

*Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования*

**«Московский физико-технический институт
(национальный исследовательский университет)»**

Лабораторная работа №2.5.1

по курсу общей физики

на тему:

***«Измерение коэффициента поверхностного
натяжения жидкости»***

Работу выполнила:
Назарова Екатерина
(Б02-406)

Долгопрудный
18 марта 2025 г.

Аннотация

Цель работы

- 1) измерение температурной зависимости коэффициента поверхностного натяжения дистиллированной воды с использованием известного коэффициента поверхностного натяжения спирта;
- 2) определение полной поверхностной энергии и теплоты, необходимой для изотермического образования единицы поверхности жидкости при различной температуре.

Перечень используемого оборудования

- Прибор Ребиндера с термостатом LOIP LT-100 и микроманометром, у термостата погрешность установления температуры $\pm 0,2^\circ\text{C}$, поддержания - $0,1^\circ\text{C}$;
- исследуемые жидкости (дистиллированная вода и этиловый спирт);
- стакан;
- микроскоп.

Теоретические сведения

Из-за поверхностного слоя на искривленной границе двух сред образуется разность давлений, определяемая формулой Лапласа $P_a - P_b = \sigma \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right)$, где σ - коэффициент поверхностного натяжения для данной границы раздела, P_a, P_b - давления по разные стороны от неё, r_1, r_2 - радиусы кривизны поверхности в двух взаимно перпендикулярных нормальных к границе раздела плоскостях (считаются положительными, если центр кривизны расположен со стороны a). В случае пузырька в жидкости, который разумно считать шариком, эти радиусы совпадут и будут равны r . Тогда получаем

$$\Delta P = P_{in} - P_{out} = \frac{2\sigma}{r}, \quad (1)$$

где P_{in}, P_{out} - давление внутри и снаружи пузырька, r - его радиус.

В работе рассматривается пробулькивание пузырька воздуха из иглы, открытой в атмосферу и погруженной в жидкость, через эту жидкость. В этом случае r равен радиусу иглы, P_{in} - атмосферное давление P_0 . Тогда $P_{out} = P_0 - \Delta P$.

Если над поверхностью жидкости давление понижено до $P_0 - P$, а игла лишь кончиком погружена в жидкость, то $P_{out} = P_0 - P \Rightarrow P = \Delta P = \frac{2\sigma}{r}$.

Если же игла погружена на глубину h в жидкость плотности ρ , то $P_{out} = P_0 - P + \rho gh \Rightarrow P = \Delta P + \rho gh = \frac{2\sigma}{r} + P_g$, где $P_g = \rho gh$.

Такой способ позволяет решить проблемы, связанные с температурным расширением и неравномерностью нагрева (при измерениях с меняющейся температурой), если погружать иглу вплотную (на ширину пузырька) к дну. Величина P_g практически не зависит от температуры, так как в цилиндрическом сосуде $\rho h \sim$ постоянной массе жидкости. Для нахождения P_g можно измерить P при положении иглы около поверхности ($P_1 = \Delta P'$) и на глубине h ($P_2 = \Delta P'' + P_g$). Из несжимаемости жидкости можем положить $\Delta P' = \Delta P''$, тогда $P_g = P_2 - P_1$.

