908.

Упругие и неупругие столкновения.
Диаграммы импульсов и скоростей для столкновений
Макс. угол упругого рассеяния на неподв. частице
Неупругие столкновения, порог реакции

Упругие
(абсолютно)

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{v}_1{}' + m_2\vec{v}_2{}' \qquad \text{(ЗСИ)}$$

$$\frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_1v_2^2 = \frac{1}{2}m_1v_1'^2 + \frac{1}{2}m_2v_2'^2 \qquad \text{(ЗСЭ)}$$

в общем $2^х$ и $3^х$ мерном случае однозначного решения нет
(оцениваем по кол-ву переменных)

в случае центр. („лобового") столкновения, т.е. скорости напр. вдоль одной прямой

решение:

$$v_1' = -v_1 + 2v_c \qquad v_c = \frac{m_1v_1 + m_2v_2}{m_1+m_2} = \frac{p}{M}$$
$$v_2' = -v_1 + 2v_c$$

част. случай: на покоящуюся частицу-мишень

$$v_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1+m_2}v_1 \qquad v_2' = \frac{2m_1}{m_1+m_2}v_1$$

1) столкновение $m_1 = m_2$: $v_1' = v_2$, $v_2' = v_1$

2) столкновение со стенкой: $v_1' = -v_1 + 2v_2$

Неупругое
(абсолютно)

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = M\vec{V} \qquad \text{(ЗСИ)}$$

$$\vec{V} = \frac{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2}{M} \quad \text{— ц. масс}$$

$$\Delta K = K - K_1 - K_2 = \frac{MV^2}{2} - \frac{m_1v_1^2}{2} - \frac{m_2v_2^2}{2} =$$

$$= \frac{\cancel{(m_1+m_2)}(m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2)^2}{2(m_1+m_2)^{\cancel{2}}} - \frac{m_1 v_1^2}{2} - \frac{m_2 v_2^2}{2} =$$

$$= \frac{\cancel{m_1^2 v_1^2} + \cancel{m_2^2 v_2^2} + 2m_1 m_2 v_1 v_2 - m_1 v_1^2(\cancel{m_1} + m_2) - m_2 v_2^2(m_1 + \cancel{m_2})}{2(m_1+m_2)} =$$

$$= -\frac{m_1 m_2 (v_1^2 + v_2^2 - 2v_1 v_2)}{2(m_1+m_2)} = -\mu \frac{v_{отн}^2}{2}$$

Порог реакции

$$a + A \to b_1 + b_2 + \ldots$$

$$E_{вн}^{(1)} + k_1 = \underbrace{E_{вн}^{(2)}}_{\text{продуктов реакции}} + k_2$$

$$\underbrace{Q}_{\text{энергия реакции}} = E_{вн}^{(1)} - E_{вн}^{(2)} = k_2 - k_1$$

- экзотерм. $Q > 0$ – идут при $\forall$ кинетич. энергии
- эндотерм. $Q < 0$ – $\exists$ порог реакции

эндотерм.: $k_1 = k_2 - \underbrace{Q}_{<0} = k_2 + |Q| > 0$, $k_1 > 0$

Def. Порог реакции — min k_1, необх. для протекания реакции.
(или „реализации данного канала)

В системе ц. инерции все обр-ся частицы неподвижны.

$$k_{пор} = |Q|$$

пример: $a + A \to c$ $(v_A = 0)$

$$m\vec{v}_a = M\vec{V} = \vec{p}$$

$$E_{вн}^{(1)} + \underset{\frac{p^2}{2m}}{\underset{\parallel}{k_1}} = E_{вн}^{(2)} + \underset{\frac{p^2}{2M}}{\underset{\parallel}{k_2}}$$

$$k_1 - k_2 = E_{вн}^{(2)} - E_{вн}^{(1)} = -Q \equiv \varepsilon > 0$$

$$\frac{p^2}{2m} - \frac{p^2}{2M} = \frac{p^2}{2m}\left(1 - \frac{m}{M}\right) = \varepsilon$$

$$k_{пор} = \frac{p^2}{2m} = \frac{M}{M-m}\,\varepsilon \,; \qquad k_{пор} > \varepsilon$$

