# 第一章 线性空间和线性变换

## 1.1-1.3 线性空间、基与坐标、坐标变换、线性子空间

* 线性空间：满足\*2
* 同一组点在不同基（）下有不同的坐标（）：
* 求向量在基下的坐标：
* **过渡矩阵**P：
* **坐标变换公式**：
* 线性子空间性质：

## 线性映射、值域、核

* 线性映射满足 恒等映射：
* 线性映射在基 与基 下的矩阵表示：
* 向量坐标变换公式：
* 在两个线性空间中，对应的不同基的关系为 ，

## 1.6-1.9 线性变换的矩阵与运算、同构、特征值与特征向量、不变子空间

* 线性变换： 恒等变换：
* 同构映射：
* 线性变换的特征值 和 特征向量：
* 计算方法：
* 代数重复度： 几何重复度：
* 可对角

# 第二章 -矩阵与矩阵的Jordan标准形

## 2.1-2.2 -矩阵及标准形、初等因子与相似条件

* 等价：
* 不变因子：
* k阶行列式因子：
* 初等因子：
* 不变因子
* 初等因子
* Smith标准型：唯一？

计算方法：

## 2.3 矩阵的Jordan标准形

* Jordan标准型方法\*3
* Jordan标准型的**变换矩阵**
* Jordan标准型的应用
  + 求解 常系数线性微分方程组：①求；②求；③求解；④通过得
  + 求：

# 第三章 内积空间、正规矩阵、Hermite矩阵

* 复共轭转置矩阵
* Hermite矩阵： ；反Hermite矩阵：
* Cauchy- Schwarz不等式：
* Schmidt方法求标准正交基：

|  |  |
| --- | --- |
| 酉空间 | 欧式空间 |
| 酉矩阵： | 正交矩阵： |
| 酉变换(等距)： | 正交变换： |
| Hermite变换 / 自伴(随) | 对称变换： |
| 反Hermite变换： | 反对称变换： |
| 酉相似： | 正交相似： |

* 幂等矩阵：
* 正交： 正交和： 正交补：
* 正交投影：
* 次酉矩阵：
* Schur 引理：
* 求酉矩阵W使得 上三角矩阵：
* 正规矩阵： ；实正规矩阵：
* A是正规矩阵，求酉矩阵U使得 **对角矩阵**：
* 伴随变换 (酉/欧式空间)：
* 正规变换 (酉/欧式空间)：
* Hermite二次型：
* 方法
* 正定 0，半正定 0，负定 0，半负定 0
* 正定
* 半正定
* 负定

# 第四章 矩阵分解

* 满秩分解：唯一?
* 正奇异值 / 奇异值：
* 奇异值分解：唯一?

# 第五章 范数、序列、级数

## 5.1 - 5.3 向量范数、矩阵范数、诱导范数

* 向量范数：性质\*3
* **p-范数**：p≥1， 1-范数：  
  2-范数： ∞ -范数：
* **矩阵范数**性质\*4

矩阵的**1-范数**：

**Frobenius 范数** :

* || 是与向量范数 **相容的矩阵范数**：
* **诱导范数** / 算子范数：
* **矩阵p-范数**：
* **列和范数**：
* **谱范数**：
* **行和范数**：。
* **谱半径**：
* 若 是正规矩阵，则

## 5.4-5.6 矩阵序列与极限、幂级数、~~测度~~

* **矩阵序列** 的极限：
* 矩阵序列 收敛于于 任意一种矩阵范数都满足
* 判断**收敛条件**：
* **矩阵级数**
* **绝对收敛**
* 矩阵级数绝对收敛 任何一种矩阵范数，正项数项级数 收敛
* 柯西乘积
* 矩阵幂级数：
* 判断矩阵幂级数A是否收敛：

方法\*3

**结论**：绝对收敛

收敛半径

调和级数 p级数：   
广义 级数 交错调和级数

# 第六章 矩阵函数

## 6.1 矩阵多项式

* 矩阵多项式：
* Jordan表示。

步骤：

* 化零多项式：
* Hamilton-Cayley定理
* 最小多项式

求法：

## 矩阵函数

* 矩阵函数：唯一？
* 表示一：Jordan表示式

步骤：

* 表示四：幂级数表示。 ，谱半径为
* 必考：

**性质**： 1） 2）当时，有

3） 5）

6）

# 函数矩阵与矩阵微分方程

## 7.1 函数矩阵与纯量

* 函数矩阵：
* 函数矩阵对纯量的导数 = = =

性质： ①  
 ②  
 ③  
 ④ = ， 是 的纯量函数  
 ⑤若 与 都可导,则  
 ⑥ =

* 函数矩阵的积分：

## 7.3-7.4 矩阵、线性向量微分方程

* 矩阵微分方程 的解为
  + 当 时，任一 有 Jacobi 等式
  + 若和的情况下解为，则满足
* 矩阵微分方程 的解为
* 解为

# 第八章 矩阵的广义逆

* A的广义逆矩阵

唯一？

计算方法：

* 左逆（右逆）： 或
* 若且A满秩，则
* 自反广义逆：使成立的
* A的伪逆矩阵：唯一? 方程\*4

性质： =

方法\*3

* **矩阵方程的通解**
* 相容（有解）方程组 的通解：
* **最小模解**：
* 性质： 是 的一个广义逆矩阵，则对于任意 ，是 的最小模解
* **最小二乘解** ：

**最佳最小二乘解**：

* 性质： ① 是 的一个广义逆矩阵，则对于任意 ，是 的最小二乘解
* ② 是方程组 的最佳最小二乘解

# 第九章 Kronecker积

* Kronecker积 / 直积：
* 性质： ①交换律?；**②**

**③** **④**

**⑤** 和都线性无关

**⑥**

**⑦**存在置换矩阵，使得

* Kronecker积的幂：
* 性质：
* 矩阵对矩阵的导数：
* 性质： ①  
   ②
* ③
* 梯度：
* 矩阵 与 的 Kronecker 和：
* 矩阵行展开：；列展开：

性质：

* 方程 A X+X B=C 有唯一解
* 方程 有非零矩阵 对于某一个 与 有