ФИО ____________________

группа ____________________

1A$_1$	2A$_1$	3A$_1$	4A$_1$	5A$_1$	6A$_1$	Σ

1 зад.	2 зад.	Итого

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА ПО МЕХАНИКЕ

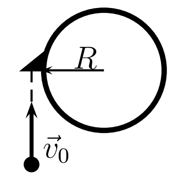
29 декабря 2016 г.

Вариант **A**$_1$

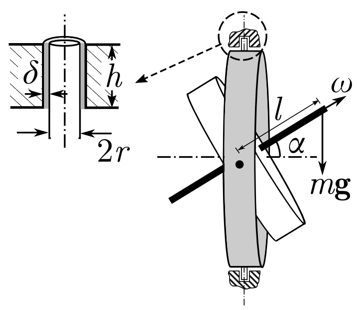
1A$_1$. (1) Мужской спортивный молот представляет собой небольшой металлический шар массой $m = 7{,}3$ кг, соединенный с ручкой стальной проволокой. Перед броском шар движется по окружности радиусом $R = 1{,}6$ м в плоскости, наклоненной под углом $\varphi = 30^\circ$ к горизонту. Найти силу, с которой спортсмен удерживает снаряд, если его дальность полета равна $L = 86{,}74$ м (мировой рекорд 1986 г.). Пренебречь сопротивлением воздуха и весом молота по сравнению с искомой силой. Найти также относительную деформацию проволоки, если её диаметр равен $d = 3$ мм. Модуль Юнга стали $E = 200$ ГПа.

2A$_1$. (1,5) Лифт поднимается вверх с постоянной скоростью. К потолку лифта подвешен груз на пружине, покоящийся относительно лифта. Начальное растяжение пружины равно x_0. В некоторый момент лифт начинает замедляться с ускорением $a = 2g$ до полной остановки. Найти амплитуду колебаний груза после остановки лифта, если период колебаний груза T и время торможения лифта τ связаны соотношением $T/\tau = 6$.

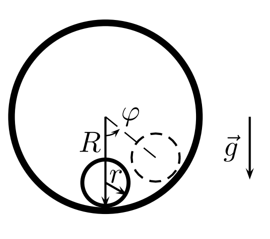
3A$_1$. (1,5) На гладком столе лежит тонкое кольцо радиусом R и массой M. Точечное тело массой $m = M$ движется со скоростью v_0 в плоскости кольца по касательной к нему. На кольце имеется небольшой выступ, о который тело ударяется упруго, не меняя направления движения. Определить угловую скорость вращения кольца после удара.



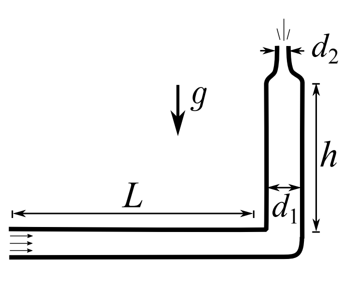
4A$_1$. (2) На ось гироскопа, закреплённого в кардановом подвесе, вешают небольшой груз $m = 100$ г на расстоянии $l = 12$ см от центра системы, и гироскоп начинает совершать регулярную прецессию с угловой скоростью $\Omega = 1$ рад/с. Определить время, за которое ось гироскопа опустится из-за трения в креплениях подвеса на угол $\Delta\alpha = \pi/3$. Вертикальная ось карданова подвеса имеет радиус $r = 5$ мм и укреплена сверху и снизу в муфтах высотой $h = 1$ см каждая. Зазор между муфтой и осью, равный $\delta = 0{,}1$ мм, заполнен смазкой с вязкостью $\eta = 1$ Па · с.



5A$_1$. (2) По внутренней поверхности неподвижно закрепленной трубы радиусом R катается без проскальзывания тонкостенная трубка радиусом r. Найти период малых колебаний трубки относительно положения равновесия. Определить также максимальную амплитуду φ, при которой колебания без проскальзывания возможны, если коэффициент трения равен $\mu = 0{,}1$.



6A$_1$. (2,5) Подводящая труба фонтана состоит из двух участков: горизонтального длиной $L = 50$ м, и вертикального высотой $h = 1$ м. Внутренний диаметр трубы $d_1 = 10$ мм. На конце трубы имеется короткое сопло, сужающееся до диаметра $d_2 = 2$ мм. Оценить избыточное (по сравнению с атмосферным) давление, создаваемое насосом в основании трубы, если струя воды из фонтана поднимается на высоту $H = 2$ м. Вязкость воды принять равной $\eta = 1{,}6 \cdot 10^{-3}$ Па · с. Возможность возникновения турбулентности не рассматривать.



