ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ. Разбор решения типового варианта задачи №1 Курсовой работы

Разбор типового варианта. Орграф $D=(V,X)$, где $V=\{v_1,...,v_n\}$, задан матрицей смежности $A=A(D)=\begin{bmatrix}0&0&0&0&1&0\\0&0&0&1&1&0\\0&0&0&0&0&1\\0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&1\\0&0&1&0&0&0\end{bmatrix}$. Определить: (а) матрицы $T(D)$, $S(D)$; (б) наличие контуров в D (имеются или не имеются); (в) в случае наличия контуров в D определить минимальную длину контуров; (г) количество p компонент сильной связности орграфа D, матрицы смежности этих компонент, а также их изображения; (д) матрицу смежности орграфа конденсации D_0 орграфа D; (е) изображение орграфа D_0; (ж) решить задачу об оптимальном оповещении членов организации (см. тему 1), если V – множество членов организации и $x=(v,w)\in X$ тогда и только тогда, когда v может передать информацию w.

Решение. (а) Будем определять матрицу $T(D)$ по формуле из утверждения 2.4 (см. также замечание 2.2, в котором $T(D)$ определяется методом Уоршелла, т.е. по формулам из утверждения 2.5). В соответствии с этим последовательно определяем:

$$A^2=\begin{bmatrix}0&0&0&0&1&0\\0&0&0&1&1&0\\0&0&0&0&0&1\\0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&1\\0&0&1&0&0&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0&0&0&0&1&0\\0&0&0&1&1&0\\0&0&0&0&0&1\\0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&1\\0&0&1&0&0&0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0&0&1&0&0&1\\0&1&1&0&0&1\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&1&0\\0&0&1&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix},$$

$$A^3=AA^2=\begin{bmatrix}0&0&0&0&1&0\\0&0&0&1&1&0\\0&0&0&0&0&1\\0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&1\\0&0&1&0&0&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0&0&1&0&0&1\\0&1&1&0&0&1\\0&0&1&0&0&0\\0&0&0&1&1&0\\0&0&1&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0&0&1&0&0&1\\0&0&1&1&1&1\\0&0&0&0&0&1\\0&1&1&0&0&1\\0&0&1&0&0&1\\0&0&1&0&0&0\end{bmatrix},$$

$$A^4=AA^3=\begin{bmatrix}0&0&0&0&1&0\\0&0&0&1&1&0\\0&0&0&0&0&1\\0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&1\\0&0&1&0&0&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0&0&1&0&0&1\\0&0&1&1&1&1\\0&0&0&0&0&1\\0&1&1&0&0&1\\0&0&1&0&0&1\\0&0&1&0&0&0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0&0&1&0&0&1\\0&1&1&0&0&1\\0&0&1&0&0&0\\0&0&1&1&1&1\\0&0&1&0&0&1\\0&0&0&0&0&1\end{bmatrix},$$

$$A^5 = AA^4 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Замечание 2.1. Из определения логического умножения матриц и вида матрицы A следует, что первая строка матрицы A^2 совпадает с пятой строкой матрицы A (совершенно аналогично, первая строка матрицы A^{k+1} совпадает с пятой строкой матрицы A^k, $k = 1,2,\ldots$). Заметим далее, что вторая строка матрицы A^{k+1} совпадает с дизъюнкцией четвертой и пятой строк матрицы A^k, а третья строка матрицы A^{k+1} совпадает с шестой строкой матрицы A^k, $k = 1,2,\ldots$, и т.д.

В силу утверждения 2.4,

$$T(D) = E \vee A \vee A^2 \vee \ldots \vee A^5 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$S(D) = T(D) \,\&\, [T(D)]^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$ (б) В орграфе D имеются контуры, так как $S(D) \neq E.$ (в)

Поскольку уже в матрице A^2 имеются ненулевые диагональные элементы, то в орграфе D имеется контур минимальной длины 2. (г) Используя алгоритм 2.1, последовательно определяем матрицы смежности компонент сильной связности орграфа $D.$ Согласно алгоритму 2.1, в первую компоненту сильной связности D_1 орграфа D войдет единственная вершина v_1, т.е. $D_1 = (V_1, X_1),$ где $V_1 = \{v_1\},$ $X_1 = \varnothing.$ Соответствующая этой компоненте сильной связности матрица смежности имеет вид (находится на пересечении первой строки и первого столбца матрицы $A(D)$)

$A(D_1) =$

	v_1
v_1	0

.

Изображение орграфа D_1 приведено на рис. 2.1.

