Многоядерные структуры и поиск

Первунецких Еремей

18 ноября 2025 г.

Целью данного мероприятия является возможность заинтересовать людей в изучении многоядерных структур данных. Я постарался собрать всё, что мне было бы нужно услышать в первую очередь, прежде чем писать свои первые проекты, а также добавил немного того, что выходит за рамки обычного курса многопоточного программирования и затрагивает недавние идеи, созданные в этой области.

Итоговая задача

В конечном итоге мы хотели бы написать WAIT-FREE сбалансированное дерево, которое будет способно быстро обрабатывать запросы, не ломаться в случаях аварийных завершений и разумно работать с оперативной памятью.

Лекция первая

1 Многопоточное исполнение

Процессом исполнения называется последовательный запуск инструкций, который в любой момент может быть прерван планировщиком системы и возобновлён через некоторое время. За данный промежуток состояние системы может кардинально измениться в пределах используемых функций. Единственным способом сделать какое-либо действие *атомарно* - использовать специальные инструкции процессора, которые в большинстве языков программирования сведены в отдельный тип и называются *atomic*.

Так или иначе ядро ОС предоставляет системные вызовы, которые предоставляют *блокирующий* механизм синхронизации - *mutex*. Он универсален и достаточно быстр и оптимален, если речь идёт об использовании других системных вызовов в этом же блоке кода. Но если заглянуть глубже в те механизмы, которые мы используем для обработки запросов, то оказывается, что его скорости мягко говоря недостаточно. В зависимости от того, какие механизмы синхронизации мы используем, появляется 4 основных вида гарантий работы приложения:

- Блокирующие
  - LOCKED - мы верим, что программа завершится когда-нибудь, но мы не можем гарантировать, что система будет выполнять какие-либо действия, если каким-либо потокам будет дано управление

```
1  int memory = 0;
2  std::mutex lock_mutex;
3  int fetch_add() {
4          std::lock_guard<std::mutex> lock(lock_mutex); // mutex.lock();
5          int cur_memory = memory++;
6          // ~lock_guard<std::mutex>(lock)              // mutex.unlock();
7          return cur_memory;
8  }
```

- Неблокирующие
  - OBSTRUCTION-FREE - мы гарантируем, что система будет продвигаться, если на пути одного потока не будет встречено никаких других. Иначе гарантии нет

```
int memory = 0;
std::atomic<bool> spin_lock{false};
int fetch_add() {
    bool expected = false;
    while (spin_lock.compare_exchange_weak(expected, true))
                std::this_thread::yield();
    int cur_memory = memory++;
    spin_lock.store(false);
    return cur_memory;
}
```

Данный пример НЕ является OBSTRUCTION-FREE, потому что система не будет продвигаться в случае выключения потоков в процессе работы. OBSTRUCTION-FREE являются методы, которые, например, сначала используют несколько CAS, и в случае отказа хотя бы одного выполняют операцию снова. Такая гарантия нужна, чтобы показать что процесс LOCK-FREE только в специфичных случаях.

- LOCK-FREE - мы гарантируем, что в целом система будет продвигаться в каждый момент времени, но нет гарантии, что та или иная операция будет завершена за конечное число шагов

```
std::atomic<int> memory{0};
int fetch_add() {
        int cur_memory = memory.load();
        while (!memory.compare_exchange_weak(cur_memory, cur_memory + 1)) {
                cur_memory = memory.load();
        }
        return cur_memory;
}
```

- WAIT-FREE - самая сильная гарантия, мы уверены в том, что каждая операция будет завершена за конечное число шагов

```
std::atomic<int> memory{0};
int fetch_add() {
        return memory.fetch_add(1);
}
```

В дальнейшем мы будем прибегать в общим приемам, которые эти гарантии предоставляют.

