윤성우의 열혈 자료구조

: C언어를 이용한 자료구조 학습서

Chapter 01. 자료구조와 알고리즘의 이해

Introduction To Data Structures Using C

Chapter 01. 자료구조와 알고리즘의 이해

Chapter 01-1:

자료구조에 대한 기본적인 이해

C언어와 관련하여 알고 있다고 가정하는 부분

- 구조체를 정의할 줄 안다.
- 메모리의 동적 할당과 관련하여 이해한다.
- 포인터와 관련하여 이해와 활용에 부담이 없다.
- 헤더파일의 정의하고 활용할 줄 안다.
- 각종 매크로를 이해하고 #ifndef ~ #endif의 의미를 안다.
- 다수의 소스파일, 헤더파일로 구성된 프로그램 작성 가능!
- 재귀함수에 어느 정도 익숙하다.

자료구조란 무엇인가?

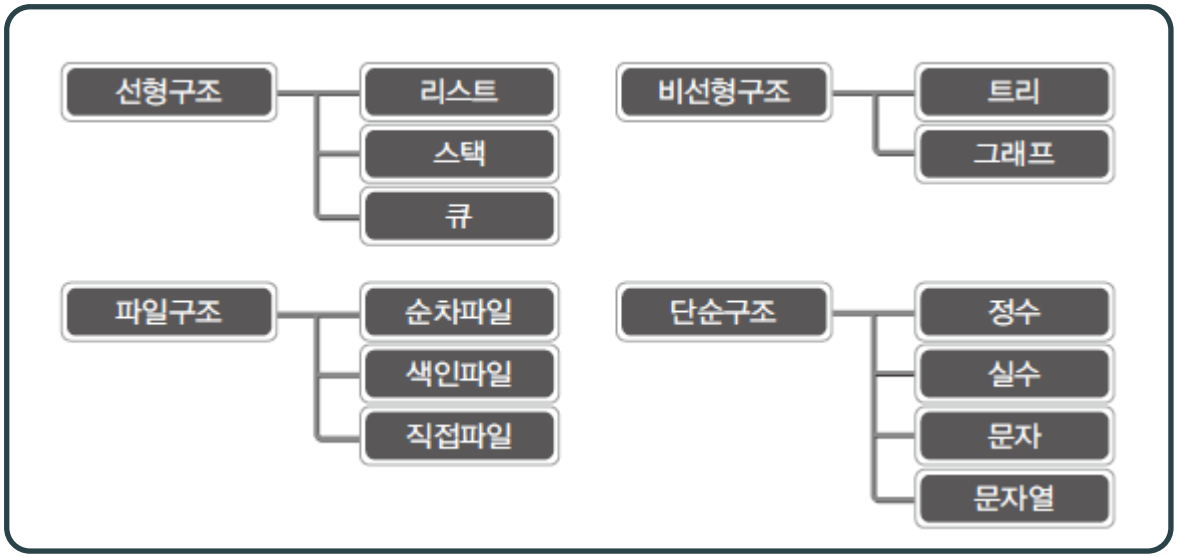
자료구조

"프로그램이란 데이터를 표현 하고,

표현에는 저장의 의미가 포함된다!

알고리즘

그렇게 표현된 데이터를 처리 하는 것이다."



자료구조의 분류

자료구조와 알고리즘

```
int main(void)
{
    // 배열의 선언
    int arr[10] = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10};
    . . . .
    // 배열에 저장된 값의 합
    for(idx=0; idx<10; idx++)
        sum += arr[idx];
    . . . .
}
```

자료구조

알고리즘

알고리즘은 자료구조에 의존적이다!

