

資料結構期末考(數位二，滿分 140 分)

一、(10%)(請寫出推論過程，全對才給分)

1. 若以鏈結串列表示一棵 n 個節點的 k 元樹 (k -way tree)，請問有幾個指向 null 的指標？
2. 請證明一棵二元樹的樹葉節點(n_0)等於分支度為 2 的節點總數(n_2)加 1。

答案:

1. (1) k 元樹應有 $2n$ 個 pointers, 但實際指向兒子的有 $(n-1)$ pointers, \Rightarrow 共有 $2n - (n-1) = n+1$ 個 null pointers. #

(2) k 元樹應有 nk 個 pointers, $(n-1)$ $nk - (n-1) = n(k-1) + 1$ 個 all pointers. #

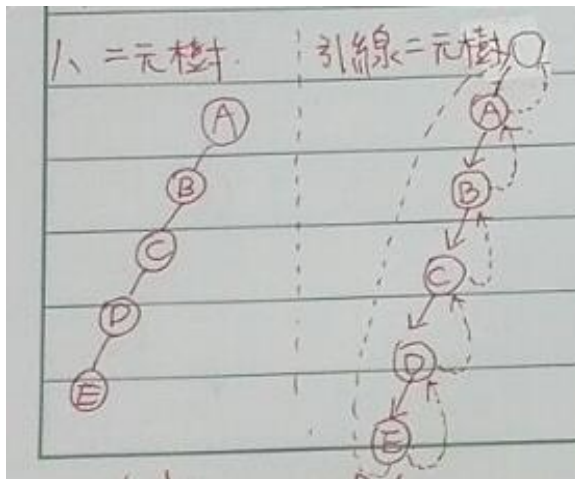
2. Let n 為 k 元樹的節點總數.

| | | |
|-------|--------------|---|
| n_0 | 樹葉節點個數 | $n = n_0 + n_1 + n_2$ — ① |
| n_1 | 分支度為 1 的節點個數 | $B = 0n_0 + 1n_1 + 2n_2$ — ② |
| n_2 | 分支度為 2 的節點個數 | $B = n - 1$ (\because 根節點無分支) — ③ |
| B | 的所有分支數 | ①、②合併 $\Rightarrow B = n_0 + n_1 + n_2 - 1$ — ④ |
| | | ③、④合併 $\Rightarrow n_0 = n_2 + 1$ # |

二、(15%)

1. 若前序追蹤的順序為 ABCDE，中序追蹤的順序為 EDCBA，請畫出(1)二元樹(2)引線二元數 (threaded binary tree)，(3)寫出後序追蹤的順序。

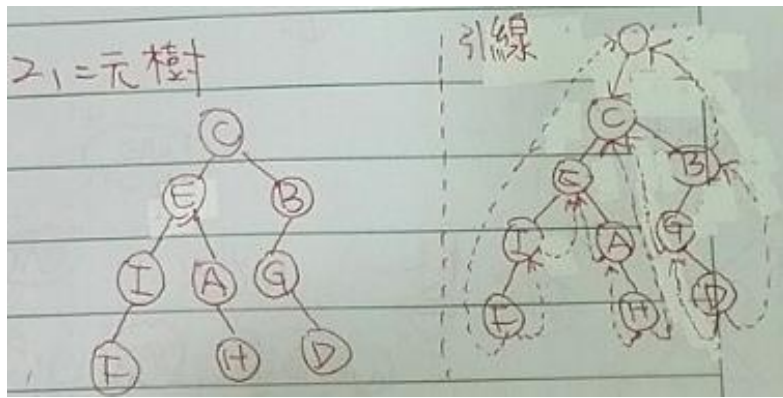
答案:



，後序追蹤:EDCBA

2. 若後序追蹤的順序為 FIHAEDGBC，中序追蹤的順序為 FIEAHCGDB，請畫出(1)二元樹(2)引線二元數 (threaded binary tree)，(3)寫出前序追蹤的順序。

答案:

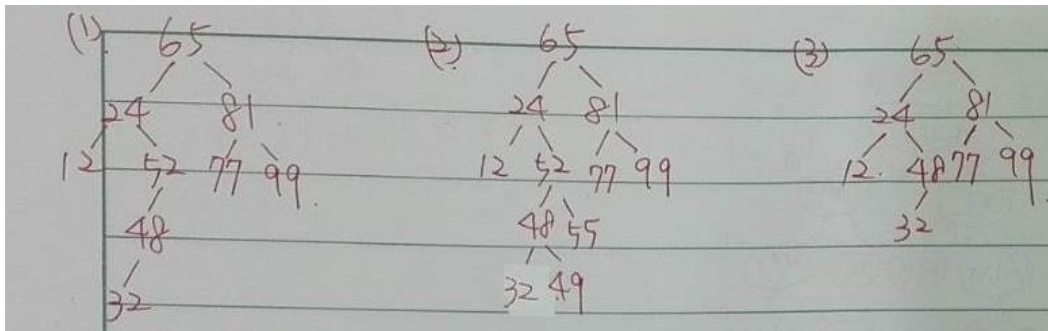


，前序追蹤:CEIFAHBGD

三、(10%)

- 1.以{65, 24, 52, 48, 81, 12, 77, 32, 99}建立一棵二元搜尋樹。
- 2.請分別畫出插入 55, 49 後的二元搜尋樹。
- 3.請畫出刪除 52 後的二元搜尋樹。

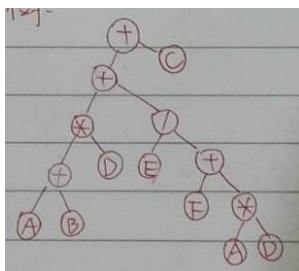
答案:



四、將中置式(infix)轉成前置式(prefix)和後置式(postfix)，並畫出其二元樹。

(1) $(A + B) * D + E / (F + A * D) + C$

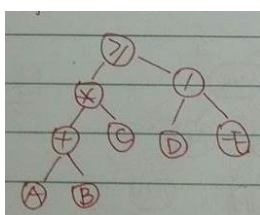
答案: prefix: $++*+ABD/E+F*ADC$; postfix: $AB+D*EFAD*+/+C+$



二元樹:

(2) $(A + B) * C \geq D / (-E)$

答案: prefix: $\geq*+ABC/D(-E)$; postfix: $AB+C*D(-E)/\geq$



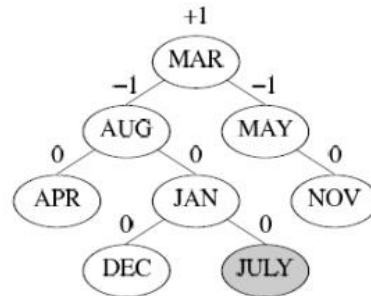
二元樹:

五、(20%)

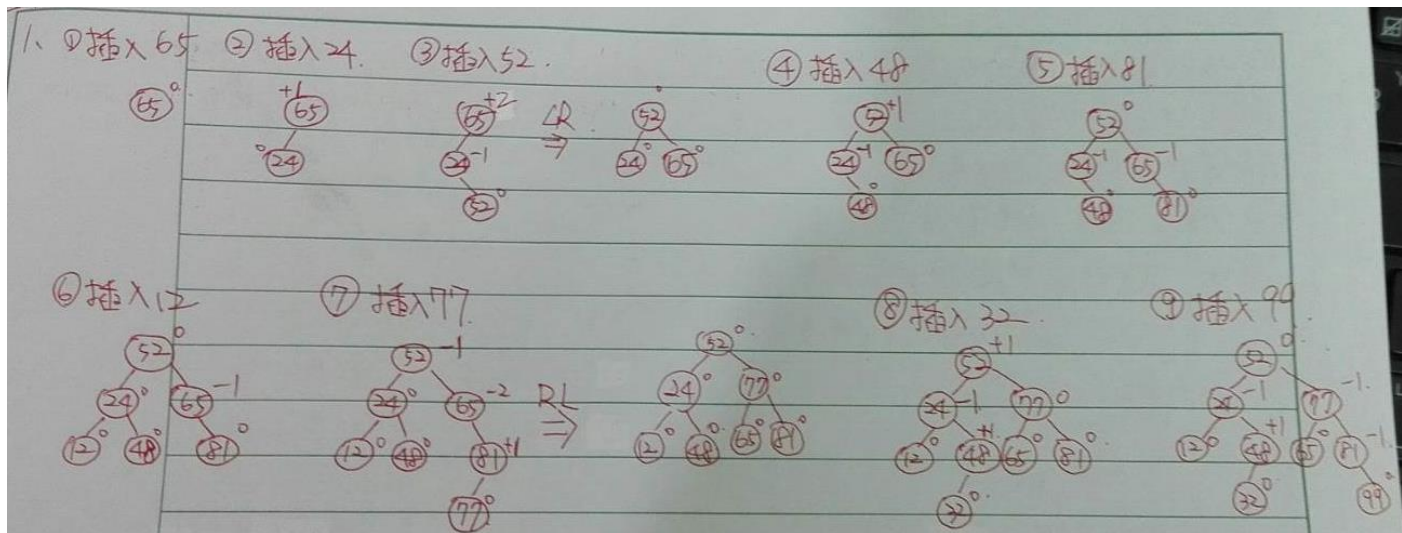
(1)請利用第三大題(1)的數列建立一棵 AVL 樹 (An AVL tree is a height-balanced binary search

