Консультация от Леши Свищукого

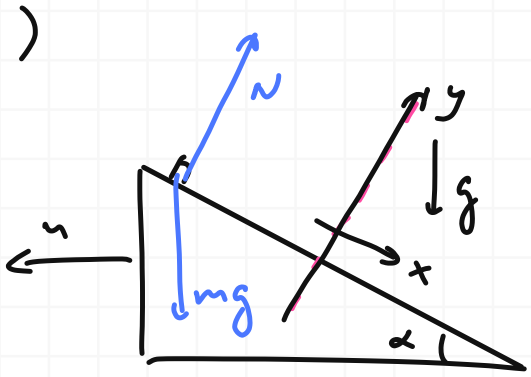
№1 (КР 2021)

$\alpha = 30^\circ$

$u = 10$ м/с

$g = 10$ м/с^2

$\rho_{min} - ?$



$M_{сист}\,\vec{a}_c = \sum \vec{F}_i^{\,внеш}$

на перпендикул. пов-ти клина ось ускорения и скорости клина и шайбы должны быть одинаковы

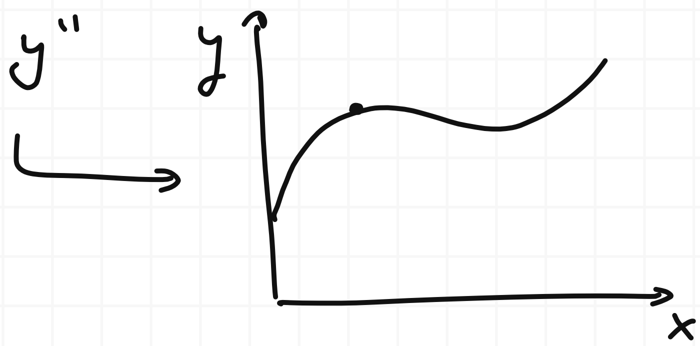
$a_{кл} = 0$ (массивный)

значит шайба разгоняется вдоль клина

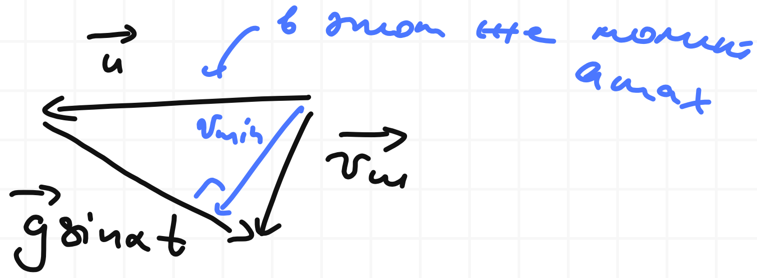
$a_{шy} = 0 \qquad a_ш = a_{шx} = g\sin\alpha = const$

радиус кривизны: $\rho = \dfrac{v^2}{a_n}$

$$\rho = \frac{(1+y'^2)^{3/2}}{y''}$$



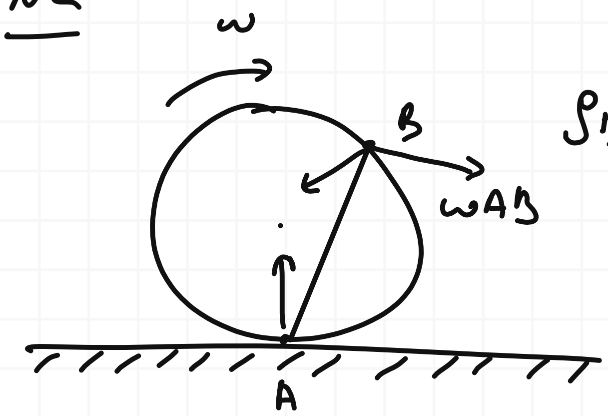
$$\vec{v}_ш = \vec{u} + \vec{a}_ш t$$



ρ_{min} когда v^2 min, a_n max в один момент t

$$\underline{\rho_{min}} = \frac{u^2\sin^2\alpha}{g\sin\alpha} = \frac{u^2}{g}\sin\alpha = \underline{5м}$$