본서에서 자료구조를 설명하는 방향

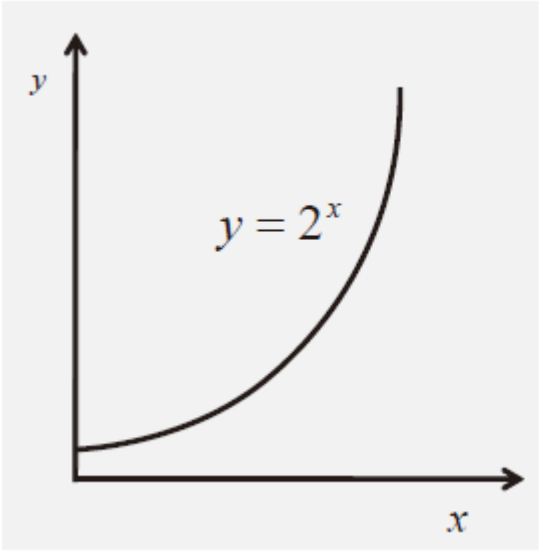
- 자료구조 학습 방법의 구분
  - 자료구조의 모델 자체에 대한 이해 중심 학습
  - 코드 레벨에서의 자료구조 구현 중심 학습

- 자료구조 학습에 있어서 기억할 것 두 가지
  - 자료구조의 모델을 그림으로 우선 이해해야 한다.
  - 구현이 가능해야만 의미가 있는 것은 아니다.

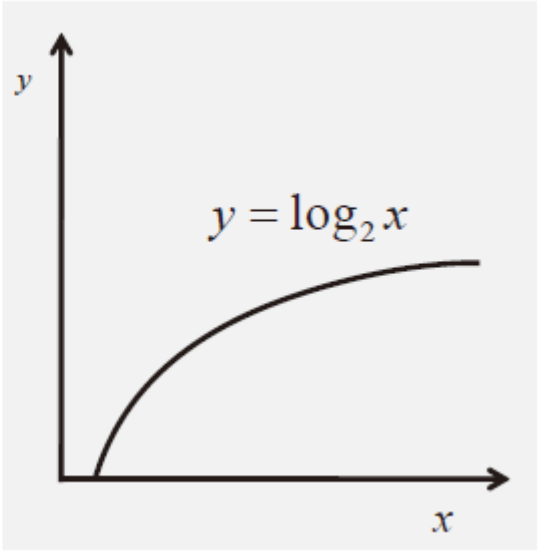
Chapter 01-2:

알고리즘의 성능분석 방법

수학과 관련해서 알고 있다고 가정하는 것



지수식



로그식

X 축이 데이터의 수! Y축이 연산의 횟수를 의미한다면?

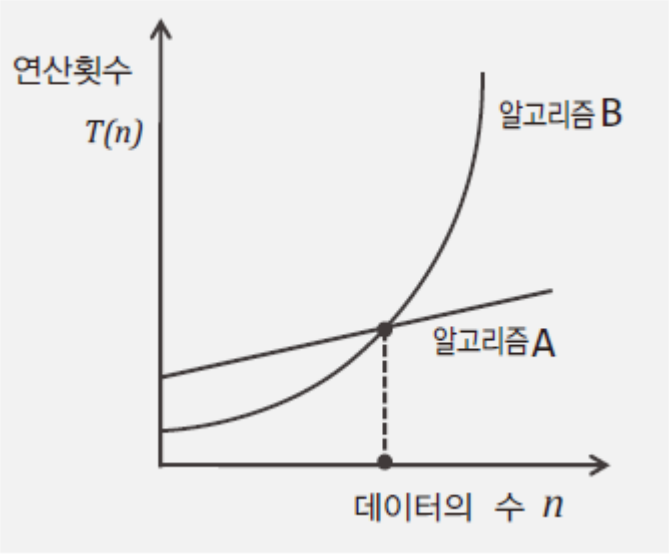
시간 복잡도 & 공간 복잡도 1

- 알고리즘을 평가하는 두 가지 요소
  - 시간 복잡도(time complexity) ➔ 얼마나 빠른가?
  - 공간 복잡도(space complexity) ➔ 얼마나 메모리를 적게 쓰는가?
  - 시간 복잡도를 더 중요시 한다.

