Плотникова
Б02-406

Вопрос по выбору
для экзамена по курсу
„Механика"

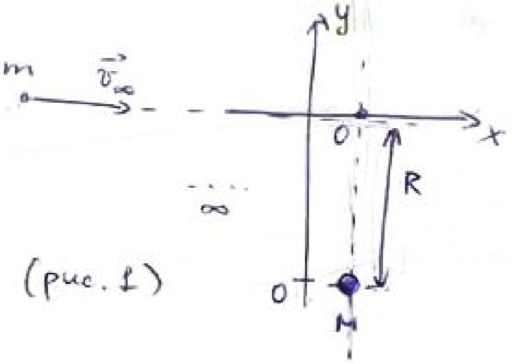
Отклонение лучей света в поле Солнца

Цель работы:

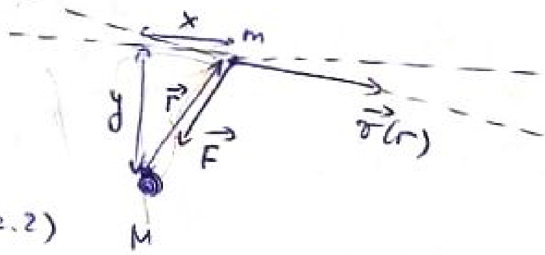
- оценить угол отклонения луча света в гравитац. поле Солнца с использованием законов механики Ньютона,
- сравнить результат с аналогичным с использов. общей теории относительности и экспериментальными данными

1. „Нерелятивистский" случай

движение частицы массой m в гравит. поле тела массой M
v_∞ – скорость частицы на беск. удалении от тела
R – прицельный параметр



(рис. 1)



(рис. 2)

Введем оси $x \parallel v_\infty$, с началом отсч. в точке пересеч. оси с ~~линией~~ прямой прицельного расст-я. И ось $y \perp x$ (см. рис 1), с нач. отсч. в точке оси y, куда ортогонально проец. $\cdot M$.

$$F = \frac{GmM}{r^2} = \frac{GmM}{x^2+y^2} \; ; \; F_y = -\frac{GMm}{x^2+y^2} \cdot \frac{y}{(x^2+y^2)^{\frac{1}{2}}} = -\frac{GMmy}{(x^2+y^2)^{\frac{3}{2}}}$$

учитывая малость
$(y \approx R)$

$$F_y \approx -\frac{GMmR}{(x^2+R^2)^{\frac{3}{2}}}$$

из ЗСИ

$d\vec{p} = \vec{F}dt$, $dp_y = F_y dt$

$$\Delta p_y = \int dp_y = -\int \frac{GMmR}{(x^2+R^2)^{3/2}} \cdot dt \;\overset{dx = c\,dt}{=\!=\!=}\; -\int\limits_{\infty}^{0} \frac{GMmR}{(x^2+R^2)^{3/2}} \cdot \frac{dx}{c} =$$

$$= -\frac{GMmR}{c} \int\limits_{\infty}^{0} \frac{dx}{(x^2+R^2)^{3/2}} \ominus$$

// пусть $x = R\,tg\,\theta$: $dx = \frac{R\,d\theta}{\cos^2\theta}$, $x^2+R^2 = R^2(1+tg^2\theta) = \frac{R^2}{\cos^2\theta}$

$$\int \frac{dx}{(x^2+R^2)^{3/2}} = \int \frac{\frac{R\,d\theta}{\cos^2\theta}}{\left(\frac{R^2}{\cos^2\theta}\right)^{3/2}} = \int \frac{\frac{\cancel{R}\,d\theta}{\cancel{\cos^2\theta}}}{\frac{R^{\cancel{3}2}}{\cos^{\cancel{3}}\theta}} = \int \frac{d\theta \cos\theta}{R^2} = \frac{1}{R^2}\int \cos\theta\, d\theta =$$

$$= \frac{1}{R^2}\sin\theta + C = \frac{1}{R^2} \cdot \frac{x}{\sqrt{x^2+R^2}} + C$$ //

$$\ominus -\frac{GMmR}{c}\left(\frac{x}{R^2\sqrt{x^2+R^2}}\right)\Bigg|_{\infty}^{0} = -\frac{GMmR}{c}\left(0 - \lim_{x\to\infty}\frac{x}{R^2\sqrt{x^2+R^2}}\right) =$$

$$= +\frac{GMmR}{c}\lim \frac{1}{R^2\sqrt{1+\frac{R^2}{x^2}}} = \frac{GMm\cancel{R}}{cR^{\cancel{2}}} = \frac{GmM}{cR}$$

для всего движ-я:

$$\Delta P_y = 2\Delta p_y \approx \frac{2GmM}{cR} \quad ; \quad \Delta v_y \approx \frac{2GM}{cR}$$

итак, угловое отклонение луча:

$$\Delta\varphi \approx \frac{\Delta v}{c} \approx \frac{2GM}{c^2R} \approx \frac{2GM}{c^2 b}$$ (где b – параметр воздействия)

заметим, что эту задачу мы решали в модели, в которой решили считать свет потоком фотонов с массой m и скоростью c.

По-хорошему, масса фотона с высокой точностью ноль

$$m < 10^{-22}\ \frac{эВ}{c^2}$$

Но луч света обладает энергией, а, значит, и массой

2. Общая теория относительности

Из постулатов ОТО следует, что массивные объекты искривляют пространство-время. свет, движется по геодезической в искр. пространстве.

Это и обуславливает отклонение луча света.

Для луча света (скорость c): — лоренц-фактор

$$\Delta\theta \simeq (1+\gamma)\frac{2GM}{c^2 R_{min}} \qquad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \xrightarrow{v=c} 1$$

$$\Delta\theta \approx \frac{4GM}{c^2 R_{min}}$$

т.е. в два раза больше, чем это дает нерелятивистская теория.

3. Экспериментальные данные

В 1919 г. А.С. Эддингтон проводил измерения во время затмения.

Величина отклонения:

$1{,}98 \pm 0{,}30$ (угловых секунд) (Собрал, Бразилия)
$1{,}61 \pm 0{,}30$ (о. Принсипи, Гвинейский залив)

с точностью 15% совпадает с ОТО

(Телескоп, фотографии звезд во время и после затмения)

Впоследствии соотношение было улучшено. Сейчас:

$$\frac{1}{2}(1+\gamma) = 1{,}001 \pm 0{,}003$$

Вывод: модель отклонения луча света с использов. законов механики Ньютона согласуется с эксп. данными с точностью до числ. коэф (≈ 2).
модель ОТО позволяет сделать более точную оценку.