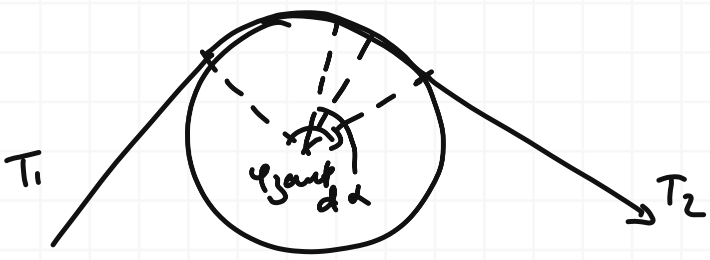
№2

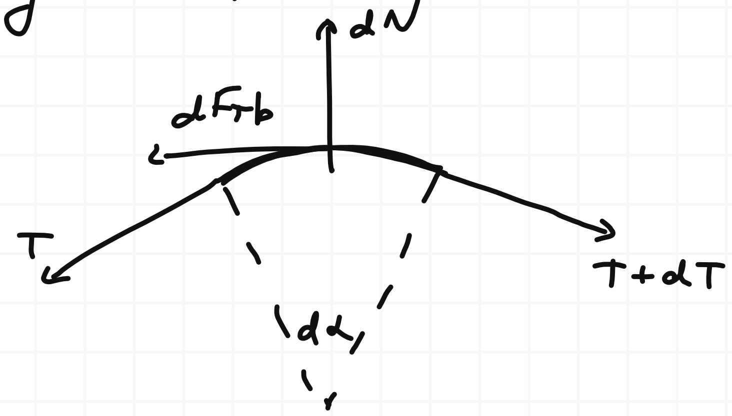


$\rho_B = 2AB$

не путать радиус кривизны и МЦС

№3 Выведите формулу Эйлера





$$(T+dT)\cos\frac{d\alpha}{2} - T\cos\frac{d\alpha}{2} - dF_{тр} = 0$$

$$dN = (T+T+dT)\sin\frac{d\alpha}{2} = (2T+dT)\frac{d\alpha}{2}$$

$$dN = T\,d\alpha$$

$$dF_{тр} = \mu\,dN = \mu T\,d\alpha = dT$$

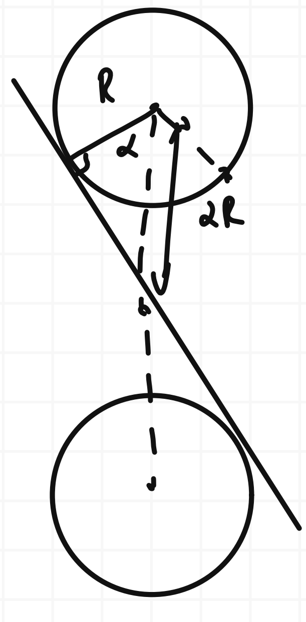
$$\frac{dT}{T} = \mu\,d\alpha\ ; \quad \int\frac{dT}{T} = \mu\int d\alpha ;$$

$$\ln T\Big|_{T_1}^{T_2} = \mu\varphi_{захв}$$

$$T_2 = T_1 e^{\mu\varphi_{захв}}$$

$\varphi_{захв}$ может быть $> 2\pi$

№4



$$\cos\alpha = \frac{1}{2};\ \alpha = \frac{\pi}{3}$$

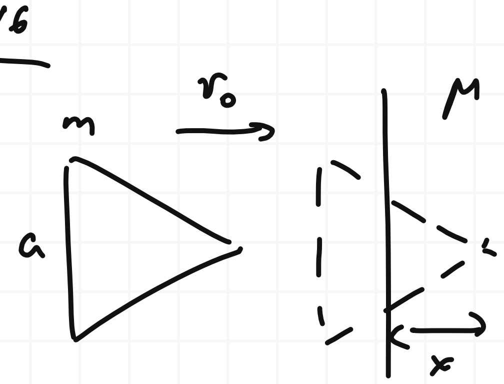
$2\pi - 2\cdot\frac{\pi}{3} = \frac{4\pi}{3}$ — угол нав. на 1 оборот

$$\varphi = \frac{4\pi}{3}\cdot 2\cdot 3{,}5 = \frac{4\cdot 7}{3}\pi = \frac{28}{3}\pi$$

$$\frac{F}{f} = e^{\frac{28}{3}\pi\mu}$$

$$f = Fe^{-\frac{28}{3}\pi\mu} = 1100\,Н\cdot e^{-\frac{28}{3}\pi\cdot 0{,}16} = 10{,}1\,Н$$

