

資料結構期末考(數位二，滿分 120 分)

一、(12%)將中置式(infix)轉成前置式(prefix)和後置式(postfix)。

1. $(A + B) * (C - D)$

prefix: $* + A B - C D$; postfix: $A B + C D - *$

2. $(A + B) * C + D / (E + F * G)$

prefix: $+ * + A B C / D + E * F G$; postfix: $A B + C * D E F G * + /$

3. $X = A - B / C + D / E - F * G$

prefix: $- + - = X A / B C / D E * F G$; postfix: $X A B C / - D E / + F G * - =$

4. $A * (B + C) \geq D - E * F$

prefix: $\geq * A + B C - D * E F$; postfix: $A B C + * D E F * - \geq$

二、(18%)二維陣列 $A[m_1..m_2][n_1..n_2]$ 的記憶體起始位址為 α ，每筆資料為 4 Bytes。請回答下列問題：

1. 若資料儲存方式是 row-major，則 $A[i][j]$ 的記憶體公式為何？

2. 若 $m_1=n_1=1$ ， $A[5][3]$ 的記憶體位址為 5186， $A[8][5]$ 的記憶體位址為 5302。試求 α ？

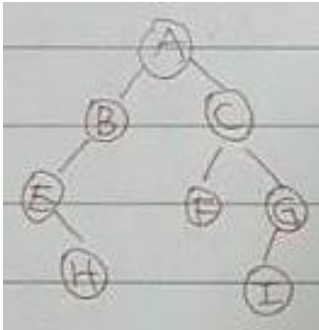
3. 承上題， $A[7][2]$ 的記憶體位址為何？

答案: 1. $A[i][j] = \alpha + [(i - m_1) * (n_2 - n_1 + 1) + (j - m_1)] * S$ 2. 5304 3. 5254

三、(8%)

1. 若前序追蹤的順序為 ABEHCFG I，中序追蹤的順序為 EHBAFCIG，請畫出二元樹，再寫出後序追蹤的順序。

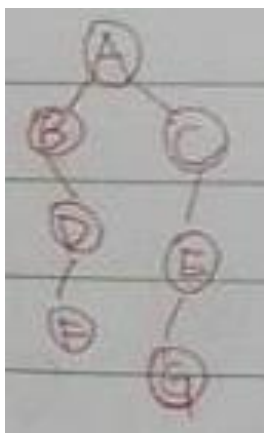
答案:



，後序追蹤: HEBFIGCA

2. 若後序追蹤的順序為 FDBGECA，中序追蹤的順序為 BFDAGEC，請畫出二元樹，再寫出前序追蹤的順序。

答案:



，前序追蹤: ABDFCEG

四、(8%) (請寫出推論過程，全對才給分)

1. 若以鏈結串列表示一棵 n 個節點的 k 元樹 (k -way tree)，請問有幾個指向 null 的指標？
2. 請證明一棵二元樹的樹葉節點(n_0)等於分支度為 2 的節點總數(n_2)加 1。

答案:

1. (1) 元樹應有 $2n$ 個 pointers, 但實際指向兒子的有 $(n-1)$ pointers, \Rightarrow 共有 $2n - (n-1) = n+1$ 個 null pointers. #

(2) k 元樹應有 nk 個 pointers, $(n-1)$ $nk - (n-1) = n(k-1) + 1$ 個 null pointers. #

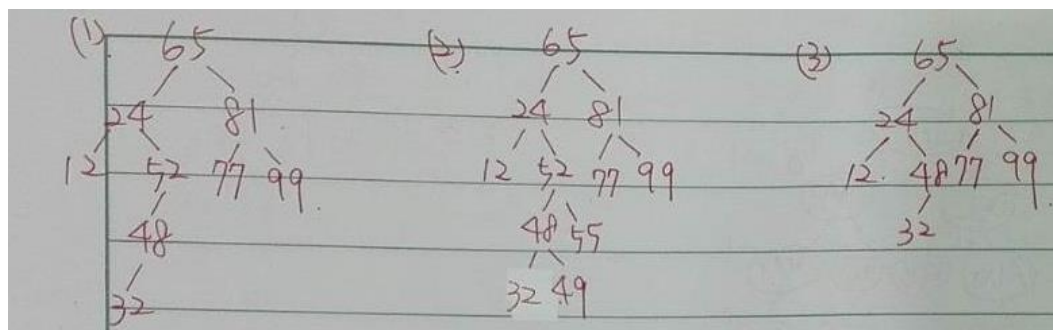
2. Let n 為元樹的節點總數.