заметим, что

$$\frac{p^2}{2m}\left(1 - \frac{m}{M}\right) = \frac{m_a v_a^2}{2}\left(1 - \frac{m_a}{m_A + m_a}\right) = \frac{\mu v_a^2}{2} = \frac{\mu v_{отн}^2}{2}$$

$$\varepsilon = \frac{\mu v_{отн}^2}{2}$$

Таким образом в энергию реакции может перейти только кинетическая энергия относит. движения частиц.

Векторные диаграммы
(упругое)

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}_1{}' + \vec{p}_2{}'$$

$$\frac{p_1^2}{2m_1} + \frac{p_2^2}{2m_2} = \frac{p_1'^2}{2m_1} + \frac{p_2'^2}{2m_2}$$

пусть $\vec{p}_2 = \vec{0}$

$$\vec{p}_1 = \vec{p}_1{}' + \vec{p}_2{}'$$

$$\frac{p_1^2}{2m_1} = \frac{p_1'^2}{2m_1} + \frac{p_2'^2}{2m_2}$$

в СЦМ

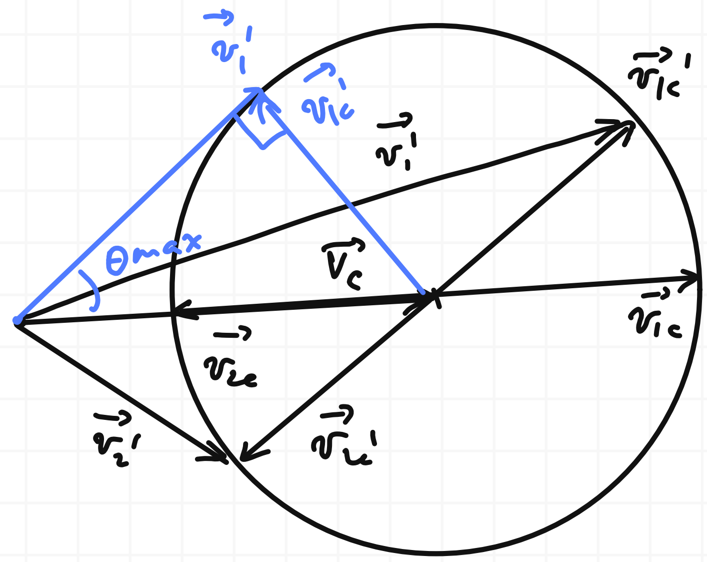
$$\vec{p}_{1c} + \vec{p}_{2c} = \vec{p}_{1c}{}' + \vec{p}_{2c}{}' = 0 \qquad \vec{p}_{1c} = -\vec{p}_{2c}\,, \qquad \vec{p}_{1c}{}' = -\vec{p}_{2c}{}'$$

$$\frac{p_{1c}^2}{2m_1} + \frac{p_{2c}^2}{2m_2} = \frac{p_{1c}'^2}{2m_1} + \frac{p_{2c}'^2}{2m_1}$$

$$p_{1c}^2\cancel{\left(\frac{1}{2m_1} + \frac{1}{2m_2}\right)} = p_{1c}'^2\cancel{\left(\frac{1}{2m_1} + \frac{1}{2m_2}\right)}$$

$p_{1c} = p_{1c}'$
$p_{2c} = p_{2c}'$ (по модулю) $\rightsquigarrow$ $v_{1c} = v_{1c}'$
$v_{2c} = v_{2c}'$

$m_1 > m_2$



максимальный угол рассеяния

— когда $\vec{v}_1'$ касается окр-ти (см. рис)

$$v_1' = V_c \cos\theta_{max} = v_1\sqrt{\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}}$$