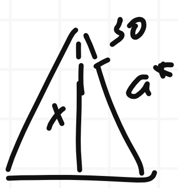
№6



$$\frac{16\sqrt3}{9}\cdot\frac{m}{a^2}g$$

$$F_{тр}(x) = \mu N(x) = \mu\frac{\sqrt3}{4}x^2\cdot$$

$$\sigma = \frac{m}{S} = \frac{m}{\frac{\sqrt3}{4}a^2\cdot\frac{3}{4}} = \frac{16\sqrt3}{9}\cdot\frac{m}{a^2}$$



$$a^*\cos 30 = \frac{\sqrt3}{2}a^* = x$$

$$S = \frac{1}{2}xa^* = \frac{\sqrt3}{4}x^2$$

$$F_{тр}(x) = \frac{\cancel{16}^{4}\sqrt{3}}{\cancel{8}\,3}\cdot\frac{\cancel{\sqrt{3}}}{\cancel{4}}\,\mu m g \frac{1}{a^2}x^2 = \frac{4}{3}\mu\frac{mg}{a^2}x^2$$

$$A_{тр} = \int F_{тр}(x)\,dx = \frac{\cancel{4}}{\sqrt{3}}\mu\frac{mg}{\cancel{a^2}}\cdot\frac{\cancel{3\sqrt{3}}}{\cancel{8}\cdot 2}a^{\cancel{3}} = \frac{1}{2\sqrt{3}}\mu m g a \qquad x_{конеч} = \frac{\sqrt{3}}{2}a$$

$$\frac{1}{\cancel{2}}\cancel{m}v_0^2 = \frac{\cancel{1}}{\cancel{2}\sqrt{3}}\mu \cancel{m} g a$$

$$\mu = \frac{\sqrt{3}v_0^2}{ga}$$

$\Delta K = A_{всех\ сил}$

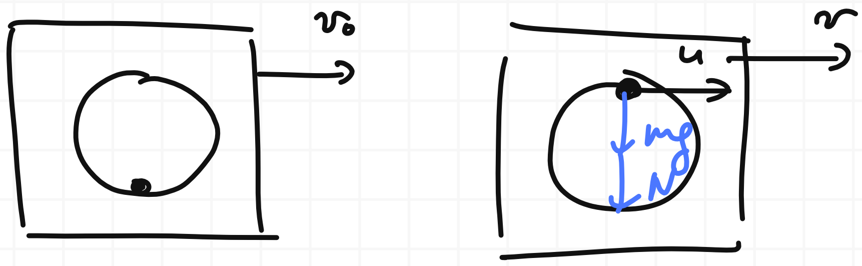
внеш, внутр

$\Delta(K+П) = A_{неконс}$

№7

$m = \frac{M}{2}$

ЗСИ: $d\vec{p}_{сист} = \left(\sum \vec{F}_i^{\,внеш}\right)dt$



$mg + N = ma_n = m\frac{u^2}{R_{кр}}$

$N \to 0$ (в гран. сл.)

радиус кривиз. ≠ ≠ рад. лунки

сложно пересчет в СО шара

$$\begin{cases} Mv_0 = Mv + mu \\ \frac{1}{2}Mv_0^2 = \frac{1}{2}Mv^2 + \frac{1}{2}mu^2 + mg2R \\ N = 0 \text{ (граничная ситуация)} \end{cases}$$

$$mg = \frac{m v_{отн}^2}{R} = \frac{m(u-v)^2}{R}$$ ← уже лунки

$$\begin{cases} 2v_0 = 2v + u \\ 2v_0^2 = 2v^2 + u^2 + 4gR \\ v^2 + u^2 - 2uv = gR \end{cases}$$ ← эта система руками не решится

Решим в СЦМ

т. Кёнига: $\underline{K_{сист} = K_{ц.м} + K_{отн\ ц.м}}$

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{(m_1+m_2)}{2}\left(\frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1+m_2}\right)^2 + K_{отн}.$$

. . .

$$K_{отн}^{цм} = \frac{\mu v_{отн}^2}{2}$$

$$\begin{cases} \dfrac{\mu v_0^2}{2} = \dfrac{\mu v_{отн}^2}{2} + 2mgR \\ v_{отн}^2 = gR \end{cases}$$

