

Amasya Üniversitesi
Bilgisayar Mühendisliği
Sayısal Çözümleme Örnekler 1

Ad Soyad _____

Numara: _____

İkiye Bölme Yöntemi

- Başlangıç aralığını seç $f(a)$ ve $f(b)$ ters işaretli olmalı
- Orta noktayı bul

$$x_m = \frac{a + b}{2}$$

- Fonksiyon değerini hesapla

$$f(x_m)$$

- Yeni aralığı belirle

Eğer $f(a) \times f(x_m) < 0 \rightarrow$ kök $[a, x_m]$ aralığında $\rightarrow b = x_m$

Eğer $f(x_m) \times f(b) < 0 \rightarrow$ kök $[x_m, b]$ aralığında $\rightarrow a = x_m$

Sorular

1. $f(x) = x^2 - 4$ fonksiyonunu $[1,3]$ kök aralığında 3 iterasyonda çözünüz
2. $f(x) = x^3 - x - 2$ fonksiyonunu $[1,2]$ kök aralığında $\varepsilon_a = 0.05 > |b - a|$ koşulunda çözünüz
3. $f(x) = (x - 1)^2$ fonksiyonunu $[0,2]$ kök aralığında 3 iterasyonda çözünüz
4. $f(x) = x^3 - 2x^2 + 1$ fonksiyonunu $[0,2]$ kök aralığında 5 iterasyonda çözünüz
5. $f(x) = \cos(x) - x$ fonksiyonunu $[0,1]$ kök aralığında $\varepsilon_t = 0.006 > |x_{gercek} - x_m|$ koşulunda çözünüz. $x_{gercek} = 0.739$
6. $f(x) = (x - 2)^2(x + 1)$ fonksiyonunu $[1,5]$ kök aralığında 5 iterasyonda çözünüz
7. $f(x) = e^{-x} - x$ fonksiyonunu $[0,1]$ kök aralığında 5 iterasyonda çözünüz
8. $f(x) = (x + 1)^2(x - 3)$ fonksiyonunu $[-2,0]$ kök aralığında 7 iterasyonda çözünüz
9. $f(x) = x^3 - 4x + 1$ fonksiyonunu $[0,1]$ kök aralığında $\varepsilon_a = 0.04 > |b - a|$ koşulunda çözünüz
10. $f(x) = \sin(x) - 0.5x$ fonksiyonunu $[1,3]$ kök aralığında $\varepsilon_t = 0.003 > |x_{gercek} - x_m|$ koşulunda çözünüz. $x_{gercek} = 1.896$

Yer Değiştirme Yöntemi

- Başlangıç aralığını seç $f(a)$ ve $f(b)$ ters işaretli olmalı
- Yeni değeri bul

$$x_r = b - \frac{f(b)(b - a)}{f(b) - f(a)}$$

- Fonksiyon değerini hesapla

$$f(x_r)$$

- Yeni aralığı belirle

Eğer $f(a) \times f(x_r) < 0 \rightarrow$ kök $[a, x_r]$ aralığında $\rightarrow b = x_r$

Eğer $f(x_r) \times f(b) < 0 \rightarrow$ kök $[x_r, b]$ aralığında $\rightarrow a = x_r$

