

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ  
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)  
ФИЗТЕХ-ШКОЛА ФИЗИКИ И ИССЛЕДОВАНИЙ им. ЛАНДАУ

Лабораторная работа № 2.5.1  
**Измерение коэффициента поверхностного натяжения  
жидкости**

Плотникова Анастасия Александровна  
Группа Б02-406

Долгопрудный, 2025 г.

### Цель работы:

- 1) измерение коэффициента поверхностного натяжения исследуемой жидкости при разной температуре с использованием известного коэффициента поверхностного натяжения другой жидкости;
- 2) определение полной поверхностной энергии и теплоты, необходимой для изотермического образования единицы поверхности жидкости.

### В работе используются:

прибор Ребиндера, оснащенный

— микроманометром,

— термостатом LOIP LT-100 (установления:  $dT = 0.2^\circ C$ , поддержания:  $dT = 0.1^\circ C$ );  
исследуемые жидкости (спирт этиловый, вода дистиллированная);

стакан;

микроскоп.

## Теоретическая справка

### Формула Лапласа

Наличие поверхностного слоя приводит к различию давлений по разные стороны от искривленной границы раздела двух сред. Для сферического пузырька с воздухом внутри жидкости избыточное давление даётся формулой Лапласа:

$$\Delta P = \frac{2\sigma}{r}$$

где  $\sigma$  — коэффициент поверхностного натяжения,

$\Delta P$  — разница давлений внутри и снаружи пузырька,

$r$  — радиус кривизны поверхности раздела двух фаз.

### Закон Кирхгофа

$$L(T) = L(T_0) + \int_{T_0}^T (C_{p(н)} - C_{p(ж)}) dT$$
$$L(T) = L(T_0) + (C_{p(н)} - C_{p(ж)})(T - T_0)$$

## Экспериментальная установка

Схема установки изображена на рисунке (1).

Исследуемая жидкость наливается в сосуд В, дистиллированная вода — в сосуд Е. Через герметично закрытую пробку сосуда с иглой С создаётся разрежение, и воздух пробулькивает через жидкость. Поверхностное натяжение определяется по величине разрежения.

При приоткрытом кране К1 из аспиратора А вытекает вода, создавая разрежение, измеряемое манометром М. Его показания, умноженные на коэффициент (обычно 0,2), дают давление в кгс/м<sup>2</sup> (1 кгс/м<sup>2</sup> = 9,8 Па). Для пополнения воды кран К2 соединяет нижнюю часть аспиратора с атмосферой.

Температура стабилизируется водой из термостата через рубашку D. Игла обычно касается поверхности жидкости, но при измерении температурной зависимости

