

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ИНСТИТУТ)
ФИЗТЕХ-ШКОЛА ФИЗИКИ И ИССЛЕДОВАНИЙ им. ЛАНДАУ

Лабораторная работа № 2.2.1
Исследование взаимной диффузии газов

Плотникова Анастасия Александровна
Группа Б02-406

Долгопрудный, 2025 г.

Цель работы:

- 1) регистрация зависимости концентрации гелия в воздухе от времени с помощью датчиков теплопроводности при разных начальных давлениях смеси газов;
- 2) определение коэффициента диффузии по результатам измерений.

В работе используются:

измерительная установка;
форвакуумный насос ADVAVAC-2;
баллон с гелием при высоком давлении;
манометр;
датчики теплопроводности;
источник питания;
магазин сопротивлений;
вольтметр В7-78:
диапазон: 100 мВ,
погрешность в данном диапазоне: $\pm(0.0035\% \text{ изм.} + 0.0005\% \text{ диал.})$.

Теоретическая справка

Диффузией называется самопроизвольное перемешивание молекул, происходящее вследствие их хаотичного теплового движения.

При перемешивании молекул разного сорта говорят о взаимной (или концентрационной) диффузии.

Для наблюдения взаимной диффузии необходимо равенство давлений во всей системе (в противном случае возникнет гораздо более быстрое макроскопическое течение газа как сплошной среды).

Пусть система состоит из двух компонент a и b . Тогда плотность потока вещества любого компонента в результате взаимной диффузии определяется законом Фика.

$$j_a = -D_{ab} \frac{\delta n_a}{\delta x}, \quad j_b = -D_{ba} \frac{\delta n_b}{\delta x} \quad (1)$$

где $D_{ab} = D_{ba} = D$ — коэффициент взаимной диффузии компонентов, а $j_{a,b}$ — плотности потока частиц соответствующего сорта.

Исследуется диффузия примеси гелия на фоне воздуха. В условиях опыта $n_{\text{возд}} \gg n_{\text{He}}$, относительное изменение концентрации воздуха в результате взаимной диффузии мало. С достаточной точностью будем описывать только диффузию гелия на фоне воздуха. Далее $n = n_{\text{He}}$.

Экспериментальная установка

Схема установки изображена на рисунке (1).

Два сосуда с объёмами V_1 и V_2 соединены трубкой длины l и сечения S . Сосуды заполнены смесью двух газов при одинаковом давлении, но с различной концентрацией компонентов. Вследствие взаимной диффузии концентрации каждого из компонентов в обоих сосудах с течением времени выравниваются.

Если бы концентрации в сосудах V_1 и V_2 поддерживались постоянными и равными n_1 и n_2 , то в трубке установился бы стационарный поток частиц $J = -DS \frac{\delta n}{\delta x}$, одина-

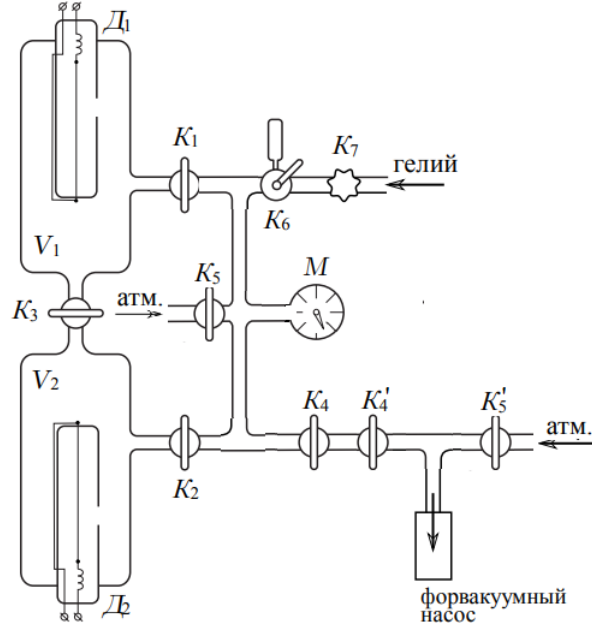


Рис. 1: Установка для исследования взаимной диффузии газов

ковый в каждом сечении трубки. Следовательно, $n(x)$ была бы линейной функцией координаты и $\frac{dn}{dx} = \frac{\Delta n}{l}$, где l — длина трубки.