II з.Н. $N=0$

$$\mu = \frac{2m^2}{3m} = \frac{2m}{3}$$

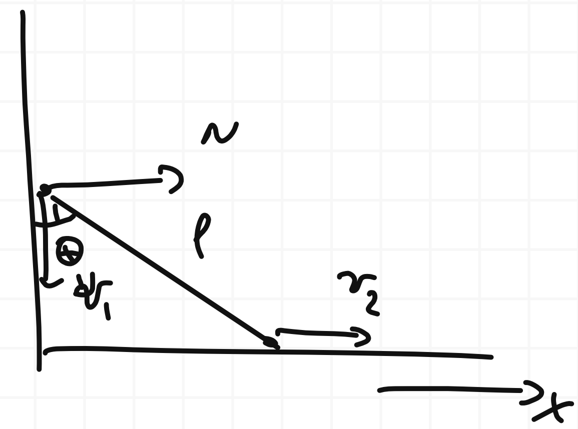
$$\frac{m v_0^2}{3} = \frac{m \overbrace{v_{отн}^2}^{gR}}{3} + 2mgR$$

$$\underline{v_0^2 = 7gR}$$

no pain
no gain

Если есть массивное, для записи
ЗСЭ переходим в СО массивного

№9



$W_1 = mgl$

$W_2 = \frac{1}{2} m v_1^2 + \frac{1}{2} m v_2^2 + mgl\cos\theta$

после отрыва $(N=0)$ вдоль x не останется сил, действующих на систему $\Rightarrow$ имп. сохр

$$m v_2 = m v'_{1x} + m v'_2$$

кин. связь:

$$v_1 \cos\theta = v_2 \sin\theta$$

$$\begin{cases} v_1^2 + v_2^2 = 2gl(1-\cos\theta) \\ v_1 \cos\theta = v_2 \sin\theta \\ N = 0 \Rightarrow a_{cx} = 0 \Rightarrow v_{cx} = const \end{cases}$$

v_2 в момент отрыва максимальна

$$v_2^2 (1 + \operatorname{tg}^2\theta) = 2gl(1-\cos\theta)$$

$$\frac{v_2^2}{\cos^2\theta} = 2gl(1-\cos\theta)$$

$$v_2^2 = 2gl(1-\cos\theta)\cos^2\theta$$

$$(\cos^2\theta - \cos^3\theta)' = -2\cos\theta\sin\theta + 3\cos^2\theta\sin\theta = 0$$

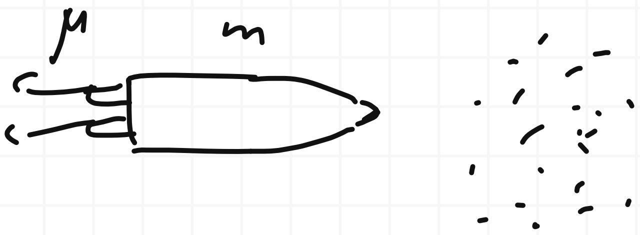
$$\sin\theta\cos\theta(3\cos\theta - 2) = 0$$

$$\left[\begin{array}{l} \sin\theta = 0 \\ \cos\theta = 0 \\ \cos\theta = 2/3 \end{array}\right.$$) не подх.

$\underline{\theta = \arccos 2/3}$

//Кирилл Клименок

Реактивное движение

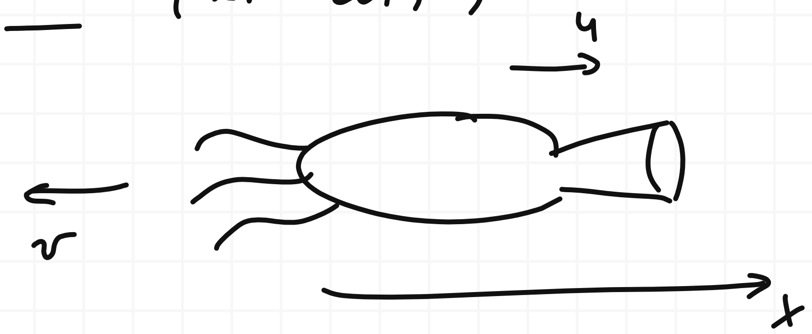


$$\mu_{утл} = -\frac{dm}{dt}$$

$$\boxed{m_p \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F}_{внеш} - \mu_{утл}\,\overset{0}{\hat{\vec{u}}}_{утл\ отн.\ ракеты} + \overset{0}{\hat{\mu}}_{пост}\,\vec{u}_{пост\ отн.\ ракеты}}$$

не зависит от выбора ИСО

<u>№10</u> (КР 2017)



решим задачу в ИСО, где вода стоит

$$m, \mu, v, u_\infty, \quad t_{0 \to \frac{u_\infty}{2}} - ?$$

$$m\frac{du}{dt} = -ku^2 - \mu(-v-u) + \mu(-u) = -ku^2 + \underset{const}{\underset{\parallel}{\mu v}}$$

