

ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ 8 ФАКУЛЬТЕТ, 1 СЕМЕСТР

1. Действительные числа и их свойства. Принцип Архимеда. Грани числовых множеств. Теорема существования точных граней.
2. Леммы, связанные с полнотой множества действительных чисел: о вложенных отрезках, о конечном покрытии, о предельной точке.
3. Мощность множества. Счетность множества рациональных чисел. Несчетность континуума.
4. Предел последовательности. Общие свойства предела. Арифметические свойства сходящихся последовательностей. Предельный переход в неравенствах. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности, их свойства.
5. Критерий существования предела монотонной последовательности. Число e .
6. Подпоследовательности. Теорема Больцано-Вейерштрасса. Верхний и нижний пределы последовательностей.
7. Критерий Коши сходимости последовательностей.
8. Предел функции. Эквивалентность определений Гейне и Коши. Свойства предела функции.
9. Предельный переход и арифметические операции. Предельный переход и неравенства. Предел сложной функции.
10. Односторонние пределы, пределы на бесконечности. Критерий Коши существования предела функции. Замечательные пределы. Существование предела монотонной функции. Бесконечно малые и бесконечно большие функции.
11. Сравнение асимптотического поведения функций. «О-о» символика.
12. Непрерывность функции в точке. Точки разрыва, их классификация.
13. Непрерывность сложной функции.
14. Арифметические свойства непрерывных функций. Свойства функций, непрерывных на отрезке.
15. Равномерная непрерывность. Теорема Кантора.
16. Непрерывность основных элементарных функций.
17. Производная функции. Связь между существованием производной и непрерывностью. Дифференциал. Необходимые и достаточные условия дифференцируемости. Инвариантность формы первого дифференциала.
18. Правила дифференцирования. Производная сложной функции. Производная обратной функции. Геометрический смысл производной и дифференциала. Производные основных элементарных функций.
19. Производные высших порядков. Правила вычисления, формула Лейбница.
20. Дифференцирование параметрически заданных функций. Дифференциалы высших порядков. Нарушение инвариантности формы.
21. Дифференциальные теоремы о среднем.
22. Правила Лопиталя раскрытия неопределенности.
23. Исследование функций. Условия монотонности функций. Экстремум функции. Необходимое условие экстремума. Достаточное условие экстремума. Условия выпуклости и наличия точки перегиба графика функции. Вертикальные и наклонные асимптоты.
24. Локальная формула Тейлора. Остаточный член в форме Пеано. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа и Коши. Основные разложения по формуле Тейлора.