

Күрделілігі жоғары тапсырмалар

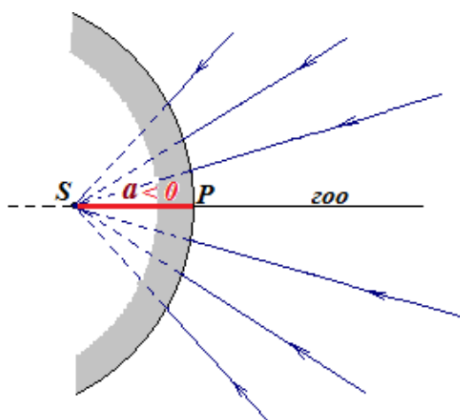
1. Конвергентті сәулелер қисықтық радиусы $R = 60$ см болатын дөңес сфералық айнаға түседі, осылайша олардың жалғасы жүйенің осінде айнаның артында $a = 15$ см қашықтықта S нүктесінде қиылысады. Айнадан шағылысқаннан кейін бұл сәулелер айнадан қандай қашықтықта жиналады? Олардың қиылысу нүктесі шын бола ма? $a = 40$ см болса ше?

Шешуі:

Конвергентті сәулелер айнаға түсетіндіктен, S нүктесі айна үшін жалған дене болып табылады (1-сурет). Денеден айнаға дейінгі a қашықтығы "-" белгісімен сфералық айна формуласына енеді:

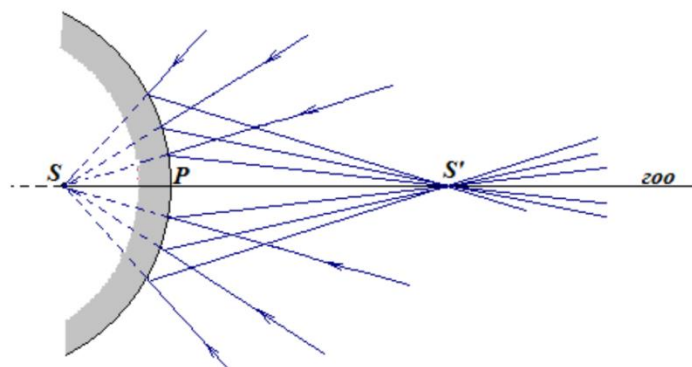
$$-\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = -\frac{1}{F} \rightarrow b = \frac{aF}{F - a}$$

Фокустық қашықтық қисықтық радиустың жартысына тең $F = \frac{R}{2} = 30$ см, ол сфералық айна формуласына минуспен кірді, өйткені айна дөңес, оның фокусы жалған.



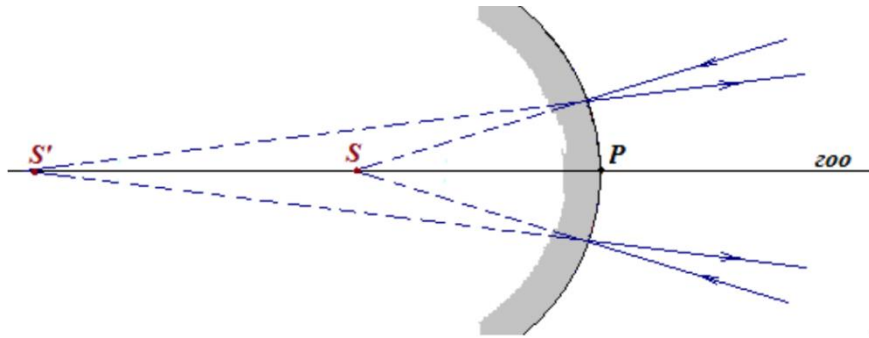
1-сурет.

$a = 15$ см үшін $b = \frac{15 \cdot 30}{30 - 15} = 30$ см болады, оның мәні оң, бұл сәулелердің конвергенция нүктесі тура, яғни ол айна алдында орналасқанын білдіреді. (2-сурет).



2-сурет.