- 시간 복잡도의 평가 방법
  - 중심이 되는 특정 연산의 횟수를 세어서 평가를 한다.
  - 데이터의 수에 대한 연산횟수의 함수 *T(n)*을 구한다.

시간 복잡도 & 공간 복잡도 2

- 알고리즘의 수행 속도 비교 기준
  - 데이터의 수가 적은 경우의 수행 속도는 큰 의미가 없다.
  - 데이터의 수에 따른 수행 속도의 변화 정도를 기준으로 한다.



두 알고리즘을 비교 평가해보면?

순차 탐색 알고리즘과 시간 복잡도

```
// 순차 탐색 알고리즘 적용된 함수
int LSearch(int ar[], int len, int target)
{
    int i;
    for(i=0; i<len; i++)
    {
        if(ar[i] == target)
            return i;       // 찾은 대상의 인덱스 값 반환
    }
    return -1;       // 찾지 못했음을 의미하는 값 반환
}
```

어떠한 연산자의 연산 횟수를 세어야 하겠는가?

최악의 경우와 최상의 경우

- 순차 탐색 상황 하나: 운이 좋은 경우
  - 배열의 맨 앞에서 대상을 찾는 경우
  - 만족스러운 상황이므로 성능평가의 주 관심이 아니다!
  - '최상의 경우(best case)'라 한다.

시간 복잡도와 공간 복잡도 각각에 대해서 최악의 경우와 최상의 경우를 구할 수 있다.

- 순차 탐색 상황 둘: 운이 좋지 않은 경우
  - 배열의 끝에서 찾거나 대상이 저장되지 않은 경우
  - 만족스럽지 못한 상황이므로 성능평가의 주 관심이다!
  - '최악의 경우(worst case)'라 한다.

평균적인 경우(Average Case)

- 가장 현실적인 경우에 해당한다.
  - 일반적으로 등장하는 상황에 대한 경우의 수이다.
  - 최상의 경우와 달리 알고리즘 평가에 도움이 된다.
  - 하지만 계산하기가 어렵다. 객관적 평가가 쉽지 않다.

- 평균적인 경우의 복잡도 계산이 어려운 이유
  - '평균적인 경우'의 연출이 어렵다.
  - '평균적인 경우'임을 증명하기 어렵다.
  - '평균적인 경우'는 상황에 따라 달라진다. 반면 최악의 경우는 늘 동일하다.

순차 탐색 최악의 경우 시간 복잡도

"데이터의 수가 *n*개일 때,

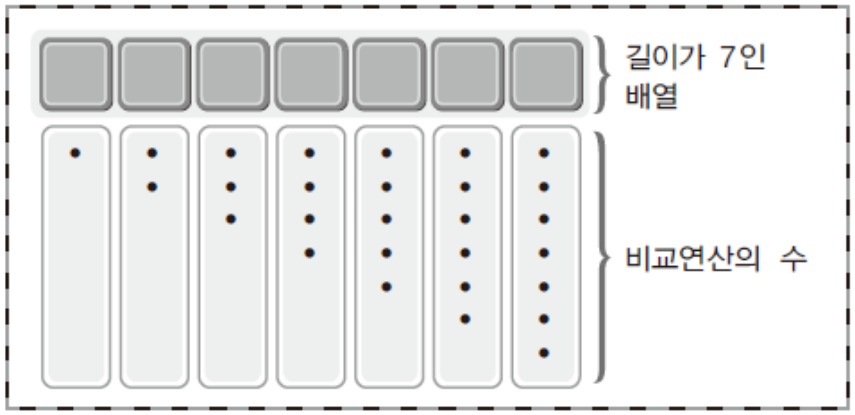
최악의 경우에 해당하는 연산횟수는(비교연산의 횟수는) *n* 이다."

