衡量闭环稳定系统稳定程度的指标

相角裕度$\gamma = \varphi(\omega_c) - (-180°)$

剪切频率ω_c：$L(\omega) = 0, A(\omega) = 1$

增益裕度$K_g = \frac{1}{A(\omega_g)} \xrightarrow{\text{伯德图}} -L(\omega_g)$

$\varphi(\omega_g) = -180°$

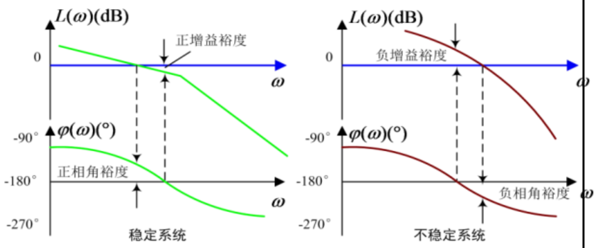


正增益裕度：稳定系统，$L(\omega_g) < 0$；

负增益裕度：不稳定，$L(\omega_g) > 0$

工程中，一般$\gamma = 30°\sim60°$

$$K_g \ge 2 \xrightarrow{\text{伯德图}} K_g \ge 6dB$$



14. 开环频率特性估计闭环频率特性：

设系统为单位反馈，$H(j\omega) = 1$

低频时$|G(j\omega)| \gg 1, \left|\frac{C(j\omega)}{R(j\omega)}\right| \approx 1$；高频时$|G(j\omega)| \ll 1, \left|\frac{C(j\omega)}{R(j\omega)}\right| \approx G(j\omega)$

15. 频域性能指标

a) 截止频率(带宽频率)ω_b：对数幅频特性下降到原来的$1/\sqrt{2}$

b) 带宽BW：$0\sim\omega_b$的频率范围　反映系统对噪声的滤波特性；愈大，响应愈快

c) 谐振峰值$M_r = |G(j\omega_r)|$：闭环幅频特性的最大值　　反映系统的相对稳定

d) 谐振频率ω_r：对应M_r，$\frac{d|G(j\omega)|}{d\omega} = 0$　　反映暂态响应的速度；愈大愈快

对于二阶系统：$\omega_r = \omega_n\sqrt{1-2\zeta^2}, M_r = \frac{1}{2\zeta\sqrt{1-\zeta^2}}$　　$0 \le \zeta \le 0.707$

$$\omega_b = \omega_n\sqrt{\sqrt{4\zeta^4 - 4\zeta^2 + 2} + (1-2\zeta^2)}$$

16.

第 6 章 线性系统的校正方法

1. 校正的本质：改变系统的零极点改变系统的性能

2. 时域性能指标：超调量、调节时间、上升时间、稳态误差或开环增益

频域性能指标：闭环——峰值比M_r/M_0、峰值频率、带宽

开环——剪切频率、稳定裕度

复数域指标：系统闭环极点在复平面的分布区域

3. 校正设计的方法　　②根轨迹法

①频率法：原开环 Bode 图+校正环节 Bode 图+增益调整=校止后的开环 Bode 图

4. 基本控制规律：

a) P：提高开环增益，减小稳态误差，提高控制精度，但降低相对稳定性

b) PD：$G_c(s) = K_p(1 + T_d s)$

增加阻尼，改善稳定性。增加一个$-1/T_d$的开环零点，使相角裕量增加，改善动态性能。只对动态起作用，而对常值稳态无影响，对噪声敏感。

c) I：提高系统的型别（无差度），提高稳态性能的。增加了一个位于原点的开环极点，使信号产生90°的相角滞后，对系统稳定性不利。

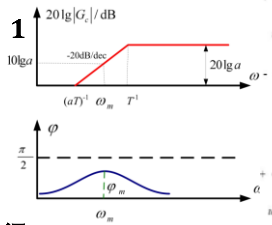
d) PI：$G_c(s) = K_p(1 + \frac{1}{T_i s})$

