q29.

Энергия и импульс релятивистских частиц
Энергия покоя
Кин. энергия
Инвариант энергии импульса
Релятивистские столкновения
Движ. релят. част. под действ. пост. силы

Особенности

- нет дальнодействия
- взаим-е локально во времени и пр-ве
- 3й з-н Н. справедлив локально
- нет потенц. энерг. взаимодействия
- поле ≃ частицы

4-вектор скорости

$$\vec{s} = \begin{pmatrix} ct \\ \vec{r} \end{pmatrix} \qquad \vec{u} = \frac{d\vec{s}}{dt_0} = \gamma \frac{d\vec{s}}{dt} = \gamma \begin{pmatrix} c \\ \vec{v} \end{pmatrix}$$

4-импульс

$$\vec{p} = m\vec{u} = \begin{pmatrix} \gamma m c \\ \gamma m u \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E/c \\ \vec{p} \end{pmatrix}$$

ЗС 4-импульса

$$o\left(\sum m_i \vec{u}_i\right) = 0$$

Энергия

$$E = \gamma mc^2 \simeq \underbrace{mc^2}_{E_0} + \frac{mv^2}{c} + \dots$$ (разложили по Тейлору)

(энергия покоя)

$$k = E - E_0 = (\gamma - 1)mc^2$$

Законы сохр

$$\sum \vec{E_i} = const$$

$$\sum \vec{p_i} = const$$

$$\cancel{\sum m_i \neq const}$$

Связь энергии и импульса

$$E^2 - (\vec{p}c)^2 = (mc^2)^2$$

Энергия

Кинетич. энергия релятив. частицы

$$dA = \vec{F} d\vec{r} = \vec{F}\vec{v}\, dt = \vec{v}\frac{d\vec{p}}{\cancel{dt}}\cancel{dt} = \frac{\vec{p}}{m} d\vec{p}$$

$$m(v) = \frac{m_0}{\sqrt{}}$$

$$dA = \frac{\vec{p}}{m(v)} d\vec{p} = \frac{1}{2m(v)} d(\vec{p}^{\,2}) = \frac{1}{2m(v)} d\left(\frac{m_0^2 v^2}{1-\frac{v^2}{c^2}}\right) =$$

$$= \frac{1}{2m} d\left(\frac{m_0^2 v^2}{1-v^2/c^2} - m_0^2 c^2\right) = \frac{1}{2m} d(m^2(v)) = c^2 dm$$

$$dA = \frac{\vec{p}}{m} d\vec{p} = c^2 dm$$

$$k = mc^2 - m_0 c^2$$

$$k(v) = m_0 c\left(\frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}} - 1\right)$$

$$E^2 - p^2c^2 = (m_0c^2)^2$$

$$E = \sqrt{p^2c^2 + m_0^2c^4}$$

$$E^2 = p^2c^2 + m_0^2c^4$$

$$\frac{E^2}{c^2} - p^2 = m_0^2c^2 = inv$$

преобр $\rightsquigarrow$ inv

$E = \gamma mc^2$ $\quad\quad$ $\vec p = \gamma m \vec v = E\frac{\vec v}{c^2}$

$E_0 = mc^2$ $\quad\quad$ ЗСИ, ЗСЭ

$K = E - E_0 = (\gamma - 1)mc^2$

$$E^2 - (\vec p c)^2 = (\gamma mc^2)^2 - \left(\frac{\gamma m c^2 \vec v}{c}\right)^2 = \cancel{\gamma^2} m^2c^4\left(1 - \cancel{\frac{v^2}{c^2}}\right) = (mc^2)^2$$

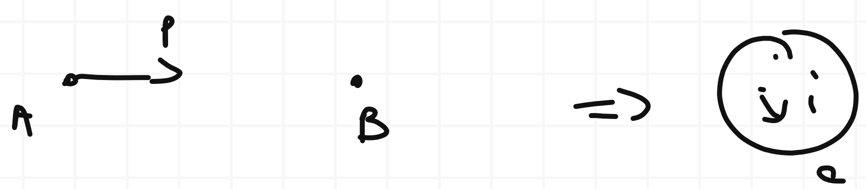
безмасс. част.

$E = |\vec p|c$

инвариант энергии импульса

$$E^2 - p^2c^2 = inv$$

$$\left(\sum E_i\right)^2 - \left(\sum \vec p_i c\right)^2 = inv$$



$$(\gamma m_A c^2 + m_B c^2)^2 - p_A^2c^2 = E'^2 - (p'c)^2 \geq (m_C c^2)^2$$

$$E_{реакц} = (m_C - (m_A + m_B))c^2$$

$$E_A = \frac{m_C^2 - m_A^2 - m_B^2}{2m_B}c^2$$

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{\gamma m\, d\vec{v}}{dt} + \frac{d\gamma}{dt} m\vec{v}$$

$\vec{F} \perp \vec{v}$

$$\gamma m \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F}$$

$\vec{F}_{\parallel} \perp \vec{v}$

$$\frac{d\gamma}{dt} m v + \gamma m \frac{dv}{dt} = F$$

$$\gamma^3 m \frac{dv}{dt} = F$$

работа и энергия

$\vec{F} \parallel \vec{v}$

$$\gamma^3 m \frac{dv}{dt} = F_{\parallel} \quad \Big| \cdot v\,dt$$

$$\delta A = F_{\parallel} v\,dt = \gamma^3 m v\,dv = \underbrace{d(\gamma m c^2)}_{dK}$$