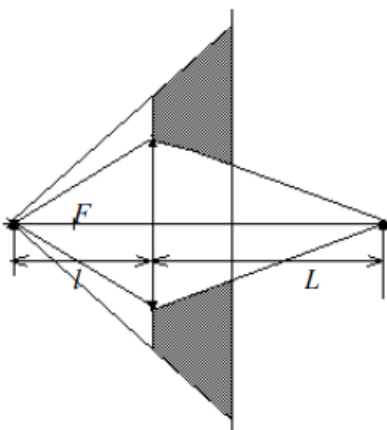
$A = 40$ см үшін $b = \frac{40 \cdot 30}{30 - 40} = -120$ см болады, оның мәні теріс, бұл сәулелердің конвергенция нүктесі жалған, яғни ол айна артында орналасқанын білдіреді. (3-сурет)



3-сурет.

2. Фокустық ұзындығы F болатын тамаша жинайтын жұқа линза d диаметрлі диск тәрізді және сыртқы диаметрі D болатын жақтаумен қоршалған. линзаның артында негізгі оптикалық оське перпендикуляр орналасқан, оның оптикалық ортасынан F қашықтықта жеткілікті үлкен аумақтың жалпақ экраны бар. Линзаның алдында оның негізгі оптикалық осінде нүктелік жарық көзі орналасқан. $F < \infty$ болса, экран жақтауы түсірген көлеңке аймағының линзаның көзі мен оптикалық орталығы арасындағы l қашықтығына тәуелділік формуласын алыңыз. Осы тәуелділікті сызыңыз.

Шешуі: Қарастырылып отырған жүйедегі сәулелердің барысы 1-суретте көрсетілген.



1 – сурет.

көлеңке аймақтары сұр түспен белгіленген. Экрандағы линзаның жақтауының көлеңкесі сақина тәрізді, оның сыртқы диаметрі қарапайым геометриялық себептермен анықталады:

$$D_T = \frac{l + F}{l} D$$

Көлеңке сақинасының ішкі диаметрі ұқсас түрде анықталады

$$d_T = \frac{L + F}{L} d = \left(1 - \frac{F}{L}\right) d$$

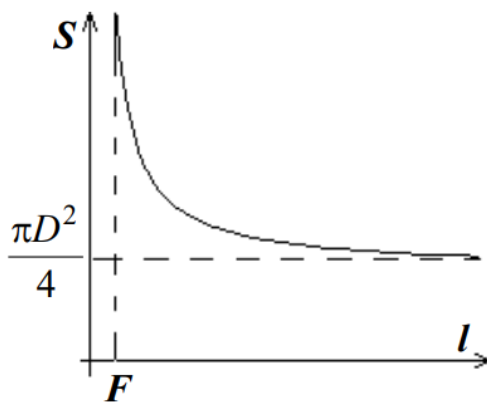
Мұндағы, L -линзадан көздің нақты кескініне дейінгі қашықтық, ол жұқа линза формуласымен анықталады:

$$\frac{1}{l} + \frac{1}{L} = \frac{1}{F} \rightarrow L = \frac{Fl}{l - F}$$

Содан кейін көлеңкенің ішкі диаметрі $d_T = \frac{F}{l} d$ және оның ауданы формула бойынша анықталады

$$s = \frac{\pi}{4} (D_T^2 - d_T^2) = \frac{\pi}{4} \left(\frac{(l + F)^2}{l^2} D^2 - \frac{F^2}{l^2} d^2 \right)$$

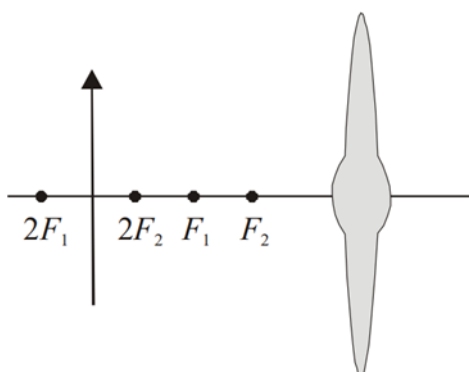
Бұл тәуелділіктің графигі 2-суретте көрсетілген.



