***第一章 概率论的基本概念***

1. 互斥(互不相容)： 对立(互逆)：

完备(完全)事件组：，满足，且

1. 德摩根律：

1. 古典型概率计算公式：
2. 不放回抽取，连续取n次每次取1个一次取n个
3. 条件概率： 乘法定理：

**缩减样本空间解法**

1. 全概率公式：离散：

连续： 同理

1. 贝叶斯公式：离散：

连续： 同理

1. A、B独立：

定理：①一列独立事件中任一部分改为对立事件，所得事件列仍为相互独立

②事件A、B、C，任取两个事件都独立，则

两两独立：

相互独立：

***第二章 随机变量及其分布***

1. 离散型随机变量（概率质量函数PMF）
   1. **0-1分布**： 抛硬币，二选一

* 1. **二项分布**： n重伯努利，出现k次“是”

* 1. **几何分布**： n重伯努利，第k次**首次**出现”是”

无记忆性 为负二项分布的特例r=1

* 1. **负二项分布(帕斯卡分布)**： 几何分布的和

X=第k次实验，正好发生r次”是”

* 1. **超几何分布**： 不放回抽样的二项分布

N件物品，有M件次品，抽n件（不放回）有k件次品概率

分子：k件从不合格品中抽取，剩下的在合格品中抽取

分母：从N件中随便抽取n件

若**N巨大**，放不放回区别不大，近似为二项分布

* 1. **松柏分布**： 二项分布的极限，𝜆/𝑛

条件：平稳性、独立性、普通性

意义：单位时间内随机事件发生的次数；例：汽车站台的候客人数

1. 连续型随机变量（概率密度函数PDF）
   1. **均匀分布**： 古典派的几何概型

* 1. **正态分布**： 二项分布的另一种极限

重要结论：① ②**标准化：令，则**

③，，称为上α分位点

④,

* 1. **标准正态分布**： 用Z表示

性质：，

* 1. **指数分布**： 泊松分布的间隔，连续的几何分布

泊松分布的三个条件+无记忆性 ~~指数函数取对数对数正太分布~~

无记忆性：①

②

1. 伯努利分布二项分布二项分布正态分布正态分布
2. (累积)分布函数CDF：

离散：

连续：

为分布函数的**充分必要条件**：①单调非减；②右连续；

③；

“a-0”为a左极限，离散时有意义

1. 中心极限定理：正态分布是所有分布的最终归宿
2. 泊松过程： 时间可变的泊松分布(t=1)
3. 唯二无记忆性的分布：几何分布、指数分布
4. 随机变量的函数分布： PDF为的，PDF为的

是单调函数的反函数

* 1. 公式法：

其中a,b为函数在X可能取值区间上的值域

* 1. 定义法：①写出；

②；

③

***第三章 多为随机变量及其分布***

1. **离散：**

**联合**概率质量函数JPMF

**边缘**概率质量函数MPMF（边缘分布）：

Y同理

**条件**概率质量函数： Y同理

1. **连续：**

**联合**概率密度函数JPDF

**边缘**概率密度函数MPDF（边缘密度）： Y同理

**条件**概率密度函数： X为条件同理

1. 条件概率条件分布
2. 联合累积分布函数JCDF：

边缘累积分布函数MCDF：

条件累积分布函数：连续： X为条件同理

1. 相互**独立**：CDF：

PMF：

PDF：

离散： 连续：

1. 二维均匀分布：

二维正态分布：

相互独立

1. 的分布：
   1. 离散： 卷积公式
   2. 连续： =

=

* 1. 离散，连续：



***第四章 随机变量的数字特征***

1. **数学期望**（随机变量的一阶矩）

意义：①对不确定性的计量；②加权平均（重心）

* 1. 离散： 前提：
  2. 连续：

性质： ①；

② ③齐次性：

④可加性：

⑤施瓦茨不等式：

⑥独立：=

1. 的示性变量（函数）： **用于求E(X)**
2. **方差**（二阶矩）：衡量集中程度

==

性质：①；

②； b的几何意义为平移量

③

④

⑤存在常数c使得 与不同

1. **标准差**：解决方差单位不一致
2. 马尔可夫不等式： 切比雪夫不等式：
3. 协方差：=

，**正相关**；，**负相关**；，**不相关** 不相关独立

性质：①

②

1. 相关系数： 因为标准差有单位

，**正相关**； ，**负相关**；

，**完全正相关**；，**完全负相关**；，**（线性）不相关**；

存在常数使得

1. 满足二维正态分布的X,Y独立 ，即不相关

***第五章 大数定律和中心极限定理***

1. 概率收敛：记为
2. 弱大数定律 统计存在的基础
   1. 伯努利大数定律：记为

* 1. 辛钦大数定律：记为

具有相同的分布

* 1. 切比雪夫大数定律：记为

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 分布 | 独立性 | 方差 |
| 伯努利大数定律 | 伯努利分布 | 独立 | 无要求 |
| 辛钦大数定律 | 同分布 | 独立 | 无要求 |
| 切比雪夫大数定律 | 无要求 | 不相关 | 同上界 |

