

*Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования*

**«Московский физико-технический институт
(национальный исследовательский университет)»**

Лабораторная работа №2.2.6

по курсу общей физики

на тему:

***«Определение энергии активации по
температурной зависимости вязкости
жидкости»***

Работу выполнила:
Назарова Екатерина
(Б02-406)

Долгопрудный
1 апреля 2025 г.

Аннотация

Цель работы

- 1) измерение скорости падения шариков при разной температуре жидкости;
- 2) вычисление вязкости жидкости по закону Стокса и расчет энергии активации.

Перечень используемого оборудования

- Стекланный цилиндр с исследуемой жидкостью (глицерин);
- термостат JULABO CORIO CD-B17 (погрешность поддержания температуры $\pm 0,03^\circ\text{C}$);
- секундомер;
- горизонтальный компаратор;
- микроскоп МПБ-2 (погрешность измерения 0,02 мм);
- мелкие шарики диаметром около 1 мм.

Теоретические сведения

В газах молекулы движутся хаотично и почти не взаимодействуют между собой, в кристаллических твердых телах молекулы с небольшой амплитудой колеблются вокруг постоянных положений равновесия в кристаллической решетке. В жидкостях молекулы также находятся в потенциальной яме сил взаимодействия с окружающими молекулами и колеблются вокруг своих положений равновесия со схожей частотой. Однако глубина ямы уже не настолько превышает среднюю кинетическую энергию, поэтому иногда молекулы могут покинуть свое положение равновесия и перейти в соседнюю "дырку" (такие свободные места имеются в жидкостях, но не в твердых телах). Таким образом, в жидкости присутствует ближний, но не дальний порядок, то есть упорядоченная структура заметна только при маленьких масштабах.

Чтобы поменять своё положение, молекула должна преодолеть участок с большей потенциальной энергией, для чего её тепловая энергии должна вследствие флуктуации увеличиться на величину W , называемую *энергией активации*.

Из распределения Больцмана и соображения, что вязкость жидкости должны быть обратно пропорциональна количеству молекул, способных преодолеть потенциальный барьер, получим следующее:

$$\eta \sim e^{W/kT}, \quad (1)$$

где k - константа Больцмана, T - температура. Из этой формулы следует, что зависимость $\ln \eta$ от $1/T$ должна быть линейной.

В работе для измерения вязкости используется метод падающих в жидкости шариков, основанный на формуле Стокса, точно определяющей силу вязкости, действующую на шарик радиуса r , падающий в безграничной жидкости плотности $\rho_{\text{ж}}$ и вязкости η со скоростью v :

$$\vec{F} = -6\pi\eta r \vec{v} \quad (2)$$

. С точностью до числового коэффициента эта формула может быть получена из соображений размерности (логично положить, что F зависит только от r , v , $\rho_{\text{ж}}$, η) и знания, что при небольших скоростях зависимость силы от скорости линейная.

Кроме силы вязкости при падении в жидкости на шарик ещё действуют вертикальные

$$(\rho - \rho_{\text{ж}})Vg - 6\pi\eta rv = \rho V \frac{dv}{dt},$$
$$v(t) = v_y - (v_y - v_0)e^{-t/\tau}, \quad (3)$$
$$v_y = \frac{(\rho - \rho_{\text{ж}})Vg}{6\pi\eta r v} = \frac{2}{9} \frac{\rho - \rho_{\text{ж}}}{\eta} g r^2, \quad \tau = \frac{\rho V}{6\pi\eta r} = \frac{2}{9} \frac{\rho r^2}{\eta}. \quad (4)$$
$$\eta = \frac{2}{9} \frac{\rho - \rho_{\text{ж}}}{v_u} g r^2. \quad (5)$$
$$\eta = \frac{2}{9} \frac{\rho - \rho_{\text{ж}}}{v_u(1 + 2, 4r/R)} gr^2. \quad (6)$$

3

Экспериментальная установка

Стеклянный цилиндр 12 (см. схему) длиной ~ 40 см и диаметром ~ 3 см заполнен глицерином и вертикально помещен в подставку, содержащую рубашку, по которой циркулирует вода из термостата. На стенках цилиндра есть 3 отметки (причем верхняя находится на достаточном расстоянии от уровня глицерина, чтобы движение успевало установиться), измеряется время падения маленьких шариков (диаметром порядка 1 мм) между этими отметками. В предположении, что их движение близко к установившемуся, по этим данным может быть рассчитана v_y для шариков разного диаметра при разных температурах жидкости. Измерение диаметра для каждого шарика происходит несколько раз (так как их форма неидеальна), с помощью микроскопа и горизонтального компаратора.