$$J = -DS \frac{n_1 - n_2}{l} \quad (2)$$

$$V_1 \Delta n_1 = -V_2 \Delta n_2 = J \Delta t = -DS \frac{n_1 - n_2}{l} \Delta t \quad (3)$$

$$V_1 \frac{dn_1}{dt} = -DS \frac{n_1 - n_2}{l}, \quad V_2 \frac{dn_2}{dt} = DS \frac{n_1 - n_2}{l} \quad (4)$$

$$\frac{dn_1}{dt} - \frac{dn_2}{dt} = -\frac{n_1 - n_2}{l} DS \left(\frac{1}{V_1} + \frac{1}{V_2} \right) \quad (5)$$

Введем новую переменную $\Delta n = n_1 - n_2$:

$$d(\Delta n) = d(n_1 - n_2) = -\frac{n_1 - n_2}{l} DS \left(\frac{1}{V_1} + \frac{1}{V_2} \right) = -\frac{\Delta n}{l} DS \left(\frac{1}{V_1} + \frac{1}{V_2} \right) \quad (6)$$

Проинтегрируем:

$$\Delta n = \Delta n_0 \exp \left(\frac{l}{DS} \left(\frac{1}{V_1} + \frac{1}{V_2} \right) \right) = \Delta n_0 e^{-t/\tau}, \quad (7)$$

где Δn_0 — разность концентраций примеси в начальный момент времени, а $\tau = \frac{V_1 V_2}{V_1 + V_2} \frac{l}{SD}$.

Так, разность концентраций убывает по экспоненциальному закону. Характерное время τ определяется геометрическими параметрами установки и величиной коэффициента диффузии.

Модель квазистационарного течения применима, если время τ много больше характерного времени диффузии одной частицы вдоль трубки длиной l ($t_{\text{diff}} \sim \frac{l^2}{D} \ll \tau$).

Для измерения концентраций применяются датчики теплопроводности D_1 и D_2 и используется зависимость теплопроводности газовой смеси от её состава.

Тонкая проволока радиуса r , протянутая вдоль оси цилиндра радиуса R , нагревается током. Тепло от проволоки к стенке цилиндра передаётся главным образом вследствие теплопроводности газа, находящегося внутри цилиндра.

Плотность теплового потока в условиях цилиндрической симметрии:

$$q = -\kappa \frac{dT}{dr} \quad (8)$$

Количество тепла переданного стенке цилиндра в единицу времени:

$$Q = q \cdot S = q \cdot 2\pi r L = 2\pi r L \left(-\kappa \frac{dT}{dr}\right) \quad (9)$$

Пренебрежем потерями через торцы и теплопередачей излучением. Тогда тепловой поток Q равен теплу, выделяемому в нити. Значит, Q не зависит от r .

$$-\frac{Q}{2\pi L \kappa} \cdot \frac{dr}{r} = dT \quad (10)$$

$$-\Delta T = T_1 - T_2 = \frac{Q}{2\pi L \kappa} \ln \frac{r_2}{r_1} \quad (11)$$

$$Q = \kappa \frac{2\pi L}{\ln(R/r)} (T_1 - T_2) \quad (12)$$

где κ — теплопроводность,

L — длина нити,

T_1 — температура проволоки,

T_2 — температура стенки.

При $Q = \text{const}$ температура проволоки и её сопротивление определяются теплопроводностью газа и, следовательно, его составом. Для измерения разности концентраций газов используется мостовая схема, изображенная на рисунке (2).

Мост балансируется при заполнении сосудов одной и той же смесью.