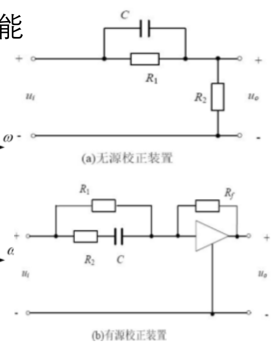
增加一个位于原点的开环极点和 一个位于s左半平面的开环零点。增加的极点可以系统型别提高一级，减小系稳态误差，改善稳态性能；

e) PID：$G_c(s) = K_p\left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s\right)$

使系统的型别提高一级，提供两个负实零点，提高动态性能

5. ★串联相位超前校正：$G_c(s) = \frac{1}{\alpha}\cdot\frac{1+\alpha Ts}{1+Ts}, \alpha > 1$





步骤：①从给定指标确定开环增益K

②绘制伯德图，从ω_{c1}计算相角裕度γ_0

③$\varphi_m = \varphi_0 = \gamma - \gamma_0 + \varepsilon, \varepsilon = 15°\sim20°$

④$\alpha = \frac{1+\sin\varphi_m}{1-\sin\varphi_m}$；　⑤校正后$L(\omega_{c2}) = -10\lg\alpha$,得$\omega_{c2} = \omega_m$

⑥校正装置的转折频率$\omega_1 = \frac{1}{\alpha T} = \frac{\omega_m}{\sqrt{\alpha}}, \omega_2 = \frac{1}{T} = \omega_m\sqrt{\alpha}$　　$\omega_m = \frac{1}{\sqrt{\alpha}T}$

⑦校正装置$G_c(s) = \frac{1+s/\omega_1}{1+s/\omega_2}$上大下小　　⑧重绘伯德图，检验相角裕度

结论：①PD 属于相位超前校正。

②增大相角裕度，降低超调量。增加带宽，加快响应速度。

6. ★串联相位迟后校正：$G_c(s) = \frac{1+bTs}{1+Ts}, b < 1$

步骤：①从给定指标确定开环增益K②绘制伯德图，从ω_{c1}计算相角裕度γ_0

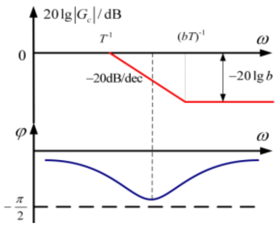
③$\gamma_2=\gamma+\varepsilon,\varepsilon=15°\sim20°$

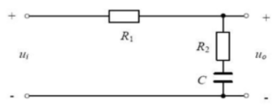
④根据γ_2求出校正后剪切频率ω_{c2}

⑤令$L(\omega_{c2})=20\lg b$，得b

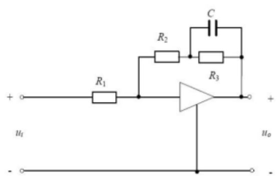
⑥校正装置的转折频率

$$\omega_1=\frac{1}{bT},\omega_2=\frac{1}{T}=\frac{1}{10}\omega_{c2}\sim\frac{1}{4}\omega_{c2}$$