ФИО ____________________

группа ____________________

$\mathbf{1A_2}$	$\mathbf{2A_2}$	$\mathbf{3A_2}$	$\mathbf{4A_2}$	$\mathbf{5A_2}$	$\mathbf{6A_2}$	Σ

1 зад.	2 зад.	Итого

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА ПО МЕХАНИКЕ

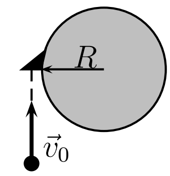
29 декабря 2016 г.

Вариант $\mathbf{A}_2$

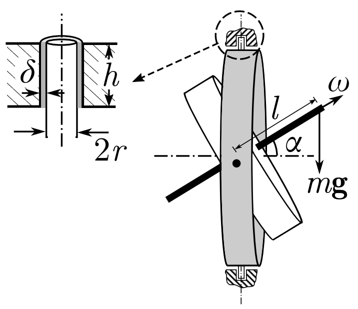
1A$_2$. (1) Женский спортивный молот представляет собой небольшой металлический шар массой $m = 4$ кг, соединенный с ручкой стальной проволокой длиной $l = 1$ м. Перед броском шар движется по окружности радиусом $R = 1{,}5$ м в плоскости, наклоненной под углом $\varphi = 30°$ к горизонту. Найти силу, с которой спортсменка удерживает снаряд, если его дальность полета равна $L = 82{,}29$ м (мировой рекорд 2016 г.). Пренебречь сопротивлением воздуха и весом молота по сравнению с искомой силой. Какого диаметра должна быть проволока, если её максимальное допустимое удлинение составляет $\Delta l = 3$ мм? Модуль Юнга стали $E = 200$ ГПа.

2A$_2$. (1,5) Лифт опускается вниз с постоянной скоростью v_0. К потолку лифта подвешен груз на пружине, покоящийся относительно лифта. При приближении к месту назначения лифт начинает равномерно замедляться и за время τ останавливается. Найти амплитуду колебаний груза после остановки лифта, если период колебаний груза равен $T = 4\tau$.

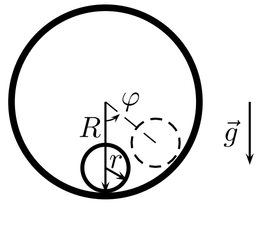
3A$_2$. (1,5) На гладком столе лежит однородный плоский диск радиусом R и массой M. Точечное тело массой $m = M$ движется со скоростью v_0 в плоскости диска по касательной к нему. На диске имеется небольшой выступ, о который тело ударяется упруго, не меняя направления движения. Определить результирующую угловую скорость вращения диска.



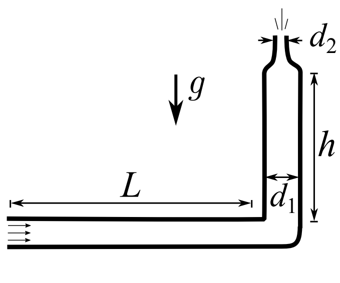
4A$_2$. (2) На ось гироскопа, закреплённого в кардановом подвесе, вешают небольшой груз $m = 100$ г на расстоянии $l = 12$ см от центра системы, и гироскоп начинает совершать регулярную прецессию с угловой скоростью $\Omega = 1$ рад/с. Определить время, за которое ось гироскопа опустится из-за трения в креплениях подвеса на угол $\Delta\alpha = \pi/3$. Вертикальная ось карданова подвеса имеет радиус $r = 5$ мм и укреплена сверху и снизу в муфтах высотой $h = 1$ см каждая. Зазор между муфтой и осью, равный $\delta = 0{,}1$ мм, заполнен смазкой с вязкостью $\eta = 1$ Па $\cdot$ с.



5A$_2$. (2) По внутренней поверхности неподвижно закрепленной трубы радиусом R катается без проскальзывания тонкостенная трубка радиусом r. Найти период малых колебаний трубки относительно положения равновесия. Определить также максимальную амплитуду φ, при которой колебания без проскальзывания возможны, если коэффициент трения равен $\mu = 0{,}1$.



6A$_2$. (2,5) Подводящая труба фонтана состоит из двух участков: горизонтального длиной $L = 50$ м, и вертикального высотой $h = 1$ м. Внутренний диаметр трубы $d_1 = 10$ мм. На конце трубы имеется короткое сопло, сужающееся до диаметра $d_2 = 2$ мм. Оценить избыточное (по сравнению с атмосферным) давление, создаваемое насосом в основании трубы, если струя воды из фонтана поднимается на высоту $H = 2$ м. Вязкость воды принять равной $\eta = 1{,}6 \cdot 10^{-3}$ Па $\cdot$ с. Возможность возникновения турбулентности не рассматривать.