Sorular

1. $f(x) = x^2 - 5$ fonksiyonunu $[2,3]$ kök aralığında $\varepsilon_t = 0.003 > |x_{gercek} - x_m|$ koşulunda çözünüz. $x_{gercek} = 2.236$
2. $f(x) = x^3 - 6x + 4$ fonksiyonunu $[0,1]$ kök aralığında $\varepsilon_t = 0.004 > |x_{gercek} - x_m|$ koşulunda çözünüz. $x_{gercek} = 0.732$
3. $f(x) = (x + 2)^2$ fonksiyonunu $[0,2]$ kök aralığında $\varepsilon_t = 0.04 > |x_{gercek} - x_m|$ koşulunda çözünüz. $x_{gercek} = -2$
4. $f(x) = x^3 - x^2 - 1$ fonksiyonunu $[1,2]$ kök aralığında 5 iterasyonda çözünüz
5. $f(x) = \ln x + x - 2$ fonksiyonunu $[0.5,2]$ kök aralığında $\varepsilon_t = 0.005 > |x_{gercek} - x_m|$ koşulunda çözünüz. $x_{gercek} = 1.557$
6. $f(x) = (x - 4)(x - 1)^2$ fonksiyonunu $[0,2]$ kök aralığında 5 iterasyonda çözünüz
7. $f(x) = 2^x - 5$ fonksiyonunu $[2,3]$ kök aralığında $\varepsilon_a = 0.8 > |b - a|$ koşulunda çözünüz
8. $f(x) = x^5 - x - 1$ fonksiyonunu $[1,2]$ kök aralığında 7 iterasyonda çözünüz
9. $f(x) = (x + 1)^2(x - 2)$ fonksiyonunu $[-2,0]$ kök aralığında $\varepsilon_a = 0.6 > |b - a|$ koşulunda çözünüz
10. $f(x) = 2x \cos x - 1$ fonksiyonunu $[0,1]$ kök aralığında $\varepsilon_t = 0.008 > |x_{gercek} - x_m|$ koşulunda çözünüz. $x_{gercek} = 0.611$

Newton Rapson Yöntemi

- Yeni değeri bul

$$x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_k)}$$

- Fonksiyon ve fonksiyon türevinin değerini hesapla

$$f(x_k) \text{ ve } f'(x_k)$$

- Durdurma kriterine göre ya da belirlenen iterasyona kadar devam et

Sorular

1. $f(x) = x^2 - 9$ fonksiyonunu $x_0 = 3.5$ başlangıcında 3 iterasyonda çözünüz
2. $f(x) = x^3 - 8$ fonksiyonunu $x_0 = 2.5$ başlangıcında $\varepsilon_a = 0.006 > |x_{k+1} - x_k|$ koşulunda çözünüz
3. $f(x) = (x - 1)^2$ fonksiyonunu $x_0 = 3$ başlangıcında $\varepsilon_t = 0.2 > |x_{gercek} - x_m|$ koşulunda çözünüz. $x_{gercek} = 1.008$
4. $f(x) = x^3 - x - 1$ fonksiyonunu $x_0 = 1$ başlangıcında 4 iterasyonda çözünüz
5. $f(x) = e^{-x} - x$ fonksiyonunu $x_0 = 0.5$ başlangıcında $\varepsilon_a = 0,001 > |x_{k+1} - x_k|$ koşulunda çözünüz
6. $f(x) = (x - 2)^2(x + 1)$ fonksiyonunu $x_0 = 3$ başlangıcında $\varepsilon_t = 0.04 > |x_{gercek} - x_m|$ koşulunda çözünüz. $x_{gercek} = 2.005$
7. $f(x) = (x + 1)^2(x - 4)$ fonksiyonunu $x_0 = 0$ başlangıcında 5 iterasyonda çözünüz
8. $f(x) = x^3 - 2x^2 + 4x - 8$ fonksiyonunu $x_0 = 2$ başlangıcında 7 iterasyonda çözünüz
9. $f(x) = (x - 3)^2(x + 2)^2$ fonksiyonunu $x_0 = 4$ başlangıcında $\varepsilon_a = 0,5 > |x_{k+1} - x_k|$ koşulunda çözünüz
10. $f(x) = \cos x - x^3$ fonksiyonunu $x_0 = 5$ başlangıcında $\varepsilon_t = 0.002 > |x_{gercek} - x_m|$ koşulunda çözünüz. $x_{gercek} = 0.866$

