$q20.$

Осциллятор с вязким Трением
коэф. затухания, логарифм. декремент забук., добротность

### Колебания с вязким Трением

$$\vec{F_{Tp}} = -\beta \vec{v}$$

$$m\ddot{x} = -\varkappa x - \beta \dot{x}$$

$$\ddot{x} + 2\gamma \dot{x} + \omega_0^2 x = 0 \qquad \left( 2\gamma = \frac{\beta}{m}, \qquad \omega_0^2 = \frac{\varkappa}{m} \right)$$

$\gamma$ – коэф. забухания
$\omega_0$ – собств. частота

$$x(t) = e^{-\gamma t} u(t)$$

$$\dot{x}(t) = -\gamma e^{-\gamma t} u(t) + e^{-\gamma t} \dot{u}(t) = e^{-\gamma t}(\dot{u}(t) - \gamma u(t))$$

$$\ddot{x}(t) = -\gamma e^{-\gamma t}(\dot{u} - \gamma u) + e^{-\gamma t}(\ddot{u} - \gamma \dot{u}) =$$

$$= e^{-\gamma t}(-\gamma \dot{u} + \gamma^2 u + \ddot{u} - \gamma \dot{u}) = e^{-\gamma t}(\ddot{u} - 2\gamma \dot{u} + \gamma^2 u)$$
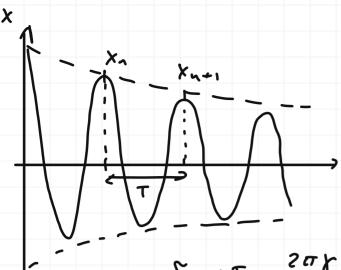
$$\cancel{e^{-\gamma t}}(\ddot{u} - 2\gamma \dot{u} + \gamma^2 u) + 2\gamma \cancel{e^{-\gamma t}}(\dot{u} - \gamma u) + \omega_0^2 \cancel{e^{-\gamma t}} u = 0$$

$$\ddot{u} - \cancel{2\gamma \dot{u}} + \cancel{\gamma^2 u} + \cancel{2\gamma \dot{u}} - \cancel{2}\gamma^2 u + \omega_0^2 u = 0$$

$$\ddot{u} + (\omega_0^2 - \gamma^2) u = 0 \qquad\qquad \omega = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}$$
$$\Gamma = \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2}$$

| слабое Трение | сильное Трение | особый сл-й |
|---|---|---|
| $\gamma < \omega_0$ | $\gamma > \omega_0$ | $\gamma = \omega_0$ |
| $u = a\cos(\omega t + \varphi_0)$ | $u = x_{0_1} e^{\Gamma t} + x_{0_2} e^{-\Gamma t}$ | $x = (x_{0_1} + x_{0_2} t) e^{-\gamma t}$ |
| $x = a e^{-\gamma t}\cos(\omega t + \varphi_0)$ | $x = e^{-\gamma t}(x_{0_1} e^{\Gamma t} + x_{0_2} e^{-\Gamma t})$ | |

$$\left. \begin{array}{c} \\ \end{array} \right\}$$
$$A(t) = a e^{-\gamma t}$$

$$\tau = \frac{1}{\gamma} \quad - \text{ время релаксации}$$

$$t_{n+1} - t_n = T = \frac{2\pi}{\omega}$$

$$\frac{x_{n+1}}{x_n} = \frac{A(t_{n+1})}{A(t_n)} = \frac{A e^{-\gamma(t_n + T)}}{A e^{-\gamma t_n}} = e^{-\gamma T}$$

$$\delta = \gamma T = \frac{2\pi \gamma}{\sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}} \quad - \text{логарифмич. декремент}$$

$$Q = \frac{\omega}{2\gamma} = \frac{\pi}{\delta} \quad - \text{добротность}$$

$$\text{(число колебаний до затухания} \\ \text{по порядку)}$$

$$Q = 2\pi \frac{\omega}{\delta \omega}$$

$$\text{(уметь выводить из} \quad \omega \sim A^2\text{)}$$

$$\delta \omega = \omega(t) - \omega(t+T) = (1 - e^{-2\gamma T}) \omega(t) \qquad 2\gamma T \ll 1$$

$$\delta \omega = 2\gamma T \, \omega(t)$$

$$\frac{\delta \omega}{\omega} = \frac{1}{2\gamma T} = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{\omega}{2\gamma} = \frac{1}{2\pi} Q$$

$$Q = 2\pi \frac{\omega}{\delta \omega}$$