в уст. режиме

$$ku_\infty^2 = \mu v$$

$$k = \frac{\mu v}{u_\infty^2}$$

$$\frac{m\,du}{dt} = -ku^2 + \mu v = -\frac{\mu v}{u_\infty^2}u^2 + \mu v =$$

$$\frac{m u_\infty^2}{\mu v}\cdot\frac{du}{dt} = -u^2 + u_\infty^2$$

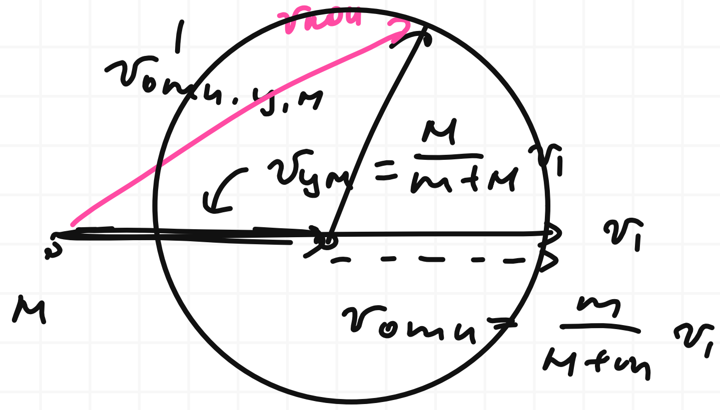
$$\frac{\mu v}{m u_\infty^2}dt = \frac{du}{u_\infty^2 - u^2} = \frac{du}{u_\infty^2\left(1-\frac{u^2}{u_\infty^2}\right)} = \frac{\cancel{u_\infty}\, d\left(\overset{\xi}{\frac{u}{u_\infty}}\right)}{u_\infty^2\left(1-\left(\frac{u}{u_\infty}\right)^2\right)}$$

$$\frac{\mu v}{m u_\infty}\tau = \int_0^{\frac{1}{2}}\frac{d\xi}{1-\xi^2} = \frac{1}{2}\left(\int\frac{d\xi}{1-\xi} + \int\frac{d\xi}{1+\xi}\right) = \frac{1}{2}\ \dots$$

Метод векторных диаграмм

$M \quad \vec{v}_1 \qquad\qquad m, \; v=0$

ЗСИ, ЗСЭ $\Rightarrow$ $p_M^{цум} = const$, $p_m^{цум} = const$



$M < m$ (рассеивание легкой частицы на тяжелой)

$\Downarrow$

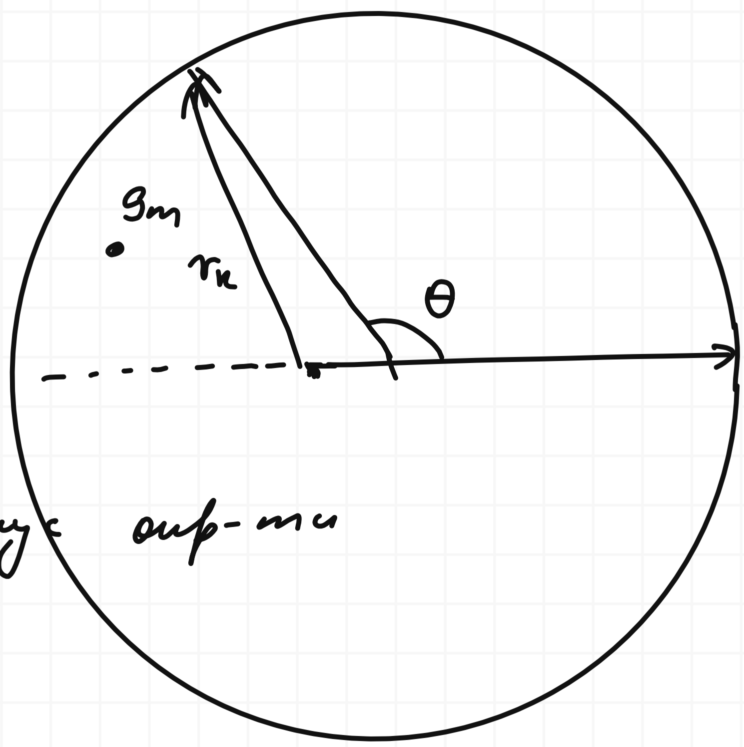
$v_{отн\,ц.м} < v_{ц.м}.$

N11 (2012)

