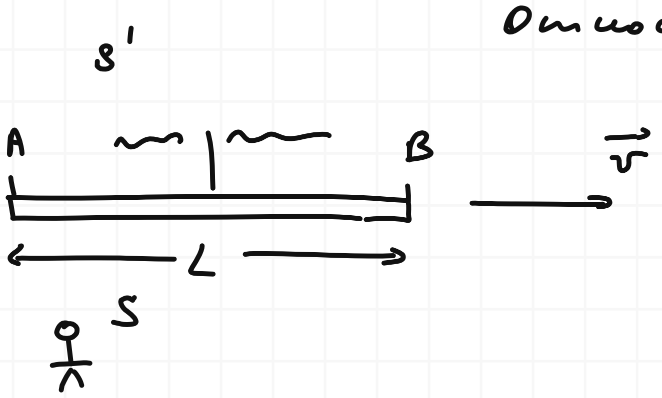
q 28

Принцип относительности
пр-я Лоренца
Интервал, инвариантность интервала
Относительность понятия одновр-ти
Замедл. времени, собств. время част.
Сокр-длин.
Релят. закон слож-я скоростей

Относит-ть одновр-ти



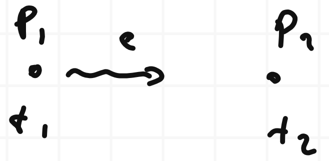
для S': $t_A = t_B = \frac{L/2}{c}$

для S: $t_A = \frac{L/2}{c+v}$ $\quad t_B = \frac{L/2}{c-v}$

Принцип относительности

1. З-ны физики (включая э/м) одинаковы во всех ИСО.
2. $c = const$

Интервал



$$c(t_2 - t_1) = \sqrt{(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2 + (z_2-z_1)^2}$$

$$c\Delta t = |\Delta \vec r|$$

$$c^2\Delta t^2 - (\Delta \vec r)^2 = 0$$

В S' (V отн S):

$$c^2 \Delta t'^2 - (\Delta \vec r')^2 = 0$$

потому что $c = const$

Теперь р-м два произв-х события

P_1, t_1 $\quad$ P_2, t_2 $\quad$ S

$(\Delta s)^2 = c^2\Delta t^2 - \Delta l^2$ $\quad$ Δs – интервал

$ds^2 > 0$ — времениподобный
$ds^2 < 0$ — простр.-но подобный

Инвариантность интервала

следует из

1) $c = const$
2) принципа относит.

для событий, связанных световым лучом ($dl = c\,dt$)

$ds^2 = 0$

р-м события $ds^2 \neq 0$

и СО S, S_1, S_2 : S_1, S_2 движ. с V_1, V_2 относит S

ds, ds_1, ds_2 — одного порядка малости

$ds^2 = \alpha(V_1)\, ds_1^2$
$ds^2 = \alpha(V_2)\, ds_2^2$

$\alpha(V)$ не зависит от $\vec{r}$ и t

$ds_1^2 = \alpha(\underbrace{V_{12}}_{\text{скор } S_1 \text{ отн } S_2})\, ds_2$

$$ds_1^2 = \frac{ds^2}{\alpha(V_1)} = \alpha(V_{12}) \cdot \frac{ds^2}{\alpha(V_2)} ;$$

$$\underbrace{\alpha(V_{12})}_{\text{зависит от угла между } V_1 \text{ и } V_2} = \underbrace{\frac{\alpha(V_2)}{\alpha(V_1)}}_{\text{зависит только от абсолютных значений } V_1, V_2} \to inv$$

Преобразование Лоренца

S, S' (с V отн S') V напр. вдоль x

пусть в начальный момент начала коорд. совпадали.

$$ds^2 = ds'^2$$

$$c\,dt^2 - dl^2 = c\,dt'^2 - dl'^2$$

$$c\,dt^2 - dx^2 = c\,dt'^2 - dx'^2$$

пусть $x = \alpha x' + \beta t'$; $t = \gamma x' + \delta t'$

$$c^2(\gamma dx' + \delta dt')^2 - (\alpha dx' + \beta dt')^2 = c\,dt'^2 - dx'^2$$

$$c^2\gamma^2 \underbrace{dx'^2} + c^2\delta^2 dt'^2 - 2c^2\gamma\delta\, dx'dt' - \alpha^2 \underbrace{dx'^2} - \beta^2 dt'^2 - 2\alpha\beta\, dx'dt'$$

$$-dx'^2(\alpha^2 - c^2\gamma^2) + dt'^2(c^2\delta^2 - \beta^2) - 2dx'dt'(\alpha\beta + c^2\gamma\delta)$$

$$\begin{cases} \alpha^2 - c^2\gamma^2 = 1 \\ c^2\delta^2 - \beta^2 = c^2 \\ \alpha\beta + c\gamma\delta = 0 \end{cases}$$

