

資料結構期末考(數位二，滿分 140 分)

一、(12%)二維陣列 $A[m_1..m_2][n_1..n_2]$ 的記憶體起始位址為 α ，每筆資料為 S Bytes。請回答下列問題:

1. 若資料儲存方式是 row-major，則 $A[i][j]$ 的記憶體公式為何?
2. 若 $m_1=n_1=1$ ， $S=4$ ， $A[2][3]$ 的記憶體位址為 200， $A[5][2]$ 的記憶體位址為 400。試求 n_2 和 α ?
3. 承上題， $A[4][9]$ 的記憶體位址為何?

答案: 1. $A[i][j] = \alpha + [(i - m_1) * (n_2 - n_1 + 1) + (j - m_1)] * S$ 2. $n_2=17$; $\alpha=124$ 3. 360

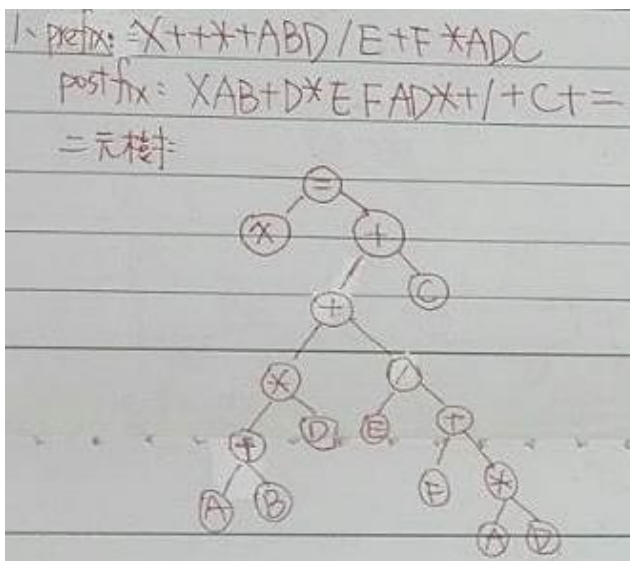
二、(18%)將中置式(infix)轉成前置式(prefix)和後置式(postfix)，並畫出其二元樹。

1. $X = (A + B) * D + E / (F + A * D) + C$

2. $(A + B) * C^D - E / (F + G)$

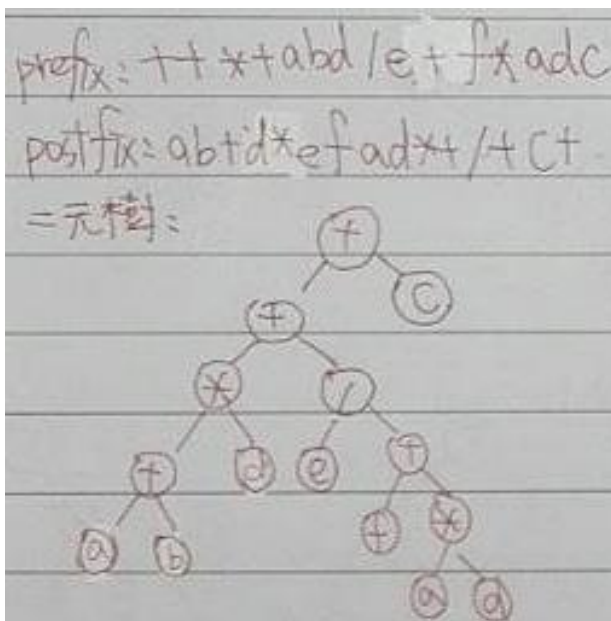
3. $(a + b) * d + e / (f + a * d) + e$

答案:



1.