Температура глицерина изменяется путем изменения воды в термостате и выжидания установления теплового равновесия цилиндра с рубашкой.

Ход работы

1. Перед тем, как опускать шарики в глицерин, измеряли диаметр каждого с помощью микроскопа. Для этого пинцетом клали шарик на горизонтальную бороздку в пластине и под светом лампы по шкале в микроскопе определяли 2-3 диаметра в разных направлениях. После измерения пинцетом шарики складывались в специальную подставку, позволяющую не перепутать измеренные шарики между собой. Результаты измерений представлены в таблице 1. Приборная погрешность диаметра $0,02 \text{ мм} \cdot 2 = 0,04 \text{ мм}$, случайная здесь и далее рассчитана по стандартной формуле $\sigma_x^{\text{случ}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}}$, в таблице приведено суммарное значение погрешности диаметра.

Стекло					Сталь					
шарик	d_1 , мм	d_2 , мм	\bar{d} , мм	σ_d , мм	шарик	d_1 , мм	d_2 , мм	d_3 , мм	\bar{d} , мм	σ_d , мм
11	2,05	2,00	2,03	0,05	16	0,80	0,80	0,75	0,78	0,04
12	2,00	2,10	2,05	0,06	17	0,75	0,75	0,75	0,75	0,04
13	2,10	2,15	2,13	0,05	18	0,75	0,70	0,75	0,73	0,04
14	2,00	2,10	2,05	0,06	19	0,75	0,75	0,75	0,75	0,04
21	2,10	2,10	2,10	0,04	26	0,75	0,75	0,80	0,77	0,04
22	2,15	2,15	2,15	0,04	27	0,65	0,60	0,65	0,63	0,04
23	2,10	2,10	2,10	0,04	28	0,80	0,75	0,75	0,77	0,04
24	2,10	2,15	2,13	0,05	29	0,65	0,60	0,65	0,63	0,04
31	2,00	2,00	2,00	0,04	36	0,85	0,80	0,90	0,85	0,05
32	2,10	2,05	2,08	0,05	37	0,75	0,75	0,70	0,73	0,04
33	2,10	2,00	2,05	0,06	38	0,80	0,75	0,75	0,77	0,04
34	2,00	2,05	2,03	0,05	39	0,70	0,65	0,70	0,68	0,04
41	2,15	2,15	2,15	0,04	46	0,75	0,80	0,75	0,77	0,04
42	2,10	2,10	2,10	0,04	47	0,80	0,70	0,75	0,75	0,05
45	2,10	2,10	2,10	0,04	48	0,80	0,75	0,75	0,77	0,04
410	2,10	2,15	2,13	0,05	49	0,80	0,80	0,75	0,78	0,0

Таблица 1: Диаметры шариков

2. Провели измерение установившейся скорости падения шариков при разной температуре в диапазоне 25°C - 60°C. Для этого включили термостат, сначала выставили температуру 25°C, близкую к комнатной.

Измерения начинали, дождавшись установления стабильной температуры (и теплового равновесия воды в термостате и глицерина), при этом охлаждение термостата можно корректировать краном с холодной водопроводной водой. Для того, чтобы запустить движение шарика, он с помощью специально стеклянной палочки, смоченной глицерином, на который шарик "прилипает клался на поверхность глицерина в цилиндре вблизи его оси (для этого на короткое время снималась крышка цилиндра, которая защищает глицерин от паров воды, способных уменьшить его вязкость), при необходимости немного подталкивался вниз. Когда шарик проплывал первую отметку, включался секундомер, когда проплывал вторую, ставилась первая отметка времени, когда третью - вторая. Для каждой температуры производились измерения для двух стеклянных и двух стальных шариков, после чего температура в термостате выставлялась на 5°C больше, и после установления нового равновесия измерения проводились таким же образом. Расстояния между отметками (10,0 ± 0,1) см.