(a)无源校正装置

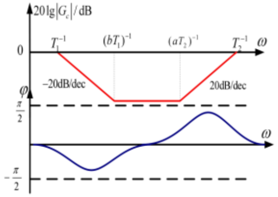


(b)有源校正装置

⑦校正装置$G_c(s)=\frac{1+s/\omega_2}{1+s/\omega_1}$上小下大

⑧重绘伯德图，检验相角裕度

结论：①PI 属于相位迟后校正 **②可解决提高稳态精度和振荡性之间的矛盾， 但会使频带变窄**



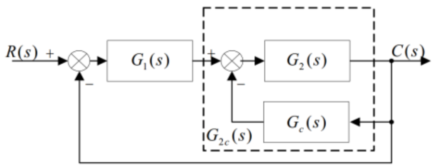
7. 串联相位滞后-超前校正：

$G_c(s)=\frac{(1+bT_1s)(1+aT_2s)}{(1+T_1s)(1+T_2s)}$ $a>1,b<1,bT_1>aT_2$

8. (局部)反馈校正$G_{2c}(s)=\frac{G_2(s)}{1+G_2(s)G_c(s)}$

$|G_2(s)G_c(s)|\ll1,G_{2c}(s)\approx G_2(s)$

$|G_2(s)G_c(s)|\gg1,G_{2c}(s)\approx1/G_c(s)$



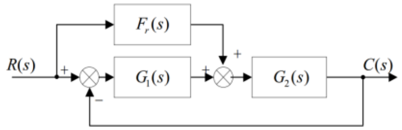
9. 复合校正：反馈控制回路＋前馈通道

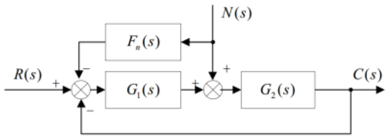
可保持系统稳定，减小稳态误差，

可抑制几乎所有的可量测扰动。

a) 反馈与给定输入前馈复合校正：开环控制

b) 反馈与扰动前馈复合校正：开环控制





10.

第 7 章 线性离散系统分析与设计

1.零阶保持器：把nT的值保持到写一个采样时刻$(n+1)T$ $\boldsymbol{G_h(s)=\frac{1-e^{-Ts}}{s}}$

2.采样定理：$\omega_s\geq2\omega_m$

3.Z变换：$F(z)=z[f^*(t)]=\sum_{n=0}^{\infty}f(nT)z^{-n}$

性质：①线性定理：$\mathcal{Z}[af_1(t)+bf_2(t)]=aF_1(z)+bF_2(z)$

②实数位移定理：$\mathcal{Z}[f(t-kT)]=z^{-k}F(z)$ 左移超前

$\mathcal{Z}[f(t+kT)]=z^kF(z)-z^k\sum_{n=0}^{k-1}f(nT)z^{-n}$ 右移迟后

③**复数位移定理：$\mathcal{Z}\left[f(t)e^{\mp at}\right]=F(ze^{\pm at})$** ④初值定理$f(0)=\lim_{z\to\infty}F(z)$

⑤终值定理$\lim_{t\to\infty}f(t)=\lim_{n\to\infty}f(nT)=\lim_{z\to1}(z-1)F(z)$

⑥卷积定理：$c(kT)=\sum_{n=0}^{k}g[(k-n)T]r(nT)$

4.Z反变换：$\mathcal{Z}^{-1}[F(z)]=f^*(t)=\sum_{n=0}^{\infty}f(nT)\delta(t-nT)$ 长除法、部分分式法

留数法：一阶极点$R=\lim_{z\to p}(z-p)[F(z)z^{n-1}]$ $f(nT)=\sum R$

q阶重极点$R=\frac{1}{(q-1)!}\lim_{z\to p}\frac{d^{q-1}}{dz^{q-1}}[(z-p)^qF(z)z^{n-1}]$

5.采样拉氏变换性质：①周期性：$G^*(s)=G^*(s+jk\omega_s)$

②$[G(s)E^*(s)]^*=G^*(s)E^*(s)\to\mathcal{Z}[G(s)E^*(s)]=G(s)E(s)$

6.★开环脉冲传递函数：①中间有开关：$G(z)=\mathcal{Z}[G_1(s)]\mathcal{Z}[G_2(s)]=G_1(z)G_2(z)$；

②中间无开关：$G(z)=\mathcal{Z}[G_1(s)G_2(s)]=G_1G_2(z)$

7.闭环脉冲传递函数$\Phi(z)=\frac{G(z)}{1+GH(z)}\xrightarrow{\text{有数字控制器}D^*(s)}\frac{D(z)G(z)}{1+D(z)GH(z)}$

8.★离散系统稳定性：充要条件——所有特征根在z平面单位圆内

若用劳斯判据，令$z=\frac{\omega+1}{\omega-1}$

9.★离散系统稳态误差：$E(z)=\frac{1}{1+G(z)}R(z)$

$$\boldsymbol{e_{sr}=\lim_{t\to\infty}e(t)=\lim_{z\to1}(z-1)\frac{1}{1+G(z)}R(z)}$$