2. 不會



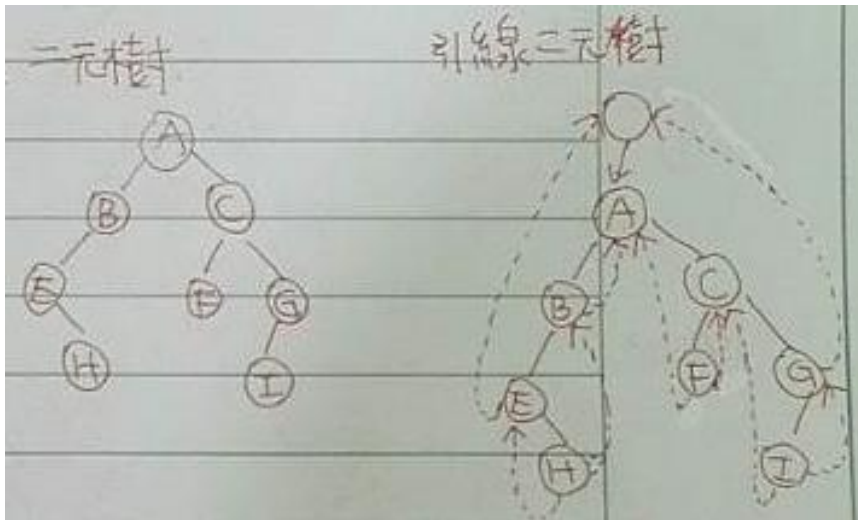
3.

三、(10%)

1. 若前序追蹤的順序為 ABEHCFGI，中序追蹤的順序為 EHBAFCIG，請畫出(1)二元樹，(2)引線

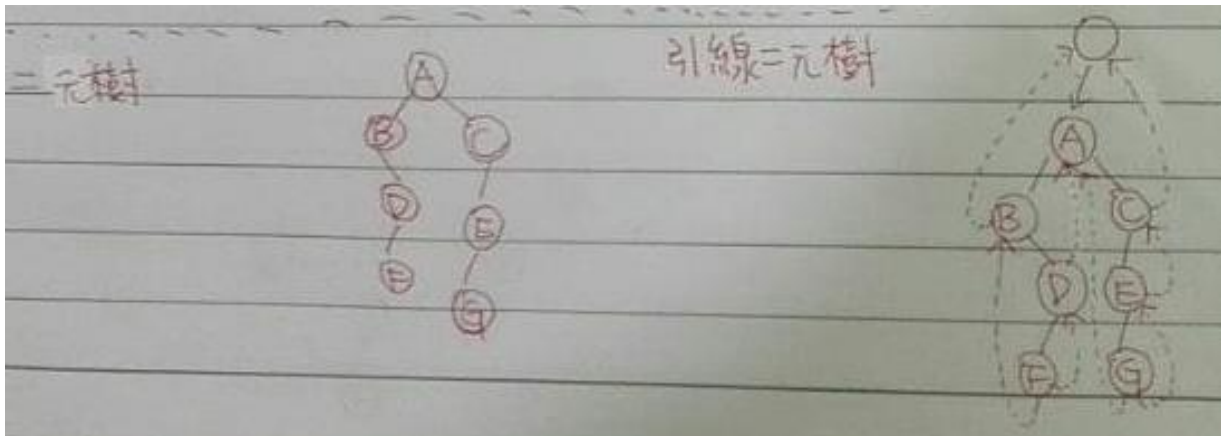
二元樹。

答案:



2. 若後序追蹤的順序為 FDBGECA，中序追蹤的順序為 BFDAGEC，請畫出(1)二元樹，(2)引線二元樹。

答案:



四、(10%) (請寫出推論過程，全對才給分)

1. 若以鏈結串列表示一棵 n 個節點的 k 元樹 (k -way tree)，請問有幾個指向 null 的指標？
2. 請證明一棵二元樹的樹葉節點(n_0)等於分支度為 2 的節點總數(n_2)加 1。

答案:

1. (1) 二元樹應有 $2n$ 個 pointers，但實際指向兒子的有 $(n-1)$ pointers， \Rightarrow 共有 $2n - (n-1) = n+1$ 個 null pointers #.