2 Особенности работы с памятью

У каждого потока есть своя локальная память, которую он может менять без опасений изменения другими потоками. Также у него есть доступ к общей памяти. Чтобы понять какие проблемы могут возникнуть при её изменении давайте представим следующие программы:

```
Object *ref;
void first() {
        ref = new Object(A);
        // the thread has stopped
        if (ref != nullptr) {
                // do smth with A
        }
}
```

```
void second() {
        if (ref != nullptr) delete ref;
        ref = new Object(B);
}
```

Решением подобного рода проблем, связанных с удалением данных, является применение SMR(safe memory reclamation) алгоритмов (либо сборщика мусора для некоторых языков). Суть их очень проста - они сначала дожидаются завершения всех потоков, имеющих ссылку на удаляемый объект, и лишь затем осуществляют освобождение. Мы рассмотрим два из них, для начала поговорим о счётчике ссылок.

3 Счётчик ссылок

Первое решение, приходящее в голову - аккуратно подсчитывать количество ссылающихся на объект потоков, чтобы при достижении нуля начать освобождение. Давайте реализуем MUTEX-BASED подход

```
1  using ull = unsigned long long;
2  class ReferenceCounter {
3          ull counter = 1;
4          std::mutex lock_mutex;
5  public:
6          bool increment() {
7                  std::lock_guard<std::mutex> lock(lock_mutex);
8                  if (counter != 0) {
9                          ++counter;
10                         return true;
11                 }
12                 return false;
13         }
14         bool decrement() {
15                 std::lock_guard<std::mutex> lock(lock_mutex);
16                 if (counter == 0) return false;
17                 if ((--counter) == 0) {
18                         return true;
19                 }
20                 return false;
21         }
22         ull get_counter() {
23                 std::lock_guard<std::mutex> lock(lock_mutex);
24                 return counter;
25         }
26 };
```

Давайте его немного ускорим и превратим в LOCK-FREE

```
1  using ull = unsigned long long;
2  class ReferenceCounter {
3          std::atomic<ull> counter = 1;
4  public:
5          bool increment() {
6                  ull cur_counter = counter.load();
7                  while (cur_counter != 0 &&
8                  !counter.compare_exchange_weak(cur_counter, cur_counter + 1)) {
9                          cur_counter = counter.load();
10                 }
11                 return cur_counter != 0;
12         }
13         bool decrement() {
14                 return counter.fetch_sub(1) == 1;
15         }
16         ull get_counter() {
17                 return counter.load();
18         }
19 };
```

Заметим, что наше состояние всегда определено и на написание каждой операции мы не меняем функции. Но что здесь

```
1  using ull = unsigned long long;
2  class ReferenceCounter {
3          std::atomic<ull> counter = 1;
4          const ull zero_flag = (1ll << 63);
5  public:
6          bool increment() {
7                  return ((counter.fetch_add(1) & zero_flag) == 0);
8          }
9          bool decrement() {
10                 if (counter.fetch_sub(1) == 1) {
11                         ull expected = 0;
12                         if (counter.compare_exchange_strong(expected, zero_flag)) {
13                                 return true;
14                         }
15                 }
16                 return false;
17         }
18         ull get_counter() { // weak - the cake is a lie
19                 ull cur_counter = counter.load();
20                 if (cur_counter & zero_flag) return 0;
21                 if (cur_counter == 0) return 1;
22                 return cur_counter;
23                 // we will change this function to explain help approach
24         }
25 };
```

Мы можем представить, что операция *increment* будет вызвана после *fetch_sub(1)*, но до *compare_exchange*. Тогда состояние счетчика будет 0 и операция прибавления 1, будучи реально вызванной после *decrement*, изменит состоянее до неё, то есть по сути будет исполнена раньше. Нам необходимо будет определить что вообще значит порядок операций в терминах параллельного программирования, но для начала поговорим о простейшем применении данного счётчика.