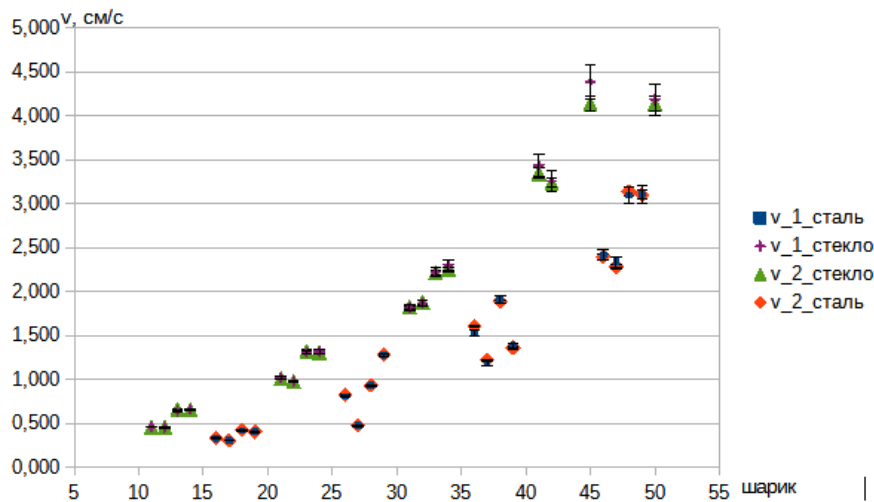


Рис. 2: Насколько скорость получается постоянной

По полученным данным рассчитали среднюю скорость движения на первом участке и на всём пути, убедились (рис. 2), что эти скорости совпадают в пределах погрешности; рассчитали среднее из этих значений - это установившаяся скорость для дальнейших расчетов. Погрешность $\sigma_{v_i} = v_i \sqrt{(0,1/10,0)^2 + (0,1/t_i)^2}$, т.к. погрешность измерения времени принята за 0,1 секунду - с учетом скорости реакции человека и того, что момент прохождения отметки не совсем четкий. Тогда

$$\sigma_{v_y} = \sqrt{\frac{(v_1 - v_y)^2 + (v_2 - v_y)^2}{2} + \left(\frac{\sigma_{v_1} + \sigma_{v_2}}{2}\right)^2}$$

По данному нам графику зависимости плотности глицерина от температуры рассчитали его плотность в точках, где были измерения. Поскольку этот график линейный, удобно его заменить формулой. С помощью графического редактора Paint (где невозможно провести негоризонтальную или невертикальную гладкую прямую и где можно считать расстояние между точками в пикселях) несложно заметить, что с очень хорошей точностью прямая графика проходит через точки (20; 1,26) и (50; 1,247) (в градусах Цельсия и г/см³), так что

$$\rho_{\text{ж}}(t, ^\circ\text{C}) = \left[1,26 - (1,26 - 1,247) \frac{t - 20}{50 - 20} \right] \text{ г/см}^3.$$

При этом погрешность получается порядка десятых процента, что сильно меньше, чем погрешности других величин, поэтому эту формулу будем считать точной.

С учетом $r = d/2$, $\rho_{\text{стекла}} = 2,5 \text{ г/см}^3$, $\rho_{\text{стали}} = 7,8 \text{ г/см}^3$, $2R = (25 \pm 1) \text{ мм}$ рассчитали коэффициент вязкости для каждого измерения по (5) и (6). В случае (5) оценим

$$\varepsilon_{\eta_5} = \sqrt{(2\varepsilon_d)^2 + \varepsilon_{v_y}^2}, \text{ в случае (6) } \varepsilon_{\eta_6} = \sqrt{(2\varepsilon_d)^2 + \varepsilon_{v_y}^2 + \frac{(2,4 \cdot d/2R)^2(\varepsilon_d^2 + \varepsilon_{2R}^2)}{(1+2,4d/2R)}}.$$

Основной вклад в эту погрешность вносит r^2 и v_y , получается, что во всех случаях $\sigma_{\eta_5} = \sigma_{\eta_6}$, эти величины приведены в таблице 3

Результаты измерений и этих расчетов представлены в таблице 2.