Рис. 2.1

Вычеркнув из матрицы $S_1 = S(D)$ первую строку и первый столбец, получаем матрицу

$S_2 =$

	v_2	v_3	v_4	v_5	v_6
v_2	1	0	1	0	0
v_3	0	1	0	0	1
v_4	1	0	1	0	0
v_5	0	0	0	1	0
v_6	0	1	0	0	1

.

Согласно алгоритму 2.1 во вторую компоненту сильной связности D_2 орграфа D войдут вершины v_2, v_4, т.е. $D_2 = (V_2, X_2)$, где $V_2 = \{v_2, v_4\}$. Соответствующая этой компоненте сильной связности матрица смежности имеет вид (находится на пересечении второй и четвертой строк со вторым и четвертым столбцами матрицы $A(D)$)

$A(D_2) =$

	v_2	v_4
v_2	0	1
v_4	1	0

.

Изображение орграфа D_2 приведено на рис. 2.1. Вычеркнув из матрицы S_2 строки и столбцы, соответствующие вершинам v_2, v_4, получаем матрицу

$S_3 =$

	v_3	v_5	v_6
v_3	1	0	1
v_5	0	1	0
v_6	1	0	1

.

Согласно алгоритму 2.1 в третью компоненту сильной связности D_3 орграфа D войдут вершины v_3, v_6, т.е. $D_3 = (V_3, X_3)$, где $V_3 = \{v_3, v_6\}$. Соответствующая этой компоненте сильной связности матрица смежности имеет вид (находится на пересечении третьей и шестой строк с третьим и шестым столбцами матрицы $A(D)$)

$A(D_3) =$

	v_3	v_6
v_3	0	1
v_6	1	0

.

Изображение орграфа D_3 приведено на рис. 2.1. Вычеркнув из матрицы S_3 строки и столбцы, соответствующие вершинам v_3, v_6, получаем матрицу

$S_4 =$

	v_5
v_5	1

.

Согласно алгоритму 2.1, в четвертую компоненту сильной связности D_4 орграфа D войдет единственная вершина v_4, т.е. $D_4 = (V_4, X_4)$, где $V_4 = \{v_5\}$, $X_1 = \varnothing$. Соответствующая этой компоненте сильной связности матрица смежности имеет вид (находится на пересечении четвертой строки и четвертого столбца матрицы $A(D)$)

$A(D_4) =$

	v_5
v_5	0

.

Изображение орграфа D_4 приведено на рис. 2.1. Очевидно, что $p = 4$, так как после исключения из S_4 строки и столбца, соответствующих вершине v_5, получаем пустую матрицу. (д) Для нахождения матрицы $A(D_0)$ воспользуемся алгоритмом 2.2. В нашем примере $V_1 = \{v_1\}$, $F(V_1) = D(V_1) \setminus V_1 = \{v_5\} \setminus \{v_1\} = \{v_5\}$, $v_5 \in V_4 \Rightarrow a_{14}^{(0)} = 1, a_{1i}^{(0)} = 0, i = 1,2,3;$ $V_2 = \{v_2, v_4\}$, $F(V_2) = D(V_2) \setminus V_2 = \{v_2, v_4, v_5\} \setminus \{v_2, v_4\} = \{v_5\}$, $v_5 \in V_4 \Rightarrow a_{24}^{(0)} = 1, a_{2i}^{(0)} = 0, i = 1,2,3;$ $V_3 = \{v_3, v_6\}$, $F(V_3) = D(V_3) \setminus V_3 = \{v_3, v_6\} \setminus \{v_3, v_6\} = \varnothing \Rightarrow a_{3i}^{(0)} = 0, i = 1,2,3,4;$ $V_4 = \{v_5\}$, $F(V_4) =$ $= D(V_4) \setminus V_4 = \{v_3, v_6\} \setminus \{v_5\} = \{v_3, v_6\}$, $v_3, v_6 \in V_3 \Rightarrow a_{43} = 1, a_{4i}^{(0)} = 0, i = 1,2,4.$ Таким образом,

$A(D_0) =$

	D_1	D_2	D_3	D_4
D_1	0	0	0	1
D_2	0	0	0	1
D_3	0	0	0	0
D_4	0	0	1	0

.