T(n) = n 최악의 경우를 대상으로 정의한 함수 *T(n)*

순차 탐색 평균적 경우 시간 복잡도

- 가정 1 탐색 대상이 배열에 존재하지 않을 확률 50%
- 가정 2 배열 첫 요소부터 마지막 요소까지 탐색 대상 존재 확률 동일!

- 탐색 대상이 존재하지 않는 경우의 연산횟수는 n
- 가정 2에 의해서 탐색 대상이 존재하는 경우의 연산횟수는 n/2



$$T(n) = n \times \frac{1}{2} + \frac{n}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{4}n$$

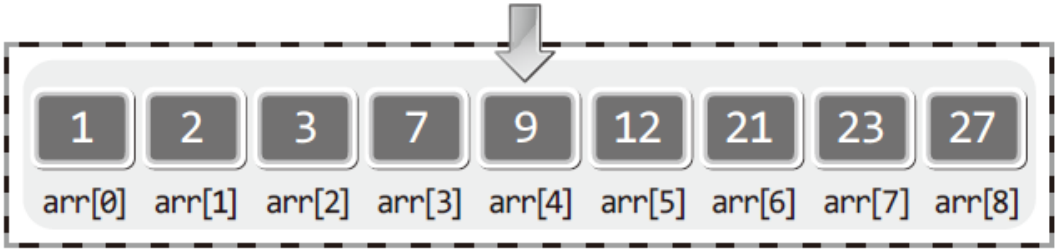
결론!

가정 1과 2는 평균적인 경우라 할 수 있겠는가? 그렇다면 무엇이 평균적인 경우이겠는가?

이진 탐색 알고리즘의 소개 1

☞ 이진 탐색 알고리즘의 첫 번째 시도:

1. 배열 인덱스의 시작과 끝은 각각 0과 8이다.
2. 0과 8을 합하여 그 결과를 2로 나눈다.
3. 2로 나눠서 얻은 결과 4를 인덱스 값으로 하여 arr[4]에 저장된 값이 3인지 확인!



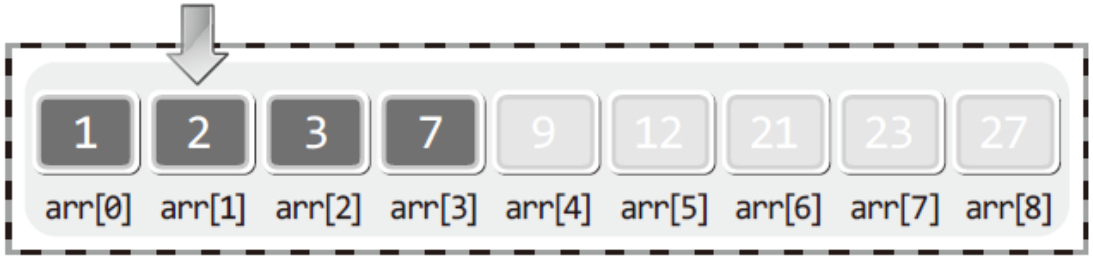
3이 저장되어 있는지를 탐색한다!

순차 탐색보다 훨씬 좋은 성능을 보이지만, 배열이 정렬되어 있어야 한다는 제약이 따른다.

이진 탐색 알고리즘의 소개 2

☞ 이진 탐색 알고리즘의 두 번째 시도:

1. arr[4]에 저장된 값 9와 탐색 대상인 3의 대소를 비교한다.
2. 대소 비교결과는 arr[4]>3이므로 탐색 범위를 인덱스 기준 0~3으로 제한!
3. 0과 3을 더하여 그 결과를 2로 나눈다. 이때 나머지는 버린다.
4. 2로 나눠서 얻은 결과가 1이니 arr[1]에 저장된 값이 3인지 확인한다.

