

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)
ФИЗТЕХ-ШКОЛА ФИЗИКИ И ИССЛЕДОВАНИЙ им. ЛАНДАУ

Лабораторная работа № 2.2.6
**Определение энергии активации по температурной
зависимости вязкости жидкости**

Плотникова Анастасия Александровна
Группа Б02-406

Долгопрудный, 2025 г.

Цель работы:

- 1) измерение скорости падения шариков при разной температуре жидкости;
- 2) вычисление вязкости жидкости по закону Стокса и расчёт энергии активации.

В работе используются:

стеклянный цилиндр с исследуемой жидкостью (глицерин);
мелкие шарики (диаметром порядка 1 мм);
микроскоп отсчетный МПБ-2 ($\sigma = 0.05$ мм);
термостат Julabo CORIOCD-B17:
погрешность поддержания температуры: $dT = 0.03$ K;
секундомер.

Теоретическая справка

Энергия активации и температурная зависимость вязкости

В жидкости присутствует ближний, но не дальний порядок.

Для того чтобы перейти в новое состояние, тепловая энергия молекул должна — вследствие флуктуации — увеличиться на некоторую величину W , называемую *энергией активации*.

Вязкость жидкости экспоненциально зависит от температуры, что описывается формулой Больцмана:

$$\eta \sim Ae^{W/kT}, \quad (1)$$

где η — вязкость,

W — энергия активации,

k — постоянная Больцмана,

T — температура.

Графически зависимость $\ln \eta$ от $1/T$ представляет собой прямую линию, угловой коэффициент которой позволяет определить W :

$$W = -k \frac{d(\ln \eta)}{d(1/T)} \quad (2)$$

Закон Стокса

Сила сопротивления, действующая на шарик в вязкой жидкости, выражается через закон Стокса:

$$F = 6\pi\eta r v, \quad (3)$$

где r — радиус шарика,

v — его скорость.

При установившемся движении шарика баланс сил записывается как:

$$Vg(\rho - \rho_{\text{ж}}) - 6\pi\eta r v = V\rho \frac{dv}{dt} \quad (4)$$

$$v(t) = v_{\text{уст}} - [v_{\text{уст}} - v(0)]e^{-t/\tau} \quad (5)$$

$$v = \frac{Vg(\rho - \rho_{\text{ж}})}{6\pi\eta r} = \frac{2}{9} \frac{gr^2(\rho - \rho_{\text{ж}})}{\eta} \quad (6)$$

Время релаксации:

$$\tau = \frac{V\rho}{6\pi\eta r} = \frac{2}{9} \frac{r^2\rho}{\eta} \quad (7)$$

Отсюда получаем выражение для вязкости жидкости:

$$\eta = \frac{2}{9} gr^2 \frac{\rho - \rho_{\text{ж}}}{v} \quad (8)$$

Число Рейнольдса

Для проверки применимости закона Стокса вычисляется число Рейнольдса:

$$Re = \frac{\rho_{\text{ж}} vr}{\eta} \quad (9)$$

При $Re < 0.5$ течение считается ламинарным, и формула Стокса применима.

Экспериментальная установка

Схема установки изображена на рисунке (1).

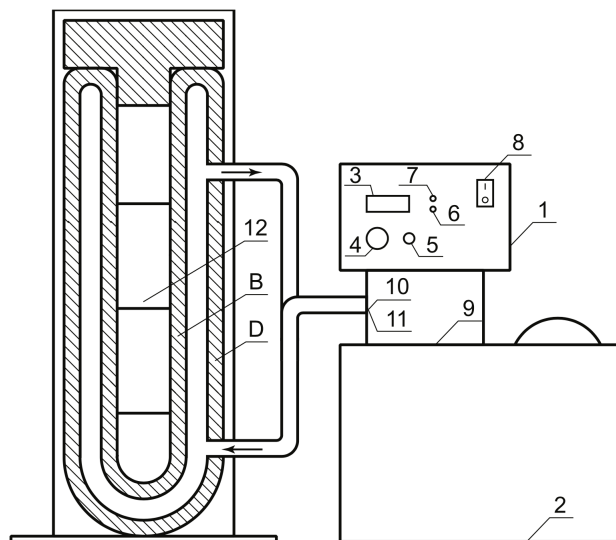


Рис. 1: Установка для определения коэффициента вязкости жидкости

Сосуд помещён в термостат с циркуляцией воды для поддержания постоянной температуры. Температура жидкости контролируется термостатом с точностью до $\pm 0.1^\circ\text{C}$. Измерения проводятся при различных температурах от комнатной до $50\text{--}60^\circ\text{C}$.