3.1 Механизм COW для строк

Допустим мы хотим научиться сжимать создаваемую при копировании строк информацию, чего с помощью COW делать не стоит (более того его из-за некоторых причин удалили для строк в 11-ом стандарте C++). Тогда вместо обычного *basic_string* вида

```
1  class basic_string {
2          size_t size;
3          char  *c_str;
4  public:
5          basic_string(const basic_string &other) {
6                  size = other.size;
7                  c_str = new char[size];
8                  memcpy(c_str, other.c_str, size);
9          }
10 };
```

Будем при копировании лишь ссылаться на тот же *c_str*, не переписывая заново его содержимое. Если при изменении мы являемся исключительным владельцем данной строки, то тогда мы действительно поменяем данные. Иначе мы скопируем строку, как мы и хотели до этого.

```
1  class basic_string {
2          size_t size;
3          char  *c_str;
4          ReferenceCounter *counter;
5  public:
6          basic_string(const basic_string &other) {
7                  if (!other.counter->increment())
8                          throw std::invalid_argument("");
9                  size = other.size;
10                 c_str = other.c_str;
11                 counter = other.counter;
12         }
13         char& operator[](size_t index) {
14                 if (counter->get_counter() > 1) {
15                         char *new_c_str = new char[size];
16                         memcpy(new_c_str, c_str, size);
17                         if (counter->decrement()) {
18                                 delete c_str;
19                         }
20                         c_str = new_c_str;
21                         counter = new ReferenceCounter();
22                 }
23                 return c_str[index];
24         }
25         ~basic_string() {
26                 if (counter->decrement()) {
27                         delete c_str;
28                         delete counter;
29                 }
30         }
31 };
```

3.2 Help подход и взаимопомощь

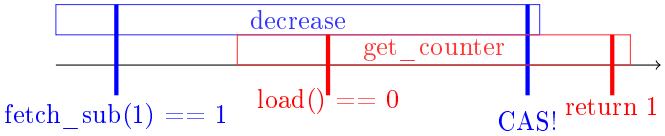
Чтобы добавить метод *get_counter* в *ReferenceCounter* без трюков с переупорядочиванием давайте разберёмся с механизмом помощи. Пусть тот поток, который получил значение счётчика 1 при вызове *get_counter* поможет установить его в *zero_flag* и даст понять это потоку с вызванным *decrement*. В исходном материале, откуда было это всё взято есть дополнительная проверка на то, что только один поток из *decrement* смог бы поменять счётчик из состояния когда уже помогли и он ровно *zero_flag*. Эта проверка - *counter.exchange(zero_flag) & help_flag*. Она не необходима, но её труднее убрать чем добавить.

```
1  using ull = unsigned long long;
2  class ReferenceCounter {
3          std::atomic<ull> counter = 1;
4          const ull zero_flag = (1ll << 63);
5          const ull help_flag = (1ll << 62);
6  public:
7          bool increment() {
8                  return ((counter.fetch_add(1) & zero_flag) == 0);
9          }
10         bool decrement() {
11                 if (counter.fetch_sub(1) == 1) {
12                         ull expected = 0;
13                         if (counter.compare_exchange_strong(expected, zero_flag)) {
14                                 return true;
15                         } else if ((expected & help_flag) &&
16                         (counter.exchange(zero_flag) & help_flag)) {
17                                 return true;
18                         }
19                 }
20                 return false;
21         }
22         ull get_counter() { // strong - the cake is real
23                 ull cur_counter = counter.load();
24                 if (cur_counter == 0 &&
25                 counter.compare_exchange_strong(cur_counter, zero_flag | help_flag)) {
26                         return 0;
27                 }
28                 if (cur_counter & zero_flag) {
29                         return 0;
30                 }
31                 return cur_counter;
32         }
33 };
```

Заметьте как получается использовать время другого потока, потраченное на помощь, чтобы развернуть бесконечный цикл в конечное исполнение на всей системе. Мы будем рассматривать это дальше в LOCK-FREE очереди Майкла и Скотта, которая использует эту технику для поддержания одного полезного свойства системы. Помимо прочего такой подход в принципе нужен по причине стабильности документации. Даже если мы будем аккуратно врать, то трудоемкость поддержки последней резко возрастает, нежели чем работать с ситуацией, где соблюдается инвариант структуры.