ФИО ____________________

группа ____________________

1Б$_1$	2Б$_1$	3Б$_1$	4Б$_1$	5Б$_1$	6Б$_1$	Σ

1 зад.	2 зад.	Итого

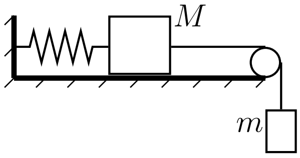
ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА ПО МЕХАНИКЕ

29 декабря 2016 г.

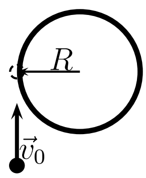
Вариант **Б**$_1$

1Б$_1$. (1) Медный стержень длиной $l = 1{,}0$ м вращают вокруг оси, проходящей через его середину перпендикулярно стержню. Определить угловую скорость вращения $\omega_{\max}$, при которой стержень разорвётся. Предел прочности меди $\sigma_{\max} = 200$ МПа, плотность $\rho = 8{,}8$ г/см^3. Деформацию стержня считать малой даже при достижении предела прочности.

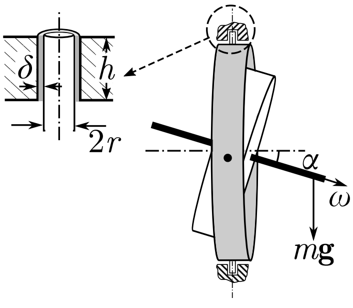
2Б$_1$. (1,5) На гладкой горизонтальной поверхности стола удерживается брусок массой M. С одной стороны брусок с помощью пружины прикреплен к неподвижной стойке, а с другой к нему с помощью нити и гладкого блока подвешен груз массой m. В начальном состоянии пружина не деформирована. После того, как брусок отпускают, возникают колебания циклической частотой ω. Найти кинетическую энергию системы и натяжение нити в момент, когда отклонение от начального положения равно половине амплитуды колебаний.



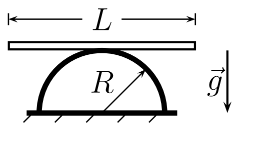
3Б$_1$. (1,5) На гладком столе лежит тонкое кольцо радиусом R и массой M. Точечное тело массой $m = M/2$ движется со скоростью v_0 в плоскости кольца по касательной к нему. При соприкосновении с кольцом тело прилипает к нему. Определить угловую скорость вращения, которую в результате приобретёт система.



4Б$_1$. (2) Ротор гироскопа, закреплённого в кардановом подвесе, имеет осевой момент инерции $I = 5 \cdot 10^{-4}$ кг$\cdot$м^2 и вращается с частотой $\nu = 400$ Гц. На ось гироскопа, расположенную исходно горизонтально, вешают небольшой груз. После того, гироскоп совершил один оборот вокруг вертикали, оказалось, что его ось отклонилась от горизонтальной плоскости на угол $\alpha = 0{,}1°$. Определить коэффициент вязкости η смазки в креплениях карданова подвеса. Вертикальная ось подвеса имеет радиус $r = 5$ мм и укреплена сверху и снизу в муфтах высотой $h = 1$ см каждая, так что зазор между муфтой и осью равен $\delta = 0{,}1$ мм.



5Б$_1$. (2,5) На горизонтальном столе закреплён полуцилиндр радиусом R. На нём перпендикулярно образующей лежит однородная тонкая доска длиной $L = \pi R$. Найти период малых колебаний доски около положения равновесия, считая, что проскальзывание отсутствует. Для колебаний без проскальзывания с угловой амплитудой $\varphi_0 = \pi/6$ определить угловое ускорение доски в крайнем положении и найти, при каком коэффициенте трения μ такие колебания возможны.



6Б$_1$. (2) К шприцу диаметром $d_0 = 1$ см присоединена игла диаметром $d_1 = 0{,}7$ мм и длиной $l_1 = 2$ см. Оценить, какое давление нужно приложить к поршню вертикально расположенного шприца, чтобы струя жидкости поднималась до высоты $H = 1$ м. Расчёт провести для теплой воды, вязкость которой равна $\eta_в = 0{,}8 \cdot 10^{-3}$ Па $\cdot$ с, и для масла с вязкостью $\eta_м = 0{,}5$ Па $\cdot$ с и плотностью $\rho_м = 0{,}8$ г/см^3. Возможность возникновения турбулентности не рассматривать.

