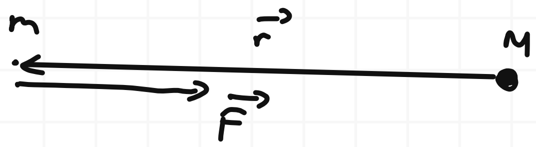
9|10.

Закон всемирного тяготения.
Теорема Гаусса (без вывода)
и примеры ее применения для вычисл. гравит-х полей

Гравитац. взаим-е двух мат. точек



$F = \frac{GMm}{r^2}$ (для МТ!)

вдоль прямой, соед.-й точки

или $\vec F = \frac{GMm}{r^2} \cdot \frac{\vec r}{r}$

$\vec F$ на m со стороны M

$\vec r$ — радиус вектор m отн. M

$G = (6,673 \pm 0,001) \cdot 10^{-8}$ дин·см²/г²

def.

Def. Гравитационное поле — область, на кажд. точку действует сила гравитации

Def. Напряженность гр. поля
(от m не зависит, хар-т поле)

$$\vec g = \frac{\vec F}{m}$$

$$\vec g = -\sum \frac{GM_i}{r_i^2} \frac{\vec r_i}{r_i}$$ (несколько источников)

$$\vec g(\vec r) = -G\int_V \frac{\vec r - \vec r'}{|\vec r - \vec r'|^3} \rho(\vec r')\, dV'$$ (непр-е распр. масс $\rho(\vec r')$)

Def. Элементарный поток напр-ти

$$d\Phi = (\vec g, \vec{dS}) = g\, dS \cos\varphi$$

$$\Phi = \int_S (\vec g, \vec{dS})$$

Th Гаусса

Поток напр-ти грав поля через произв. замкн. пов-ти определяется только массой гравитирующего вещ-ва, нах-ся внутри этой пов-ти и равен

$$\Phi = \oint_S (\vec{g}, d\vec{S}) = -4\pi G M$$

Примеры применения для расчета гравитац. полей

1. Поле однородного гравитирующего шара

$$\vec{g}(r) = g(r)\frac{\vec{r}}{r}$$

$$d\Phi = (\vec{g}, d\vec{S}) = g\,dS$$

$$\Phi(r) = g(r)\cdot 4\pi r^2 = -4\pi G M(r)$$

$$g(r) = -\frac{GM(r)}{r^2} = \begin{cases} -\frac{GM}{R^2}\cdot\frac{r}{R}, & r < R \\ -\frac{GM}{r^2}, & r \geq R \end{cases}$$

2. Поле однородного гравитирующего цилиндра

$$g(r) = \begin{cases} -\frac{2G\tau}{R}\cdot\frac{r}{R}, & r < R \\ -\frac{2G\tau}{r}, & r \geq R \end{cases}$$

τ – масса на единицу длины

// $\tau = \pi R^2 \rho$

3. Поле беск. плоскопарал. пластины

$$g(z) = \begin{cases} -2\pi G\rho h, & z \geq \frac{h}{2} \\ -4\pi G\rho z, & -\frac{h}{2} < z < \frac{h}{2} \\ 2\pi G\rho h, & z \leq -\frac{h}{2} \end{cases}$$