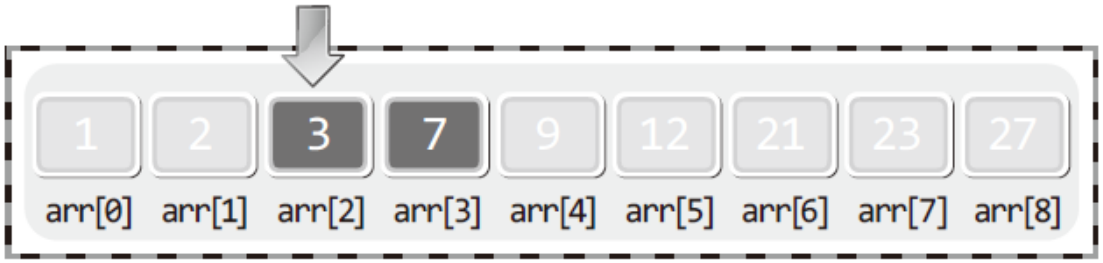


탐색의 대상이 첫 번째 시도 이후 반으로 줄었다!

이진 탐색 알고리즘의 소개 3

☞ 이진 탐색 알고리즘의 세 번째 시도:

1. arr[1]에 저장된 값 2와 탐색 대상인 3의 대소를 비교한다.
2. 대소 비교결과 arr[1] < 3이므로 탐색의 범위를 인덱스 기준 2~3으로 제한!
3. 2와 3을 더하여 그 결과를 2로 나눈다. 이때 나머지는 버린다.
4. 2로 나눠서 얻은 결과가 2이니 arr[2]에 저장된 값이 3인지 확인한다.



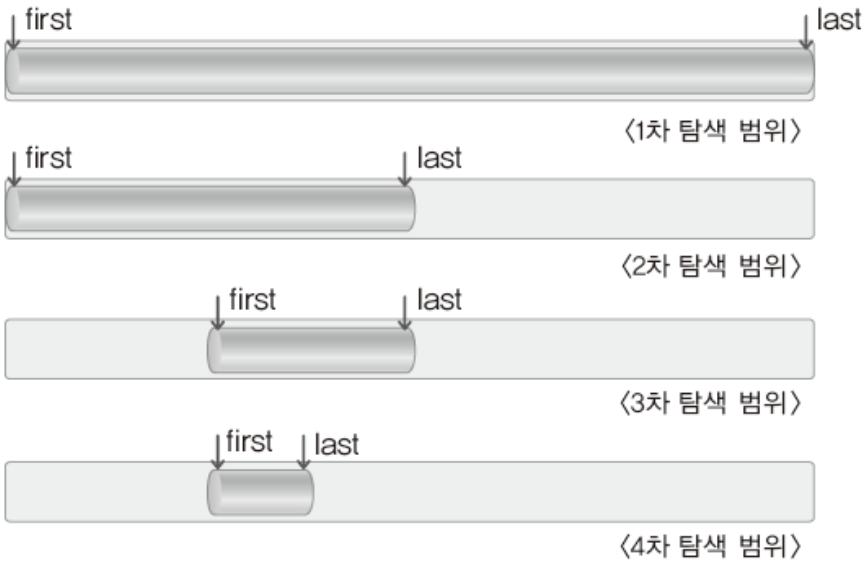
탐색의 대상이 다시 반으로 줄었다!

이진 탐색 알고리즘의 소개 4

이진 탐색 알고리즘의 핵심!

이진 탐색의 매 과정마다 탐색의 대상을 반씩 줄여나가기 때문에 순차 탐색보다 비교적 좋은 성능을 보인다.

이진 탐색 알고리즘의 구현 1



- first와 last가 만났다는 것은
  탐색 대상이 하나 남았다는 것을 뜻함!
- 따라서 first와 last가 역전될때까지
  탐색의 과정을 계속!

