1. ***高等数学常用基础知识***
2. **余切**函数 反余弦函数 反余切函数

**正割**函数： **余割**函数 符号函数 取整函数

一个门的面积为\_\_\_\_\_，为\_\_\_\_\_

1. 若U=max{f(x), g(x)}，V=min{f(x), g(x)}，则U+V = U-V = UV =
3. 积化和差公式：

和差化积公式：

1. 万能公式u= 则sinx = cosx =

（前提 ）

（前提 ）

1. **为\_\_\_函数，为\_\_\_函数**；为\_\_\_函数
2. ***极限与连续***
3. 数列极限定义
4. 判断数列发散方法\*2
5. 数列极限运算规则（参考函数的）
6. 证明的极限存在
7. 函数极限定义：
8. 函数极限存在的充要条件\*2
9. 函数极限的性质 \*3
10. 无穷小的比阶 前提： 高阶无穷小

低阶无穷小 同阶无穷小 k阶无穷小 等价无穷小

1. 无穷小的运算：

有限无穷小的和/积是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_；有界函数与无穷小的积是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

1. 函数极限运算规则 前提：
2. **★常用的等价无穷小\*9 前提： 本质:**
3. 夹逼准则

使用方法: 对和式缩放：

n为无穷大时， n为有限数时，

1. 洛必达法则
2. 第一类间断点 第二类间断点
3. **数列极限计算的解法**

**①通项已知\*4：**

**②通项未知\*3：**

1. 函数极限的计算步骤（七种未定式）
2. **★常用函数的泰勒展开式\*8 前提：**

展开原则: 型，适用\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_原则；A-B型，适用\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_原则；

1. ***一元函数微分学的概念与计算***
2. 导数的定义\*2

**求导or下限为0的积分，函数奇偶性\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_，周期\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_**

1. 设在处连续，，则
2. 可导的充分必要条件：
3. 高阶导数概念：
4. 可微判别方法\*3:
5. 四则运算的前提：
6. 复合函数的导数(微分):
7. 反函数求导:  ，记，则有

一阶 二阶

1. 参数方程求导： 一阶： 二阶
2. 隐函数求导
3. 对数求导法 应用对象：

1. 幂指函数求导法
2. n阶导数的运算方法 \*3
3. 常见函数的n阶导数

1. 变限积分求导公式：
2. 基本初等函数的导数公式

1. ***一元函数微分学的几何应用***
2. 广义的、真正的区别： 极值、最值的区别：
3. **极值点** **驻点**：
4. 判断极值的充分条件 \*3
5. 凹弧： ；凸弧：
6. 判断凹凸的充分条件： ，凹的； ，凸的
7. 拐点的必要条件:
8. 判断拐点的充分条件 \*3
9. 铅锤渐近线： 取\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_的点

水平渐近线

斜渐近线:

1. 求闭区间的最值步骤: 求开区间的最值(取值范围)步骤:
2. 函数作图步骤:
3. ***中值定理***
4. 函数的中值定理

①有界与最值定理:

②介值定理:

③平均值定理:

④零点定理:

1. 导数(微分)的中值定理

①费马定理:

②罗尔定理:

推广：满足以下条件之一，存在，使得 \*4

③拉格朗日中值定理:

**推论**： 联系\_\_\_\_\_和\_\_\_\_\_

④柯西中值定理:

⑤泰勒公式 阶数:

a. 带拉格朗日余项 条件:

b. 带佩亚诺余项:

⑥积分中值定理

1. 克劳林公式:
2. 带拉格朗日余项的一阶麦克劳林/泰勒公式：

1. 重要函数的克劳林展开式 \*7

1. 证明存在，使得: \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_定理、\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_定理
2. 求导公式的逆向思维：

1. ***零点问题、微分不定式***
2. 零点问题:零点定理 用途: 单调性 用途:

罗尔定理的推论:

实系数奇次方程:

1. 经典不等式

**①3个:**

**离散情况：**

**连续情况：**

②设，当且仅当时等号成立\*2

**特殊情况：**

③Young不等式： ，则

④2个:

**⑤柯西不等式**

⑥

⑦6个:

1. 微分不等式的证明方法 \*3
2. ***一元函数积分学的概念与计算***
3. 原函数(不定积分)存在定理:
4. **定积分的定义: 注：**
5. 定积分存在的充分条件:\*2

必要条件：

1. 定积分的性质:①求区间长度: ②线性性质:

③可加可拆性:

④保号性: 特殊:

⑥估值定理:

⑦中值定理: 推广：

1. 变限积分的性质:\*2
2. 变限积分求导公式: 前提:
3. 无穷区间上的反常积分:破坏\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_;无界函数的反常积分: 破坏\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_
4. **★常用积分** 奇点:

常考：

1. 不定积分计算 ①凑微分法:

Ⅰ，A为常数or函数，

Ⅱ若得不到倍数，可将被积分函数的分子分母同乘/除\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_、\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_、\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_、\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_来恒等变形

②**★换元法**：

Ⅰ三角函数代换:

Ⅱ恒等变形后三角函数代换:

Ⅲ根式代换:

同时含有和

Ⅳ倒代换: 若分母幂次比分子高\_\_\_\_次及以上，则

Ⅴ复杂函数的直接代换: 含有，令

**注意:** 当\_\_\_\_\_\_\_\_、\_\_\_\_\_\_\_\_、\_\_\_\_\_\_\_\_与\_\_\_\_\_\_\_\_或\_\_\_\_\_\_\_\_乘除，优先考虑\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_法

③分部积分法:

Ⅰ选择依据：微分后简单点宜作\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_，积分后简单点宜作\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Ⅱ推广:

④有理函数的积分:

方法: 注意:

1. 定积分的计算：

三大方法：

偶函数， 奇函数，

周期函数，

**区间再现公式:**

**华里士公式**：

★**方法总结**：

1. 凑定积分定义的方法:
2. 反常积分的敛散性判别:

无穷区间的:\_\_\_\_\_\_\_\_收敛，\_\_\_\_\_\_\_\_发散;

无界函数的: \_\_\_\_\_\_\_\_收敛，\_\_\_\_\_\_\_\_发散 (奇点x=0)

1. ***一元函数积分学的几何应用***
2. 定积分计算平均数：
3. 计算面积 计算体积





1. ***积分等式与积分不等式***
2. 等式问题：① 通过证一个特殊等式求特殊积分

② 求：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_；③ 带“”的\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_定理

1. 不等式问题： **构造辅助函数**
2. 上/下限\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_化，然后利用\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_、\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_等； ③\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_
3. 处理被积函数：Ⅰ利用\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_；Ⅱ：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_；

Ⅲ：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_；Ⅳ\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_；Ⅴ\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_；Ⅵ\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

1. 和式不等式：若在单调递减，

若单调递增，

1. ***多元函数微分学***
2. 偏导数定义: 例如，对x，
3. 可微: 函数的全增量，其中，A、B仅与x,y有关

全微分:

1. 判断函数是否可微的步骤:
2. 判断偏导数连续性的步骤:
3. 在某点\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_该点偏导不连续
4. 多元函数微分法则
   1. 链式求导规则:，

则

* 1. 隐函数求导

1. 无条件极值——隐函数、显函数
   1. 必要条件:
   2. 充分条件:
2. 条件最值: 目标函数，条件
3. 在区域中的最值：
4. 一般，除非它们\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_
5. 偏微分方程：
7. ***二重积分***
8. 二重积分的存在性(可积性)
9. 二重积分的定义:
10. 二重积分性质：①求区域面积: ②可积函数必\_\_\_\_\_\_\_\_

③\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_、\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_、\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_、\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_、\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

1. 普通对称性:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
| 关于轴对称 |  |  |
| 关于原点对称 |  |  |
| 关于对称 |  |  |
| 关于对称 |  |  |
| 关于对称 |  |  |

轮换对称性:

1. 二重积分比大小\*
2. 二重积分的计算
   1. 直角坐标系下: **下限≤上限**

X型: 

* 1. 极坐标系下: 先\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_，后\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

O在D外:

O在D边界上:

O在D内:

* 1. 选择的**一般**原则:
  2. **极坐标与直角坐标的相互转化**:

1. 交换积分次序:
2. ***常微分方程***
3. 微分方程：或

常微分方程：未知函数是一元函数的微分方程

1. 一阶微分方程求解①

②可化为变量可分离型：Ⅰ形如:

Ⅱ形如或:

③形如

**推导:**

④伯努利方程: 形如

1. 二阶可降微分方程的求解：①型(不显含未知函数y)

②型(不显含自变量x)

1. 二阶**变**系数线性微分方程: 齐次:

二阶**常**系数线性微分方程: 非齐次:

1. 线性微分方程的解的结构

①对于，是其两个线性无关的解(即常数)，则\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_为通解

②为特解，\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_为通解

③是的解，是的解，\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_的解

1. 的通解

1. 的特解
2. 的解
3. n阶非齐次微分方程型的解
4. ***无穷级数***
5. 无穷级数: 部分和:

m项后余项:

性质: ①

②收敛

③收敛的必要条件:

1. 正项级数:
   1. 收敛的充分必要条件:
   2. 比较判别法:
   3. 比较判别法的极限形式:

* 1. 比值判别法(达朗贝尔判别法):
  2. 根值判别法(柯西判别法):

1. 交错级数: 莱布尼兹判别法:
2. 任意项级数: 记作

绝对值级数：

**绝对收敛：**

**条件收敛：**

定理: 若\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_收敛，\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_必收敛；

1. 收敛级数的性质

① ②

③ ④

1. 函数项级数:

幂级数: 一般形式: 标准形式:

* 1. 阿贝尔定理:
  2. 收敛半径的存在性:
  3. 收敛半径的求法:
  4. 收敛域 =

1. 和函数: \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_相等，则同幂次的系数相等

四则运算:

性质\*3:

1. ★重要的幂级数展开式

1. 泰勒级数:

麦克劳林级数:

具有任意阶导数的函数，其泰勒级数并（不都/能）能收敛于函数本身

1. 泰勒级数收敛于本身的充要条件
2. 幂级数展开求法
3. ★**重要结论:**

调和级数： p级数:

交错调和级数:

1. 幂级数收敛域的求法
   1. 具体型 步骤：

* 1. 抽象型 结论
     1. 已知在某点的敛散性
     2. 已知的敛散性，求的敛散性

1. 幂级数和函数的求法
   1. 突破口:
   2. **重要结果\*2**
2. ***数学一、数学二专题内容***
3. 相关变化率：，则
4. 曲率公式： 曲率半径：

曲率圆： 其中

1. 变力沿直线做功： 抽水做功：

水压力：

1. 平面曲边梯形的形心坐标： 同理

平面曲线弧长：①

②

③

旋转曲面面积：①

②

平行截面面积已知的立体体积：

1. 欧拉方程：形如

解法: ①当x>0，令，则，于是

，方程化为，求解

②当x<0，令，同理得

1. 傅里叶级数：

其中

1. 狄利克雷收敛定理：上连续or只有有限个第一类间断点，且最多只有有限个极值点，则在上处处收敛

和函数

且，其中表示

1. 傅里叶展开式：

其中

S(x)和傅里叶级数的类似

1. 正弦级数：

余弦级数：

1. ***多元函数积分学的基础知识***
2. 数量积：

a在b上的投影：

1. 向量积：

1. 混合积：

三向量共面：

1. 方向余弦：
2. 单位向量：

任意向量：

1. 平面方程：一般式：

点法式：

三点式：

截距式：

平面束：

1. 直线方程：一般式：

点向式：

参数式：

两点式：

1. 距离公式：点到面：

点P0到线(过P1)：，为方向向量

两平行直线： 两异面直线：

两平行平面：

1. 直线关系：方向向量

平行： 垂直：

1. 平面关系：法向量

平行： 垂直：

1. 平面与直线关系：将直线的当成平面的法向量
2. 空间曲线：○一般式： 几何意义：两曲面的交线

①切向量：

②切线方程：

③法平面方程：

○参数方程：

①切向量： ②切线方程：

③法平面方程：

曲线在坐标面的投影：例如在xOy的投影，将一般式中的z消去，

得，曲线方程为

1. 空间曲面：

①法向量：

②法线方程：

③切平面：

椭球面： 单叶双曲面：

双叶双曲面： 椭圆抛物面：

椭圆锥面： 双曲抛物面：

椭圆柱面： 双曲柱面：

抛物柱面：

1. ★旋转曲面：曲线：绕直线L：旋转一周

解法：

1. 空间曲面面积：
2. 方向导数：
3. 梯度：
4. 方向导数和梯度得关系：
5. 三重积分、第一型曲线曲面积分
6. 第二型曲线曲面积分
7. 二重积性)
8. 常用函数的泰勒展开式\*8 前提：

1. 基本初等函数的导数公式

1. 克劳林展开式

1. 经典不等式

①3个:

离散情况：

连续情况：

②设，当且仅当时等号成立\*2

特殊情况：

③Young不等式： ，则

④2个:

⑤柯西不等式

⑥

⑦6个:

1. 常考：