$\rho_{\text{ж}}, \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$	$t, \text{ }^{\circ}\text{C}$	шарик	$t_1, \text{ с}$	$t_2, \text{ с}$	$v_1, \text{ см/с}$	$v_2, \text{ см/с}$	$v_y, \text{ см/с}$	$10\eta_5, \text{ Па}\cdot\text{с}$	$10\eta_6, \text{ Па}\cdot\text{с}$
Стекло									
1,258	25,01	11	21,78	43,73	0,459	0,457	$0,458 \pm 0,004$	6,058	6,030
		12	22,05	44,01	0,454	0,454	$0,454 \pm 0,004$	6,266	6,228
1,256	30,15	13	15,73	30,40	0,636	0,658	$0,647 \pm 0,012$	4,734	4,713
		14	15,17	30,48	0,659	0,656	$0,658 \pm 0,006$	4,333	4,307
1,254	34,95	21	9,82	19,87	1,018	1,007	$1,012 \pm 0,012$	2,958	2,947
		22	10,26	20,51	0,975	0,975	$0,975 \pm 0,010$	3,220	3,208
1,251	39,91	23	7,64	15,12	1,309	1,323	$1,316 \pm 0,018$	2,280	2,271
		24	7,60	15,33	1,316	1,305	$1,310 \pm 0,017$	2,345	2,334
1,249	44,90	31	5,50	10,98	1,818	1,82	$1,820 \pm 0,03$	1,498	1,492
		32	5,36	10,67	1,866	1,874	$1,87 \pm 0,03$	1,569	1,562
1,247	50,13	33	4,50	9,03	2,222	2,215	$2,22 \pm 0,04$	1,293	1,285
		34	4,34	8,90	2,304	2,247	$2,28 \pm 0,05$	1,230	1,225
1,245	55,30	41	2,91	5,98	3,436	3,344	$3,39 \pm 0,10$	0,932	0,929
		42	3,07	6,18	3,257	3,236	$3,25 \pm 0,08$	0,929	0,925
1,242	60,57	45	2,28	4,83	4,386	4,141	$4,26 \pm 0,19$	0,709	0,706
		410	2,39	4,83	4,184	4,141	$4,16 \pm 0,14$	0,743	0,740
Сталь									
1,258	25,01	16	30,40	60,48	0,329	0,331	$0,330 \pm 0,003$	6,633	6,169
		17	33,10	65,99	0,302	0,303	$0,303 \pm 0,002$	6,628	6,183
1,256	30,15	18	23,95	47,55	0,418	0,421	$0,419 \pm 0,004$	4,577	4,276
		19	24,82	49,58	0,403	0,403	$0,403 \pm 0,003$	4,976	4,642
1,254	34,95	26	12,38	24,22	0,808	0,826	$0,817 \pm 0,012$	2,567	2,391
		27	21,29	42,13	0,470	0,475	$0,472 \pm 0,005$	3,031	2,857
1,251	39,91	28	10,76	21,49	0,929	0,931	$0,930 \pm 0,010$	2,256	2,101
		29	7,83	15,61	1,277	1,281	$1,279 \pm 0,016$	1,119	1,055
1,249	44,90	36	6,55	12,47	1,527	1,604	$1,57 \pm 0,05$	1,648	1,523
		37	8,48	16,41	1,179	1,219	$1,20 \pm 0,02$	1,601	1,496
1,247	50,13	38	5,24	10,60	1,908	1,89	$1,898 \pm 0,03$	1,106	1,030
		39	7,21	14,73	1,387	1,358	$1,37 \pm 0,02$	1,215	1,140
1,245	55,30	46	4,14	8,34	2,415	2,398	$2,41 \pm 0,05$	0,872	0,813
		47	4,28	8,77	2,336	2,281	$2,31 \pm 0,05$	0,870	0,812
1,242	60,57	48	3,23	6,37	3,096	3,140	$3,12 \pm 0,08$	0,674	0,627
		49	3,22	6,45	3,106	3,101	$3,10 \pm 0,08$	0,707	0,657