$m_2 = 9m_1$

$\theta = 120^\circ$ в ЦУМ

$m \quad \vec{v}_0$



$$v_c = \frac{m v_0}{10m} = \frac{1}{10} v_0$$

$v_{отн\,ц.м} = \frac{9}{10} v_0$ — радиус окр-ти

теряет энергию, отдавая ее другому шарику

$$v_к^2 = \frac{81}{100} v_0^2 + \frac{1}{100} v_0^2 - \cancel{2}\cdot\frac{9}{10}\cdot\frac{1}{10} v_0^2 \cancel{\cos(\pi-\theta)}^{\frac{1}{2}} = \frac{73}{100} v_0^2$$

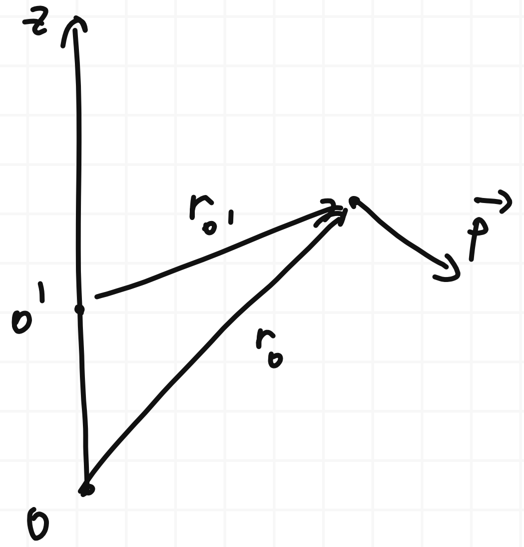
$$\Delta W = \frac{1}{2} m \left(\frac{73}{100} - 1\right) v_0^2 = -\frac{27}{200} m v_0^2$$

$$\left|\frac{\frac{27}{200}\cancel{m v_0^2}}{\frac{1}{2}\cancel{m v_0^2}}\right| = 0{,}27 \qquad \underline{27\%}$$

Момент импульса

$\vec{L} := [\vec{r}, \vec{p}]$

- ось, на котор. проецируем
- полюс, отн. кот. считаем

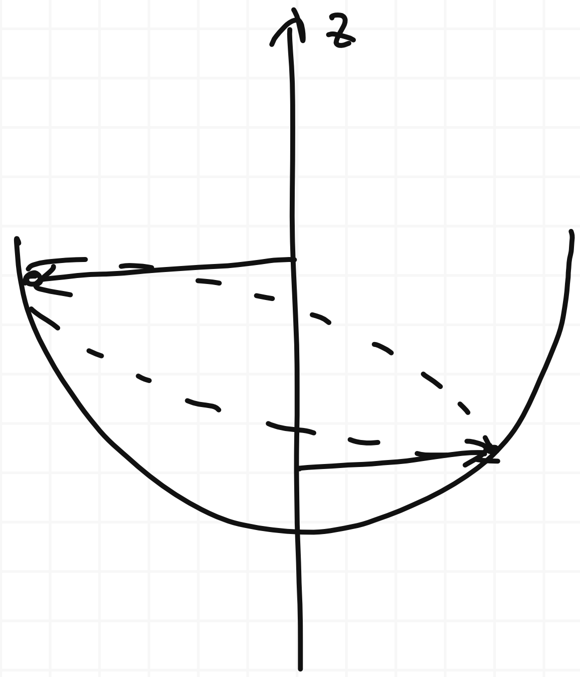


$$\vec{L}_{oz} = \vec{L}_{o'z}$$

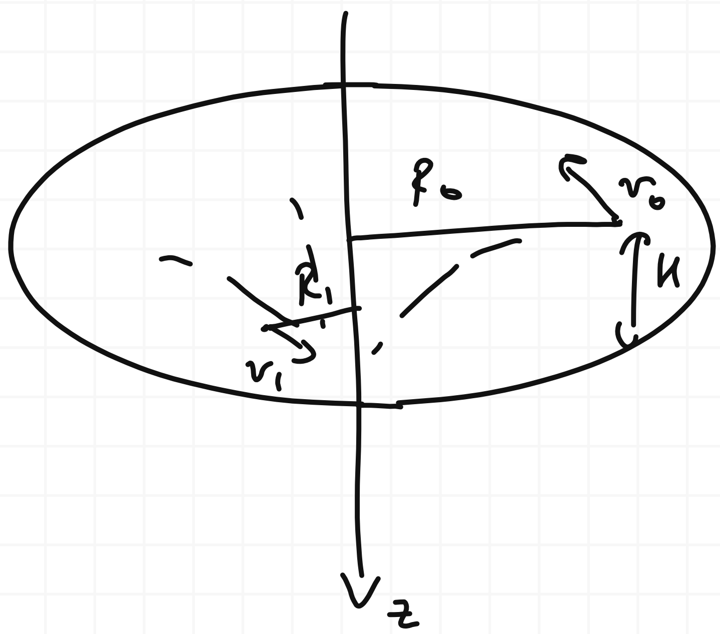
$$[\vec{r_o}, \vec{p}] = [\vec{r_{o'}}, \vec{p}]$$