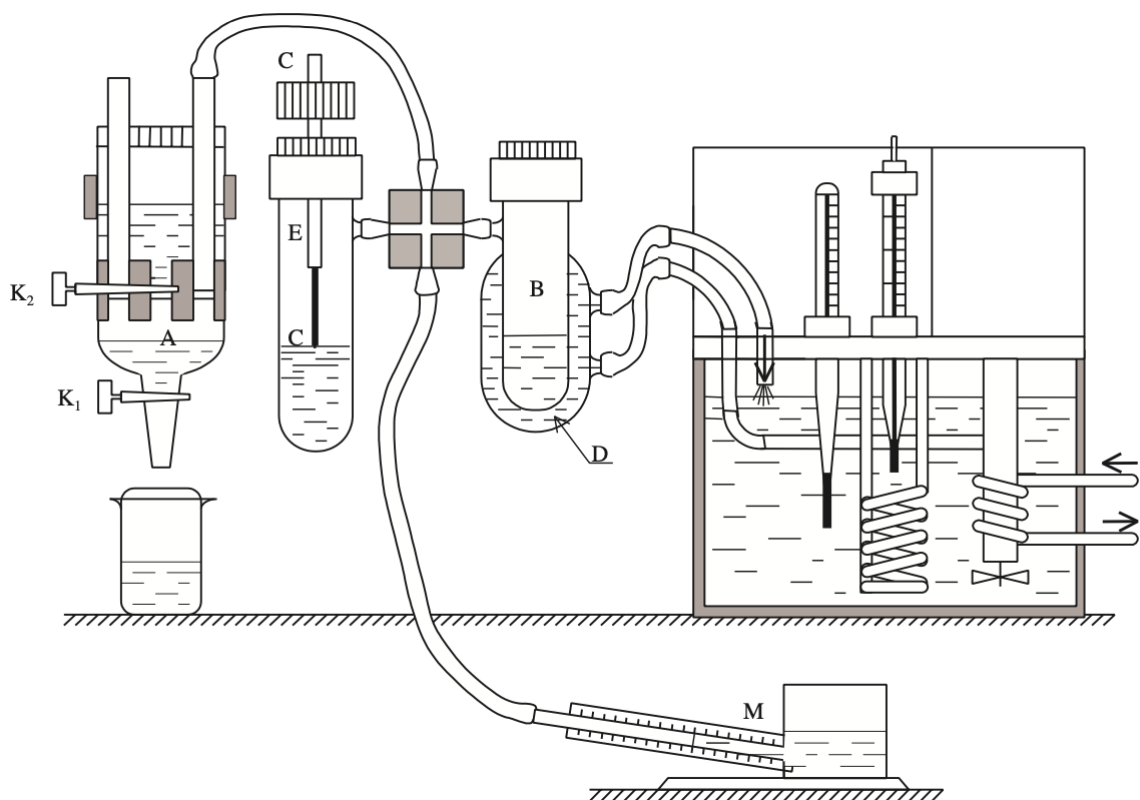


Рис. 1: Схема установки для измерения температурной зависимости коэффициента поверхностного натяжения.

натяжения возникают сложности: охлаждение конца иглы и тепловое расширение жидкости. Эти погрешности устраняются, если опустить иглу до дна.

Давление определяется как:

$$P = \Delta P + \rho gh.$$

Для измерения  $\rho gh$  используются два метода:

1. Определение  $P_1$  при касании поверхности и  $P_2$  при погружении до дна ( $\rho gh = P_2 - P_1$ ).
2. Измерение  $h_1$  и  $h_2$  при  $P_1$  и  $P_2$ .

Чувствительность микроманометров высока, поэтому перед изменениями в установке их переключают на атмосферу. При заполнении аспиратора без сброса давления возможны пузыри, нарушающие калибровку и точность измерений.

## Ход работы

1. Убедимся в исправности установки. Аспиратор был заполнен водой, а чистая сухая игла установлена в сосуде со спиртом, не касаясь поверхности воды. Опустим иглу так, чтобы её кончик едва коснулся поверхности воды. Установим скорость падения капель примерно 1 капля в 3 секунды. Откроем кран аспиратора, заметим пробулькивания пузырьков воздуха в колбе. Манометр показывает медленный рост давления до некоторого максимального значения и затем быстрое его падение при пробулькивании пузырька.

2. Подберём частоту падения капель так, чтобы максимальное давление не зависело от этой частоты. Для этого пузырьки не должны пробулькивать слишком часто (примерно 1 пузырёк в 3-5 секунд).
3. Измерим максимальное давление при пробулькивании пузырька. Для точности проведем десять измерений и усредним полученное значение. Результаты представлены в таблице (1).

$h_{\text{сп}}, \text{ мм}$	47	47	47	47	48	47	48	47	47	47	47.2	$\sigma_h = 1$
-----------------------------	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	------	----------------

Таблица 1:

По разбросу результатов оценим случайную погрешность ( $\varepsilon_{h_{\text{сп}}} = 0.032$ ).

$$h_{\text{сп}} = (47 \pm 2) \text{ мм} = (4.7 \pm 0.2) \cdot 10^{-2} \text{ м}$$

Комнатная температура:  $t = (24.8 \pm 0.3)^\circ \text{C} = (298.0 \pm 0.3) \text{ K}$