Радиусы шариков измеряются с помощью горизонтального компаратора или микроскопа. Для каждого шарика вычисляется среднее значение диаметра. Плотность шариков определяется по справочным таблицам, а плотность исследуемой жидкости — по графику зависимости $\rho(T)$.

Термостат оборудован цифровым индикатором температуры, системой циркуляции жидкости и нагревателем. Регулировка температуры осуществляется с помощью ручки настройки. Включение нагрева и достижение установленной температуры сопровождаются светодиодными индикаторами.

Схема устройства термостата изображена на рисунке (2).

Опыт по измерению скорости падения шариков проводится после установления термического равновесия системы. Для каждого значения температуры выполняются несколько измерений с шариками различного диаметра.

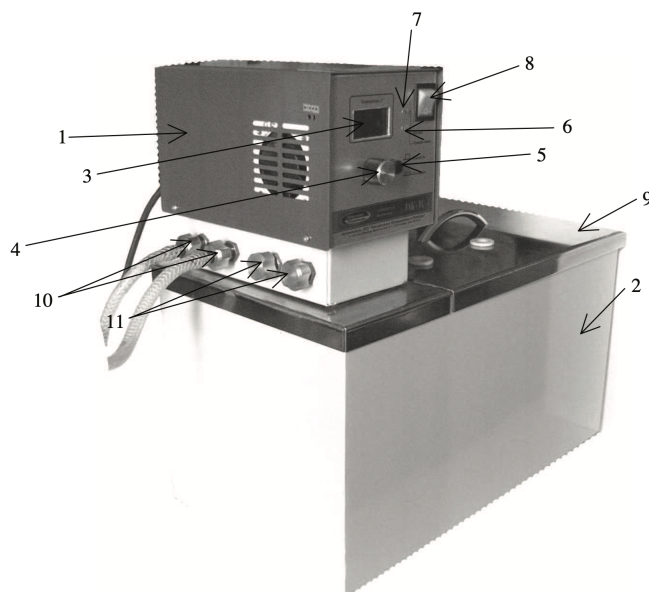


Рис. 2: Устройство термостата

Ход работы

1. Перед началом работы зафиксируем плотности материалов шариков и внутренний диаметр сосуда, в который мы намереваемся их бросать.

$$\rho_{\text{ст}} = (2.5 \pm 0.1) \text{ г/см}^3, \quad \rho_{\text{м}} = (7.8 \pm 0.1) \text{ г/см}^3 \quad (10)$$

Внутренний диаметр измерим два раза, рассчитаем погрешности.

$$D = 2R = (2.5 \pm 0.2) \text{ см} \quad (11)$$

Для каждого из материалов отберём 16 шариков различного размера и с помощью микроскопа измерим их средние диаметры. Будем измерять по 4 шарика каждого материала по ходу работы. Диаметр стеклянных шариков измеряем дважды, а металлические (предположительно, стальные) — трижды, меняя их ориентацию относительно микроскопа. Результаты занесем в таблицу (1).

2. Измерим установившиеся скорости падения шариков и вычислите вязкость η по формуле (8).

За начало отсчета возьмем момент прохождения шариком верхней риски на сосуде, а в качестве времен t_1 и t_2 — моменты прохождения шариком средней и нижней рисков. Расстояния между соседними рисками: $l = (10.0 \pm 0.1) \text{ см}$ (измерено дважды).

Измерения выполним для 8 значений температуры в интервале $25 - 60^\circ\text{C}$. Значения представлены в таблицах (2) и (3) для стеклянных и металлических шариков, соответственно.

После каждого погружения шарика в глицерин будем сразу закрывать крышку. Вязкость воды в тысячи раз меньше вязкости глицерина, поэтому следует минимизировать её возможное влияние, то есть попадание водяных паров.