$$\vec{L_o} - \vec{L_{o'}} = [\underbrace{\vec{r_o} - \vec{r_{o'}}}_{\parallel OO'}, \vec{p}] \perp z$$

q.e.d.



N12 (2014)



$z = z_0 + \frac{A}{r^2}$

$R_0 = 50$ см

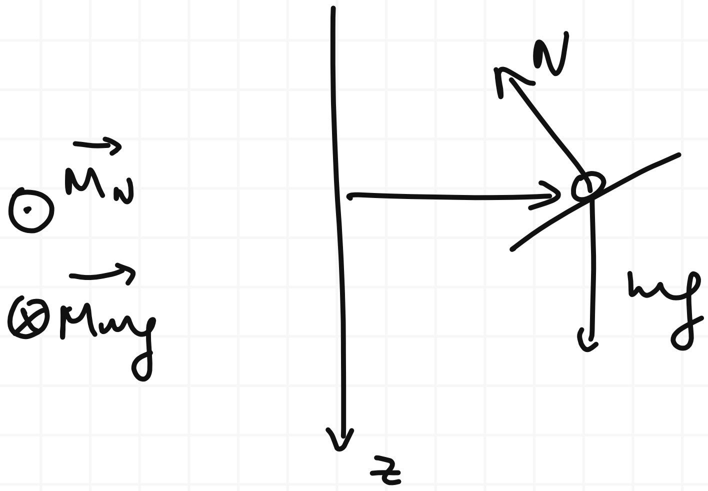
$v_0 = 5$ см

$\frac{v_z}{v_r} = \frac{dz}{dr} \ll 1$

$r = 10$ см

// ЗСМИ $\longrightarrow$ $M_z^{\Sigma} = 0 \Rightarrow L_z = const$

нет ударных сил $\searrow$ $\int_0^{\tau} M_z \, dt \underset{\tau \to 0}{\to} 0 \Rightarrow L_z \approx const$ //



M_N, M_{mg} — в горизонтальной плоскости

$\Rightarrow M^z_{внеш} = 0$

$L_z = const$

$m v_0 R_0 = m v r$ — ЗСМИ

$$\frac{1}{2}\cancel{m}v_r^2 + \frac{1}{2}\cancel{m}v_\varphi^2 + \cancel{\frac{1}{2}m v_z^2} - \frac{1}{2}\cancel{m}v_0^2 = \cancel{m}g\Delta z$$

$$g\Delta z = \frac{A}{r^2} - \frac{A}{R_0^2}$$

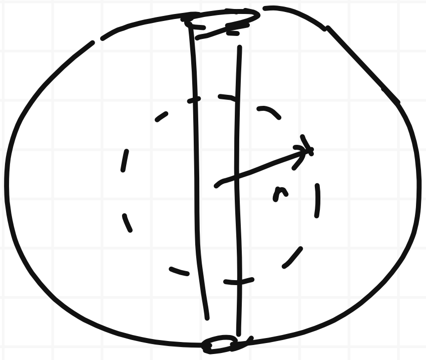
$$v_r^2 + v_\varphi^2 - v_0^2 = 2A\left(\frac{R_0^2 - r^2}{R_0^2 r^2}\right)$$

Теорема Гаусса

№13

$$\rho(r) = \frac{A}{r}$$

$$\Phi = \frac{q_{in}}{\varepsilon_0}$$



$$\left.\begin{aligned} &\vec E \sim -\vec g \\ &q \sim m \\ &\varepsilon_0 \leftrightarrow \frac{1}{4\pi G} \end{aligned}\right\} \rightarrow \Phi_g = -4\pi G m_{вн}$$

$$4\pi G \cdot \int_0^r \rho(x)\, 4\pi x^2 dx = 4\pi G\int \frac{A}{\cancel{x}} 4\pi x^{\cancel{2}} dx = 4\pi G\int 4\pi A x\, dx$$

Законы Кеплера

1 з.к. планета движется по эллипсу в 1 из F которого Солнце

2 з.к. $\sigma = const$

$$\left[\vec r, \frac{d\vec r}{dt}\right] = \frac{[\vec r, d\vec r]}{dt} = 2\sigma = \ell$$

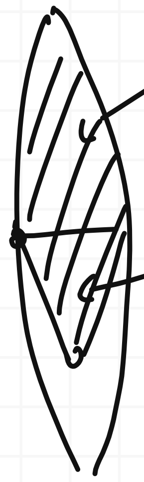
планета с время $\Rightarrow$ II з.к.