Коэффициент поверхностного натяжения спирта (для  $t \approx 25^\circ \text{C}$ ):

$$\sigma_{\text{сп}} = \frac{1}{2}(22.87 + 21.90) = 22.39 \frac{\text{мН}}{\text{м}}$$

$$d(\sigma_{\text{сп}}) = \frac{1}{2}(22.87 - 21.90) + 0.02 = 0.49 + 0.02 = 0.51 \frac{\text{мН}}{\text{м}}$$

$$\sigma_{\text{сп}} = (22.4 \pm 0.5) \frac{\text{мН}}{\text{м}} = (2.24 \pm 0.05) \cdot 10^{-4} \frac{\text{Н}}{\text{м}}$$

Плотность спирта (для  $t \approx 25^\circ \text{C}$ ):

$$\rho_{\text{сп}} = \frac{1}{2}(789.5 + 781.0) = 785.3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

$$d(\rho_{\text{сп}}) = \frac{1}{2}(789.5 - 781.0) + 0.2 = 4.3 + 0.2 = 4.5 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

$$\rho_{\text{сп}} = (785 \pm 5) \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} = (7.85 \pm 0.05) \cdot 10^{-2} \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

Пользуясь табличным значением коэффициента поверхностного натяжения воды, определим диаметр иглы.

$$\Delta P = \frac{2\sigma_{\text{сп}}}{r} = \frac{4\sigma}{d}, \quad d = \frac{4\sigma}{\Delta P} = \frac{4\sigma}{\rho_{\text{сп}} g l \sin \alpha} = 1.238 \cdot 10^{-3} \text{ м}$$

$$\varepsilon_d = \sqrt{\varepsilon_\sigma^2 + \varepsilon_{\rho_{\text{сп}}}^2 + \varepsilon_l^2} = 0.031, \quad d(d) = d \cdot \varepsilon_d = 3.9 \cdot 10^{-5} \text{ м}$$

$$d = (1240 \pm 40) \text{ мкм} = (1.24 \pm 0.04) \cdot 10^{-3} \text{ м}$$

Проверим применимость формулы Лапласа. Сравним полученный результат с прямыми измерениями диаметра иглы, представленными на рисунке (2). Провели два измерения, значения совпали. К сожалению, только одно из измерений получилось качественно запечатлеть на фотографии.

$$d = (1.1 \pm 0.1) \text{ мм} = (1.1 \pm 0.1) \cdot 10^{-3} \text{ м}$$

Значения совпадают в пределах погрешности. Формула Лапласа верна с достаточной точностью.

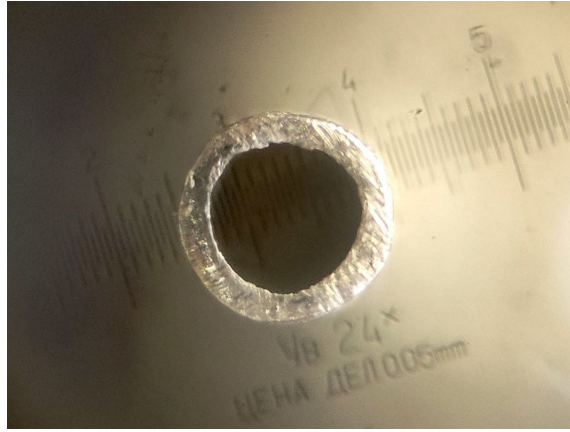


Рис. 2: Изображение разреза иглы в увеличении микроскопа

4. Перенесём иглу в сосуд с дистиллированной водой. Измерим максимальное давление в пузырьках, когда игла лишь касается поверхности жидкости. Измерим  $h_1 = h_b$  десять раз, занесем полученные значения в таблицу (2).