Для каждого значения температуры определим плотность жидкости $\rho_{\text{ж}}$ по графику $\rho_{\text{ж}}(T)$, изображенного на рисунке (3).

Их значения также представлены в таблицах (2) и (3).

$N_{\text{ст}}$	$d_1^{\text{ст}}, \text{ мм}$	$d_2^{\text{ст}}, \text{ мм}$	$d^{\text{ст}}, \text{ мм}$	$N_{\text{м}}$	$d_1^{\text{м}}, \text{ мм}$	$d_2^{\text{м}}, \text{ мм}$	$d_3^{\text{м}}, \text{ мм}$	$d^{\text{м}}, \text{ мм}$
11	2,05	2,00	2,03	16	0,80	0,80	0,75	0,78
12	2,00	2,10	2,05	17	0,75	0,75	0,75	0,75
13	2,10	2,15	2,13	18	0,75	0,70	0,75	0,73
14	2,00	2,10	2,05	19	0,75	0,75	0,75	0,75
21	2,10	2,10	2,10	26	0,75	0,75	0,80	0,77
22	2,15	2,15	2,15	27	0,65	0,60	0,65	0,63
23	2,10	2,10	2,10	28	0,80	0,75	0,75	0,77
24	2,10	2,15	2,13	29	0,65	0,60	0,65	0,63
31	2,00	2,00	2,00	36	0,85	0,80	0,90	0,85
32	2,10	2,05	2,08	37	0,75	0,75	0,70	0,73
33	2,10	2,00	2,05	38	0,80	0,75	0,75	0,77
34	2,00	2,05	2,03	39	0,70	0,65	0,70	0,68
41	2,15	2,15	2,15	46	0,75	0,80	0,75	0,77
42	2,10	2,10	2,10	47	0,80	0,70	0,75	0,75
45	2,10	2,10	2,10	48	0,80	0,75	0,75	0,77
50	2,10	2,15	2,13	49	0,80	0,80	0,75	0,78

Таблица 1: Значения диаметров стеклянных и металлических шариков

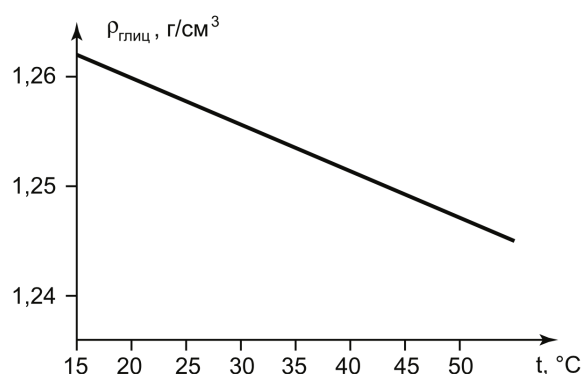


Рис. 3: Зависимость плотности глицерина от температуры

3. Для каждого из опытов вычислим значение числа Рейнольдса Re (9), оценим время релаксации τ (7) и путь релаксации $S = v_{\text{уст}}\tau$. Результаты в таблице (4).

Проанализируем применимость формулы Стокса в каждом эксперименте. То есть проверим, что:

- 1) течение ламинарно ($Re < 1$);
- 2) скорость движения шара установилась;
- 3) жидкость однородная и несжимаемая;
- 4) влияние стенок сосуда отсутствуют.

Условия 2–3 выполнены в каждом из экспериментов. Условие 4 не выполняется при одном из запусков металлического шарика при $t = 44.90^\circ\text{C}$ — он проходит слишком близко к стенке. Влияние заметно на графике: небольшой выброс.

Условия 1 выполняется в диапазоне температур $25 \sim 35^\circ\text{C}$. Поэтому для более высоких температур формула Стокса неприменима.

4. Построим график зависимости $\ln \eta$ от $1/T$ (см. рис. (4)).

