Metody Numeryczne i Optymalizacja **2020/2021**
Prowadzący: mgr inż. Paweł Tarasiuk wtorek, 14:00

Wiktor Bechciński 229840 229840@edu.p.lodz.pl
Kamil Budzyn 229850 229850@edu.p.lodz.pl

Zadanie 4.: całkowanie metodą Newtona-Cotesa oraz Gaussa-Laguerre'a

1. Cel

Celem zadania było zaimplementowanie metody całkowania wybranej funkcji dwoma metodami- metodą Cotesa-Newtona opartą na trzech węzłach(wzór Simpsona) oraz wariant kwadratury Gaussa-Laguerre'a na przedziale od 0 do nieskończoności. .

2. Wprowadzenie

Wzór Simpsona:

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx \frac{b-a}{6}\left[f(a) + 4f\left(\frac{a+b}{2}\right) + f(b)\right]$$

gdzie a- początek przedziału, b- koniec przedziału.

Wzór Gaussa-Laguerre'a:

$$\int_0^\infty e^{-x} f(x)dx \approx \sum_{i=0}^{n} A_i f(x_i)$$

3. Opis implementacji

Do wykonania zadania wykorzystaliśmy język programowania Python w wersji 3.9. Program podzieliliśmy na dwie czesci w środowisku Jupyter, gdzie pierwsza z nich zawiera wszystkie funkcje liczące. Druga część to główna część programu, czyli "main". Implementacja kodu pozwala użytkownikowi końcowemu wybór jednej z dostępnych funkcji. Program wykona potrzebne obliczenia i wyświetli uzyskany wynik oraz liczbę podziałów oraz węzłów.

4. Materiały i metody

Program posiada wbudowane cztery funkcje przeznaczone do całkowania:
$x^4 + 3 * x^2 + 1$
$cos(x)$
$sin(x)$
$|x^2 - 6 + sin(x)|$
Dla każdej z funkcji została zastosowana wartość epsilon = 0.01. Każda funkcja była na przedziale od 0 do nieskończoności.

5. Wyniki

Nazwa metody	liczba podziałów	liczba węzłów	wynik
Newtona-Cotesa	17	-	30.995875480449907
Gaussa-Laguerre'a	-	2	27.00008724717437
Gaussa-Laguerre'a	-	3	30.999573405113928
Gaussa-Laguerre'a	-	4	26.68253705254454
Gaussa-Laguerre'a	-	5	30.99093307091733

Tabela 1. Wartości dla pierwszej funkcji.

Nazwa metody	liczba podziałów	liczba węzłów	wynik
Newtona-Cotesa	5	-	0.49576571459361557
Gaussa-Laguerre'a	-	2	0.5702068735079127
Gaussa-Laguerre'a	-	3	0.476520344631653
Gaussa-Laguerre'a	-	4	0.5026369027463528
Gaussa-Laguerre'a	-	5	0.5005391678747684

Tabela 2. Wartości dla drugiej funkcji.

Nazwa metody	liczba podziałów	liczba węzłów	wynik
Newtona-Cotesa	4	-	0.5128904920424405
Gaussa-Laguerre'a	-	2	0.4324608943239442
Gaussa-Laguerre'a	-	3	0.4960303753104027
Gaussa-Laguerre'a	-	4	0.505229655825673

Tabela 3. Wartości dla trzeciej funkcji.

Nazwa metody	liczba podziałów	liczba węzłów	wynik
Newtona-Cotesa	10	-	4.684521572277879
Gaussa-Laguerre'a	-	2	5.145527501485557
Gaussa-Laguerre'a	-	3	4.20886622165562
Gaussa-Laguerre'a	-	4	4.597193781007792
Gaussa-Laguerre'a	-	5	4.819267093363105

Tabela 3. Wartości dla czwartej funkcji.

6. Dyskusja

Metoda Gaussa-Laguerre'a pozwala na obliczenie całek z podobną dokładnością co metoda Newtona-Cotesa jednak udaje jej się to zrobić przy małej liczbie węzłów w porównaniu do wysokiej liczby iteracji dla metody Newtona-Cotesa. Różnice dla poszczególnych liczb węzłów w metodzie Gaussa-Laguerre'a nie były duże.

7. Wnioski

Obie metody rozpatrując je w przedziale od zera do nieskończoności dają podobne rezultaty, chociaż metoda Gaussa-Laguerre'a uzyskuje je przy użyciu mniejszej ilości węzłów.

Literatura

[1] T. Oetiker, H. Partl, I. Hyna, E. Schlegl. *Nie za krótkie wprowadzenie do systemu LaTeX2e*, 2007, dostępny online. `https://ctan.org/tex-archive/info/lshort/polish/lshort2e.pdf`.

[2] Prezentacja WIKAMP "Materiały wykładowe część druga".