ФИО ____________________

группа ____________________

$1Б_2$	$2Б_2$	$3Б_2$	$4Б_2$	$5Б_2$	$6Б_2$	Σ

1 зад.	2 зад.	Итого

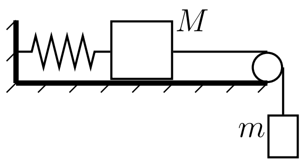
ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА ПО МЕХАНИКЕ

29 декабря 2016 г.

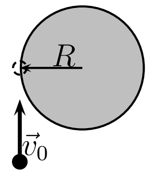
Вариант $\mathbf{Б_2}$

$1Б_2$. (1) Стальной стержень плотностью $\rho = 7800$ кг/м^3 длиной $l = 50$ см вращают вокруг оси, проходящей через один из его концов. При достижении частоты вращения $\nu = 100$ об/с стержень разрывается. Определить предел прочности стали $\sigma_{\max}$. Деформацию стержня считать малой даже при достижении предела прочности.

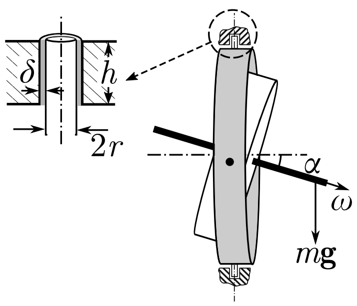
$2Б_2$. (1,5) На гладкой горизонтальной поверхности стола удерживается брусок массой M. С одной стороны брусок с помощью пружины прикреплен к неподвижной стойке, а с другой к нему с помощью нити и гладкого блока подвешен груз массой m. В начальном состоянии пружина не деформирована. Брусок отпускают и в результате возникают колебания. Определить значения силы натяжения нити в моменты, когда кинетическая энергия системы составляет 5/9 от максимальной: $K = \frac{5}{9}K_{\max}$.



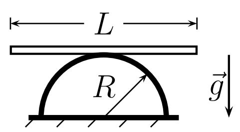
$3Б_2$. (1,5) На гладком столе лежит однородный плоский диск радиусом R и массой M. Точечное тело массой $m = 2M$ движется со скоростью v_0 в плоскости диска по касательной к нему. При соприкосновении с боковой поверхностью диска тело прилипает к диску. Определить угловую скорость вращения, которую в результате приобретёт система.



$4Б_2$. (2) Ротор гироскопа, закреплённого в кардановом подвесе, имеет осевой момент инерции $I = 5\cdot10^{-4}$ кг$\cdot$м^2 и вращается с частотой $\nu = 400$ Гц. На ось гироскопа, расположенную исходно горизонтально, вешают небольшой груз. После того, гироскоп совершил один оборот вокруг вертикали, оказалось, что его ось отклонилась от горизонтальной плоскости на угол $\alpha = 0{,}1^\circ$. Определить коэффициент вязкости η смазки в креплениях карданова подвеса. Вертикальная ось подвеса имеет радиус $r = 5$ мм и укреплена сверху и снизу в муфтах высотой $h = 1$ см каждая, так что зазор между муфтой и осью равен $\delta = 0{,}1$ мм.



$5Б_2$. (2,5) На горизонтальном столе закреплён полуцилиндр радиусом R. На нём перпендикулярно образующей лежит однородная тонкая доска длиной $L = \pi R$. Найти период малых колебаний доски около положения равновесия, считая, что проскальзывание отсутствует. Для колебаний без проскальзывания с угловой амплитудой $\varphi_0 = \pi/6$ определить угловое ускорение доски в крайнем положении и найти, при каком коэффициенте трения μ такие колебания возможны.



$6Б_2$. (2) К шприцу диаметром $d_0 = 1$ см присоединена игла диаметром $d_1 = 0{,}7$ мм и длиной $l_1 = 2$ см. Оценить, какое давление нужно приложить к поршню вертикально расположенного шприца, чтобы струя жидкости поднималась до высоты $H = 1$ м. Расчёт провести для тёплой воды, вязкость которой равна $\eta_в = 0{,}8\cdot10^{-3}$ Па$\cdot$с, и для масла с вязкостью $\eta_м = 0{,}5$ Па$\cdot$с и плотностью $\rho_м = 0{,}8$ г/см^3. Возможность возникновения турбулентности не рассматривать.

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ 29 декабря 2016 г.

1А$_1$. Дальность полета тела, выпущенного под углом φ к горизонту: $L = 2v^2\sin\varphi\cos\varphi/g$, $v^2 = gL/\sin(2\varphi)$. Центробежная сила $F = \frac{mv^2}{R} = \frac{mgL}{R\sin(2\varphi)} = \boxed{4483\text{ Н}} \approx 457$ кГ. Относительное удлинение $\varepsilon = \frac{F}{\frac{1}{4}\pi d^2 E} \approx \boxed{3{,}2\cdot 10^{-3}}$.