заметим, что $x' = 0$ — начало коорд S'

ее ур-я в S: $\begin{matrix} x = \beta t' \\ t = \delta t' \end{matrix}$

$$v = \frac{x}{t} = \frac{\beta}{\delta} \qquad \beta = v\delta$$

решим систему

$$\begin{cases} \alpha^2 - c^2\gamma^2 = 1 \\ c^2\delta^2 - v^2\delta^2 = c^2 \\ \alpha v\delta + c^2\gamma\delta = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} \alpha^2 - c^2\gamma^2 = 1 \\ \delta^2(c^2 - v^2) = c^2 \\ \alpha = -\gamma \frac{c^2}{v} \end{cases}$$

$$\frac{\gamma^2 c^4}{v^2} - c^2\gamma^2 = 1$$

$$\gamma^2 c^2\left(\frac{c^2}{v^2} - 1\right) = 1$$

$$\gamma^2 c^2 \frac{c^2 - v^2}{v^2} = 1$$

$$\gamma^2 = \frac{v^2}{c^2(c^2 - v^2)} = \frac{v^2}{c^4\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)}$$

$$\alpha = -\frac{\cancel{v}}{\cancel{c}\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \cdot \frac{\cancel{c^2}}{\cancel{v}} = -\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\delta = \frac{c}{\sqrt{c^2 - v^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \qquad \beta = v\delta$$

$$x = \alpha x' + \beta t' = -\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}x' + \frac{v}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}t' = \frac{-x'+vt'}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

$$t = \gamma x' + \delta t' = \frac{v}{c^2\sqrt{}}x' + \frac{1}{\sqrt{}}t' = \frac{vx'+t}{}$$

если аккуратно досчитать

$$x = \frac{x'+vt'}{\sqrt{}} \qquad t = \frac{t' + \frac{v}{c^2}x'}{\sqrt{}}$$

$$x' = \frac{x-vt}{\sqrt{}} \qquad t' = \frac{t-\frac{v}{c^2}x}{\sqrt{}}$$

В том общем случае

$$\Delta x' = \frac{\Delta x - v\Delta t}{\sqrt{}} \qquad \Delta t' = \frac{\Delta t - \frac{v}{c^2}\Delta x}{\sqrt{}}$$

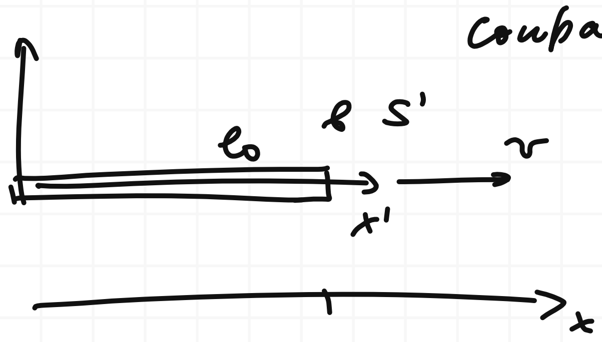
Преобразование времени

$$\Delta x' = \Delta y' = \Delta z' = 0$$

$$\Delta t' = \frac{\Delta t}{\sqrt{}}$$

собств. время S_1

Сокращ. длин



(1) начало ст. в $x=0$ (2) конец стержня в $x=0$

$$\begin{cases} x=0 \\ t=0 \end{cases} \quad \begin{cases} x'=L_0 \\ t'=0 \end{cases} \qquad \begin{cases} x=0 \\ t=L/v \end{cases} \quad \begin{cases} x'=0 \\ t'=\frac{L_0}{V} \end{cases}$$

$$\Delta x' = -L_0 = \frac{\overset{0}{\Delta x} - V\Delta t}{\sqrt{}}; \quad L_0 = \frac{L}{\sqrt{}}$$

$$L = L_0\sqrt{}$$

релят. з-н слож-я скоростей

$$\Delta x = \frac{\Delta x' + V\Delta t'}{\sqrt{}} \qquad \Delta t = \frac{\Delta t' + \frac{V}{c^2}\Delta x'}{\sqrt{}}$$

$$v_x = \frac{dx}{dt} = \frac{dx' + V dt'}{dt' + \frac{V}{c^2} dx'} = \frac{\cancel{dt'}\left(\frac{dx'}{dt'} + V\right)}{\cancel{dt'}\left(1 + \frac{V}{c^2}\frac{dx'}{dt'}\right)} = \frac{v' + V}{1 + \frac{v'V}{c^2}}$$

$$v_y = \frac{dy}{dt} = \frac{dy'\sqrt{}}{dt' + \frac{V}{c^2} dx'} = \frac{v_y'\sqrt{}}{1 + \frac{V v_x'}{c^2}}$$