3 з.к. $\frac{T^2}{a^3} = const = \frac{4\pi^2}{G(M+m)}$

Космич. скорости

$v_I = \sqrt{\frac{GM}{R}}$ $v_{II} = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$

$2a = -\frac{GMm}{E}$

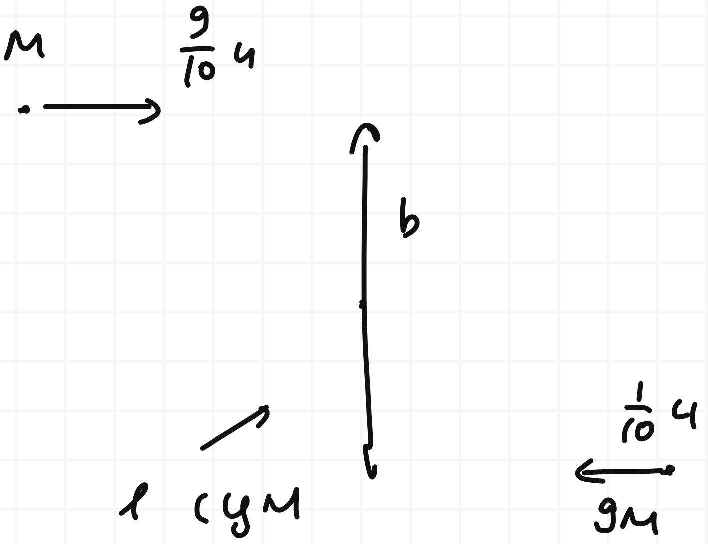


$\frac{\pi ab}{2} + \frac{ab}{2} = S_{затем}$

$S_{всего} = \pi ab$

$\uparrow$

$T_I = 84$ мин

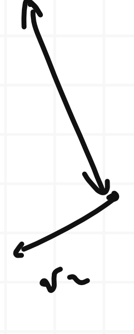


в сцм

$\frac{Mv_1 - 9Mv_2}{10M} = 0$

$v_1 = 9v_2$

$W_1 = \frac{1}{2}M\frac{81}{100}u^2 + \frac{1}{2}9M\frac{1}{100}u^2 = \frac{9}{20}Mu^2$



$W_1 = \frac{1}{2}Mv_1^2 + \frac{1}{2}9Mv_2^2 - \frac{GM\cdot 9M}{R_p^2}$

$R_p = 40$ а.е.

$L_1 = M\cdot\frac{9}{10}u\cdot\frac{1}{2}b + 9M\cdot\frac{1}{10}u\cdot\frac{1}{2}b$

$L_2 = Mv_{1\varphi}\frac{1}{2}R_p + 9Mv_{2\varphi}\frac{1}{2}R_p$

приведенная точка, [illegible] отн. ц.масс

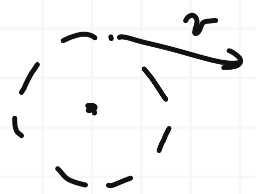
$W_1 = W_2$, $L_1 = L_2$

$$\cancel{m}\frac{9}{10}u\cancel{\frac{1}{2}}b + 9\cancel{m}\frac{1}{10}u\cdot\cancel{\frac{1}{2}}b = \cancel{m}v_{1\varphi}\cancel{\frac{1}{2}}R_p + 9\cancel{m}v_{2\varphi}\cancel{\frac{1}{2}}R_p$$

$$\frac{9}{5}ub = (v_{1\varphi} + 9v_{2\varphi})R_p$$

$$\frac{9}{20}u^2 = \frac{1}{2}v_1^2 + \frac{1}{2}9v_2^2 - \frac{9GM^2}{R_p^2}$$

12:20 Bi
Orapuwl



$$\cancel{m}\frac{v^2}{\cancel{R_0}} = \frac{G\cancel{m}M}{R_0^{\cancel{2}}} \qquad v^2R_0 = \underline{\underline{GM}}$$

$$b\cdot u = R_p\cdot v_{отн}$$