Таблица 2: Результаты измерений и расчет вязкостей

шар	11	12	13	14	21	22	23	24	31	32	33	34	41	42	45	410
$10\eta_5$	6,1	6,3	4,7	4,3	2,96	3,22	2,28	2,34	1,50	1,57	1,29	1,23	0,93	0,93	0,71	0,74
$10\eta_6$	5,1	5,2	3,9	3,6	2,46	2,67	1,90	1,95	1,26	1,31	1,08	1,03	0,77	0,77	0,59	0,62
$10\sigma_\eta$	0,3	0,4	0,2	0,3	0,12	0,13	0,09	0,11	0,07	0,08	0,08	0,06	0,05	0,04	0,04	0,04
шар	16	17	18	19	26	27	28	29	36	37	38	39	46	47	48	49
$10\eta_5$	6,6	6,6	4,6	5,0	2,6	3,0	2,26	1,12	1,65	1,60	1,11	1,22	0,87	0,87	0,67	0,71
$10\eta_6$	6,2	6,2	4,3	4,6	2,4	2,9	2,10	1,05	1,52	1,50	1,03	1,14	0,81	0,81	0,63	0,66
$10\sigma_\eta$	0,7	0,7	0,5	0,5	0,3	0,4	0,26	0,15	0,20	0,19	0,13	0,16	0,10	0,12	0,08	0,08

Таблица 3: Погрешности коэффициентов вязкости, все величины в СИ

3. Также для каждого запуска оценили число Рейнольдса по формуле $Re = v_y \rho_{\text{ж}} r / \eta$, время τ (по (4)) и путь $S_x = v_y \tau$. Мы предполагали, что течение ламинарное, а движение между отметками установившееся, то есть $Re < 0,5$, $S_x \ll L$ - расстояния от уровня глицерина до верхней отметки (порядка 10 см).

шарик	Re	τ , мс	S_x , мкм	шарик	Re	τ , мс	S_x , мкм
11	0,0097	0,48	2,18	16	0,003	0,070	0,229
12	0,0094	0,47	2,14	17	0,002	0,064	0,192
13	0,0183	0,67	4,32	18	0,005	0,088	0,368
14	0,0197	0,68	4,48	19	0,004	0,085	0,341
21	0,0452	1,04	10,55	26	0,016	0,171	1,398
22	0,0409	1,00	9,78	27	0,007	0,098	0,462
23	0,0761	1,35	17,8	28	0,021	0,195	1,809
24	0,0746	1,34	17,6	29	0,048	0,264	3,38
31	0,1524	1,86	33,9	36	0,055	0,329	5,15
32	0,1552	1,91	35,8	37	0,037	0,249	2,99
33	0,2206	2,27	50,3	38	0,088	0,395	7,50
34	0,2346	2,32	52,8	39	0,051	0,284	3,89
41	0,4885	3,44	117	46	0,141	0,500	12,0
42	0,4586	3,30	107	47	0,133	0,479	11,1
45	0,7879	4,31	184	48	0,237	0,647	20,2
410	0,7427	4,21	175	49	0,230	0,644	20,0

Таблица 4: Характерные числа

Видим, что времена релаксации очень маленькие (не больше миллисекунд), поэтому к моменту достижения шариком отметки (когда прошли секунды), движение уже установившееся. Это же мы видим и по расстояниям релаксации. Что до числа Рейнольдса, то при увеличении температуры оно достигает значения, с которого течение не считается ламинарным, однако это число - оценка, и по тому можно сказать, что "по грани" наши точки проходят.

4. Рассчитаем логарифмы коэффициентов вязкостей, предварительно усреднив значения, полученные от одного материала при одной температуре. Тогда $\sigma_{\ln \eta} = \frac{\sigma_{\eta'} + \sigma_{\eta''}}{\eta' + \eta''}$.