이진 탐색의 기본 골격

```
while(first <= last)        // first <= last 가 반복의 조건임에 주의!
{
      // 이진 탐색 알고리즘의 진행
}
```

이진 탐색 알고리즘의 구현 2

```
int BSearch(int ar[], int len, int target)
{
    int first = 0;        // 탐색 대상의 시작 인덱스 값
    int last = len-1;     // 탐색 대상의 마지막 인덱스 값
    int mid;

    while(first <= last)
    {
        mid = (first+last) / 2;     // 탐색 대상의 중앙을 찾는다.
        if(target == ar[mid])       // 중앙에 저장된 것이 타겟이라면
        {
            return mid; // 탐색 완료!
        }
        else    // 타겟이 아니라면 탐색 대상을 반으로 줄인다.
        {
            if(target < ar[mid])
                last = mid-1;       // 왜 -1을 하였을까?
            else
                first = mid+1;      // 왜 +1을 하였을까?
        }
    }
    return -1;      // 찾지 못했을 때 반환되는 값 -1
}
```

-1 혹은 +1을 추가하지 않으면

first <= mid <=last가 항상 성립이 되어,

탐색 대상이 존재하지 않는 경우 first와 last의

역전 현상이 발생하지 않는다!

이진 탐색 알고리즘 최악의 경우 시간 복잡도1

```
while(first <= last)
{
    mid = (first+last) / 2;
    if(target == ar[mid])
    {
        return mid;
    }
    else    // 타겟이 아니라면
    {
        ....
    }
}
```

시간 복잡도 계산을 위한 핵심 연산은?

== 연산자!

따라서 == 연산자의 연산 횟수를 기준으로 시간 복잡도를 결정할 수 있다.

데이터의 수가 n개일 때, 최악의 경우에 발생하는 비교연산의 횟수는?

이진 탐색 알고리즘 최악의 경우 시간 복잡도2

☞ 데이터의 수가 n개일 때 비교 연산의 횟수

· 처음에 데이터 수가 n개일 때의 탐색과정에서 1회의 비교연산 진행

· 데이터 수를 반으로 줄여서 그 수가 n/2개일 때의 탐색과정에서 1회 비교연산 진행

· 데이터 수를 반으로 줄여서 그 수가 n/4개일 때의 탐색과정에서 1회 비교연산 진행

· 데이터 수를 반으로 줄여서 그 수가 n/8개일 때의 탐색과정에서 1회 비교연산 진행

. . . . . n이 얼마인지 결정되지 않았으니

이 사이에 도대체 몇 번의 비교연산이 진행되는지 알 수가 없다! . . . . .

· 데이터 수를 반으로 줄여서 그 수가 1개일 때의 탐색과정에서 1회의 비교연산 진행

이러한 표현 방법으로는 객관적 성능 비교 불가!

이진 탐색 알고리즘 최악의 경우 시간 복잡도3

☞ 비교 연산의 횟수의 예

- 8이 1이 되기까지 2로 나눈 횟수 3회, 따라서 비교연산 3회 진행
- 데이터가 1개 남았을 때, 이때 마지막으로 비교연산 1회 진행

☞ 비교 연산의 횟수의 일반화

- n이 1이 되기까지 2로 나눈 횟수 k회, 따라서 비교연산 k회 진행
- 데이터가 1개 남았을 때, 이때 마지막으로 비교연산 1회 진행

☞ 비교 연산의 횟수의 1차 결론!

- 최악의 경우에 대한 시간 복잡도 함수 T(n)=k+1

이제 k만 구하면 된다!

이진 탐색 알고리즘 최악의 경우 시간 복잡도4

$$n \times \left(\frac{1}{2}\right)^k = 1$$

n을 몇번 반으로 나눠야 1이 되는가?

k가 나눠야 하는 횟수를 말한다.