$h_1$ , мм	125	124	125	125	125	125	125	125	125	125	125.1	$\sigma_h = 1$
------------	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-------	----------------

Таблица 2:

Рассчитаем случайную погрешность ( $\varepsilon_{h_1} = 0.018$ ).

$$h_1 = (125 \pm 2) \text{ мм} = (1.25 \pm 0.02) \cdot 10^{-1} \text{ м}$$

$$\Delta P_1 = \rho_{\text{сп}} g h_1 \sin \alpha = 192.52 \text{ Па}$$

$$\Delta P_1 = (193 \pm 5) \text{ Па} = (1.93 \pm 0.05) \cdot 10^2 \text{ Па} \quad (2.4\%)$$

Сравним с результатом, выраженным через табличные величины.

$$d \sim \frac{\sigma}{h} \implies \frac{\sigma_{\text{сп}}}{h_{\text{сп}}} = \frac{\sigma_b}{h_b}$$

$$h_b = h_{\text{сп}} \frac{\sigma_b}{\sigma_{\text{сп}}} = 47 \cdot 10^{-3} \frac{(72.0 \pm 0.5) \cdot 10^{-3}}{(22.4 \pm 0.5) \cdot 10^{-3}} = (151 \pm 3) \text{ мм} = (1.51 \pm 0.03) \cdot 10^{-1} \text{ м}$$

Значения различаются на 20%, порядок совпадает.

5. Утопим иглу до предела, насколько это позволяет установка. Между концом иглы и дном останется небольшой зазор, так, образующийся пузырёк не будет касаться дна.

Измерим расстояние от верхней части установки до подвижной части крепления иглы до и после установки по два раза (совпали, случайную погрешность не учитываем). Его изменение равно глубине погружения.

$$h_1 = (17 \pm 1) \text{ мм}, \quad h_2 = (6 \pm 1) \text{ мм}$$

$$\Delta h = h_1 - h_2 = (11 \pm 2) \text{ мм}$$

Измерим максимальное давление в пузырьках. По разности давлений в этом и предыдущем пункте определим глубину погружения. Измерим  $h_2$ . Полученные давления представлены в таблице (3).

$h_2$ , мм	196	196	197	196	196	196	196	196	196	195	196.0	$\sigma_h = 1$
------------	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-------	----------------

Таблица 3:

$$h_2 = (196 \pm 4) \text{ мм} = (1.96 \pm 0.04) \cdot 10^{-1} \text{ м}$$

$$\Delta P_2 = \rho_{\text{сп}} g h_2 \sin \alpha = 307.87 \text{ Па}$$

$$\Delta P_2 = (310 \pm 10) \text{ Па} = (3.1 \pm 0.1) \cdot 10^2 \text{ Па} \quad (3.8\%)$$

Проверим закон Паскаля. Сравним  $\Delta P$ , вычисленное через разность уровней жидкости, и  $\Delta P$  с рассчитанным как  $\Delta P_2 - \Delta P_1$ .

$$\Delta P = \Delta P_2 - \Delta P_1 = (110 \pm 20) \text{ Па} \quad (18\%)$$

$$\Delta P = \rho g \Delta h = (84 \pm 15) \text{ Па} = (80 \pm 20) \text{ Па} \quad (18\%)$$

Значения совпадают в пределах погрешности. Закон Паскаля выполняется.

- Снимем зависимость  $\sigma(T)$  при нагревании дистиллированной воды. Для этого включим термостат и подождём, пока нужная температура стабилизируется. Измерения будем проводить через каждые три градуса, не нагревая выше 60 °С.

Для уменьшения теплопотерь на колбу с исследуемой жидкостью наденем поролоновый чехол.

Результаты представлены в таблице (4).