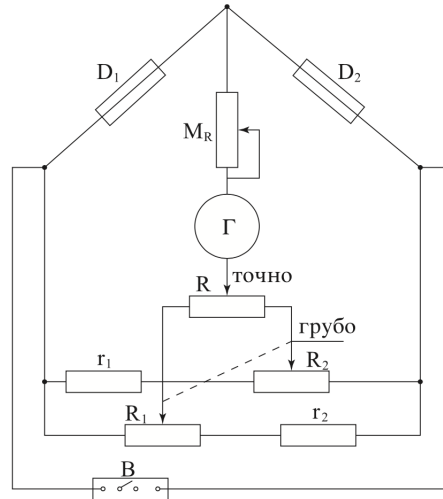


Рис. 2: Мостовая схема с датчиками теплопроводности для измерения разности концентраций газов

D_1, D_2 — датчики теплопроводности,

R — для балансировки (точно),

R_1, R_2 — для балансировки (грубо).

В процессе диффузии показания гальванометра убывают по экспоненциальному закону:

$$U = U_0 e^{-t/\tau} \quad (13)$$

По тому же закону изменяется разность концентраций. Измерив зависимость $U(t)$ получим характерное время процесса, откуда определим коэффициент диффузии.

Обратим внимание на систему напуска гелия в установку. Давление гелия в трубопроводе больше атмосферного, чтобы из-за возможных неплотностей в трубопроводе гелий оставался бы в нём без примесей воздуха.

Система напуска, особенно K_6 , имеет утечки. Для сокращения потерь вещества используем кран K_7 между трубопроводом и краном K_6 . Он открыт только во время непосредственного заполнения установки.

Кран K_6 снабжен дозатором, что позволяет подавать гелий в установку малыми порциями. Дозатор — это маленький объём, который заполняют до давления гелия в трубопроводе, а затем уже эту порцию гелия с помощью крана K_6 впускают в установку.

Устройство крана K_6 изображено на рисунке (3).

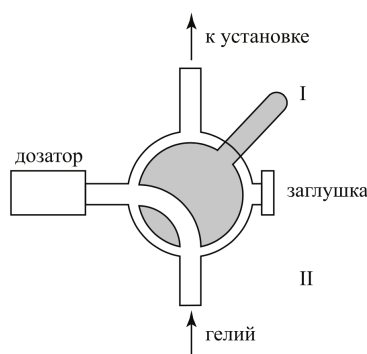


Рис. 3: Кран K_6

Ход работы

1. Ознакомимся с конструкцией нашей установки. По дополнительным описаниям, расположенным на столах, изучим:

- (а) схему подачи воздуха и гелия и схему откачки нашей установки;
- (б) особенности измерительных приборов, используемых в нашей установке (манометр, вольтметр); вычислим цену деления шкалы манометра в торрах.

$$p_{\text{атм}} = (748.6 \pm 0.3) \text{ торр.}$$

$\Delta p_{\text{мах}} = (100.5 \pm 0.5) \text{ дел.}$ — показания вакуумметра при полной откачке установки.

Приравняв $p_{\text{атм}}$ и $\Delta p_{\text{мах}}$, получим, что одно деление вакуумметра соответствует $(7.45 \pm 0.04) \text{ торр.}$

- (с) включим компьютер и запустим расчётную программу, ознакомимся с краткой инструкцией её использования.

Также изучим параметры установки:

$$V_1 = V_2 = V = (1200 \pm 30) \text{ см}^3$$

$$L/S = (5.5 \pm 0.5) \text{ см}^{-1}$$

2. Подготовим установку к работе:

- (a) включим питание датчиков, вольтметра и измерительного моста;
- (b) убедимся, что кран подачи гелия K_7 и все краны на атмосферу K_5, K'_5 плотно закрыты, и в установке нет запертых объёмов;
- (c) включим форвакуумный насос, откачаем сначала сам насос, затем откроем K_4 и будем откачивать установку примерно 2-3 минуты до момента, когда показания вакуумметра достигнут максимума;
- (d) после окончания откачки закроем K_4 , выключим насос и откроем атмосферный кран.