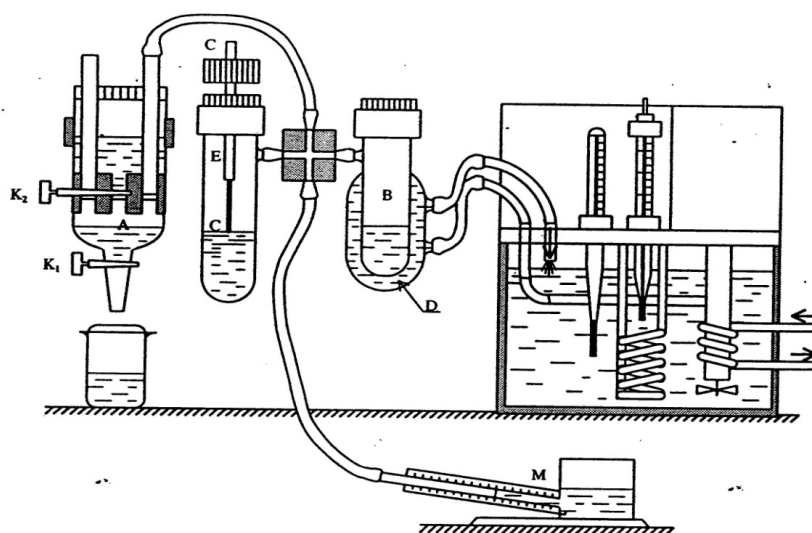


Рис. 1: Схема экспериментальной установки

Описание установки

Дистиллированная вода наливается в колбу *B*, этиловый спирт - в колбу *E*. Они закрываются двумя герметичными крышками, в одну из которых воткнута игла *C* так, что её верхний конец открыт в атмосферу. Давление в сосудах изменяется с помощью аспиратора *A*: при закрытом кране K_2 водой заполняется его верхняя полость, откуда вода может через кран сливаться в нижнюю полость, при закрытом K_2 и открытом K_1 вода из нижней полости постепенно вытекает (по капле), что понижает давление воздуха в нижней полости и колбах, соединенных с аспиратором. Разность P этого давления с атмосферным измеряется с помощью наклонного спиртового микроманометра *M*. Через рубашку *D* для поддержания температуры исследуемой жидкости прогоняется вода из термостата.

Ход работы

1. Проверили герметичность установки: заполнили аспиратор водой, колбу *C* - спиртом, *B* - дистиллированной водой. Плотно закрыли обе колбы крышками: воду - обычной, спирт - с иглой. Проверили горизонтальность манометра, открыли его на атмосферу. Опустили иглу так, чтобы она коснулась поверхности спирта, открыли нижний кран аспиратора. Через некоторое время началось пробуксовывание, а показания манометра при этом держались на одном месте (на нуле). Включили манометр, затем закрыли кран аспиратора. После этого показания манометра также оставались постоянными.
2. Снова открыли K_1 так, чтобы из него падали капли примерно раз в 5 секунд.
3. а) Измерили 10 раз максимальное показание микроманометра (в длине столба), достигаемое перед резким падением (вызванным пробуксовыванием) l_0 .

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
l_0 , мм	39	39	38	39	38	39	39	39	39	39

Рассчитали среднее значение $l_0 = \frac{2 \cdot 38 + 8 \cdot 39}{10} \text{ мм} = 38,8 \text{ мм}$

и случайную погрешность $\sigma_{l_0}^{\text{случ}} = \sqrt{\frac{2(38-38,8)^2 + 8(39-38,8)^2}{10 \cdot 9}} \text{ мм} = 0,13 \text{ мм}$.

Приборная погрешность $\sigma_l^{\text{пр}} = 1$ мм (будет такой же при всех дальнейших измерениях) на порядок больше. Итого: $l_0 = (39 \pm 1)$ мм.

Отсюда из $P_{\text{max}} = \rho g l_0 \cdot 0,2 = \frac{2\sigma_c}{r}$ получаем диаметр иглы $d = \frac{4\sigma_c}{0,2\rho g l_0}$, где 0,2 - синус угла наклона столбика манометра, ρ - плотность спирта, σ_c - коэффициент поверхностного натяжения спирта. Последние два значения получены из линейного приближения табличных значений при известной комнатной температуре $t_0 = (24,8 \pm 0,3)^\circ\text{C}$:

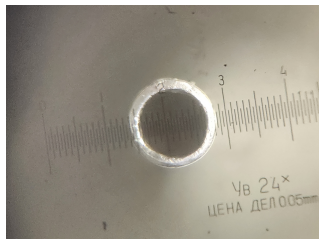
$t, ^\circ\text{C}$	$\sigma_c, \text{мН/м}$	$\rho, \text{кг/м}^3$
20	22,78	789,5
30	21,90	781,0
$24,8 \pm 0,3$	$22,36 \pm 0,03$	$785,4 \pm 0,3$

С учетом $\varepsilon_d = \sqrt{\varepsilon_{\sigma_c}^2 + \varepsilon_{\rho}^2 + \varepsilon_l^2} = 3\%$

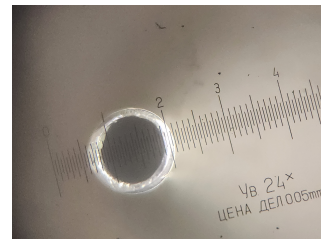
$$d = (1,49 \pm 0,04) \text{ мм.}$$

Здесь не учитывается различие между линейным приближением и реальной зависимостью параметров спирта от температуры, поэтому реальная погрешность должна быть больше. Однако, даже если брать в качестве погрешности полуразность значений для 20 и 30 градусов, выходят те же 3%.