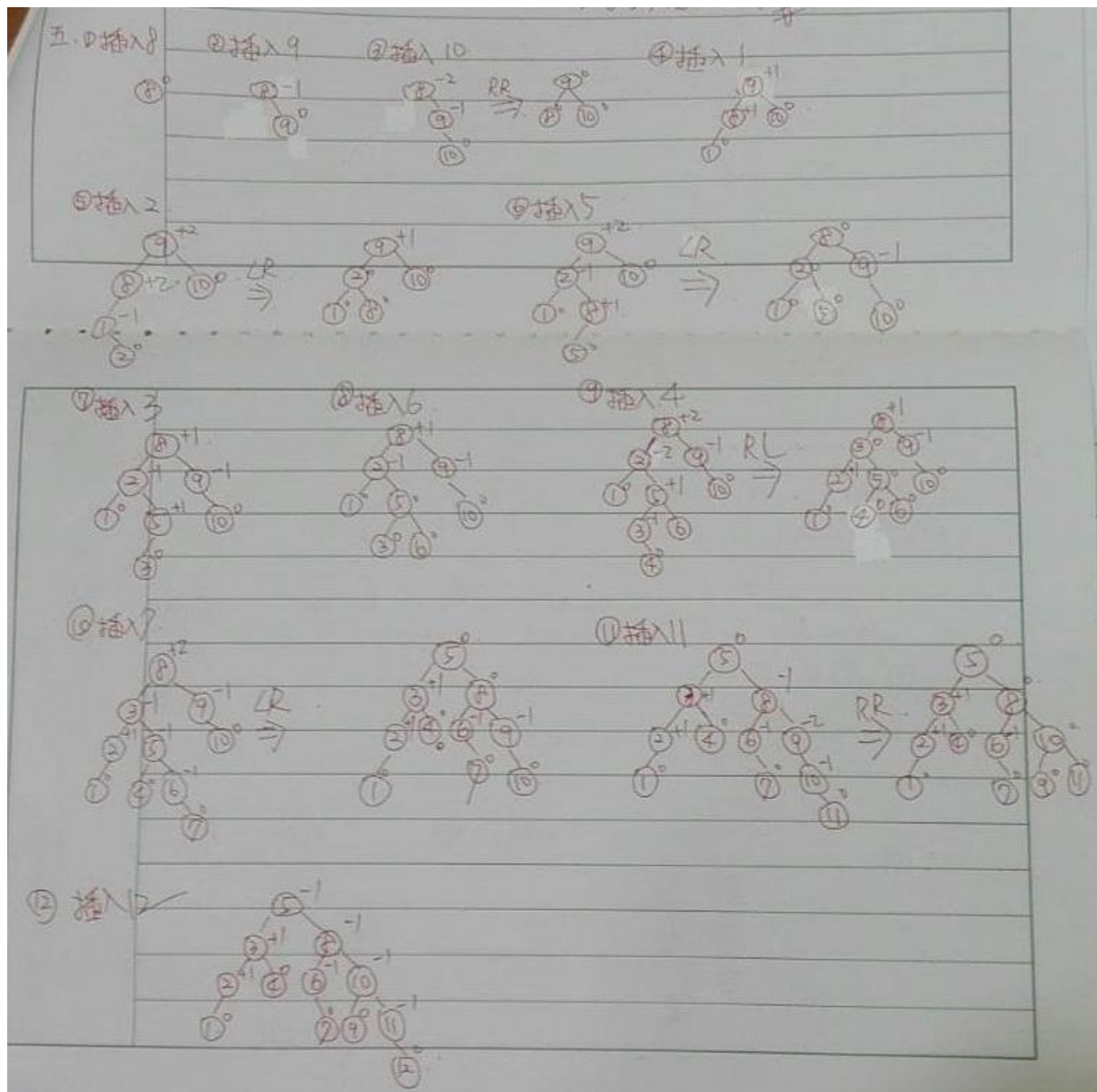
(2) k 元樹應有 nk 個 pointers， $(n-1)$ $nk - (n-1) = n(k-1) + 1$ 個 null pointers. #

2. Let n 為二元樹的節點總數.

n_0	樹葉節點個數	$n = n_0 + n_1 + n_2$ — ①
n_1	分支度為 1 的節點個數	$\Rightarrow B = 0n_0 + 1n_1 + 2n_2$ — ②
n_2	分支度為 2 的節點個數	$B = n - 1$ (\because 根節點無分枝) — ③
B	的所有分支數	①、②合併 $\Rightarrow B = n_0 + n_1 + n_2 - 1$ — ④
		②、④合併 $\Rightarrow n_0 = n_2 + 1$ #.