n_0	樹葉節點個數	$n = n_0 + n_1 + n_2$ — ①
n_1	分支度為 1 的節點個數	$\Rightarrow B = 0n_0 + 1n_1 + 2n_2$ — ②
n_2	分支度為 2 的節點個數	$B = n - 1$ (\because 根節點無分支) — ③
B	的所有分支數	①、③合併 $\Rightarrow B = n_0 + n_1 + n_2 - 1$ — ④
		②、④合併 $\Rightarrow n_0 = n_2 + 1$ #

五、(9%)

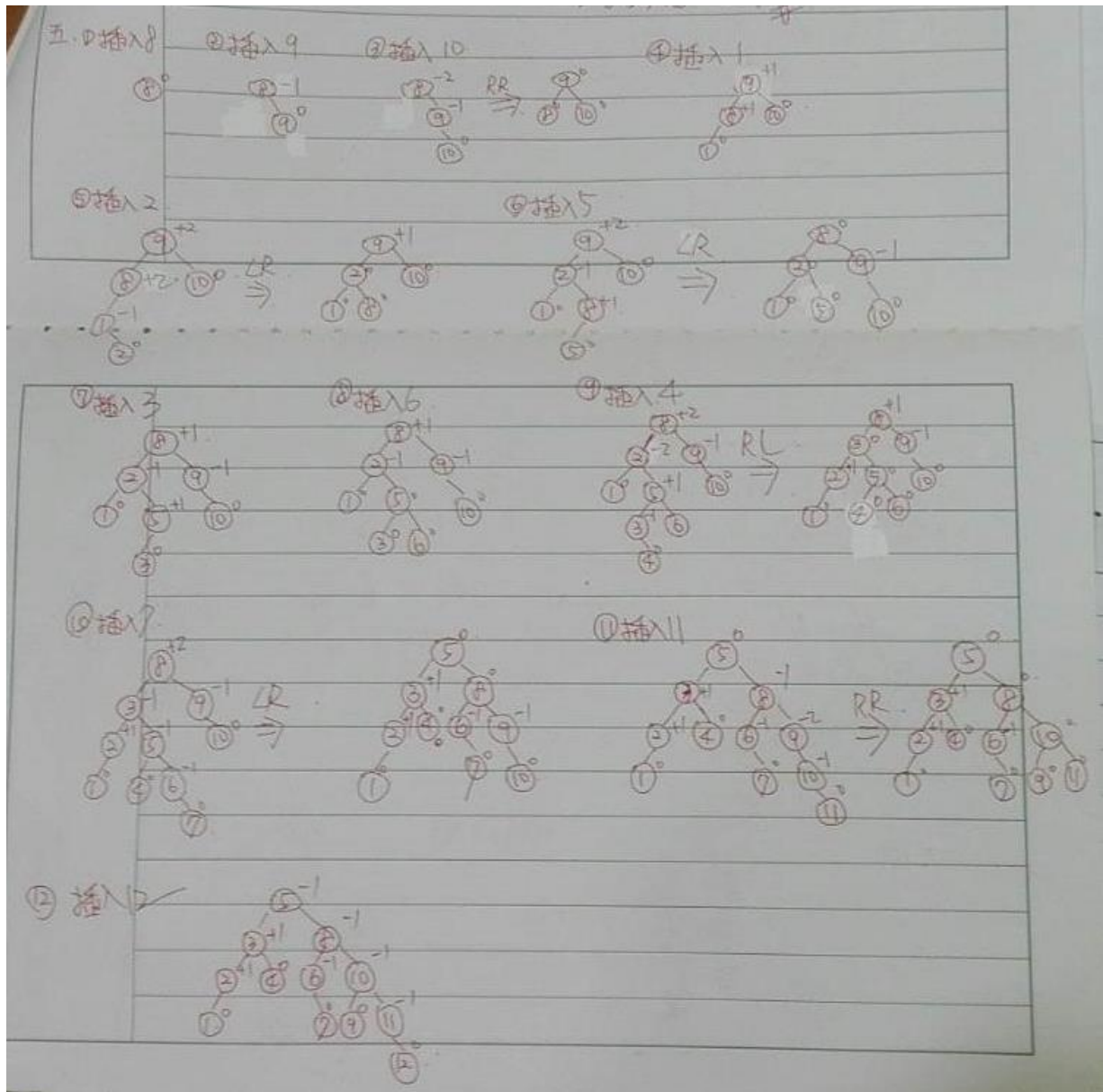
1. 以 $\{65, 24, 52, 48, 81, 12, 77, 32, 99\}$ 建立一棵二元搜尋樹。
2. 請分別畫出插入 55, 49 後的二元搜尋樹。
3. 請畫出刪除 52 後的二元搜尋樹。