Для определения углового коэффициента воспользуемся методом наименьших

$T, ^\circ C$	$\rho_{ж}, \frac{г}{см^3}$	$N_{ст}$	t_1, c	t_2, c	$v_1, см/с$	$v_2, см/с$	$v, см/с$	$\eta, 10^{-1}, \frac{кг}{м \cdot с}$	$\ln(\eta)$
25.01	1.258	11	21.78	43.73	0.4591	0.4574	0.458 ± 0.004	6.0576	-0,4841
		12	22.05	44.01	0.4535	0.4544	0.454 ± 0.004	6.2664	
30.15	1.256	13	15.73	30.40	0.6357	0.6579	0.647 ± 0.012	4.7341	-0,7910
		14	15.17	30.48	0.6592	0.6562	0.658 ± 0.006	4.3330	
34.95	1.254	21	9.82	19.87	1.0183	1.0065	1.012 ± 0.012	2.9585	-1,1745
		22	10.26	20.51	0.9747	0.9751	0.975 ± 0.010	3.2204	
39.91	1.252	23	7.64	15.12	1.3089	1.3228	1.316 ± 0.018	2.2801	-1,4642
		24	7.60	15.33	1.3158	1.3046	1.310 ± 0.017	2.3447	
44.90	1.250	31	5.50	10.98	1.8182	1.8215	1.82 ± 0.03	1.4978	-1,8750
		32	5.36	10.67	1.8657	1.8744	1.87 ± 0.03	1.5690	
50.13	1.247	33	4.50	9.03	2.2222	2.2148	2.22 ± 0.04	1.2931	-2,0702
		34	4.34	8.90	2.3041	2.2472	2.28 ± 0.05	1.2301	
55.30	1.245	41	2.91	5.98	3.4364	3.3445	3.4 ± 0.1	0.9323	-2,3745
		42	3.07	6.18	3.2573	3.2362	3.25 ± 0.08	0.9288	
60.57	1.243	45	2.28	4.83	4.3860	4.1408	4.3 ± 0.2	0.7086	-2,6220
		50	2.39	4.83	4.1841	4.1408	4.16 ± 0.14	0.7431	

Таблица 2: Значения $t, v, \eta, \ln(\eta)$ для стеклянных шариков

$T, ^\circ C$	$\rho_{ж}, \frac{г}{см^3}$	$N_{м}$	t_1, c	t_2, c	$v_1, см/с$	$v_2, см/с$	$v, см/с$	$\eta, 10^{-1}, \frac{кг}{м \cdot с}$	$\ln(\eta)$
25.01	1.258	16	30.4	60.48	0.329	0.331	0.330 ± 0.003	6.6333	-0,4108
		17	33.1	65.99	0.302	0.303	0.303 ± 0.002	6.6279	
30.15	1.256	18	23.95	47.55	0.418	0.421	0.419 ± 0.004	4.5769	-0,7388
		19	24.82	49.58	0.403	0.403	0.403 ± 0.003	4.9764	
34.95	1.254	26	12.38	24.22	0.808	0.826	0.817 ± 0.012	2.5675	-1,2733
		27	21.29	42.13	0.470	0.475	0.472 ± 0.005	3.0305	
39.91	1.252	28	10.76	21.49	0.929	0.931	0.93 ± 0.01	2.2555	-1,7794
		29	7.83	15.61	1.277	1.281	1.28 ± 0.02	1.1191	
44.90	1.250	36	6.55	12.47	1.527	1.604	1.57 ± 0.05	1.6478	-1,8173
		7	8.48	16.41	1.179	1.219	1.20 ± 0.02	1.6012	
50.13	1.247	38	5.24	10.6	1.908	1.887	1.90 ± 0.03	1.1062	-2,1536
		39	7.21	14.73	1.387	1.358	1.37 ± 0.02	1.2151	
55.30	1.245	46	4.14	8.34	2.415	2.398	2.41 ± 0.05	0.8724	-2,4402
		47	4.28	8.77	2.336	2.281	2.31 ± 0.05	0.8705	
60.57	1.243	48	3.23	6.37	3.096	3.140	3.12 ± 0.08	0.6737	-2,6734
		49	3.22	6.45	3.106	3.101	3.10 ± 0.08	0.7066	

Таблица 3: Значения $t, v, \eta, \ln(\eta)$ для металлических шариков

квадратов.

$$k_{ст/м} = \frac{\sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{T_i} - \langle \frac{1}{T} \rangle \right) (\ln(\eta_i) - \langle \ln(\eta) \rangle)}{\sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{T_i} - \langle \frac{1}{T} \rangle \right)^2} \quad (12)$$

$$\sigma_{k_{ст/м}} = \sqrt{\frac{1}{n-2} \cdot \frac{\sum_{i=1}^n \left(\ln(\eta_i) - \ln(\hat{\eta}_i) \right)^2}{\sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{T_i} - \langle \frac{1}{T} \rangle \right)^2}} \quad (13)$$

5. По угловому коэффициенту прямой $\ln \eta(1/T)$ с помощью формулы (2) определим энергию активации.