3. Рассчитаем, какой отметке вакуумметра соответствует рабочее давление $P_{\text{раб}} = \alpha(P_0 - P)$. Здесь P, P_0 — значение показаний вакуумметра в момент измерений и при максимальном достигаемом вакууме, а $\alpha = (7.45 \pm 0.04) \frac{\text{торр}}{\text{дел.}}$ — коэффициент пересчёта.

Обозначив показания вакуумметра за ΔP , получим:

№	1	2	3	4	5	σ
P , дел.	95.0	91.0	85.0	79.0	73.5	0,5
$P_{\text{раб}}$, торр	41	71	116	160	201	5

Таблица 1: Рабочие давления в диапазоне 40-200 торр

$$\varepsilon(P_{\text{раб}}) = \varepsilon_{\text{вак}}^0 + \varepsilon_{\text{вак}} + \varepsilon_{\alpha} = \frac{dP_0}{P_0} + \frac{dP}{P} + \frac{d\alpha}{\alpha} = \frac{0.5}{100.5} + \frac{0.5}{73.5} + \frac{0.04}{7.45} = 0.017 \quad (14)$$

$$d(P_{\text{раб}}) = P_{\text{раб}} \cdot \varepsilon(P_{\text{раб}}) \quad (15)$$

Сбалансируем измерительный мост при предполагаемом рабочем давлении:

- (a) напустим в установку воздух до давления $P_{\text{раб}}$;
- (b) изолируем рабочие объёмы, закрыв краны K_1, K_2 ;
- (c) сбалансируем измерительный мост так, чтобы показания вольтметра флуктуировали около нулевого значения, в мВ сохраняя два-три нуля после запятой.

4. Приготовим рабочие смеси для проведения измерений:

- (a) откачаем всю установку до максимальных показаний вакуумметра;
- (b) изолируем объём V_2 , закрыв краны K_2 и K_3 , выключим насос;
- (c) откроем кран подачи гелия K_7 , с помощью дозатора напустим в установку гелий до давления $P_{He} = 0.2P_{\text{раб}}$;
- (d) перекроем подачу гелия и откачаем гелий из всех патрубков;
- (e) присоединим объём V_2 к установке и заполним её воздухом до давления $1.75P_{\text{раб}}$;
- (f) откроем K_1 и K_2 , уравнием давления в сосудах V_1 и V_2 за счет добавления воздуха в верхний сосуд;

(г) запишем точное значение установившегося рабочего давления $P_{\text{раб}}$.

Изолируем объемы. Так, в нижнем сосуде (2) остался чистый воздух, а в верхнем (1) — смесь гелия с воздухом.

5. Запустим процесс диффузии после открытия крана K_3 . Откроем K_3 и измерим, как меняются показания вольтметра с течением времени $U(t)$.
6. Повторим измерения при различных значениях рабочего давления в диапазоне 40 – 200 торр. Программа, которая снимает данные, фиксирует достаточно много точек. Ограничимся их выборкой:

41 торр		71 торр		116 торр		160 торр		201 торр	
$t, \text{с}$	$U, \text{мВ}$	$t, \text{с}$	$U, \text{мВ}$	$t, \text{с}$	$U, \text{мВ}$	$t, \text{с}$	$U, \text{мВ}$	$t, \text{с}$	$U, \text{мВ}$
0	18,7979	0	19,9714	0	19,9101	0	20,7675	0	19,6310
30,890	17,1361	60,931	17,8623	120,906	17,3759	120,849	18,8170	120,197	18,1859
60,891	15,6902	120,930	16,1379	240,906	15,3942	240,850	17,2460	240,197	16,9559
90,890	14,4141	90,930	16,9715	360,907	13,6841	360,849	15,8147	360,197	15,8181
120,890	13,1600	180,931	14,6330	480,906	12,1794	480,850	14,5285	480,197	14,7564
150,890	12,0771	150,930	15,3691	600,906	10,8797	600,849	13,3443	600,197	13,7834
180,890	11,0807	240,931	13,2948	719,906	9,7007	720,849	12,2722	720,197	12,8880