答案:



六、(10%) 請以數列 $\{8, 9, 10, 1, 2, 5, 3, 6, 4, 7, 11, 12\}$ 建立一棵 AVL 樹 (An AVL tree is a height-balanced binary search tree.)。註: 請畫出整個過程，每插入一個數字後，需算出平衡因子 (balance factor)，如有導致不平衡的節點，並說明要使用哪種調整方法 (LR, RL, LL, RR)，以及調整後的結果。

答案:



七、(5%)(承第六大題) 請進行由小而大之快速搜尋法(quick sort)。註:假設第一輪以 8 為 pivot，僅列出 8 就定位後的結果與結果即可。

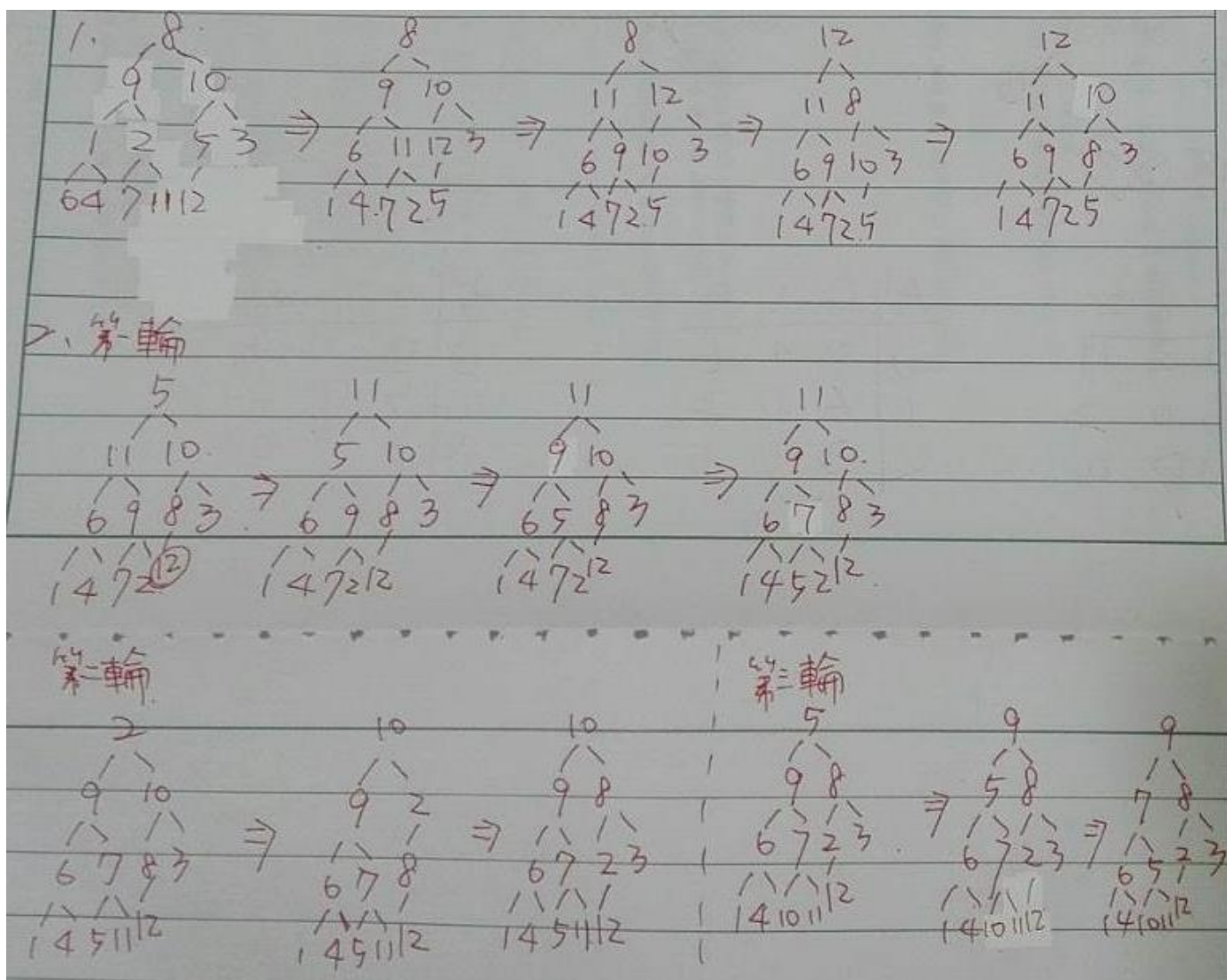
答案:

6	3	4	12	5	7	8	9	10	11	12	
5	3	4	12	6	7	8	9	10	11	12	
2	3	4	15	6	7	8	9	10	11	12	
2	1	4	3	5	6	7	8	9	10	11	12
1	2	4	3	5	6	7	8	9	10	11	12

八、(10%)(承第六大題)

- 1.請先建立完整二元樹，然後調整成最大堆積樹(max heap tree)
- 2.請畫出由小到大之堆積排序法(heap sort)的完整過程。註:僅畫出前三輪即可。

答案:



九、(10%)

(1)請列舉兩個穩定排序法及兩個不穩定排序法。

穩定排序法: Insertion Sort, Merge Sort; 不穩定排序法: Heap Sort, Quick Sort

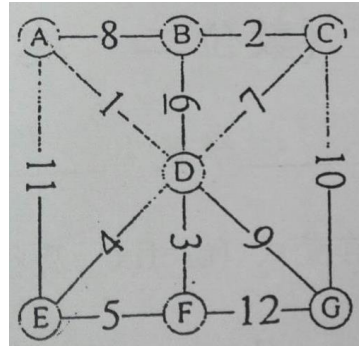
(2)請填入各排序演算法之時間複雜度(Time complexity, big-O)

	Average case	Worst case
Insertion Sort	n^2	n^2
Merge Sort	$n \log n$	$n \log n$
Heap Sort	$n \log n$	$n \log n$
Quick Sort	$n \log n$	n^2

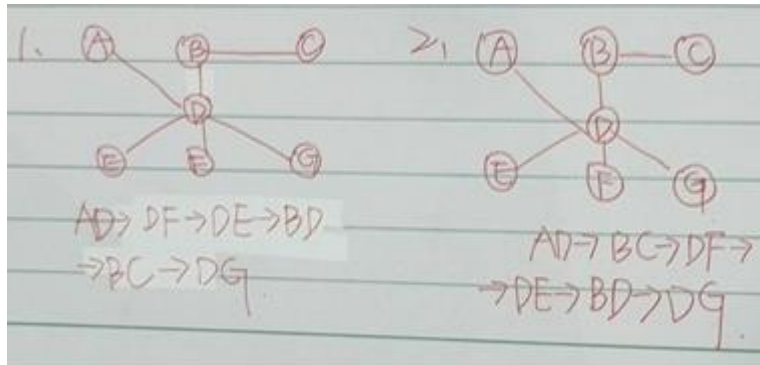
十、(10%) 下圖為一無向網路圖(undirected network), 請從(AD)開始, 分別以下列方法建構最小成本擴張樹(Minimum cost spanning tree), 並請依次列出加入擴張樹的邊(edge), 例如: (AD)(DF)...

(1) Prim's Method

(2) Kruskal's Method



答案:



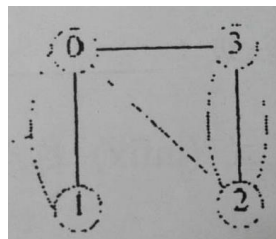
十一、(10%)

(1)請定義「柯尼斯伯格之橋」問題或「尤拉路徑 (Euler path)」。

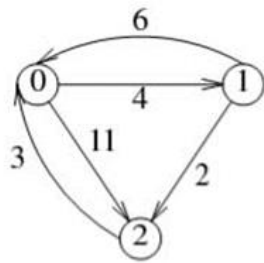
從某一點出發，在經過所有的橋一次之後，是否能夠回到原本起始的位置。

(2)下圖是否存在「尤拉路徑 (Euler path)」？請說明原因。註:非舉例說明。

是，因為每個點的分支度都是偶數。



十二、(10%) 請完成下列矩陣值(A^0, A^1, A^2)。



(a) Example digraph

A^{-1}	0	1	2
0	0	4	11
1	6	0	2
2	3	∞	0

(b) A^{-1}

A^0	0	1	2
0			
1			
2			

(c) A^0

A^1	0	1	2
0			
1			
2			

(d) A^1

A^2	0	1	2
0			
1			
2			

(e) A^2

答案: 在講義第六章的 62 頁