1А$_2$. $\boxed{F = 2486\text{ Н}}$, $d = \sqrt{4Fl/(\pi E\Delta l)} \approx \boxed{2{,}3\text{ мм}}$.

2А$_1$. Направим ось x вниз и будем отсчитывать координату от положения груза, в котором пружин не растянута. При включении ускорения $a = -2g$ положение равновесия смещается в точку $x_1 = -x_0$ ($x_0 = mg/k$). Возникнут колебания по закону $x(t) = -x_0 + 2x_0\cos\omega t$. К моменту остановки лифта имеем $\omega\tau = \pi/3$, так что смещение равно $x_2 = -x_0 + 2x_0\frac{1}{2} = 0$ (пружина не деформирована), и скорость $v_2 = -2x_0\omega\sin\frac{\pi}{3} = -\sqrt{3}x_0\omega$. Затем положение равновесия возвращается в точку $x = x_0$. Тогда из закона сохранения энергии находим $\frac{1}{2}mv_2^2 = \frac{1}{2}k(A-x_0)^2 + mg(A-x_0) = \frac{1}{2}kA^2 - \frac{1}{2}kx_0^2$, откуда $A = \sqrt{x_0^2 + 3x_0^2} = \boxed{2x_0}$.
Альтернативно: $\operatorname{tg}\varphi = \frac{\omega\Delta x_2}{v_2} = \frac{1}{\sqrt{3}}$, где φ — фаза колебаний. Тогда $\varphi = \frac{4\pi}{3} + 2\pi n$, $\sin\varphi = \frac{1}{2}$ и $A = \frac{|\Delta x_2|}{\sin\varphi} = \boxed{2x_0}$.

2А$_2$. Аналогично 2А$_1$: $\Delta x_1 = x_1 - x_0 = \frac{ma}{k} = \frac{aT^2}{4\pi^2}$ — смещение положения равновесия. Колебания по закону $x(t) = x_1 - \Delta x_1\cos\omega t$, $v(t) = \Delta x_1\omega\sin\omega t$. В момент $\tau = T/4$ ($\omega\tau = \pi/2$) имеем $x_2 = x_1$, $v_2 = \Delta x_1\omega$. После остановки лифта это соответствует фазе колебаний $\varphi = \pi/4 + 2\pi n$ и, соответственно, амплитуда равна $A = \sqrt{2}\Delta x_1 = \frac{\sqrt{2}aT^2}{4\pi^2} = \boxed{\frac{4\sqrt{2}}{\pi^2}v_0\tau}$.

3А$_1$. ЗСИ: $v_0 = v_1 + u$, где v_1 — скорость тела, u — скорость кольца после удара. ЗСЭ: $v_0^2 = v_1^2 + u^2 + \omega^2R^2$. ЗСМИ относительно исходного положения центра кольца: $v_0R = v_1R + \omega R^2$. Решая систему, находим: $u = \omega R$, $v_1 = u/2$, $\boxed{\omega = \frac{2v_0}{3R}}$.

3А$_2$. Аналогично 3А$_1$: $v_0 = v_1 + u$, $v_0 = v_1 = \frac{1}{2}\omega R$, $v_0^2 = v_1^2 + u^2 + \frac{1}{2}\omega^2R^2$, откуда $u = v_1 = \frac{v_0}{2}$, $\boxed{\omega = \frac{v_0}{R}}$.

4А$_1$. Момент силы трения $M_{\text{тр}} = 2\cdot\eta\frac{\Omega r}{\delta}\cdot 2\pi rh\cdot r = 4\pi\eta\Omega r^3h/\delta \approx 1{,}57\cdot 10^{-4}$ Н·м, где скорость прецессии вокруг вертикальной оси: $\Omega = \frac{mgl\cos\alpha}{L\cos\alpha} = \frac{mgl}{L}$. Прецессия из-за трения: $\Omega_{\text{тр}} = \frac{M_{\text{тр}}}{L} = \frac{M_{\text{тр}}}{mgl}\Omega \approx 1{,}34\cdot 10^{-3} \ll \Omega$. Поэтому $t = \frac{\Delta\alpha}{\Omega_{\text{тр}}} = \frac{mgl\Delta\alpha}{M_{\text{тр}}\Omega} \approx \boxed{800\text{ с}}$.
Замечание: В авторском решении допущена ошибка при использовании модуля соотношения $\vec{M}_{\text{тр}} = \vec{\Omega}_{\text{тр}} \times \vec{L}$. В действительности, нам известна только проекция момента на ось z: $M_{\text{тр}} = [\vec{\Omega}_{\text{тр}} \times \vec{L}]_z = \Omega_{\text{тр}}L_z = \Omega_{\text{тр}}L\sin\alpha$. Время опускания $t = \frac{mgl}{M_{\text{тр}}\Omega}\int_{\alpha_0}^{\alpha_0+\Delta\alpha}\sin\alpha\,d\alpha$. зависит от начального угла, не заданного в условии. Этот же ответ может быть получен из ЗСЭ.