☞ **k에 관한 식으로…**

$$n \times \left(\frac{1}{2}\right)^k = 1 \quad \blacktriangleright \quad n \times 2^{-k} = 1 \quad \blacktriangleright \quad n = 2^k$$

$$n = 2^k \quad \blacktriangleright \quad log_2 n = log_2 2^k \quad \blacktriangleright \quad log_2 n = k\ log_2 2 \quad \blacktriangleright \quad log_2 n = k$$

이진 탐색 알고리즘 최악의 경우 시간 복잡도5

☞ **이제 결론**

- 함수 T(n)= k+1 이므로…
- $T(n) = \log_2 n + 1$

☞ **그러나 +1은 생략하여**

- $T(n) = \log_2 n$

시간 복잡도의 목적은 n의 값에 따른 T(n)의 증가 및 감소의 정도를 판단하는 것이므로 +1은 생략 가능!

그렇다면 +1이 아닌 +200 인 경우도 생략이 가능한가?

빅-오에 대한 이해를 통해서 이에 대한 답을 얻자!

빅-오 표기법(Big-Oh Notation)

$$T(n) = n^2 + 2n + 1$$

1차 근사치 식

$$T(n) = n^2 + 2n$$

2차 근사치 식

$$T(n) = n^2$$

T(n)의 빅-오

$$O(n^2)$$

빅-오의 표기 방법

*T(n)*에서 실제로 영향력을 끼치는 부분을 가리켜 빅-오(Big-Oh)라 한다.

☞ n의 변화에 따른 T(n)의 변화 정도를 판단하는 것이 목적이니 +1은 무시할 수 있다.

n	n^2	$2n$	$T(n)$	n^2의 비율
10	100	20	120	83.33%
100	10,000	200	10,200	98.04%
1,000	1,000,000	2,000	1,002,000	99.80%
10,000	100,000,000	20,000	100,020,000	99.98%
100,000	10,000,000,000	200,000	10,000,200,000	99.99%

☞ 2n도 근사치 식의 구성에서 제외시킬수 있음을 보인 결과! n이 증가함에 따라 2n+1이 차지하는 비율은 미미해진다.

단순하게 빅-오 구하기

☞ 빅-오는?

· T(n)이 다항식으로 표현이 된 경우, 최고차항의 차수가 빅-오가 된다.

☞ 빅-오 결정의 예

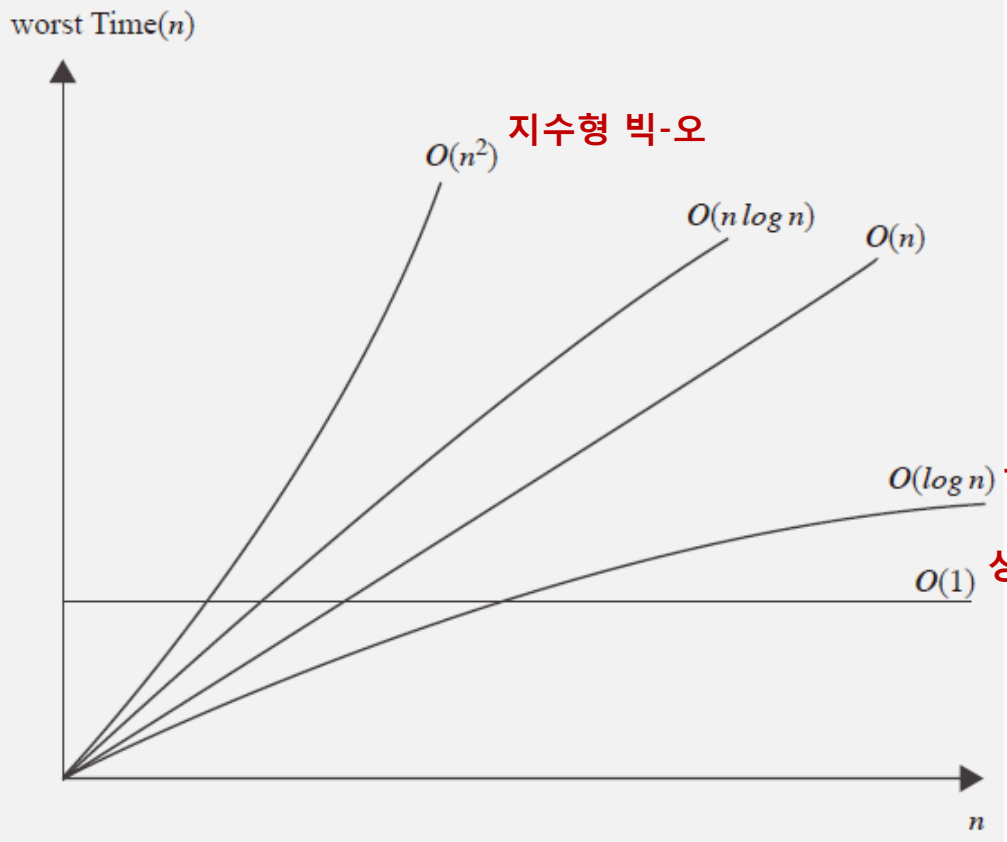
최고차항의 차수를 빅-오로 결정!