$T$ , °С	$h^1$ , мм	$h^2$ , мм	$h^3$ , мм	$h^4$ , мм	$h^5$ , мм	$h$ , мм	$P$ , Па	$dP$ , Па	$\sigma$ , мН/м	$d\sigma$ , мН/м
25.0	197	197	197	197	197	197.0	303.4	7.8	83.4	2.0
28.0	196	195	196	196	196	195.8	301.5	7.8	82.9	1.9
31.0	194	195	195	194	195	194.6	299.7	7.7	82.4	1.9
34.0	194	194	195	194	194	194.2	299.1	7.8	82.2	1.9
37.1	194	193	194	193	194	193.6	298.1	7.8	81.9	1.9
40.0	193	193	193	193	193	193.0	297.3	7.7	81.7	1.9
43.1	192	192	193	192	192	192.2	296.0	7.6	81.4	1.9
46.0	191	191	191	191	191	191.0	294.2	7.6	80.9	1.9
49.0	189	190	190	190	189	189.6	292.0	7.5	80.3	1.9
52.0	188	188	189	188	189	188.4	290.2	7.5	79.8	1.9
54.9	187	188	187	188	187	187.4	288.6	7.5	79.4	1.9
58.0	186	186	186	186	186	186.0	286.5	7.4	78.8	1.9
61.0	185	185	186	185	185	185.2	285.2	7.3	78.4	1.8

Таблица 4: Значения  $T$ ,  $h$ ,  $P$ ,  $\sigma$  и их погрешности

- Повторные измерения при понижении температуры не проводим. Для охлаждения установки пропустим водопроводную воду через термостат.
- Оценим погрешности измерения давления и температуры. См. результаты в таблице (4).
- Построим график зависимости  $\sigma$  от  $T$  (см. рисунок (3)) и с его помощью определим  $d\sigma/dT$ .