1000/T, 1/K	T, deg C	$\ln \eta_5$	$\ln \eta_6$	$\sigma_{\ln \eta_5}$	$\sigma_{\ln \eta_6}$		по (5)	по (6)
стекло								
3,356	25,01	1,818	1,640	0,06	0,07	$\langle xy \rangle, 1/K$	2,290	1,710
3,299	30,15	1,512	1,329	0,06	0,07	$\langle x \rangle, 1/K$	3,173	3,173
3,247	34,95	1,128	0,942	0,04	0,05	$\langle y \rangle$	0,696	0,513
3,196	39,91	0,839	0,654	0,04	0,05	$\langle x^2 \rangle, 1/K^2$	10,08	10,08
3,146	44,90	0,428	0,249	0,05	0,06	$\langle y^2 \rangle$	0,989	0,769
3,095	50,13	0,233	0,054	0,06	0,07			
3,046	55,30	-0,072	-0,258	0,05	0,06	b, K	6,08	6,09
2,998	60,57	-0,320	-0,505	0,06	0,07	σ_b, K	0,14	0,13
сталь								
3,356	25,01	1,892	1,821	0,11	0,12	$\langle xy \rangle, 1/K$	2,122	1,903
3,299	30,15	1,564	1,495	0,11	0,12	$\langle x \rangle, 1/K$	3,173	3,173
3,247	34,95	1,029	0,965	0,13	0,14	$\langle y \rangle$	0,642	0,572
3,196	39,91	0,523	0,456	0,12	0,13	$\langle x^2 \rangle, 1/K^2$	10,08	10,08
3,146	44,90	0,485	0,412	0,12	0,13	$\langle y^2 \rangle$	0,971	0,888
3,095	50,13	0,149	0,082	0,12	0,13			
3,046	55,30	-0,138	-0,208	0,12	0,13	b, K	6,33	6,34
2,998	60,57	-0,371	-0,443	0,11	0,12	σ_b, K	0,36	0,35

Таблица 5: Данные для графика

По данным из таблицы 5 построили график зависимости $\ln \eta$ от $1/T$ (отдельно для стали и стекла). Из (1) они должны быть линейными с коэффициентом наклона $\alpha = W/k$ (в таблице $x = 1000/T$, $y = \ln \eta$, поэтому $\alpha = 1000b$).

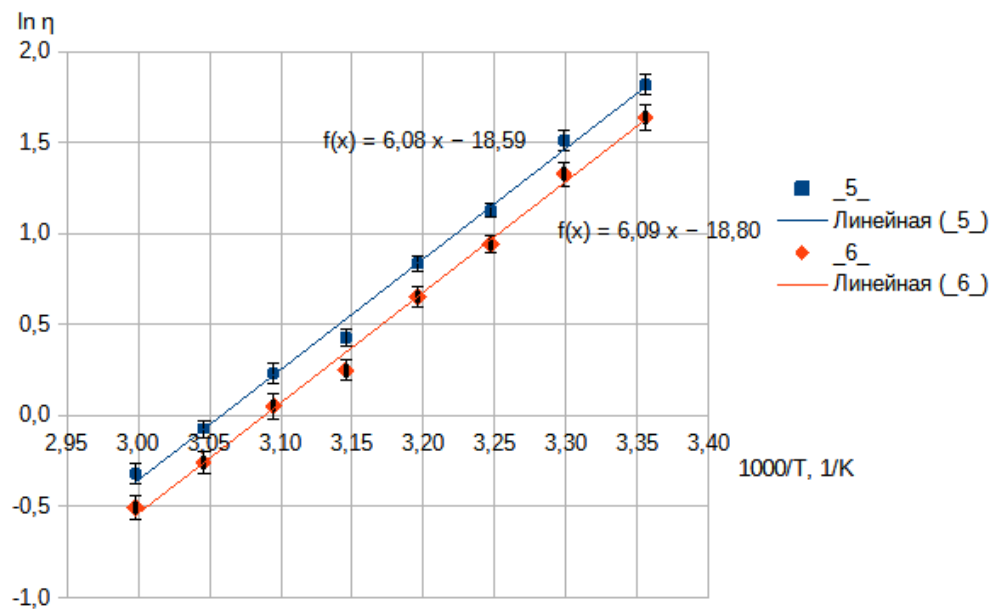


Рис. 3: График зависимости вязкости от температуры при измерениях со стеклянными шариками и расчетам по разным формулам