Таблица 2: Примеры показаний вольтметра при каждом из рабочих давлений

Полученная зависимость $U(t)$ представлена на графике (4):

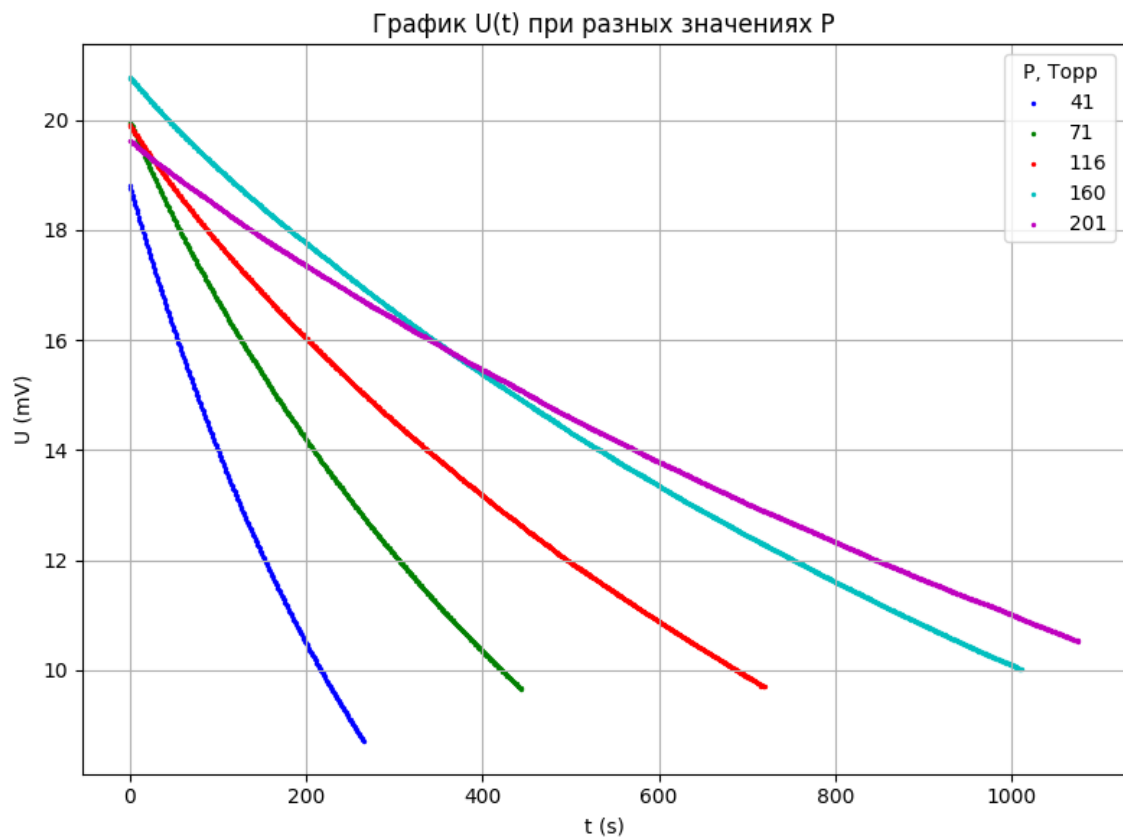


Рис. 4: Зависимость $U(t)$ при разных значениях давлений P

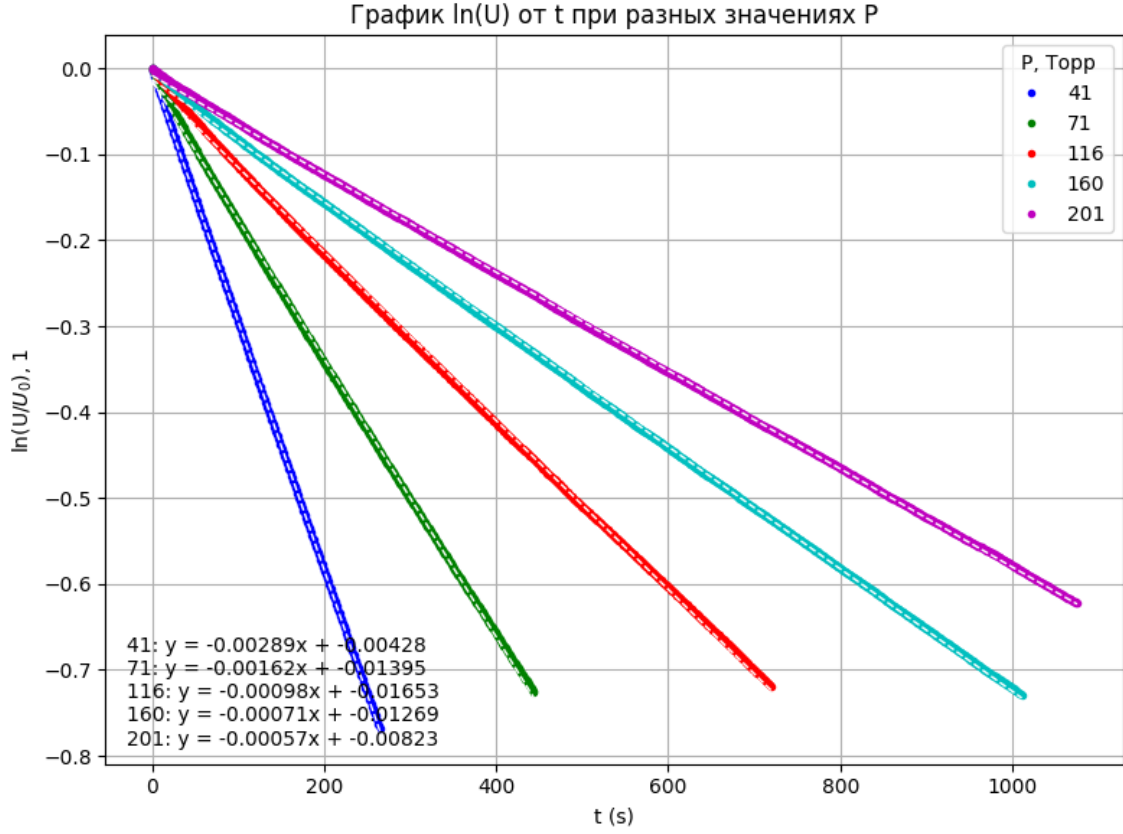


Рис. 5: Зависимость $\ln(U/U_0)$ от t при разных значениях давлений P

7. (Дополнительно) Коэффициент диффузии примеси воздуха в гелии не измеряем.
8. Убедимся, что процесс диффузии подчиняется закону (7). Для этого построим графики зависимости $U(t)$ в логарифмическом масштабе.

Зависимость $\ln(U/U_0)$, где U_0 — показания вольтметра в момент начала отсчета, представлена на графике (5).

Рассчитаем коэффициенты взаимной диффузии при выбранных рабочих давлениях по формуле $D = -\frac{kVL}{2S}$, где k — коэффициент наклона прямой, аппроксимирующей логарифмическую зависимость согласно МНК. Их погрешность составит:

$$\sigma_D = D \sqrt{\left(\frac{\sigma_V}{V}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_k}{k}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{L/S}}{L/S}\right)^2} \quad (16)$$

Коэффициенты наклона и взаимной диффузии представлены в таблице (3).

P , торр	k , 10^{-3} c^{-1}	ε_k , %	D , cm^2/c	$1/P$, торр^{-1}
41	$-(2.894 \pm 0.001)$	0.04	9.6 ± 0.9	0.024 ± 0.003
71	$-(1.619 \pm 0.002)$	0.10	5.3 ± 0.5	0.014 ± 0.001
116	$-(0.983 \pm 0.001)$	0.08	3.2 ± 0.3	0.0086 ± 0.0004
160	$-(0.7123 \pm 0.0003)$	0.04	2.4 ± 0.2	0.0062 ± 0.0002
201	$-(0.5721 \pm 0.0002)$	0.03	1.89 ± 0.18	0.0050 ± 0.0001

Таблица 3: Значения P , k , ε_k , D , $1/P$

Рассчитаем $1/P$ и погрешность этой величины и занесём в ту же таблицу.

$$\sigma_{1/P} = \frac{\partial(1/P)}{\partial P} \cdot \sigma_P = -\frac{1}{P^2} \cdot \sigma_P \quad (17)$$

9. Построим график зависимости коэффициента диффузии от обратного давления в координатах $D(1/P)$, см. рисунок (6).