- $T(n)=n^2+2n+9$ ▶ $O(n^2)$
- $T(n)=n^4+n^3+n^2+1$ ▶ $O(n^4)$
- $T(n)=5n^3+3n^2+2n+1$ ▶ $O(n^3)$

☞ 빅-오 결정의 일반화

- $T(n)=a_m n^m+a_{m-1}n^{m-1}+\cdots+a_1 n^1+a_0$ ▶ $O(n^m)$

대표적인 빅-오



$$O(1) < O(\log n) < O(n) < O(n \log n) < O(n^2) < O(n^3) < O(2^n)$$

순차 탐색 알고리즘 vs. 이진 탐색 알고리즘

- $T(n) = n$ ▶ $O(n)$

순차 탐색의 최악의 경우 시간 복잡도 **순차 탐색의 빅-오**

- $T(n) = log_2 n + 1$ ▶ $O(log\, n)$

이진 탐색의 최악의 경우 시간 복잡도 **이진 탐색의 빅-오**

n	순차 탐색 연산횟수	이진 탐색 연산횟수
500	500	9
5,000	5,000	13
50,000	50,000	16

이진 탐색의 연산횟수는 예제 BSWorstOpCount.c에서 확인한 결과

최악의 경우에 진행이 되는 연산의 횟수

빅-오에 대한 수학적 접근1

☞ 빅-오의 수학적 정의

두 개의 함수 f(n)과 g(n)이 주어졌을 때, 모든 n≥K에 대하여 f(n)≤Cg(n)을 만족하는 두 개의 상수 C와 K가 존재하면, f(n)의 빅-오는 O(g(n))이다.

☞ 빅-오의 실질적인 의미

$5n^2+100$ 의 빅-오는 $O(n^2)$ 이다.

$5n^2+100$ 이 아무리 연산횟수의 증가율이 크다 한들 증가율의 패턴이 n^2 을 넘지 못한다!

빅-오에 대한 수학적 접근2

☞ 빅-오 판별의 예

"두 개의 함수 $f(n)$과 $g(n)$이 주어졌을 때"

- 두 개의 함수 $f(n)=5n^2+100$, $g(n)=n^2$이 주어졌을 때

"모든 $n \geq K$에 대하여"

- 모든 $n \geq 12$에 대하여,

n의 값이 점차 증가하여 어느 순간 이후부터

$f(n) \leq Cg(n)$을 만족하게 하는 두 개의 상수 C와 K가 존재한다면,

"$f(n) \leq Cg(n)$을 만족하는 두 개의 상수 C와 K가 존재하면"

- $5n^2+100 \leq 3500n^2$을 만족하는 $3500(C)$과 $12(K)$가 존재하니,

"$f(n)$의 빅-오는 $O(g(n))$이다."

- $5n^2+100$의 빅-오는 $O(n^2)$이다.

수고하셨습니다~

Chapter 01에 대한 강의를 마칩니다!