Момент импульса сист. МТ отн. точки, отн. оси.
Ур-е моментов.
ЗСМИ.

def.

Def. $\vec{L} = [\vec{r}, \vec{p}] = m[\vec{r}, \vec{r}]$ — момент импульса для МТ
отн. начала отсчета O

$\vec{L_0} = \sum_i m_i [\vec{r_i}, \vec{v_i}]$ — система МТ

$\vec{L_0} = \int_V \rho[\vec{r}; \vec{r}]dV$ — произвольное тело

преобразование момента имп. при изм. начала отсчёта

$\vec{R}, \vec{V}$ — отн.

$\vec{r_i} = \vec{r_i}' + \vec{R}$ $\vec{v_i} = \vec{v_i}' + \vec{V}$

$\vec{L_0} = \sum_i m_i [\vec{r_i}; \vec{v_i}] =$

$= \sum_i m_i [\vec{r_i}', \vec{v_i}'] + \sum_i m_i [\vec{r_i}', \vec{V}] + \sum_i m_i [\vec{R}, \vec{v_i}'] + \sum_i m_i [\vec{R}; \vec{V}]$

$= \vec{L_{0'}} + m[\vec{R_c'}; \vec{V}] + [\vec{R}, \vec{p}'] + m[\vec{R}; \vec{V}]$

если O' – ц.масс, то $\vec{p}' = \vec{0}$ и $\vec{R_c'} = \vec{0}$

$= \vec{L_{0'}} + m[\vec{R}; \vec{V}] = \vec{L_{0'}} + [\vec{R}, \vec{p}]$

Ур-е моментов

$\frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{d[\vec{r}, \vec{p}]}{dt} = \underbrace{[\frac{d\vec{r}}{dt}; \vec{p}]}_{0} + [\vec{r}; \frac{d\vec{p}}{dt}] = [\vec{r}; \vec{F}] \underset{def}{=} \vec{M}$

момент силы

$\vec{M} = \sum_i \vec{M_i}$, $\vec{M_i} = [\vec{r_i}; \vec{F_i}]$

Пусть набор сил таков, что $\sum \vec{F_i} = \vec{0}$.
Тогда суммарный момент сил не зависит от выбора нач. отсчета.

$$\vec{r_i} = \vec{r_i'} + \vec{R}$$

$$M = \sum [\vec{r_i}, \vec{F_i}] = \sum [\vec{r_i'}; \vec{F_i}] + \sum [\vec{R}, \vec{F_i}] = M' + [\vec{R}; \sum \vec{F_i}] = M'$$

ЗСМИ

$$\vec{M} = 0 \implies \vec{L} = const$$

$$M_x = 0 \implies L_x = const$$

в центральном поле момент импульса тела сохр-ся

$$\implies \text{Траектория - плоская кривая}$$

$$\implies V_{сект} = const$$

а теперь относительно оси

Def. моментом импульса отн. оси наз-ся проекция вектора момента импульса на эту ось.

$$L_z = (\vec{r} \times \vec{p})_z =$$

$$= \left([r_{\|}, p_{\|}] + [r_{\|}, p_\perp] + [r_\perp, p_{\|}] + [r_\perp, p_\perp] \right)_z =$$

$$\vec{r} = \vec{r_{\|}} + \vec{r_\perp}$$
$$\vec{p} = \vec{p_{\|}} + \vec{p_\perp}$$

$$[r; p] \perp r, p$$

$$= \left([\underset{R}{r_\perp}, p_\perp] \right)_z = (R; p_\perp)_z = R p_\perp \quad , \quad p_\perp = p_\perp \sin \varphi$$

$$L_z = m \omega R^2$$

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M} \qquad \text{несложно проверить, что } \vec{M} \text{ опред.}$$
$$\text{только внешними силами}$$