$T, ^\circ C$	Стекло			Металл		
	Re, 1	$\tau, 10^{-3} \text{ с}$	$S, 10^{-6} \text{ м}$	Re, 1	$\tau, 10^{-3} \text{ с}$	$S, 10^{-6} \text{ м}$
25,01	0,232	0,945	4,292	0,144	0,363	1,098
30,15	0,455	1,285	8,451	0,265	0,504	2,030
34,95	0,989	1,886	18,383	0,529	0,859	4,058
39,91	1,773	2,519	33,007	2,372	1,425	18,234
44,90	3,810	3,799	71,043	2,306	1,481	17,752
50,13	5,625	4,618	105,079	3,688	2,072	28,439
55,30	10,862	6,260	203,254	8,247	2,760	63,712
60,57	17,821	8,026	334,062	13,974	3,485	108,144

Таблица 4: Значения Re , τ , S для стеклянных и металлических шариков

$$k^{\text{ст}} = 6.079 \cdot 10^3 \text{ K}, \quad k^{\text{м}} = 6.331 \cdot 10^3 \text{ K} \quad (14)$$

$$\sigma_{k^{\text{ст}}_{\text{МНК}}} = 0.16 \cdot 10^{-3} \text{ K}, \quad \sigma_{k^{\text{м}}_{\text{МНК}}} = 0.41 \cdot 10^{-3} \text{ K} \quad (15)$$

Рассчитаем погрешности прямых измерений.

$$\sigma_k = \sqrt{\left(\frac{\partial k}{\partial \eta} \sigma_\eta\right)^2 + \left(\frac{\partial k}{\partial T} \sigma_T\right)^2} = \sqrt{\frac{\sigma_\eta^2}{T^2} + \frac{(\ln \eta)^2 \sigma_T^2}{T^4}} \quad (16)$$

$$\sigma_\eta = \sqrt{\left(\frac{\partial \eta}{\partial r} \sigma_r\right)^2 + \left(\frac{\partial \eta}{\partial \Delta \rho} \sigma_{\Delta \rho}\right)^2 + \left(\frac{\partial \eta}{\partial v} \sigma_v\right)^2} = \quad (17)$$

$$= \sqrt{\left(\frac{2r \Delta \rho}{v} \sigma_r\right)^2 + \left(\frac{r^2}{v} \sigma_{\Delta \rho}\right)^2 + \left(-\frac{r^2 \Delta \rho}{v^2} \sigma_v\right)^2} \quad (18)$$

$$\sigma_r = \sqrt{\sigma_{r_{\text{случ}}}^2 + \sigma_{r_{\text{приб}}}^2} \quad (19)$$

$$\sigma_{\Delta \rho} = \sqrt{\sigma_{\rho}^2 + \sigma_{\rho_{\text{ж}}}^2} \quad (20)$$

$$\sigma_v = \sqrt{\sigma_{v_{\text{случ}}}^2 + \sigma_{v_{\text{приб}}}^2} = \sqrt{\sigma_{v_{\text{случ}}}^2 + v^2 \left(\frac{\sigma_l^2}{l^2} + \frac{\sigma_t^2}{t^2}\right)} \quad (21)$$

При расчете погрешности времени учитываем скорость реакции человека:

$$\sigma_t^{\text{реакции}} = 0.3 \cdot 2 = 0.6 \text{ с} \quad (22)$$

Вернемся к нашим баранам.

$$W^{\text{ст/м}} = k \frac{d(\ln \eta)}{d(1/T)} = k \cdot k^{\text{ст/м}} \quad (23)$$

Постоянную Больцмана, как и все константы, мы возьмем с достаточной точностью. Поэтому $\varepsilon_W = \varepsilon_k$, где k — соответствующий угловой коэффициент.