5А$_1$. Угловая скорость вращения $\omega = \dot\varphi\frac{R-r}{r}$, где φ — угол поворота радиус-вектора, соединяющего центры трубок. Кинетическая энергия в отсутствие проскальзывания $K = \frac{1}{2}m\dot\varphi^2(R-r)^2 + \frac{1}{2}I_0\omega^2 = \frac{1}{2}I_A\omega^2$, где $I_A = I_0 + mr^2 = 2mr^2$ — момент инерции трубки относительно точки касания. Для малых колебаний $\frac{1}{2}I_A\left(\frac{R-r}{r}\right)^2\dot\varphi^2 + \frac{1}{2}mg(R-r)\varphi^2 = E$. Период $\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{2(R-r)}{g}}}$. В положении максимального отклонения угловое ускорение равно $\varepsilon = \frac{mgr\sin\varphi}{I_A} = \frac{g}{2r}\sin\varphi$. Так как скорость центра масс трубки равна нулю, его ускорение имеет только тагенциальную составляющую, равную $a = \varepsilon r$. Сила трения $F = mg\sin\varphi - m\varepsilon r = \frac{1}{2}mg\sin\varphi$, сила реакции $N = mg\cos\varphi$. Условие отсутствия проскальзывания $\boxed{\operatorname{tg}\varphi < 2\mu}$.

6А$_1$. Скорость истечения жидкости из сопла $v_2 = \sqrt{2gH} \approx 6{,}3$ м/с, расход $Q = v_2\pi r_2^2 = 2\cdot 10^{-5}$ м^3/с. Средняя скорость течения в трубе $v_1 = Q/\pi r_1^2 = v_2\left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2 \approx 0{,}25$ м/с. Длину, на которой устанавливается пуазейлевское течение, найдём из отношения кинетической энергии к потенциальной: $\frac{K}{A} \sim \frac{\frac{1}{2}\rho v^2\pi r^2 l}{\eta\frac{v}{r}2\pi r l^2} = \frac{\rho v r^2}{4\eta l}$ (в зависимости от способа оценки численный коэффициент может варьироваться в 2–4 раза), откуда

$K \ll A$ при $l \gg \frac{\rho v_1 r_1^2}{4\eta} \approx 1$ м. Таким образом, на горизонтальном участке существенна вязкость, а на вертикальном достаточно уравнения Бернулли. Тогда $\Delta P \approx Q\frac{8\eta L}{\pi r_1^2} + \rho g h + \frac{1}{2}\rho v_2^2 - \frac{1}{2}\rho v_1^2 \approx \sqrt{2gH}\frac{8\eta L}{r_1^2}\frac{r_2^2}{r_1^2} + \rho g(h+H) \approx 0{,}65\cdot 10^4 + 2{,}94\cdot 10^4 = \boxed{3{,}6\cdot 10^4 \text{ Па}}$.

1Б$_1$. $F = \frac{1}{2}m\omega^2\frac{l}{2} = \frac{1}{8}\rho S l^2\omega^2$, где $m = \frac{1}{2}\rho S l$. Откуда $\sigma_{\max} = \frac{1}{8}\rho l^2\omega^2$, $\omega = \frac{2}{l}\sqrt{\frac{2\sigma_{\max}}{\rho}} \approx$ $\approx \boxed{4{,}3\cdot 10^2}$ рад/с.

1Б$_2$. $F = m\omega^2\frac{l}{2} = \frac{1}{2}\rho S l^2\omega^2$, где $m = \rho S l$. Откуда $\sigma_{\max} = \frac{1}{2}\rho l^2\omega^2 = 2\pi^2\rho l^2\nu^2 \approx \boxed{3{,}8\cdot 10^8 \text{ Па}}$.

