№31.

Стационарное ламинарное течение жидкости
Ур-е Бернулли
Ф-ла Торричелли

Стационарное течение идеальной жидкости

Def. Ид. жидк-ть — ж-ть, у которой вязкость (внутр. трение) пренебрежимо мала.

Def. Несжимаемая жидк-ть — ж., плотность которой одинакова во всем объеме и не зависит от времени.

// неинтуитивно!

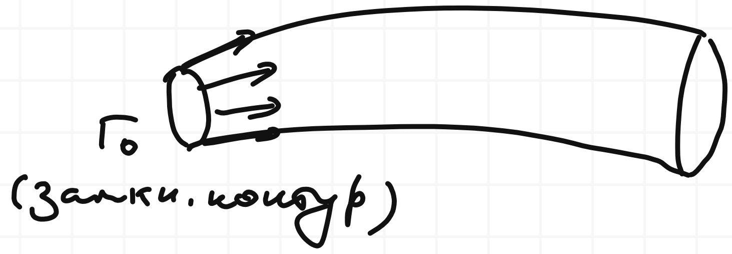
поле скоростей $\vec{v} = \vec{v}(\vec{r}, t)$

Def. Течение стационарно, если скорость течения ж-ти в каждой точке не меняется со временем.

$$\vec{v} = \vec{v}(r)$$

Def. Линия тока — линия, касат-я кот. в каждой точке совпадает с напр-ем скорости течения ж-ти в этой точке

Def. Трубка тока



Ур-е непр-ти

за dt:

$dm_1 = \rho_1 S_1 v_1 dt$

$dm_2 = \rho_2 S_2 v_2 dt$

стационарность ⇒ ?

⇒ m в трубке = const

$dm_1 = dm_2$

$$\rho_1 S_1 v_1 = \rho_2 S_2 v_2$$

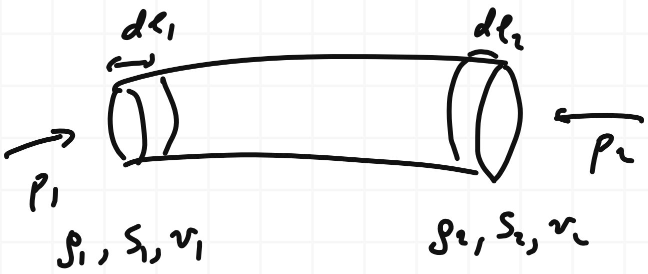
если ж. несжимаема ($\rho_1 = \rho_2$):

$$v_1 S_1 = v_2 S_2$$

$J = \rho S v$ — поток массы

$i = \frac{J}{S} = \rho v$ — плотность потока массы

Ур-е Бернулли



$dm_1 = \rho_1 S_1 v_1 dt$

$dm_2 = \rho_2 S_2 v_2 dt$

пусть ε_1, ε_2 — энергия единицы массы, соотв., втек. и вытек. жидкости

$dE_1 = \varepsilon_1 dm_1$ $\quad dA_1 = F_1 l_1 = p_1 S_1 v_1 dt$

$dE_2 = \varepsilon_2 dm_2$ $\quad dA_2 = p_2 S_2 v_2 dt$

$$dE_1 + dA_1 = dE_2 + dA_2$$

$$\varepsilon_1 dm_1 + p_1 S_1 v_1 dt = \varepsilon_2 dm_2 + p_2 S_2 v_2 dt$$

$$\cancel{\rho_1 S_1 v_1 dt}\left(\frac{p_1}{\rho_1} + \frac{p_2}{\rho_2}\right) = (\varepsilon_2 - \varepsilon_1)\cancel{\rho_1 S_1 v_1 dt}$$

$$\frac{p_1}{\rho_1} + \varepsilon_1 = \frac{p_2}{\rho_2} + \varepsilon_2$$ (ур-е Бернулли 1738 г.)

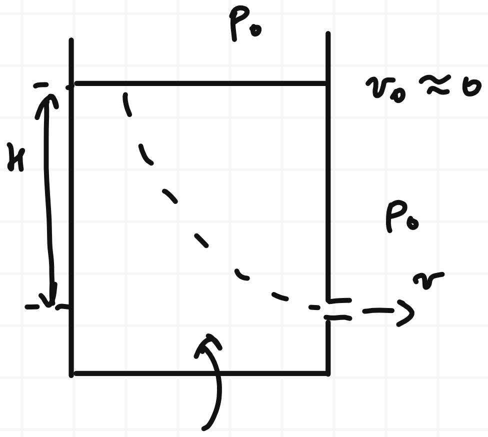
ε = внутр + кинетич + потенц.
(в расчете на единицу массы)

$\varepsilon = \frac{v^2}{2} + gh + u$ (в поле тяжести) если $u = \text{const}$

$$\varepsilon = \frac{v^2}{2} + gh$$

$$\frac{p}{\rho} + \frac{v^2}{2} + gh = \text{const}$$

Формула Торричелли



идеальная
несжимаемая

$u = \text{const}$

$$\cancel{\frac{p_0}{\rho}} + \underbrace{\frac{v_0^2}{2}}_{\to 0} + gH = \cancel{\frac{p_0}{\rho}} + \frac{v^2}{2}$$

$$\frac{v^2}{2} = gH$$

$$v = \sqrt{2gH}$$