б) Открыли микроманометр на атмосферу. Открыли колбу с водой, со спиртом. Последнюю сразу закрыли крышкой без иглы (во избежание быстрого испарения этанола). Иглу вымыли, высушили и измерили её внутренний диаметр с помощью микроскопа:



а) $(2,70 - 1,55) \text{ мм} = 1,15 \text{ мм}$



б) $(1,90 - 0,85) \text{ мм} = 1,05 \text{ мм}$

Рис. 2: Кончик иглы под микроскопом

Приборная погрешность координаты каждого конца иглы 0,1 мм, что на порядок меньше случайной погрешности. Получаем $d_m = (1,10 \pm 0,05) \text{ мм}$.

Видим, что значение диаметра, рассчитанное на основе поверхностных явлений, превышает значение, измеренное при помощи микроскопа, на 35 %. Такое различие, возможно, связано с тем, что в первом случае мы измеряли диаметр пузырька воздуха, пробулькивающего через иглу, считая тот идеальным шариком. Видимо, такая модель не очень хорошо описывает происходящее и, выходя из иглы, пузырек раздувается шире, чем внутренность иглы. Тут же могут играть роль довольно толстые стенки иглы.

4. При вынимании из микроскопа игла его задела, поэтому была вымыта и высушена ещё раз. После этого крышкой с иглой закрыли колбу с водой, а иглу выставили так, чтобы она только касалась поверхности воды. Восполнили запасы воды в аспираторе, вылив в его верхнюю часть накапавшее и открыв K_2 .

Включили манометр, открыли K_1 так, чтобы капли падали с разумной частотой (примерно раз в 5 секунд). 10 раз измерили максимальную длину спиртового столба в манометре l_1 (таблица ниже). Также измерили расстояние (по вертикали) между

верхним концом иглы и неподвижным уровнем на крышке: $h_1 = (19 \pm 1)$ мм (повторное измерение дало тот же результат, 1 мм - приборная погрешность линейки).

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	$\sigma_l^{\text{сл}}, \text{ мм}$	$\bar{l}, \text{ мм}$
$l_1, \text{ мм}$	113	114	114	114	114	114	114	115	114	115	0,18	114 ± 1
$l_2, \text{ мм}$	179	179	179	178	179	178	178	178	178	178	0,16	178 ± 1

5. Временно открыв манометр, опустили иглу, насколько это было возможно, при этом до дна осталось довольно большое расстояние. Снова измерили максимальные показания манометра (таблица выше). Измерили расстояние между верхним концом иглы и тем же уровнем: $h_2 = (6 \pm 1)$ мм (повторное измерение дало тот же результат). Согласно закону Паскаля и рассмотренным выше соображениям должно выполняться соотношение $\rho_w g |h_2 - h_1| = 0, 2 \rho g (l_2 - l_1)$, то есть $|h_2 - h_1| = \Delta h = 0, 2 \frac{\rho}{\rho_w} (l_2 - l_1)$, где $\rho_w = (997,0 \pm 0,1) \text{ кг/м}^3$ - плотность воды при комнатной температуре (из табличных $998,2 \text{ кг/м}^3$ для 20°C и $997,0 \text{ кг/м}^3$ для 25°C).

Аналогично пункту 3а) рассчитали средние значения длин столбов спирта и их погрешность (результаты в таблице). Рассчитали $\Delta h = 0, 2 \frac{785,4}{997,0} (178 - 114) \text{ мм} = 10,1 \text{ мм}$. относительная величина погрешности разности длин (0,022) на порядок больше погрешностей плотностей, поэтому такая же будет и у $\Delta h = (10,1 \pm 0,2) \text{ мм}$. Прямые измерения же дали $\Delta h = (13 \pm 2) \text{ мм}$. Эти значения также различаются между собой на 30%.