2Б$_1$. Уравнение энергии: $E = -mgx + \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}(m+M)\dot{x}^2 = 0$. Циклическая частота: $\omega = \sqrt{\frac{k}{M+m}}$. Положение равновесия $x_0 = \frac{mg}{k} = \frac{m}{m+M}\frac{g}{\omega^2}$, амплитуда $A = x_0$, максимальная деформация $x_m = 2x_0$. Кинетическая энергия как функция деформации пружины x: $K(x) = \frac{1}{2}(M+m)\dot{x}^2 = mgx - \frac{1}{2}kx^2$. Подставляем $x_1 = \frac{1}{2}x_0$: $K = mg\frac{1}{2}x_0 - \frac{1}{2}\frac{1}{4}kx_0^2 = \boxed{\frac{3}{8}\frac{m^2g^2}{(m+M)\omega^2}}$. Натяжение нити $F = m(g - \ddot{x}) = m(g + \omega^2(x - x_0)) = m(g - \frac{1}{2}x_0\omega^2) = \boxed{\frac{1}{2}mg\frac{2M+m}{M+m}}$.

2Б$_2$. Аналогично 2Б$_1$: $x_0 = A = x_{\max}/2 = mg/k$, $\omega = \sqrt{\frac{k}{m+M}} = \sqrt{\frac{m}{m+M}\frac{g}{A}}$. Кинетическая энергия $K = \frac{1}{2}(m+M)\dot{x}^2 = mgx - \frac{1}{2}kx^2 = mgx\left(1 - \frac{x}{2A}\right)$. Максимальное значение: $K_{\max} = \frac{1}{2}mgA$. Решая квадратное уравнение $\frac{x}{A}(1 - \frac{x}{2A}) = \frac{5}{18}$, находим, что соотношение $K = \frac{5}{9}K_{\max}$ достигается при $x_1 = \frac{A}{3}$ или $x_2 = \frac{5A}{3}$. Силы натяжения: $F_1 = m\left(g + \omega^2\cdot(-\frac{2}{3}A)\right) = \boxed{\frac{mg}{3}\frac{3M+m}{M+m}}$, $F_2 = m(g + \omega^2\frac{2A}{3})) = \boxed{\frac{mg}{3}\frac{3M+5m}{M+m}}$.

3Б$_1$. (*Желтоухов А.А.**) В системе центра инерции момент импульса $L = m(v_0 - V_C)r_1 + MV_C r_2 =$ $= \mu v_0 R$, где $\mu = M/3$ — приведенная масса. ЗСМИ: $\omega = \frac{\mu v_0 R}{I}$, где $I = mr_1^2 + Mr_2^2 + MR^2 =$ $= (M+\mu)R^2 = \frac{4}{3}MR^2$, откуда $\boxed{\omega = \frac{v_0}{4R}}$.
Альтернативно: $mv_0 = mv_1 + Mu$, где $v_1 = u + \omega R$ — условие прилипания (u — скорость центра кольца). ЗСМИ относительно исходного положения центра кольца: $L = mv_0R = mv_1R + MR^2\omega$. Откуда $v_1 = v_0/2$, $u = v_0/4$, и $\boxed{\omega = v_0/4R}$.

3Б$_2$. Аналогично 3Б$_1$: $\mu = 2M/3$, $I = \frac{1}{2}MR^2 + \mu R^2 = \frac{7}{6}MR^2$, $\boxed{\omega = \frac{4v_0}{7R}}$. ($v_1 = \frac{6}{7}v_0$, $u = \frac{2}{7}v_0$).

4Б$_1$. Ввиду малости угла $|\Delta\vec{L}| = \alpha L = \alpha 2\pi\nu I = M_{\text{тр}}\frac{2\pi}{\Omega}$, где аналогично 4А $M_{\text{тр}} = 4\pi\eta\Omega r^3 h/\delta$, откуда $\eta = \frac{\alpha I\nu\delta}{4\pi r^3 h} \approx \boxed{2{,}2 \text{ Па}\cdot\text{с}}$.

5Б$_1$. При повороте доски на угол φ возникает момент $M = mgx\cos\varphi$, где $x = R\varphi$ — расстояние от точки касания A до центра масс доски C. Момент инерции относительно точки A: $I_A = I_C + mx^2$, где $I_C = \frac{1}{12}mL^2$. Для малых колебаний ($\varphi \ll 1$): $I_C\ddot{\varphi} = -mgR\varphi$, откуда $T = 2\pi\sqrt{\frac{I_C}{mgR}} = \boxed{\pi^2\sqrt{\frac{R}{3g}}}$. Угловое ускорение в крайнем положении $\varepsilon = \frac{M}{I_A} = \frac{mgR\varphi\cos\varphi}{\frac{1}{12}mL^2 + mR^2\varphi^2} = \boxed{\frac{3\sqrt{3}g}{4\pi R}}$. При этом точка опоры и центр масс неподвижны, поэтому центр масс имеет ускорение, направленное по нормали к доске, равное $a = \varepsilon x$. Сила трения $F = mg\sin\varphi = m$ $/2$, сила реакции $N = mg\cos\varphi - m\varepsilon x = \frac{3\sqrt{3}mg}{8}$. коэффициент трения $\mu = \frac{F}{N} = \frac{4}{3\sqrt{3}} \approx \boxed{0{,}77}$.