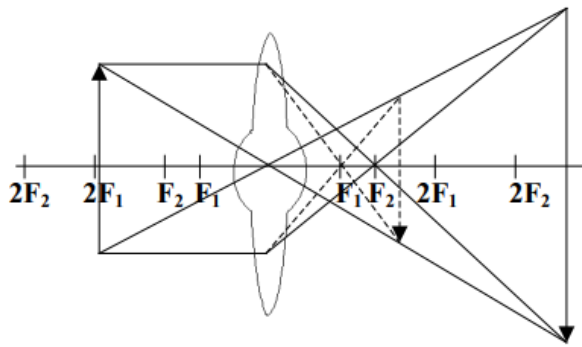
2 – сурет.

L қашықтығы шексіздікке дейін ұлғайған кезде көлеңке ауданы $\pi D^2/4$ мәніне ұмтылатынын ескеріңіз, өйткені көздің суреті экранда орналасқан және нөлдік ауданға ие.

3. F_1 фокустық қашықтықты жинайтын линзаның ортасында дөңгелек тесік кесіліп, оған F_2 фокустық қашықтығы аз жинайтын линза салынған. Осы "қос" линзада суретте көрсетілген заттың кескінін салыңыз.



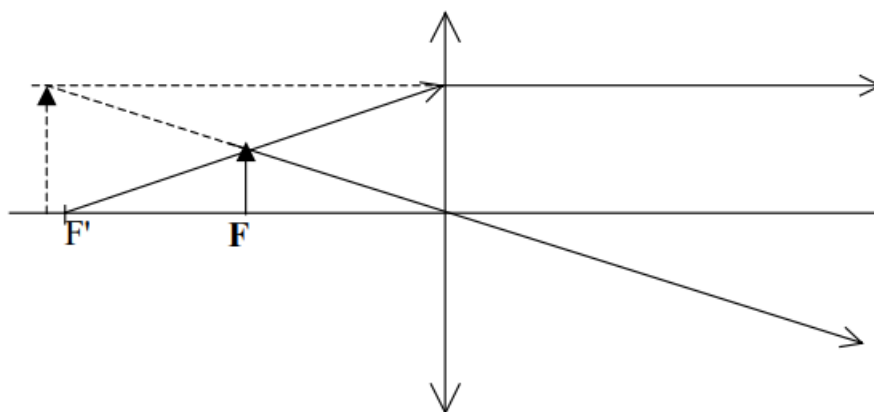
Шешуі: әр линза бүкіл заттың суретін береді, сондықтан берілген жүйеде екі сурет пайда болады, олардың әрқайсысы әдеттегі ережелерге сәйкес жасалады.



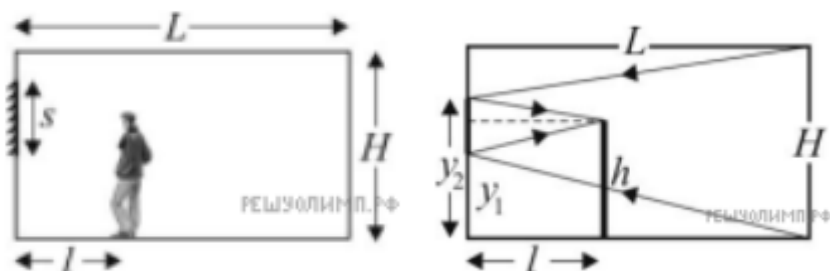
4. Бос аквариумда әйнектен жасалған екі дөңес линза және оның фокусындағы зат бар. Аквариум сумен толтырылады. Линзада заттың (сапалы) бейнесін жасаңыз.

Шешуі: ауадағы қос дөңес шыны линза жинағыш болып табылады. Зат линзаның фокусында болғандықтан, бос аквариумда оның бейнесі шексіздікте болады дегенмен, аквариумды сумен толтырған кезде линзаның оптикалық күші өзгереді, өйткені су-шыны интерфейсіндегі жарықтың сынуы ауа-шыны интерфейсіне қарағанда басқаша болады. Әйнектің сыну көрсеткіші судан үлкен болғандықтан, линза жинағыш болып қалады, бірақ оның фокустық қашықтығы артады. (Мұны келесі сапалы пайымдау арқылы түсіну қиын емес: егер линза мен судың сыну көрсеткіштері бірдей болса, онда сыну мүлдем болмас еді, мұндай линзаның оптикалық күші нөлге тең, ал фокустық қашықтық шексіз үлкен болар еді. Сондықтан сыну көрсеткіштерінің ортасы мен линзаның айырмашылығы азайған кезде оның фокустық қашықтығы артады.)