Secant Yöntemi

- Yeni değeri bul

$$x_{k+1} = x_k - f(x_k) \cdot \frac{x_k - x_{k-1}}{f(x_k) - f(x_{k-1})}$$

- Fonksiyon değerini hesapla

$$f(x_k) \text{ ve } f(x_{k-1})$$

- Durdurma kriterine göre ya da belirlenen iterasyona kadar devam et

Sorular

1. $f(x) = x^2 - 5$ fonksiyonunu $x_0 = 2$ ve $x_1 = 3$ başlangıcında $\varepsilon_t = 0.02 > |x_{gercek} - x_m|$ koşulunda çözünüz. $x_{gercek} = 2.236$
2. $f(x) = x^3 - 2x - 5$ fonksiyonunu $x_0 = 2$ ve $x_1 = 3$ başlangıcında $\varepsilon_a = 0,02 > |x_{k+1} - x_k|$ koşulunda çözünüz
3. $f(x) = (x - 1)^2$ fonksiyonunu $x_0 = 0$ ve $x_1 = 2$ başlangıcında $\varepsilon_t = 0.2 > |x_{gercek} - x_m|$ koşulunda çözünüz. $x_{gercek} = 1$
4. $f(x) = x^3 - x - 1$ fonksiyonunu $x_0 = 1$ ve $x_1 = 2$ başlangıcında $\varepsilon_t = 0.002 > |x_{gercek} - x_m|$ koşulunda çözünüz. $x_{gercek} = 1.325$
5. $f(x) = e^{-x} - x$ fonksiyonunu $x_0 = 0$ ve $x_1 = 1$ başlangıcında $\varepsilon_a = 0,004 > |x_{k+1} - x_k|$ koşulunda çözünüz
6. $f(x) = (x - 3)^2(x + 1)$ fonksiyonunu $x_0 = 2$ ve $x_1 = 4$ başlangıcında $\varepsilon_t = 0.2 > |x_{gercek} - x_m|$ koşulunda çözünüz. $x_{gercek} = 3$
7. $f(x) = (x + 2)^2(x - 4)$ fonksiyonunu $x_0 = -3$ ve $x_1 = 0$ başlangıcında 5 iterasyonda çözünüz
8. $f(x) = x^5 - 3x^3 + 1$ fonksiyonunu $x_0 = 0$ ve $x_1 = 1$ başlangıcında $\varepsilon_t = 0.02 > |x_{gercek} - x_m|$ koşulunda çözünüz. $x_{gercek} = 0.742$
9. $f(x) = \cos x - x^2$ fonksiyonunu $x_0 = 0$ ve $x_1 = 1$ başlangıcında $\varepsilon_a = 0,002 > |x_{k+1} - x_k|$ koşulunda çözünüz
10. $f(x) = (x - 3)^2(x + 2)^2 + 0.5x$ fonksiyonunu $x_0 = 0$ ve $x_1 = 4$ başlangıcında $\varepsilon_t = 0.0002 > |x_{gercek} - x_m|$ koşulunda çözünüz. $x_{gercek} = 4.0002$

Cevap anahtarı

İkiye bölme

1. $x = 2$
2. $x \approx 1.531$
3. Çift Kök uygulanamaz
4. $x = 1$
5. $x \approx 0.734$
6. Çift Kök uygulanamaz
7. $x \approx 0.578$
8. Çift Kök uygulanamaz
9. $x \approx 0.281$
10. $x \approx 1.898$

Yer değiştirme

1. $x \approx 1.293$
2. $x \approx 0.735$
3. Çift Kök uygulanamaz
4. $x \approx 1.452$
5. $x \approx 1.561$
6. Çift Kök uygulanamaz
7. $x \approx 2.321$
8. $x \approx 1.128$
9. Çift Kök uygulanamaz
10. $x \approx 0.616$

Newton–Raphson

1. $x \approx 3$
2. $x \approx 2$
3. $x \approx 1.125$
4. $x \approx 1.325$
5. $x \approx 0.567$
6. $x \approx 2.04$
7. $x \approx -0.976$
8. $x = 2$
9. $x \approx 3.165$
10. $x \approx 0.866$

Secant yöntemi

1. $x \approx 2.25$
2. $x \approx 2.095$
3. $x = 1$
4. $x \approx 1.324$
5. $x \approx 0.567$
6. $x = 3$
7. $x = -2$
8. $x \approx 0.754$
9. $x \approx 0.824$
10. $x \approx 4.0001$