6. Сняли температурную зависимость $\sigma_w(T)$. Для этого включили термостат, устанавливали на нем температуры в диапазоне $25^\circ\text{C} - 67^\circ\text{C}$ с шагом 3°C и, дожидаясь установления теплового равновесия между колбой и рубашкой (около 5 минут), измеряли максимальную длину столба спирта в манометре (5 раз для каждой температуры). Для уменьшения теплопотерь в более холодную окружающую среду на колбу был надет поролоновый чехол.

	$l, \text{ мм}$					
$t, ^\circ\text{C}$	1	2	3	4	5	$l, \text{ мм}$
25,4	180	179	180	180	179	179,6
28,4	176	175	176	176	177	176,0
31,1	178	177	178	177	177	177,4
34,1	177	177	176	177	176	176,6
37,1	175	176	176	175	175	175,4
40,0	174	174	174	175	174	174,2
43,0	175	174	175	174	175	174,6
45,9	174	174	174	173	173	173,6
49,0	173	173	172	172	172	172,4
52,1	172	171	171	172	171	171,4
55,0	170	170	170	170	170	170,0
58,0	169	170	169	169	170	169,4
61,0	169	168	168	168	168	168,2
64,1	166	166	167	166	166	166,2
67,0	163	165	166	164	165	164,6

7. Погрешность измерения температуры можно оценить как $0,3^\circ\text{C}$, относительная погрешность давления (когда игла на поверхности) складывается из погрешности плотности и уровня спирта, но вторая в несколько раз больше ($1/114 - 1/39$, то есть 1-3%

по сравнению с $\sim 2/780$).

Измеряемое манометром давление $P \sim l \sim \sigma$ при постоянном нулевом уровне погружения (и радиусе иглы), поэтому поверхностное натяжение воды может быть найдено как $\sigma_w = \sigma_c \frac{l_1}{l_0} = (66 \pm 2) \text{ мН/м}$ (здесь $\varepsilon_{\sigma_w} = \sqrt{\varepsilon_{\sigma_c}^2 + \varepsilon_{l_0}^2 + \varepsilon_{l_1}^2} = 3\%$). Это значение отличается от табличного (71,99 мН/м при 25°C) всего на 10%.

Рассчитали и напрямую, используя диаметр иглы, измеренный микроскопом:

$\sigma_w = \frac{0,2}{4} \rho g l_1 d_m = 48,3 \text{ мН/м}$, $\varepsilon_{\sigma_w} = \sqrt{\varepsilon_{\rho}^2 + \varepsilon_{d_m}^2 + \varepsilon_{l_1}^2} \leq 5\%$, итого $\sigma_w = (48 \pm 3) \text{ мН/м}$, что на 35% меньше табличного значения.

8. По закону Киирхгофа (если считать теплоемкость воды постоянной) молярная теплота парообразования зависит от температуры как

$L(T) = L_0 + (C_{p,\text{пар}} - C_{p,\text{ж}})(T - T_0)$, где $L_0 = L(T_0) = 44 \text{ кДж/моль}$ при комнатной температуре, $C = C_{p,\text{пар}} - C_{p,\text{ж}} = -42 \text{ Дж/моль}\cdot\text{К}$.

Температурная зависимость коэффициента поверхностного натяжения

$\sigma_w(T) = \sigma_0 + k(T - T_0)$, где $\sigma_0 = \sigma_w(T_0)$, $k = \frac{d\sigma_w}{dT}$.

С учетом $\sigma_w = \frac{d}{4} \cdot 0,2\rho g l - P_g \frac{d}{4}$ получим $k' = \frac{dL}{dT} = k \cdot \frac{4}{0,2\rho g d}$.

Объединяя всё, получили $\frac{dL/dT}{L_0} = \frac{d\sigma_w/dT}{\sigma_0} \Rightarrow \frac{C}{L_0} = \frac{k' \cdot 0,2\rho g d}{\sigma_0 \cdot 4} = \frac{k' \sigma_c}{\sigma_0 l_0} = A$.