4 Линеаризуемость

Вернёмся к проблеме, возникшей при написании WAIT-FREE счётчика, связанной с *get_counter*. Давайте рассмотрим один из вариантов исполнения функции.

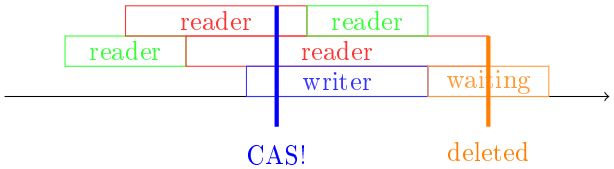


Объект называется *линеаризуемым*, если любая операция над ним выполняется *атомарно* в какой-то момент времени. И более того, любое чтение возвращает результат всех выполненных на момент его прихода записей. То есть нашу операцию можно воспринимать как *атомарную*, а всю систему - как набор последовательных инструкций, и именно это и позволяет нам писать идущие друг за другом операции в *линеаризуемой* системе, использующей эти *линеаризуемые* объекты. Все примеры счетчиков являеются линеаризуемыми, поскольку мы можем *оправдать* их поведение соотвествующим атомарным, так чтобы результат остался корректным. Является ли предыдущая реализация COW строк линеаризуемой? Почему?

Если бы наша согласованность операций была бы *последовательная*, чему есть термин *Sequential consistency*, то судя по ней "результат любого выполнения такой же, как в случае если бы **операции всех процессоров были выполнены в некотором последовательном порядке**, и операции каждого отдельного процессора появлялись в этой последовательности в порядке определённом его программой"(то есть в том самом порядке, какой дан из определения процесса). Является ли реализация COW строк последовательно согласованной? Почему?

5 RCU как несимметричный механизм SMR

Чтобы научиться выполнять операцию записи в многопоточную структуру данных необходимо учесть то, что в текущий момент есть потоки, которые выполняют оттуда чтение. Одним из решений, в основном применимых в *kernel-space* (но также существующих в *user-space*) является RCU. Мы будем менять данные атомарно, затем дожидаться завершения всех читающих потоков, и только после этого изменять их. То есть при работе с ссылками каждый читающий поток входит в критическую секцию и запрещает прерывать себя. А пишущий поток пытается исполнить себя на каждом ядре, таким образом у него это выйдет только после того, как данные безопасно обработаются и не будут доступны.



Заметим также, что просто входить в критическую секцию для обеспечения WAIT-FREE подхода возможно только если система работает на одном ядре, в нашем же случае мы лишь используем этот механизм для бесплатного отслеживания состояния потоков. Также запись будет не то чтобы LOCK-FREE, скорее всего проще будет реализовать LOCKED алгоритм, зато чтение будет WAIT-FREE и практически не требовать ничего для его реализации.

6 Lock-free очередь майкла-скотта

Представим себе задачу - нам необходимо написать LOCK-FREE очередь, так что у нас есть *head* и *tail* - ссылки на голову и хвост, соответсвенно. Изначально в ней лежит одна пустая вершина, при взятии которой с головы мы будем делать стоящую после неё вершину такой же пустой. Надо придумать инвариант, который потоки будут сохрянять при работе с этой очередью, который сильно поможет в результате.

Пусть конец очереди никогда не будет отставать от настоящего конца более чем на 1 элемент. Если мы можем помочь сдвинуть *tail* на следующий за ним, то мы *сделаем* это. То есть мы для *enqueue* в бесконечном цикле сначала будем менять конец на следующий после него элемент, и если такого нет, то поменяем его на наш, добавляемый. Аналогично для *dequeue*, поскольку очередь может находится в состоянии $head == tail$ и мы не сможем забрать элемент. Затем мы просто меняем голову очереди и используем наш вынутый элемент. Чтобы его удалить нам понадобится какой-либо механизм SMR, но суть от этого не меняется.