6Б$_1$. Максимальная скорость истечения из иглы $v_1 = \sqrt{2gH} \approx 4{,}4$ м/с. Аналогично 6А оценим отношение кинетической энергии к работе сил трения: $\frac{K}{A} \sim \frac{\frac{1}{2}\rho v^2\pi r^2 l}{\eta\frac{v}{r}2\pi r l^2} = \frac{\rho v r^2}{4\eta l}$. Поскольку при вязком течении перепад давления пропорционален l/r^4, достаточно оценить характер течения в игле. Для воды имеем $\frac{K}{A} \sim 8{,}4$, т. е. для оценки достаточно закона Бернулли: $\Delta P_{\text{в}} \approx \frac{1}{2}\rho v_2^2 = \rho g H \approx \boxed{10^4 \text{ Па}}$. Для масла $\frac{K}{A} \sim 10^{-2}$ и требуется использовать формулу Пуазейля: $\Delta P_{\text{м}} \approx \frac{4\eta l_1 v_1}{r_1^2} \approx \boxed{14\cdot 10^5 \text{ Па}}$.

Инструкция для проверяющих

За задачу ставится **полный балл** x (указан в скобках), если задача решена верно: приведено *обоснованное* решение и даны ответы на все вопросы задачи. Возможно наличие арифметических ошибок, не влияющих на ход решения и не приводящих к ошибке в порядке или знаке величины. В противном случае вычитаются баллы, кратные 0,5, согласно таблице:

x**−0,5**	Ход решения в целом верен и получены ответы на все вопросы задачи, но решение содержит ошибки, не касающиеся физического содержания (арифметические ошибки, влияющие на порядок или знак величины; ошибки в размерности; ошибки в выкладках, не влияющие на ход решения и т. п.).
x**−1,0**	Решение содержит грубые ошибки (имеются вычислительные ошибки, влияющие на ход решения; отсутствуют необходимые промежуточные доказательства и т. п.), либо задача решена лишь частично, но основные законы корректно применены к задаче.
x**−1,5**	Задача не решена, но есть некоторые подвижки в её решении (сформулированы физические законы, на основе которых задача может быть решена).
0	Задача не решена: основные физические законы применены с грубыми ошибками, перечислены не полностью или использованы законы, не имеющие отношения к задаче / решение задачи не соответствует условию / попытки решить задачу не было.

К баллам за письменную работу добавляются баллы за сданные задания:

отлично: + 2 б./задание
хорошо: + 1 б./задание
удовл.: + 0 б./задание
не сдано: − 3 б./задание

Итоговая сумма округляется до целых в большую сторону. Результат определяет *максимальную* оценку на устном экзамене (минимальная оценка всегда «неуд(1)»).

Примеры заполнения:

$1A_1$	$2A_1$	$3A_1$	$4A_1$	$5A_1$	$6A_1$	Σ
1,0	1	0,5	2	1	0	5,5

1 зад.	2 зад.	Итого
1	−3	4

$1A_1$	$2A_1$	$3A_1$	$4A_1$	$5A_1$	$6A_1$	Σ
1,0	1,5	1,5	2	2	0,5	9,5

1 зад.	2 зад.	Итого
1	2	13

В примере слева максимально возможная оценка на устном экзамене — уд(4), справа — отл(10).

Обсуждение замечаний, критериев проверки и результатов — на форуме кафедры board.physics.mipt.ru. Итоговое обсуждение — **9 января в 8:45 в Гл. физ. ауд.**. **Явка всех участвующих в экзамене обязательна**.

Дополнительные рекомендации:

- Задачу 4А оценивать из 2,5 баллов. За решение, совпадающее с исходным авторским, ставить 2 балла.
- В задачах 5 за нахождение только периода малых колебаний ставить 1 балл.
- В задачах 6 полный балл ставится только при наличии обоснованного выбора модели (Бернулли/Пуазейль). Способы оценки режима течения могут быть отличны от авторских (см. учебники Сивухина, Кириченко и Крымского и др.). За правильное решение без обоснования вычитать 1 балл от стоимости задачи.