五、(15%)請以數列{8, 9, 10, 1, 2, 5, 3, 6, 4, 7, 11, 12}建立一棵 AVL 樹 (An AVL tree is a height-balanced binary search tree.)。註:請畫出整個過程，每插入一個數字後，需算出平衡因子 (balance factor)，如有導致不平衡的節點，並說明要使用哪種調整方法 (LR, RL, LL, RR)，以及調整後的結果。

答案:



六、(5%)(承第五大題) 請進行由小而大之快速搜尋法(quick sort)。註:假設第一輪以 8 為 pivot，僅列出 8 就定位前的結果與結果即可。

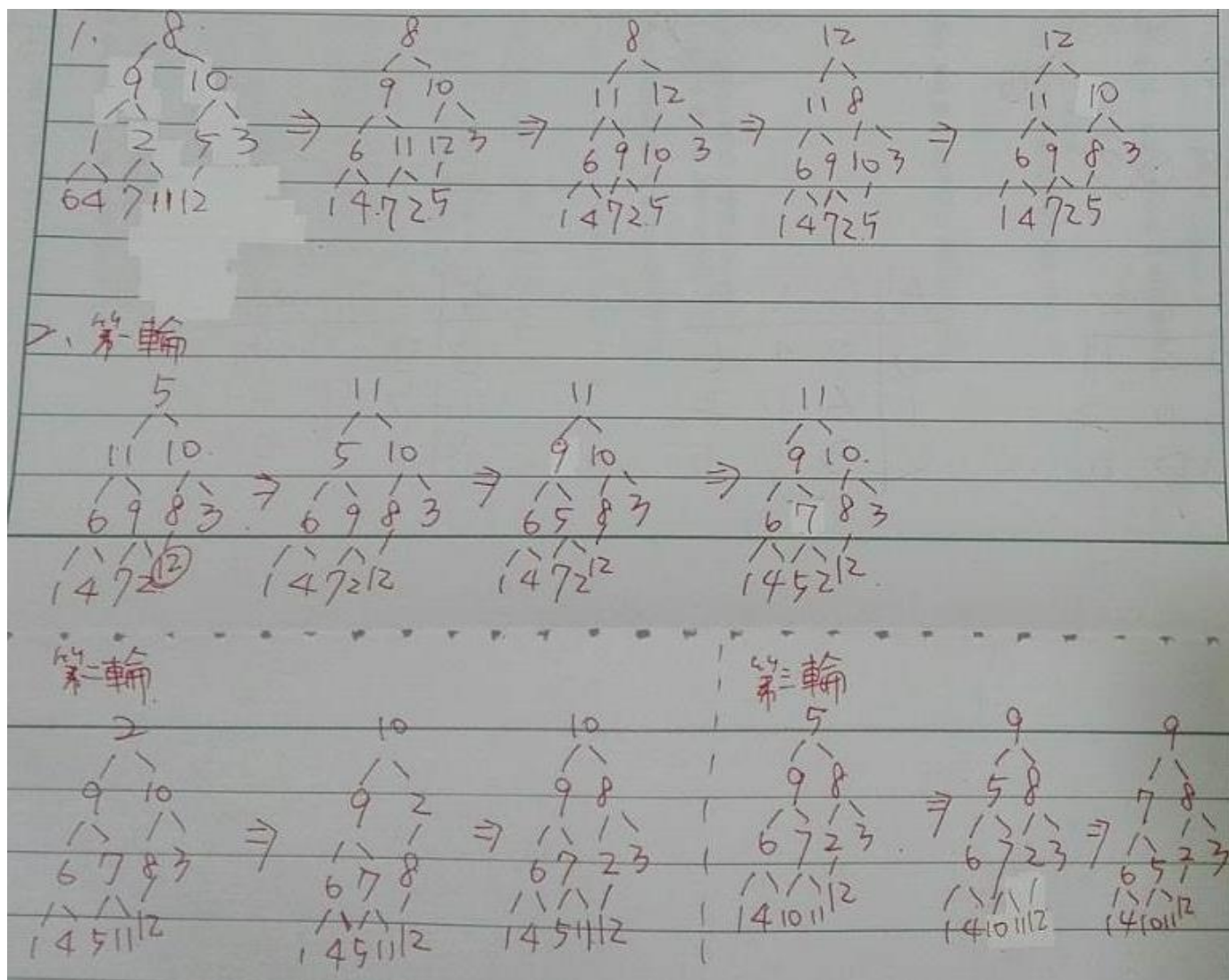
答案:

8	9	10	1	2	5	3	6	4	7	11	12
8	7	10	1	2	5	3	6	4	9	11	12
8	7	4	1	2	5	3	6	10	9	11	12
6	7	4	1	2	5	3	8	10	9	11	12

七、(10%)(承第五大題)

- 1.請先建立完整二元樹，然後調整成最大堆積樹(max heap tree)
- 2.請畫出由小到大之堆積排序法(heap sort)的完整過程。註:僅畫出前三輪即可。

答案:



八、(10%)

- (1)請列舉兩個穩定排序法及兩個不穩定排序法。

穩定排序法: Insertion Sort, Merge Sort; 不穩定排序法: Heap Sort, Quick Sort

- (2)請填入各排序演算法之時間複雜度(Time complexity, big-O)

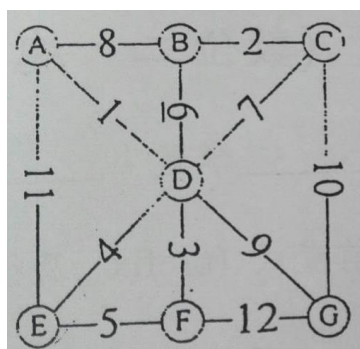
	Average case	Worst case
Insertion Sort	n^2	n^2
Merge Sort	$n \log n$	$n \log n$
Heap Sort	$n \log n$	$n \log n$
Quick Sort	$n \log n$	n^2

- 九、(10%) 下圖為一無向網路圖(undirected network)，請從(AD)開始，分別以下列方法建構最小成本擴張樹(Minimum cost spanning tree)，並請依次列出加入擴張樹的邊(edge)，例如: (AD)(DF)...

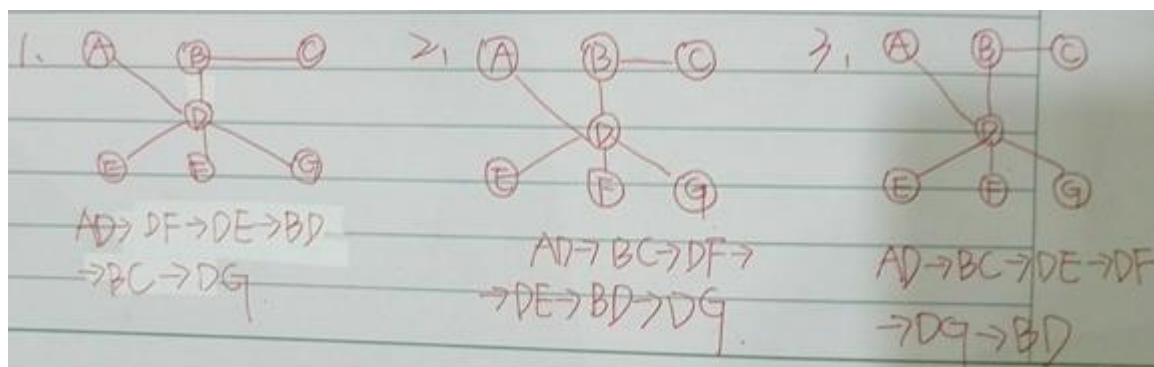
(1) Prim's Method

(2) Kruskal's Method

(3) Sollin's Method



答案:



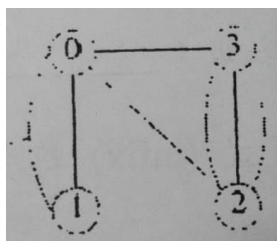
十、(10%)

(1)請定義「柯尼斯伯格之橋」問題或「尤拉路徑 (Euler path)」。

從某一點出發，在經過所有的橋一次之後，是否能夠回到原本起始的位置。

(2)下圖是否存在「尤拉路徑 (Euler path)」？請說明原因。註:非舉例說明。

是，因為每個點的分支度都是偶數。

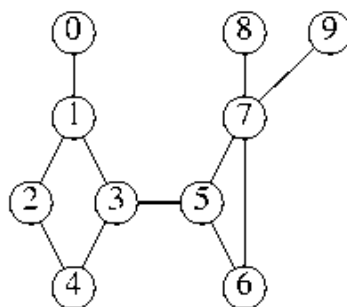


十一、(10%)如下圖，請回答下列問題。(註:由③開始，如有多個鄰接節點(adjacent node)可以選擇時，以數字小的為優先。)

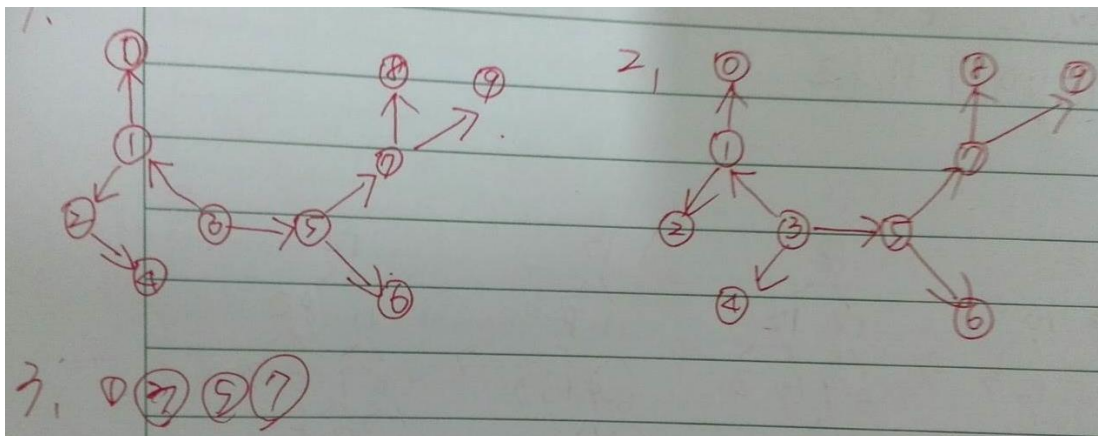
(1)請畫出深度優先擴張樹(Depth-first spanning tree, DFS)。

(2)請畫出廣度優先擴張樹(Breadth-first spanning tree, BFS)。

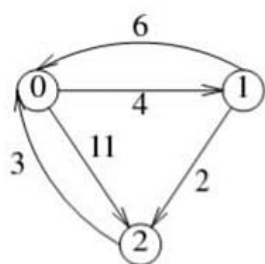
(3)請列出 articulation point。



答案:



十二、 (10%) 請完成下列矩陣值(A^0, A^1, A^2)。



(a) Example digraph

A^{-1}	0	1	2
0	0	4	11
1	6	0	2
2	3	∞	0

A^{-1}

A^0	0	1	2
0			
1			
2			

A^0

A^1	0	1	2
0			
1			
2			

A^1

A^2	0	1	2
0			
1			
2			

A^2

答案:在講義第六章的 62 頁