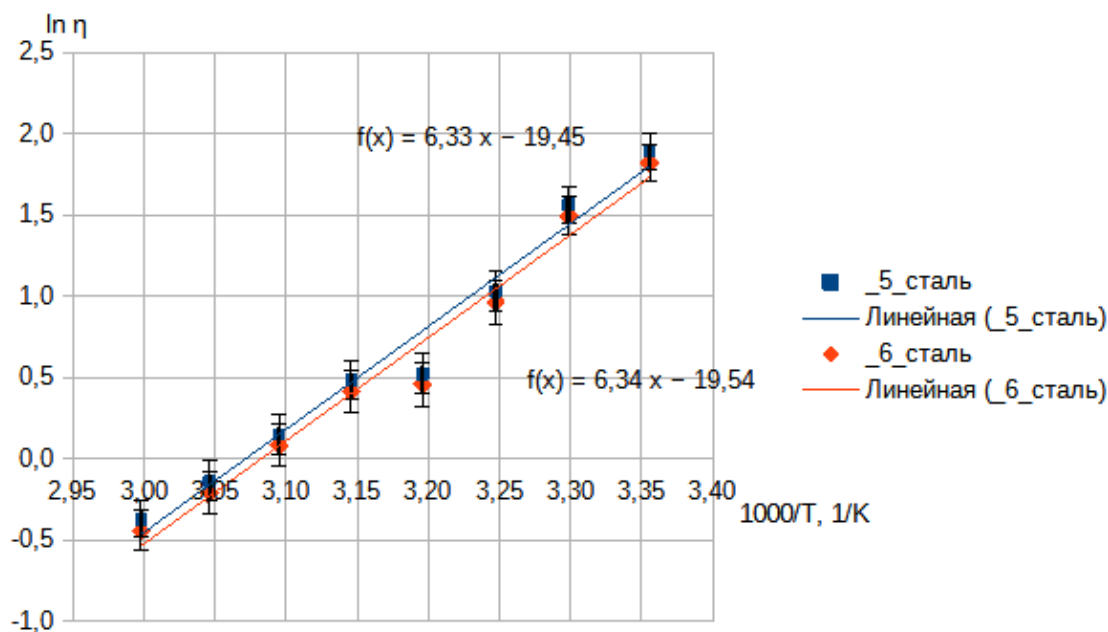


Рис. 4: То же для стали

Действительно, точки неплохо ложатся на прямую, причем она для стали и стекла почти совпадает.

Относительная погрешность коэффициента наклона по стеклу получается 0,02 (в обоих случаях), по стали - 0,06 в обоих.

5. Вычислили $W = \alpha k$, где k - постоянная Больцмана, используя 4 разных значения:
 - Стекло, по (5) $W_{gl,5} = (8,4 \pm 1,4) \cdot 10^{-20}$ Дж ($\varepsilon = 0,17$)
 - Стекло, по (6) $W_{gl,6} = (8,4 \pm 2,2) \cdot 10^{-20}$ Дж ($\varepsilon = 0,27$)
 - Сталь, по (5) $W_{st,5} = (9 \pm 3) \cdot 10^{-20}$ Дж ($\varepsilon = 0,3$)
 - Сталь, по (6) $W_{st,6} = (9 \pm 4) \cdot 10^{-20}$ Дж ($\varepsilon = 0,4$)

6. Относительная случайная погрешность остается той же: $\varepsilon_W^{\text{случ}} = \varepsilon_\alpha^{\text{случ}} = \varepsilon_b^{\text{случ}}$, а для расчета приборной погрешности W использовалась замена $\alpha = 1000y/x$, то есть $\varepsilon_W^{\text{пр}} = \sqrt{\langle \varepsilon_x \rangle^2 + \langle \varepsilon_y \rangle^2}$

Выводы

В результате работы были измерены скорости падения шариков разного рода и радиуса в глицерине. Было проверено, что такое движение почти моментально устанавливается и наблюдается уже стационарный режим. Также с помощью закона Стокса была найдена вязкость глицерина, которая довольно хорошо соотносится с табличными значениями. Уточненная формула, учитывающая конечный радиус сосуда, ожидаемо дала несколько другие значения, однако в дальнейшем исследовании температурной зависимости дала такой же угловой коэффициент.

Результаты измерения со стальными шариками хуже ложатся на прямую и обладают большей погрешностью, что связано с тем, что их радиус меньше, а форма менее идеальна. Было получено значение энергии активации глицерина, однако погрешность к этому моменту накопилась довольно большая. Тем не менее, полученное значение с ошибкой менее 10% попадает в табличное.