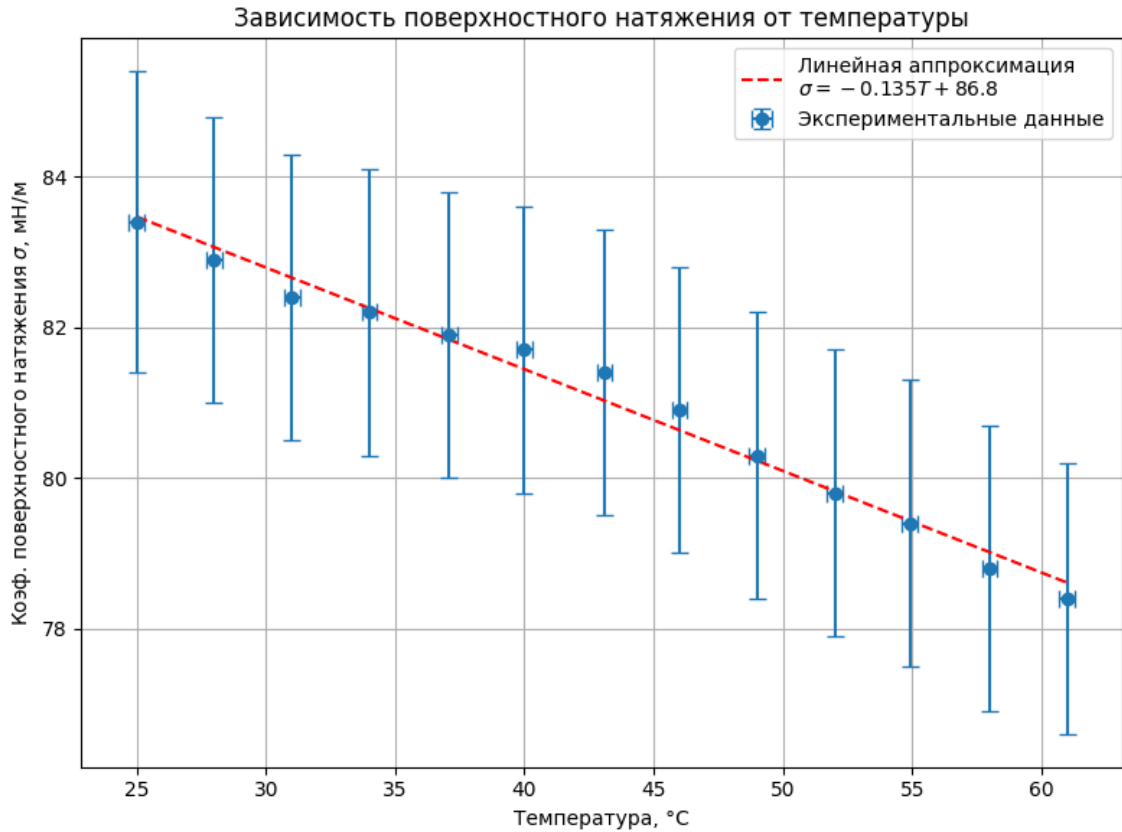


Рис. 3: Зависимость  $\sigma$  от  $T$

$$\frac{d\sigma}{dT} = -0.135 \cdot 10^{-3} \frac{\text{Н}}{\text{м} \cdot ^\circ \text{C}}$$

Оценим погрешность метода наименьших квадратов ( $\varepsilon_{\text{мнк}} = 0.037$ ) и погрешность прямых измерений.

$$\varepsilon_{\text{изм}} = \sqrt{\varepsilon_{\sigma}^2 + \varepsilon_T^2} = \sqrt{0.024^2 + 0.003^2} = 0.024$$

$$\varepsilon\left(\frac{d\sigma}{dT}\right) = 0.037 + 0.024 = 0.061$$

$$d\left(\frac{d\sigma}{dT}\right) = 0.061 \cdot (-0.135 \cdot 10^{-3}) = 0.008 \cdot 10^{-3} \frac{\text{Н}}{\text{м} \cdot ^\circ \text{C}}$$

Итак,

$$\frac{d\sigma}{dT} = -(1.35 \pm 0.08) \cdot 10^{-4} \frac{\text{Н}}{\text{м} \cdot ^\circ \text{C}}$$

10. На том же графике изобразим зависимость от температуры теплоты образования единицы площади поверхности  $q$  и поверхностной энергии единицы площади поверхности  $U/\Pi$ .

$$q = -T \cdot \frac{d\sigma}{dT}, \quad \frac{U}{F} = \sigma - T \cdot \frac{d\sigma}{dT}$$

Значения, по которым построен график, приведены в таблице (??). Погрешности рассчитываются тривиально:  $\varepsilon_q = \sqrt{\varepsilon_T^2 + \varepsilon\left(\frac{d\sigma}{dT}\right)^2}$  и  $d\left(\frac{U}{F}\right) = d\sigma + dq$ .

Сам график изображен на рисунке (4).

$T, ^\circ C$	$\sigma, \frac{\text{мН}}{\text{м}}$	$q, \frac{\text{мН}}{\text{м}}$	$U/F, \frac{\text{мН}}{\text{м}}$
25.0	83.4	3.38	86.78
28.0	82.9	3.78	86.68
31.0	82.4	4.19	86.59
34.0	82.2	4.59	86.79
37.1	81.9	5.01	86.91
40.0	81.7	5.40	87.10
43.1	81.4	5.82	87.22
46.0	80.9	6.21	87.11
49.0	80.3	6.62	86.92
52.0	79.8	7.02	86.82
54.9	79.4	7.41	86.81
58.0	78.8	7.83	86.63
61.0	78.4	8.24	86.64