Построили график зависимости $l(t)$, который отличается от $\sigma_w(T)$ сдвигом и домножением на коэффициент, из этого графика по методу МНК нашли k' :

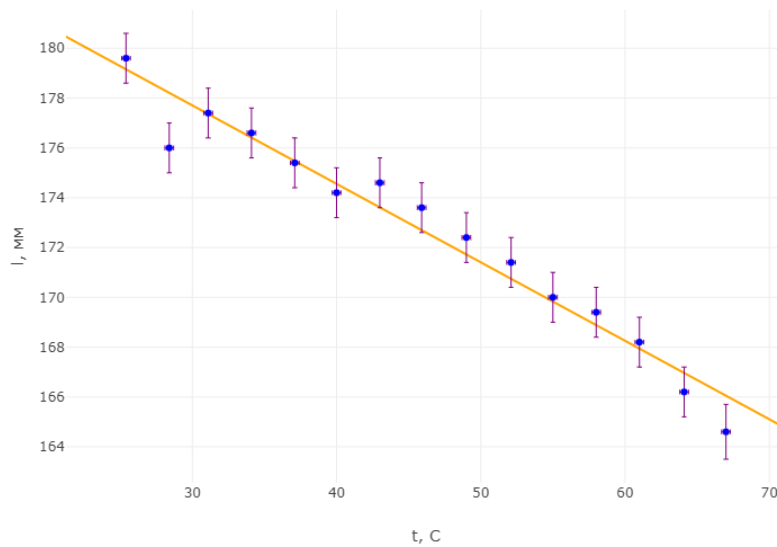


Рис. 3: График зависимости длины спиртового столба от температуры

$\langle xy \rangle$, м·К	55,03
$\langle x \rangle$, К	319,1
$\langle y \rangle$, м	0,1726
$\langle x^2 \rangle$, К ²	102,0·10 ³
$\langle y^2 \rangle$, м ²	0,0298

, откуда $k' = -315 \cdot 10^{-6} \text{ м/К}$, $\sigma_{k'}^{\text{случ}} = 17 \cdot 10^{-6} \text{ м/К}$, $\varepsilon_{k'} = 0,05$. В

дальнейших расчетах заменим k' на $\frac{\Delta l}{\Delta t}$, при этом погрешности этих дельт примем за средние по диапазону измерений: $\varepsilon_{\Delta l} = 1/172 = 0,006$, $\varepsilon_{\Delta t} = 0,3/(46 + 273) = 0,0009$.

Рассчитали $k = \frac{\Delta l}{\Delta t} \frac{\sigma_c}{l_0} = -180,6 \cdot 10^{-6} \text{ Н/(м}\cdot\text{К)}$, $\varepsilon_k = \sqrt{\varepsilon_{k'}^2 + \varepsilon_{\Delta l}^2 + \varepsilon_{\Delta t}^2 + \varepsilon_{\sigma_c}^2 + \varepsilon_{l_0}^2} = 0,06$.

Получили: $\frac{d\sigma_w}{dT} = (-181 \pm 11) \cdot 10^{-6} \text{ Н/(м·К)}$.

Проверили, выполняется ли соотношение, связанное с законом Кирхгофа:

$$\frac{-42}{44 \cdot 10^3} K^{-1} = -0,955 \cdot 10^{-3} K^{-1}, \quad A = \frac{k}{\sigma_0} = \frac{-181 \cdot 10^{-6}}{66 \cdot 10^{-3}} = (2,7 \pm 0,2) \cdot 10^{-3} K^{-1}.$$

Расхождение в 3 раза. Значит, одно или несколько используемых приближений некорректны.