tree.)。註:請畫出整個過程,每插入一個數字後,需算出平衡因子(balance factor),如有導致不平衡的節點,並說明要使用哪種調整方法 (LR, RL, LL, RR), 以及調整後的結果。

(2)下圖是一個 AVL 樹。請依序插入 FEB, JUN, OCT 並建立一棵 AVL 樹 (An AVL tree is a height-balanced binary search tree.)。註:請畫出整個過程,每插入一個之後,需算出平衡因子(balance factor),如有導致不平衡的節點,並說明要使用哪種調整方法 (LR, RL, LL, RR), 以及調整後的結果。

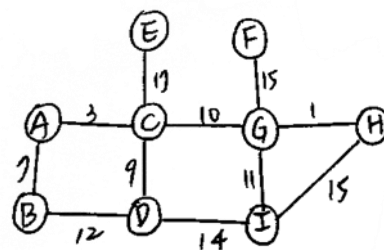


答案:(1)



(2)在第五張講義的 64~65 頁

六、(20%) 下圖為一無向網路圖(undirected network),請從 A 點開始,分別以下列方法建構最小成本擴張樹(Minimum cost spanning tree),並請依次列出加入擴張樹的邊(edge,例如:(AC)表示一個邊) (1) Prim's Method (2) Kruskal's Method (3) Sollin's Method



答案:

八、(10%)

1. 請定義河內塔(Hanoi Towers)問題。
2. 請導出 n 個碟子的河內塔的搬動次數。(推導全對才給分)

答案:

1.有 3 個柱子，其中 A 柱有 n 個盤子，要想辦法將 n 個盤子從 A 柱搬到 C 柱，其中 B 柱為暫存的柱子。另外，一次只能搬動 1 個盤子，且大盤子不能放在小盤子上。

2.

$$\begin{aligned}
 f(n) &= f(n-1) + 1 + f(n-1) = 2f(n-1) + 1 = 2(2f(n-2) + 1) + 1 \\
 &= 2^2 f(n-2) + 2 + 1 \\
 &= 2^3 f(n-3) + 2^2 + 2 + 1 \\
 &\vdots \\
 &= 2^{n-1} f(n-(n-1)) + 2^{n-2} + 2^{n-1} + \dots + 2^2 + 2 + 1 \\
 &= 2^n - 1 \quad \#
 \end{aligned}$$

九、(15%)

- (1)何謂內部排序法？串列夠小可整個放到主記憶體來進行
- (2)何謂穩定排序法？鍵值相同的 2 個東西在排序前的順序與在排序後的順序是相同的
- (3)請列舉兩個穩定排序法及兩個不穩定排序法。

穩定排序法:Insertion Sort，Merge Sort；不穩定排序法:Heap Sort，Quick Sort

- (4)請填入各排序演算法之時間複雜度(Time complexity, big-O)

| | Average case | Worst case |
|----------------|--------------|------------|
| Insertion Sort | n^2 | n^2 |
| Merge Sort | $n \log n$ | $n \log n$ |
| Heap Sort | $n \log n$ | $n \log n$ |
| Quick Sort | $n \log n$ | n^2 |

十、(10%)如下圖。

- (1)請定義「柯尼斯伯格之橋」問題。

從某一點出發，在經過所有的橋一次之後，是否能夠回到原本起始的位置。

- (2)「柯尼斯伯格之橋」問題是否存在「尤拉路徑 (Euler path)」？請說明原因。

否，因為 A 點的分支度為 5，B、C、D 三點的分支度都是 3，皆不是偶數。