1. ~~强大数定律： 约束条件比弱大数更强 考研不考~~
2. 中心极限定理 解释了为什么生活中正态分布处处可见
   1. 棣莫弗-拉普拉斯定理 理解：伯努利分布的和的极限是正态分布

=

* 1. 列维-林德伯格定理：

***第六章 样本及抽样分布***

1. 统计量(样本数字特征)： 不含未知参数
   1. 样本均值：
   2. 样本方差：

样本标准差：

* 1. k(原点)阶矩：

k阶中心矩：

k+l阶混合矩：

k+l阶混合中心矩

性质：①；②

③样本方差和方差的关系：**=**

1. 抽样分布：统计量的分布
   1. 卡方分布：记作 n越大，越接近正态分布

伽马函数：

若n为正整数，

性质：①可加性：；

②上分位点：

* 1. t分布：记作 n越大，越接近正态分布

性质：①上分位点：

②为偶函数；

③n充分大时，分布近似于

* 1. F分布：记作

性质：①上分位点：

②，则，

* 1. 一个正态总体的抽样分布：总体
     1. 样本均值的分布(已知)： 或
     2. 样本方差的分布(未知)：量化逼近的靠谱程度

与相互独立，且

* + 1. 样本均值的分布(未知)： 量化逼近的靠谱程度
    2. 样本方差的分布(已知)： ???
  1. 两个正太总体的抽样分布：总体和总体
     1. 样本均值的差(已知)：

或

* + 1. 样本均值的差(=未知)：

* + 1. 样本方差的比例(未知)：

***第七章 参数估计*** 分布函数已知，部分参数未知

1. 点估计：部分参数，估计量

种类：①一致估计量： 大样本容量

②无偏估计量： 小样本容量

③更有效估计量：，更有效

计算方法：

* 1. 矩估计法：

理论基础：样本k阶矩，随机变量k阶矩

，即

步骤：列出一阶矩到k阶矩的方程。（考研最多两个方程）

* 1. 最大似然估计法：可能性最大的就是事实
     1. 似然函数：离散：

连续：

* + 1. 最大似然函数：

最大似然估计值：； 最大似然估计量：

* + 1. 对数似然方程： **解法之一**

1. 区间估计：置信水平
   1. 单个总体
      1. 的置信区间

①已知： ②未知：

* + 1. 的置信区间 的置信区间同理

①已知： ②未知：

* 1. 两个总体和
     1. 的置信区间

①已知：

②未知：

* + 1. 的置信区间 未知

***第八章 假设检验***

1. 第一类错误：是对的，但我们拒绝了它（弃真）

第二类错误： 错 ， 接受 （纳伪）

1. 显著性检测：只控制第一类错误

步骤：①提出； ②给出显著性水平；

③确定检验统计量及拒绝域形式； ④求出拒绝域

***三大抽样分布***

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 统计量 |  | 概率密度函数 |  |  |
| 卡方分布 |  |  |  |  |  |
| t分布 |  |  |  |  |  |
| F分布 |  |  |  |  |  |

***常用随机变量分布***

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |
| 0-1分布 |  |  |  |  |  | 抛硬币，二选一 |
| 二项分布 |  |  |  |  |  | n重伯努利，出现k次“是” |
| 松柏分布 |  |  |  |  |  | 二项分布的**极限**， |
| 几何分布 |  |  |  |  |  | n重伯努利，第k次**首次**出现”是” |
| 负二项分布 |  |  |  |  |  | 几何分布的**和**  X=第k次实验，正好发生r次”是” |
| 超几何分布 |  |  |  |  |  | **不放回**抽样的二项分布 |
| 均匀分布 |  |  |  |  |  | 古典派的几何概型 |
| 正态分布 |  |  |  |  |  | 二项分布的另一种极限 |
| 标准正态分布 |  |  |  | 0 | 1 |  |
| 指数分布 |  |  |  |  |  | 泊松分布的间隔，连续的几何分布 |
| 二维均匀分布 |  |  |  |  |  |  |
| 二维正态分布 |  |  | | | |  |

***正态总体均值、方差的置信区间***

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 待估参数 | 其他参数 | 枢轴量的分布 | 置信区间 |
| 一个正态总体 |  | 已知 |  |  |
| 未知 |  |  |
|  | ~~已知~~ |  |  |
| 未知 |  |  |
| 两个正态总体 |  | 已知 |  |  |
| 未知 |  |  |
|  | 未知 |  |  |

***正态总体参数的假设检验***

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 检验参数 | 其他参数 |  |  | 检验统计量的分布 | 拒绝域 |
|  | 已知 |  |  |  |  |
| 未知 |  |  |
|  | ~~已知~~ |  |  |  |  |
| 未知 |  |  |
|  | 已知 |  |  |  |  |
| 未知 |  |  |
|  | 已知 |  |  |  |  |
| 未知 |  |  |