Осылайша, су аквариумында зат жинағыш линза мен оның фокусының арасында болады және әдеттегі ережелерге сәйкес алынған тура, үлкейтілген, жалған бейнесін береді.



5. Ұзындығы $L = 5$ м және биіктігі $H = 3$ м бөлмеде қабырғаға жалпақ айна ілулі. Адам оған ілулі тұрған қабырғадан $l = 1$ м қашықтықта қарап тұрады. Адам өзінің артындағы қабырғаны толық биіктікте көруі үшін S айнасының ең төменгі биіктігі қандай болуы керек?



Айнаның тік өлшемі бөлменің төменгі және жоғарғы қабырғаларында орналасқан нүктелерден шығатын және адамның көзіне түсетін жарық сәулелерімен шектеледі (суретті қараңыз., мұндағы h -еденнен адамның көз деңгейіне дейінгі қашықтық). Үшбұрыштардың ұқсастығынан теңдіктер шығады:

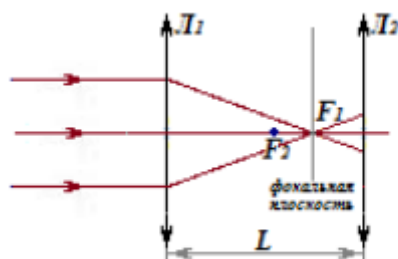
$$\frac{H - y_2}{L} = \frac{y_2 - h}{l}, \quad \frac{y_1}{L} = \frac{h - y_1}{l}$$

$$y_2 = \frac{l * H + L * h}{l + L}, \quad y_1 = \frac{L * h}{L + l}$$

$s = y_2 - y_1$ екенін ескере отырып, $s = \frac{l * H}{L + l}$

$$s = \frac{l * H}{L + l} = \frac{6}{7} \approx 0.86 \text{ м.}$$

6. Бақылаушы қашықтағы затты Кеплердің көру түтігі арқылы қарастырады. Объектив пен окуляр ретінде фокустық ұзындығы $F_1 = 30$ см және $F_2 = 5$ см линзалар қолданылады. бақылаушы объектив пен құбыр окуляры арасындағы қашықтық $L_1 = 33$ см-ден $L_2 = 34,5$ см-ге дейін болса, бақылаушы заттың нақты бейнесін көреді. бақылаушы объектінің суретін қандай қашықтықта көреді? Адам қашықтағы затты қарастырады. Бұл Объективтегі заттың суреті фокустық жазықтықта шығады дегенді білдіреді



Шарт бойынша линза мен окуляр арасындағы қашықтық линза мен окулярдың фокустық ұзындықтарының қосындысынан аз $L < F_1 + F_2$. Бұл Объективтегі окулярға арналған кескін окулярдың фокусының алдында екенін білдіреді.

Окуляр негізінен үлкейткіш әйнек сияқты жұмыс істеуі керек. Демек, ол объектінің ойдан шығарылған үлкейтілген бейнесін береді.

$$\frac{1}{d} - \frac{1}{f} = \frac{1}{F_2}$$

f - бұл адам кескінді көретін қашықтық;

d - линзадағы кескіннен(линзаның фокустық жазықтығы) L_2 окулярына дейінгі қашықтық суретте мынаны көруге болады $d = L - F_1$

$$\frac{1}{L - F_1} - \frac{1}{f} = \frac{1}{F_2}$$

$$f = \frac{(L - F_1)F_2}{F_2 - L + F_1}$$

$L_1 = 33$ см болғанда адам мынадай қашықтықтан көреді:

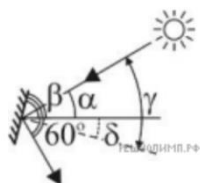
$$f = \frac{(33 - 30)5}{5 + 30 + 33} = 7 \text{ см.}$$

$L_2 = 34,5$ см болғанда адам мынадай қашықтықтан көреді:

$$f = \frac{(34,5 - 30)5}{5 + 30 + 34,5} = 45 \text{ см.}$$

7. Күннің көкжиектен биіктігі α бұрышын құрайды. Горизонтпен 60° бұрыш құрайтын көлбеу штольняның түбін күн сәулесімен жарықтандыру үшін тегіс айна көкжиекке қай бұрышпен орналастырылуы керек?