稳态位置误差系数

$$\boldsymbol{K_p=\lim_{z\to1}[1+G(z)]}$$

稳态速度误差速度

$$\boldsymbol{K_v=\lim_{z\to1}(z-1)G(z)}$$

稳态加速度误差系数

$$\boldsymbol{K_p=\lim_{z\to1}(z-1)^2G(z)}$$

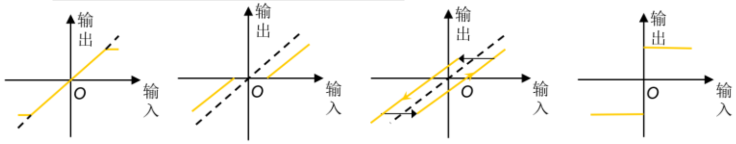
型别	$r(t)=1(t)$	$r(t)=t$	$r(t)=\frac{t^2}{2}$
0 型	$\frac{1}{K_p}$	∞	∞
Ⅰ型	0	$\frac{T}{K_v}$	∞
Ⅱ型	0	0	$\frac{T^2}{K_a}$

10.离散系统动态性能：求出$c(k)$或$c^*(t)$，求法与连续相同

11.

第 8 章 非线性控制系统分析

1. 非线性特性分类



(a) 饱和　(b) 死区　(c) 间隙　(d) 继电

2. 非线性系统的特征

①稳定性分析复杂

②稳定性分析复杂；③可能存在自持振荡（极限环）现象；④频率响应发生畸变

3. 非线性系统的分析与设计方法：小范围线性近似法、逐段线性近似法、相平面法、描述函数法、李雅普诺夫法、计算机仿真

4. ★描述函数：$N=\frac{Y_1}{X}e^{j\varphi_1}$

a) 奈氏判据：$G(j\omega)$未包围$-1/N$，稳定；$G(j\omega)$包围$-1/N$，不稳定
$-1/N$穿过$G(j\omega)$，出现极限环

b) 分析系统稳定性步骤：①化成典型结构；②求出N；③在复平面绘出$G(j\omega)$和$-1/N$轨迹；④判断系统是否稳定，是否存在极限环；⑤若存在极限环，进一步分析极限环的稳定性，确定它的频率和幅值；

c) 自持振荡（极限环）分析：若幅值A的变化使得系统不能使其变化回去，则为不稳定的极限环；否则为稳定的极限环

系统稳定→幅值A减小；系统不稳定→幅值A增大

$f(t)$	$F(s)$	$F(z)$
$\delta(t)$	1	1
$\delta(t-kT)$	e^{-kTs}	z^{-k}
$1(t)$	$\frac{1}{s}$	$\frac{z}{z-1}$
t	$\frac{1}{s^2}$	$\frac{zT}{(z-1)^2}$
$\frac{1}{2}t^2$	$\frac{1}{s^3}$	$\frac{z(z+1)T^2}{2(z-1)^3}$
e^{-at}	$\frac{1}{s+a}$	$\frac{z}{z-e^{-aT}}$
te^{-at}	$\frac{1}{(s+a)^2}$	$\frac{zTe^{-aT}}{(z-e^{-aT})^2}$
$a^{t/T}$	$\frac{1}{s-(1/T)\ln a}$	$\frac{z}{z-a}\quad(a>0)$
$1-e^{-at}$	$\frac{a}{s(s+a)}$	$\frac{z(1-e^{-aT})}{(z-1)(z-e^{-aT})}$
$e^{-at}-e^{-bt}$	$\frac{b-a}{(s+a)(s+b)}$	$\frac{z(e^{-aT}-e^{-bT})}{(z-e^{-aT})(z-e^{-bT})}$
$\sin\omega t$	$\frac{\omega}{s^2+\omega^2}$	$\frac{z\sin\omega T}{z^2-2z\cos\omega T+1}$
$\cos\omega t$	$\frac{s}{s^2+\omega^2}$	$\frac{z^2-z\cos\omega T}{z^2-2z\cos\omega T+1}$
$e^{-at}\sin\omega t$	$\frac{\omega}{(s+a)^2+\omega^2}$	$\frac{ze^{-aT}\sin\omega T}{z^2-2ze^{-aT}\cos\omega T+e^{-2aT}}$
$e^{-at}\cos\omega t$	$\frac{s+a}{(s+a)^2+\omega^2}$	$\frac{z(z-e^{-aT}\cos\omega T)}{z^2-2ze^{-aT}\cos\omega T+e^{-2aT}}$