Таблица 5: Таблица значений температуры и соответствующих величин

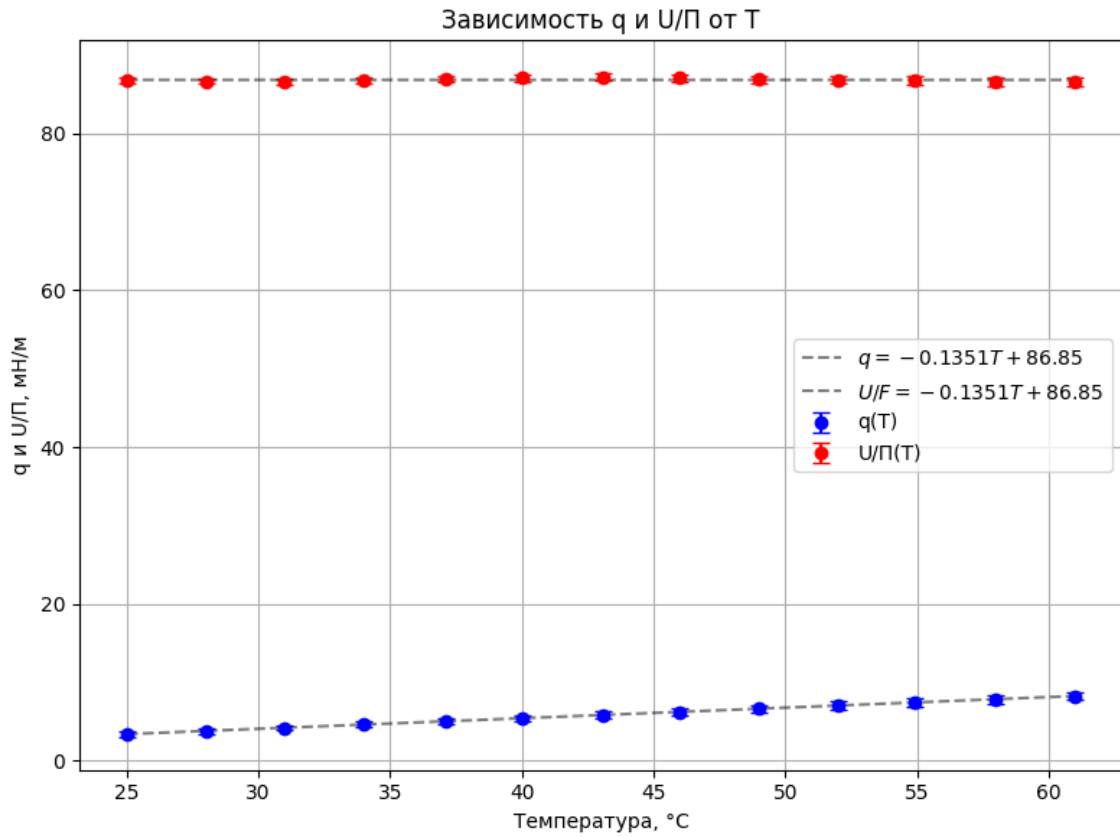


Рис. 4: Зависимость  $q$  и  $U/\Pi$  от  $T$

11. Проверим закон Кирхгофа. Будем считать теплоемкость воды постоянной.

$$L(T) = L(T_0) + (C_{p(\Pi)} - C_{p(\text{ж})})(T - T_0),$$

где  $L(T_0) = 44 \text{ кДж/моль}$ ,

$$\Delta C = C_{p(\Pi)} - C_{p(\text{ж})} = -42 \text{ Дж/моль} \cdot K$$

Зная, что  $\sigma \sim L$ ,

$$\sigma = \sigma_0 + k(T - T_0), \quad k = \frac{d\sigma}{dT}$$



$$\frac{\left| \frac{d\sigma}{dT} \right|}{\sigma_0} = \frac{|C_{p(\text{н})} - C_{p(\text{ж})}|}{L_0} \sim \frac{dl}{l_0}$$

Построим график  $h(T)$  на рисунке (5). С помощью метода наименьших квадратов определим его угловой коэффициент  $k'$ . Учтем погрешность метода и погрешность измерений.