Лекция вторая

7 Односвязный список как последовательная структура данных

Для того, чтобы решить итоговую задачу нужно сначала научиться поддерживать структуру данных, в которой может происходить 3 операции: поиск элемента, вставка элемента в определенное место, удаление элемента. Давайте хранить односвязный список, состоящий из вершин с полями *T data* и *Node *next*. Поиск будет происходить итерационно, вставка и удаление будут содержать в себе предварительный поиск, и в случае успеха, требуемую операцию.

1. Coarse-grained - обычным образом написанная структура, мы будем блокировать весь список, производить нашу операцию и затем разблокировать всё. В реализации можно заметить тип *recursive_mutex*, который, как и обычный *mutex*, работает за счёт средств ядра ОС, вызывая системный вызов на блокировку. Примечателен он тем, что при повторном запросе от того же потока блокировку он не вызывает.

2. Fine-grained - давайте идти повершинно, блокируя их только при входе и разблокируя при выходе. Так мы можем позволить немного разделить обход, но такое поведение не сильно улучшает ситуацию, поскольку мы всё ещё используем системные вызовы. Также заметим что у нас не может произойти никакого плохого случая, даже при том, что мы всё-таки используем параллельную обработку списка в нескольких местах одновременно.

3. Optimistic syncronization - позволим себе сначала пройтись до вершины, и только затем заблокировать её. Если мы не смогли её снова найти, то есть её кто-то удалил, то повторим весь проход. И это релевантно только для удаления, поскольку вставка осуществляется сразу после элемента.

4. Lazy syncronization - не будем заново всё обходить, попробуем просто хранить флаг логической удаленности вершины. Мы будем его игнорировать при проходе, поскольку с ним ничего уже не сделать. При вставке после блокировки уже никто не сможет изменить его, поэтому его состояние актуально. При удалении аналогичная ситуация, только в случае удаленности предыдущей вершины необходимо заново её найти.

5. Non-blocking syncronization - попробуем использовать тот факт, что количество действий реальной обработки при удалении/добавлении мало. Будем использовать CAS, который работает только с 64-битными ссылками: заменим первый бит указателя на следующий элемент на логическую удаленность текущего. Мы сначала терпим небольшую неудачу при применении физического удаления после логического. Но, если сделать поиск больше не WAIT-FREE, а LOCK-FREE, добавив в него удаление логически вычеркнутых вершин, то алгоритм получается реализовать. Также можно заметить, что нельзя игнорировать удаленные вершины в этом случае, поскольку иначе они могут быть никогда не удалены.

И мы в итоге получаем наш LOCK-FREE односвязный список. Причем наша структура всегда линеаризуема, поскольку каждая операция выполняется за ровно одну инструкцию. Заметим также, что с помощью такого подхода можно реализовать и skip-list, позволяющий хранить данные точно также, но реализующий возможность быстрого поиска с асимптотикой $O(log(N))$.

В такой структуре данных к каждому элементу добавляется сверху случайное (и грамотно подобранное) количество ссылок быстрого доступа, которые должны быть связаны между своим уровнем также, как и нижние. То есть ссылки от всех уровней первого элемента(который имеет наибольшую высоту) должны вести последовательно по списку в том же порядке до всех элементов того же уровня, причем если уровень выше, то и количество связей там меньше. Тогда для добавления элемента мы будем поочередно снизу вверх добавлять ссылки. Нижний слой skip-list'а закрепляет элементы и дает гарантию на их существование и порядок, все верхние слои служат лишь для ускоренного поиска. Удаление работает аналогичным образом - мы пытаемся сначала пометить все элементы сверху вниз, и только потом приступаем к физическому удалению в том же направлении.