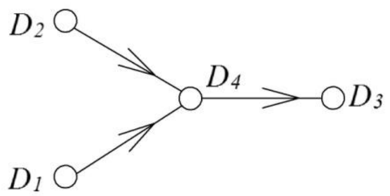

Рис. 2.2

(д) Изображение орграфа D_0 строится по матрице $A(D_0)$ (приведено на рис.2.2). (е) В соответствии с алгоритмом 2.3 выделяем подмножество U множества V с минимальным количеством элементов такое, что через оповещение некоторой информацией членов из U можно добиться оповещения этой информацией всех членов из V. Для решения этой задачи рассматриваем орграф конденсации $D_0 = (V_0, X_0)$ и выделяем множество $W_0 = \{v_0 \in V_0 \mid D_0^{-1}(v_0) = \varnothing\}$. Тогда искомым множеством $U \subseteq V$ является множество вершин таких, что каждая вершина $u \in U$ является вершиной («представителем») одной и только одной компоненты сильной связности орграфа D, принадлежащей множеству W_0. Заметим, что $W_0 = \{D_1, D_2\}$ (см. рис. 2.2), $v_1 \in D_1$, $v_2 \in D_2$ (см. рис. 2.1), поэтому полагаем $U = \{v_1, v_2\}$. Следуя алгоритму 2.3, далее полагаем $U_1 = U = \{v_1, v_2\}$. Используя матрицу $A(D)$, находим множество

$F(U_1) = D(U_1) \setminus U_1 = D(\{v_1, v_2\}) \setminus \{v_1, v_2\} = \{v_4, v_5\} \setminus \{v_1, v_2\} = \{v_4, v_5\}$

и выбираем из него произвольную вершину, например, v_4, т.е. полагаем $u_1 = v_4$. Далее находим множество $U_1 \cap D^{-1}(u_1) = U \cap D^{-1}(v_4) = \{v_1, v_2\} \cap \{v_2\} = \{v_2\}$. Единственная вершина этого множества v_2 оповещает v_4 (кратко пишем: $v_2 \mapsto v_4$). Далее полагаем

$U_2 = U_1 \cup \{u_1\} = \{v_1, v_2, v_4\}$, находим множество

$F(U_2) = D(U_2) \setminus U_2 = D(\{v_1, v_2, v_4\}) \setminus \{v_1, v_2, v_4\} = \{v_2, v_4, v_5\} \setminus \{v_1, v_2, v_4\} = \{v_5\}$,

содержащее единственную вершину v_5 и полагаем $u_2 = v_5$. Находим множество $U_2 \cap D^{-1}(u_2) = U_2 \cap D^{-1}(v_5) = \{v_1, v_2, v_4\} \cap \{v_1, v_2\} = \{v_1, v_2\}$, выбираем из него произвольную вершину, например, v_1. Тогда $v_1 \mapsto v_5$. Далее полагаем $U_3 = U_2 \cup \{u_2\} = \{v_1, v_2, v_4, v_5\}$, находим множество

$$F(U_3) = D(U_3) \setminus U_3 = D(\{v_1, v_2, v_4, v_5\}) \setminus \{v_1, v_2, v_4, v_5\} =$$
$$= \{v_2, v_3, v_4, v_5, v_6\} \setminus \{v_1, v_2, v_4, v_5\} = \{v_3, v_6\},$$

и выбираем из него произвольную вершину, например, v_3, т.е. полагаем $u_3 = v_3$. Находим множество $U_3 \cap D^{-1}(u_3) = U_3 \cap D^{-1}(v_3) = \{v_1, v_2, v_4, v_5\} \cap \{v_5, v_6\} = \{v_5\}$, содержащее единственную вершину v_5. Тогда $v_5 \mapsto v_3$. Далее полагаем

$U_4 = U_3 \cup \{u_3\} = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$, находим множество

$$F(U_4) = D(U_4) \setminus U_4 = D(\{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}) \setminus \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\} =$$
$$= \{v_2, v_3, v_4, v_5, v_6\} \setminus \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\} = \{v_6\},$$

и полагаем $u_4 = v_6$. Находим множество $U_4 \cap D^{-1}(u_4) =$ $U_4 \cap D^{-1}(v_6) = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\} \cap$ $\cap \{v_3, v_5\} = \{v_3, v_5\}$, выбираем из него произвольную вершину, например, v_3. Тогда $v_3 \mapsto v_6$. Далее полагаем $U_5 = U_4 \cup \{u_4\} = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6\}$, находим множество $F(U_5) =$ $= D(U_5) \setminus U_5 = \varnothing$, а это согласно алгоритму 2.3 (см. шаг 2), означает, что схема оповещения построена. А именно, вначале оповещаются v_1, v_2, а затем $v_2 \mapsto v_4$, $v_1 \mapsto v_5 \mapsto v_3 \mapsto v_6$.