9. Также пересчитали измеренные величины в σ_w , $q = -T \frac{d\sigma}{dT}$ и $U/F = \sigma + q$, построили графики температурных зависимостей двух последних двумя способами: находя $\frac{d\sigma}{dT}$ из графика или считая её постоянной и равной k :

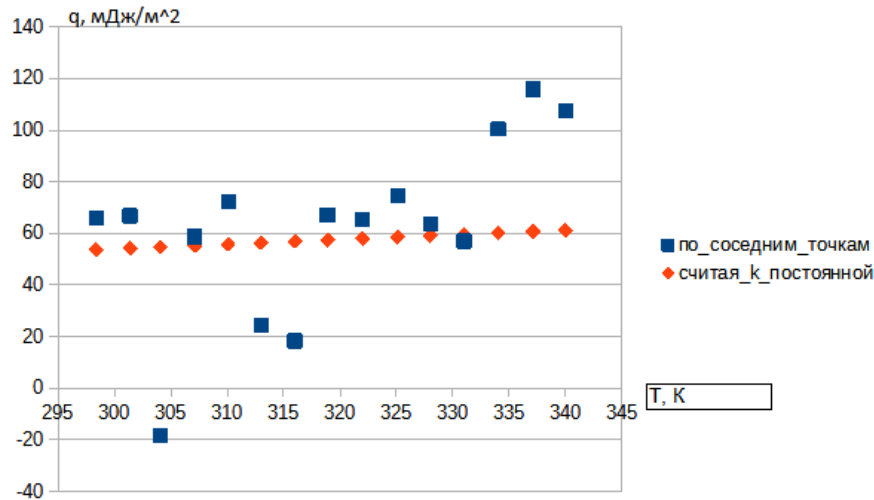


Рис. 4: Зависимость теплоты образования поверхности жидкости от температуры

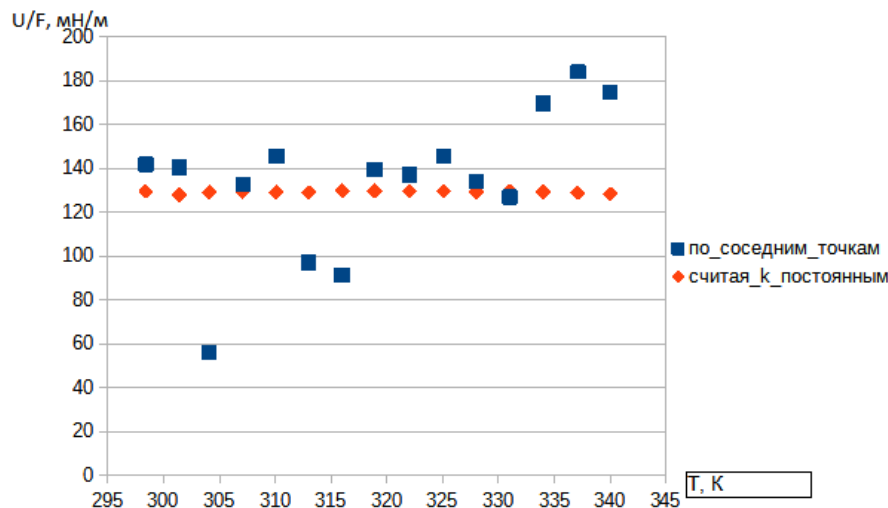


Рис. 5: Зависимость поверхностной энергии единицы площади от температуры

Выводы

В работе исследована зависимость коэффициента поверхностного натяжения дистиллированной воды на основании эталонной жидкости. Найти табличное значение для полученного коэффициента не удалось, однако деление разностей крайних строк из таблицы $\sigma(T)$, находившейся в методичке, дают очень схожий результат: $-168 \cdot 10^{-6} \text{ Н/(м·К)}$, то

есть расхождение всего в 7%.

При сверке результатов измерений диаметра иглы и глубины её погружения/перепада давления, полученных разными методами, было выявлено значительное расхождение порядка 30%. Вероятно, была не учтена какая-то модельная погрешность или в работе манометра была систематическая ошибка.

Попытка проверить закон Кирхгофа оказалась неудачной, т.к. результаты разошлись в 3 раза. Это можно пытаться оправдать тем, что в реальности зависимость коэффициента поверхностного натяжения от температуры не линейная (а загибается вниз, это, кажется, даже видно на построенном графике), и теплоемкость жидкости зависит от температуры. Графики температурных зависимостей энергии образования единицы площади и поверхностной энергии единицы площади выглядят совсем плохо, поскольку получены путем дифференцирования экспериментальной зависимости с относительно малым количеством точек, снятых с большой погрешностью.