Аккуратно рассчитаем все погрешности по формулам выше. Вычислим значения $W^{\text{ст}}$ и $W^{\text{м}}$.

$$W^{\text{ст}} = k \cdot k^{\text{ст}} = (8.4 \pm 1.2) \cdot 10^{-20} \text{ Дж} \quad (24)$$

$$W^{\text{м}} = k \cdot k^{\text{ст}} = (9 \pm 2) \cdot 10^{-20} \text{ Дж} \quad (25)$$

Результаты совпадают в пределах погрешности.

6. Погрешность полученных результатов оценена выше.

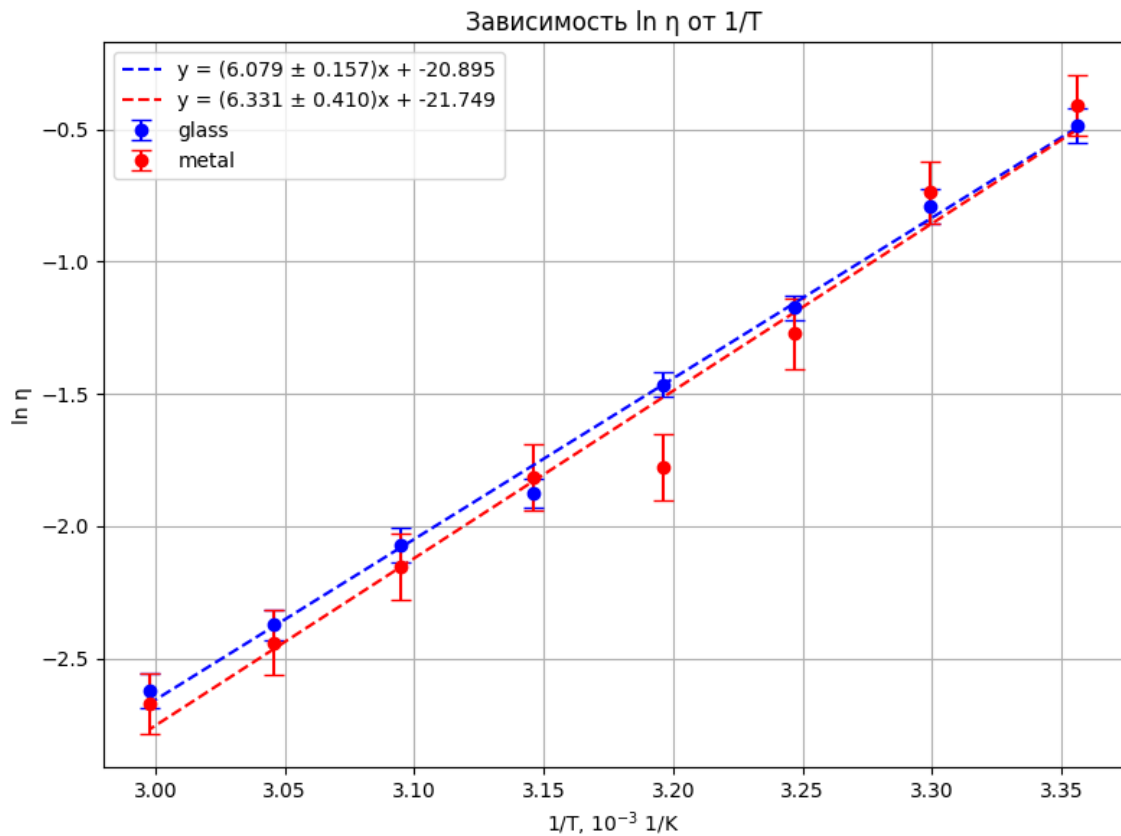


Рис. 4: График зависимости $\ln \eta$ от $1/T$

Вывод

Все цели работы были достигнуты.

1. Скорости падения шариков при разной температуре жидкости измерены. Результаты в таблицах (2) и (3).
2. Вязкость глицерина при разных температурах вычислена по формуле Стокса. Результаты в тех же таблицах (2) и (3).

Энергия активации также рассчитана (для опытов со стеклянными и металлическими шариками отдельно). Результаты записаны в уравнениях (24) и (25).