Замечание 2.2. При решении задачи из типового варианта нахождение $T(D)$, $S(D)$ производилось по формулам из утверждения 2.4. Найдем также эти матрицы методом Уоршелла (см. утверждение 2.5). Введем в рассмотрение вспомогательную квадратную матрицу $\hat{B}^{(l)} = [\hat{b}_{ij}^{(l)}]$ порядка n с элементами $\hat{b}_{ij}^{(l)} = b_{il}^{(l-1)} \& b_{lj}^{(l-1)}$, где $l = 1,2,...,n$. Тогда (см. утверждение 2.5) $B^{(l)} = B^{(l-1)} \vee \hat{B}^{(l)}$. Из определения матрицы $\hat{B}^{(l)}$ следует, что l – ая строка матрицы $B^{(l-1)}$ повторяется во всех строках матрицы $\hat{B}^{(l)}$ с номерами $i \in \{1,2,...,n\}$, для которых $b_{il}^{(l-1)} = 1$, т.е., если матрицы $B^{(l-1)}, \hat{B}^{(l)}$ стоят рядом, то l – ая строка матрицы $B^{(l-1)}$ находится в матрице $\hat{B}^{(l)}$ напротив всех единиц l – го столбца матрицы $B^{(l-1)}$. Остальные строки матрицы $\hat{B}^{(l)}$ являются нулевыми. Далее в соответствующих таблицах единицы l – ой строки, единицы l – го столбца матрицы $B^{(l-1)}$, а также единицы матрицы $\hat{B}^{(l)}$ будут выделены жирным шрифтом, где $l = 1,2,...,n$. Действуя таким образом, получаем:

$$B^{(0)} = A \vee E = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$B^{(1)} = B^{(0)} \vee \hat{B}^{(1)} = \begin{bmatrix} \mathbf{1} & 0 & 0 & 0 & \mathbf{1} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \vee \begin{bmatrix} \mathbf{1} & 0 & 0 & 0 & \mathbf{1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = B^{(0)},$$

$$B^{(2)} = B^{(1)} \vee \hat{B}^{(2)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \mathbf{1} & 0 & \mathbf{1} & \mathbf{1} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \mathbf{1} & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \vee \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{1} & 0 & \mathbf{1} & \mathbf{1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{1} & 0 & \mathbf{1} & \mathbf{1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$B^{(3)} = B^{(2)} \vee \hat{B}^{(3)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{1} & 0 & 0 & \mathbf{1} \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{1} & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & \mathbf{1} & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \vee \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{1} & 0 & 0 & \mathbf{1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{1} & 0 & 0 & \mathbf{1} \\ 0 & 0 & \mathbf{1} & 0 & 0 & \mathbf{1} \end{bmatrix} = B^{(2)},$$

$$B^{(4)} = B^{(3)} \vee \hat{B}^{(4)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \mathbf{1} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \mathbf{1} & 0 & \mathbf{1} & \mathbf{1} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \vee \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{1} & 0 & \mathbf{1} & \mathbf{1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{1} & 0 & \mathbf{1} & \mathbf{1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = B^{(3)},$$

$$B^{(5)} = B^{(4)} \vee \hat{B}^{(5)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{1} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & \mathbf{1} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & \mathbf{1} & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{1} & 0 & \mathbf{1} & \mathbf{1} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \vee \begin{bmatrix} 0 & 0 & \mathbf{1} & 0 & \mathbf{1} & \mathbf{1} \\ 0 & 0 & \mathbf{1} & 0 & \mathbf{1} & \mathbf{1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{1} & 0 & \mathbf{1} & \mathbf{1} \\ 0 & 0 & \mathbf{1} & 0 & \mathbf{1} & \mathbf{1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$B^{(6)} = B^{(5)} \vee \hat{B}^{(6)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & \mathbf{1} \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & \mathbf{1} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \mathbf{1} \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & \mathbf{1} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & \mathbf{1} \\ 0 & 0 & \mathbf{1} & 0 & 0 & \mathbf{1} \end{bmatrix} \vee \begin{bmatrix} 0 & 0 & \mathbf{1} & 0 & 0 & \mathbf{1} \\ 0 & 0 & \mathbf{1} & 0 & 0 & \mathbf{1} \\ 0 & 0 & \mathbf{1} & 0 & 0 & \mathbf{1} \\ 0 & 0 & \mathbf{1} & 0 & 0 & \mathbf{1} \\ 0 & 0 & \mathbf{1} & 0 & 0 & \mathbf{1} \\ 0 & 0 & \mathbf{1} & 0 & 0 & \mathbf{1} \end{bmatrix} = B^{(5)}.$$

В силу утверждения 2.5 $T(D) = B^{(6)}$, $S(D)$ находится из $T(D)$ аналогично предыдущему.