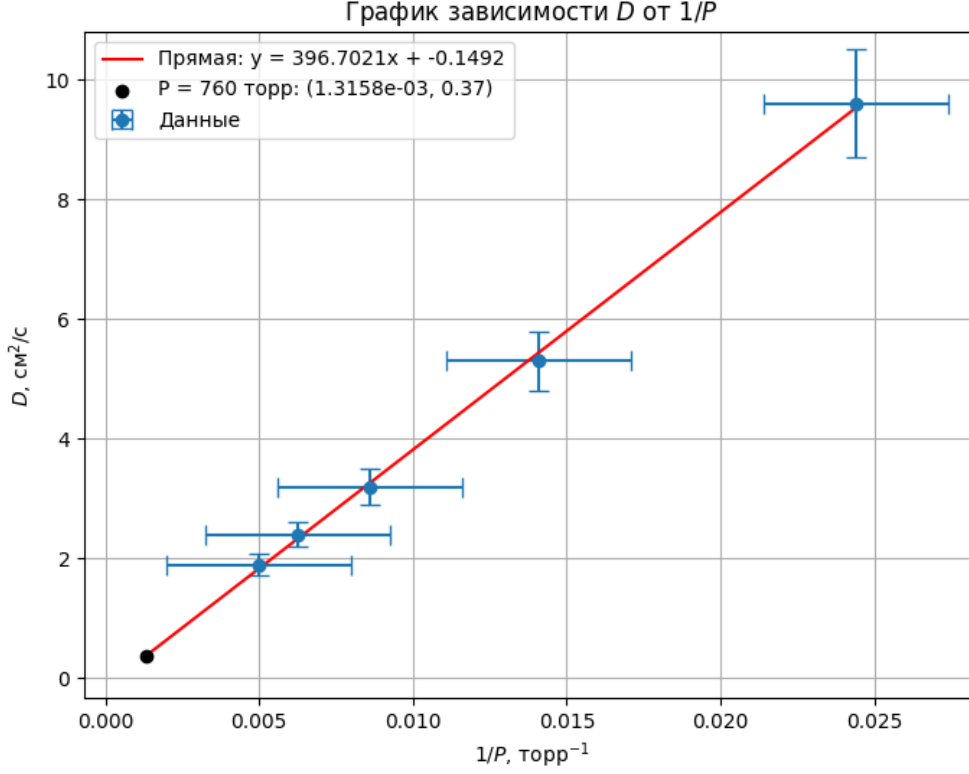


Рис. 6: Зависимость $D(1/P)$

Найдем угловой коэффициент $k' = \frac{d(D)}{d(1/P)}$ графика (6) с помощью метода наименьших квадратов.

$$k' = \frac{d(D)}{d(1/P)} = \frac{\langle \frac{1}{P} D \rangle - \langle \frac{1}{P} \rangle \langle D \rangle}{\langle \frac{1}{P^2} \rangle - \langle \frac{1}{P} \rangle^2} = 396.70 \text{ см}^2/\text{с} \quad (18)$$

$$dk' = \frac{1}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{\langle D^2 \rangle - \langle D \rangle^2}{\langle \frac{1}{P^2} \rangle - \langle \frac{1}{P} \rangle^2} - k'^2} = 7.16 \text{ см}^2/\text{с} \quad (19)$$

$$\varepsilon_{k'_{\text{МНК}}} = \left| \frac{dk'}{k'} \right| = 0,018 \quad (20)$$

Учтем погрешность прямых измерений.

$$\varepsilon_{k'_{\text{ИЗМ}}} = \varepsilon(d(D)) + \varepsilon(d(1/P)) = \sqrt{\frac{dD^2}{D} + \frac{dP^2}{P^2}} = 0.118 \quad (21)$$

Из-за небольшого количества точек ($n = 5$) для оценки погрешности необходимо учитывать коэффициент Стьюдента. Примем доверительный интервал 95%, тогда согласно таблице: $t \approx 3,18$.