Айнаға түсетін және одан шағылған сәуленің жолы суретте көрсетілген.



Арасындағы γ бұрышы неге тең екенін көруге болады

$$\gamma = \frac{1}{2}(60^\circ + \alpha) = 30^\circ + \frac{\alpha}{2}$$

Айна нормалі мен көкжиек арасындағы δ бұрышы

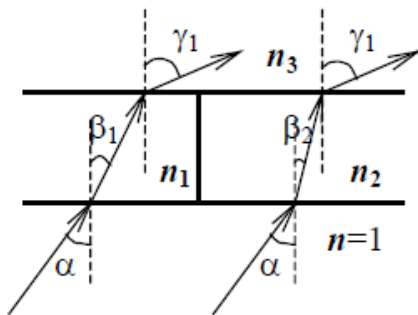
$$\delta = \gamma - \alpha = 30^\circ - \frac{\alpha}{2}$$

Қабырғалары өзара перпендикуляр бұрыштардың теңдігі туралы теорема бойынша айна вертикальмен бірдей бұрыш жасайды. Сондықтан, қажетті бұрыш

$$\beta = 90^\circ - \delta = 60^\circ + \frac{\alpha}{2}$$

Жауабы: $\beta = 60^\circ + \frac{\alpha}{2}$

8. n_3 , n_2 және n_1 ($n_1 > n_2 > n_3 > 1$) сыну көрсеткіштері бар үш орта 20-суретте көрсетілгендей орналасады. Екі сәуле бір – біріне параллель жүреді, 1 сәуле тек I және III орталар арқылы, ал 2 сәуле II және III орталар арқылы өтеді. III ортадағы осы сәулелер арасындағы бұрышты анықтаңыз.



Сыну заңына сәйкес мынаны жаза аламыз:

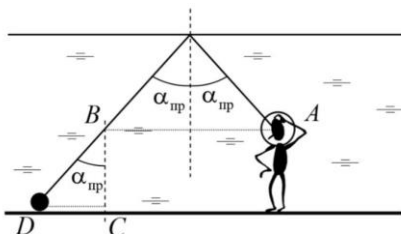
$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta_1} = n_1, \quad \frac{\sin \alpha}{\sin \beta_2} = n_2, \quad \frac{\sin \beta_1}{\sin \gamma_1} = \frac{n_3}{n_1}, \quad \frac{\sin \beta_2}{\sin \gamma_2} = \frac{n_3}{n_2}$$

Осы жерден $\frac{\sin \alpha}{\sin \gamma_1} = n_3 = \frac{\sin \alpha}{\sin \gamma_2},$

$$\gamma_1 = \gamma_2.$$

Жауабы: III ортадағы сәулелер параллель болады

9. Сүңгуір тереңдігі $H = 15$ м болатын су қоймасының көлденең түбінде тұр. Сүңгуірдің өсуі $h = 1,7$ м. Сүңгуірден I қандай қашықтықта су бетінен шағылысқан түбінің бөліктері бар? Судың сыну көрсеткіші $n = 4/3$.



Дене су қоймасының түбінде сүңгуірден 1 қашықтықта жатсын. Сүңгуір бұл дене бетінен шағылғанын көруі үшін суретте көрсетілген сәуле бетінде толық ішкі шағылуды сезінуі керек. Яғни, бұл сәуленің бетке түсу бұрышы толық ішкі шағылудың шекті бұрышына тең болуы керек. Сүңгуірден осы денеге дейінгі қашықтықты 1 фигурасынан геометриялық жолмен табамыз

$$l = AB + CD = 2(H - h)tg\alpha_{\text{пр}} + htg\alpha_{\text{пр}}$$

$$tg\alpha_{\text{пр}} = \frac{\sin \alpha_{\text{пр}}}{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha_{\text{пр}}}} = \frac{1}{\sqrt{n^2 - 1}}$$

Осы жерден

$$l = \frac{2H - h}{\sqrt{n^2 - 1}} = \frac{2 \times 15 - 1,7}{\sqrt{1,3^2 - 1}} = 34\text{м}$$