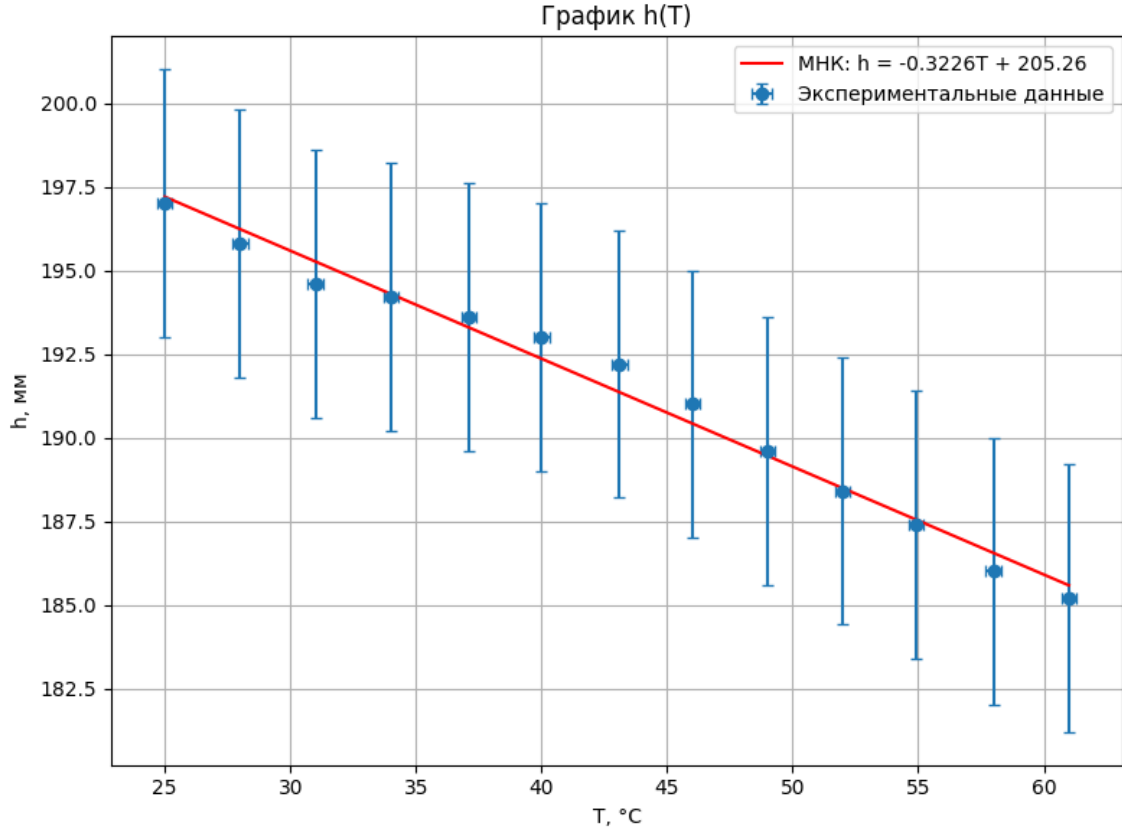


Рис. 5: Зависимость высоты спиртового столбца от температуры

$$k' = -(0.32 \pm 0.02) \cdot 10^{-3} \frac{\text{м}}{\text{К}} = -(3.2 \pm 0.2) \cdot 10^{-4} \frac{\text{м}}{\text{К}}$$

Тогда,

$$k = \frac{\Delta l}{\Delta T} \frac{\sigma_c}{l_0} = -(1.9 \pm 0.1) \cdot 10^{-4} \frac{\text{Н}}{\text{м} \cdot \text{К}}, \quad \varepsilon_k = 0.06$$

Проверим, выполняется ли соотношение, связанное с законом Кирхгофа:

$$\frac{k}{\sigma_0} \approx \frac{|C_{p(\text{н})} - C_{p(\text{ж})}|}{L_0}$$

Подставляя числовые значения:

$$\frac{(1.9 \pm 0.1) \times 10^{-4}}{72.0 \cdot 10^{-3}} \approx \frac{42}{44 \times 10^3}, \quad 2.6 \cdot 10^{-3} \approx 1.0 \cdot 10^{-3}$$

Оценка дает совпадение в порядке, но значения отличаются примерно в три раза. Выполнение закона Кирхгофа с достаточной точностью подтвердить не удастся.

## Вывод

Все цели работы достигнуты.

В работе была исследована температурная зависимость коэффициента поверхностного натяжения дистиллированной воды.

Была определена полная поверхностная энергия  $U/\Pi$  и теплота  $q$ , необходимая для изотермического образования единицы поверхности жидкости.

Проверены законы Лапласа, Паскаля, Кирхгофа.