Обозначим стандартное отклонение за s и стандартную ошибку за $s_{k'}$. Вычислим вклад коэффициента Стьюдента в относительную погрешность k' .

$$\varepsilon_{k'} = \frac{t \cdot s_{k'}}{k'}, \quad s_{k'} = \frac{s}{\sqrt{\sum (1/P_i - \langle 1/P \rangle)^2}} = \frac{\sqrt{\frac{\sum (D_i - k'(1/P_i))^2}{n-2}}}{\sqrt{\sum (1/P_i - \langle 1/P \rangle)^2}} \quad (22)$$

$$\varepsilon_{k'_{CT}} = 0.121 \quad (23)$$

Получается:

$$\varepsilon_{k'} = \sqrt{\varepsilon_{k'_{MHC}}^2 + \varepsilon_{k'_{ИЗМ}}^2 + \varepsilon_{k'_{CT}}^2} = 0.17, \quad d(k') = \varepsilon_{k'} \cdot k' = 67.4 \text{ см}^2/\text{с} \quad (24)$$

$$k' = (400 \pm 70) \text{ см}^2/\text{с} \quad (17\%) \quad (25)$$

Экстраполируя график к атмосферному давлению, оценим соответствующий коэффициент диффузии.

$$D_{\text{атм}} = k'(1/P_{\text{атм}}) + b' = 0.3728 \text{ см}^2/\text{с} \quad (26)$$

$$D_{\text{атм}} = (3.7 \pm 0.6) \cdot 10^{-1} \text{ см}^2/\text{с} \quad (27)$$

10. (Дополнительно) Коэффициенты диффузии примеси гелия в воздухе $D_{\text{He-возд}}$ и примеси воздуха в гелии $D_{\text{возд-He}}$ не сравниваем.

11. Оценим длину свободного пробега атомов гелия в воздухе λ_{He} в условиях эксперимента.

$$\lambda = 3D\sqrt{\frac{\pi\mu}{8RT}} = 62.29 \text{ нм} \quad (28)$$

$$\delta\lambda = \left| -\frac{3D\sqrt{\frac{\pi\mu}{8R}}}{2T^{3/2}} \right| \delta T = 0.21 \text{ нм} \quad (29)$$

$$\lambda = (6.23 \pm 0.02) \cdot 10^{-8} \text{ м} \quad (30)$$

Оценим эффективное сечение столкновений атомов гелия с молекулами воздуха $\sigma_{\text{He-возд}}$.

$$\sigma = \frac{1}{\lambda n} = \frac{kT}{\lambda P} = 6.66 \cdot 10^{-19} \text{ м}^2 \quad (31)$$

$$\delta\sigma = \sqrt{\left(\frac{k}{\lambda P} \delta T \right)^2 + \left(-\frac{kT}{\lambda P^2} \delta P \right)^2} = 4.50 \cdot 10^{-21} \text{ м}^2 \quad (32)$$

$$\sigma = (6.66 \pm 0.05) \cdot 10^{-19} \text{ м}^2 \quad (33)$$

Везде принимаем $T = (300 \pm 2) \text{ К}$, $P = (99800 \pm 40) \text{ Па}$. Табличные константы берем с такой точностью, чтобы пренебречь их погрешностью в расчётах.

Вывод

Все цели работы были достигнуты.

1. Изучена зависимость концентрации гелия в воздухе от времени с помощью датчиков теплопроводности при разных рабочих давлениях смеси газов в диапазоне 40 – 200 торр.
2. Вычислен коэффициент диффузии при каждом из рабочих давлений (3), а также при атмосферном (27)