7.1 Coarse-grained

```
1  template <typename T>
2  class List;
3
4  template <typename T>
5  class Node {
6          T         data;
7          Node<T> *next;
8
9          friend class List<t>;
10 public:
11         Node(T val) : data(val), next(nullptr) {}
12         T get_data() { return data; }
13 };
14
15 template <typename T>
16 class List {
17         Node<T> *head; // = dummy node
18         std::recursive_mutex lock_mutex;
19 public:
20         Node<T>* search_anc(T elem) {
21                 std::lock_guard<std::recursive_mutex> lock(lock_mutex);
22                 Node<T> *cur = head;
23                 while (cur->next != nullptr) {
24                         if (cur->next->T == elem) {
25                                 return cur;
26                         }
27                         cur = cur->next;
28                 }
29                 return nullptr;
30         }
31         bool insert(T after, T elem) {
32                 Node<T> *node = new Node<T>{elem};
33                 std::lock_guard<std::recursive_mutex> lock(lock_mutex);
34                 Node<T> *found_anc = this->search_anc(after);
35                 if (found_anc != nullptr) {
36                         Node<T> *curr = found_anc->next;
37                         node->next = curr->next; curr->next = node;
38                         return true;
39                 }
40                 return false;
41         }
42         bool delete(T elem) {
43                 std::lock_guard<std::recursive_mutex> lock(lock_mutex);
44                 Node<T> *found_anc = this->search_anc(elem);
45                 if (found_anc != nullptr) {
46                         found_anc->next = found_anc->next->next;
47                         return true;
48                 }
49                 return false;
50         }
51 };
```

7.2 Fine-grained

```
1  template <typename T>
2  class Node {
3          T         data;
4          Node<T> *next;
5          std::mutex lock_mutex;
6
7          friend class List<t>;
8  public:
9          Node(T val) : data(val), next(nullptr) {}
10         T get_data() { return data; }
11 };
12
13 template <typename T>
14 class List {
15         Node<T> *head; // = dummy node
16 public:
17         // after search operation need to unlock Node<T> *result and result->next
18         Node<T>* search_anc(T elem) {
19                 Node<T> *cur = head;
20                 cur->lock_mutex.lock();
21                 while (cur->next != nullptr) {
22                         cur->next->lock_mutex.lock();
23                         if (cur->next->T == elem) {
24                                 return cur;
25                         }
26                         cur->lock_mutex.unlock();
27                         cur = cur->next;
28                 }
29                 cur->lock_mutex.unlock();
30                 return nullptr;
31         }
32         bool insert(T after, T elem) {
33                 Node<T> *node = new Node<T>{elem};
34                 Node<T> *found_anc = this->search_anc(after);
35                 if (found_anc != nullptr) {
36                         Node<T> *curr = found_anc->next;
37                         node->next = curr->next; curr->next = node;
38                         found_anc->lock_mutex.unlock(); curr->lock_mutex.unlock();
39                         return true;
40                 }
41                 return false;
42         }
43         bool delete(T elem) {
44                 Node<T> *found_anc = this->search_anc(elem);
45                 if (found_anc != nullptr) {
46                         found_anc->next = found_anc->next->next;
47                         found_anc->lock_mutex.unlock(); curr->lock_mutex.unlock();
48                         return true;
49                 }
50                 return false;
51         }
52 };
```

7.3 Optimistic synchronization

```
1  template <typename T>
2  class List {
3          Node<T> *head; // = dummy node
4  public:
5          pair<Node<T>*, Node<T>*> search_anc(T elem) {
6                  Node<T> *cur = head;
7                  Node<T> *next_cur = cur->next;
8                  while (next_cur != nullptr) {
9                          if (next_cur->T == elem) {
10                                 return {cur, next_cur};
11                         }
12                         cur = next_cur;
13                         next_cur = next_cur->next;
14                 }
15                 return {nullptr, nullptr};
16         }
17         bool insert(T after, T elem) {
18                 Node<T> *node = new Node<T>{elem};
19                 while (true) {
20                         auto [found_anc, curr] = this->search_anc(after);
21                         if (found_anc == nullptr) return false;
22
23                         std::lock_guard<std::mutex> lock_next(curr->lock_mutex);
24                         if (this->search_anc(after).second != curr) return false;
25
26                         node->next = curr->next; curr->next = node;
27                         return true;
28                 }
29                 return false;
30         }
31         bool delete(T elem) {
32                 while (true) {
33                         auto [found_anc, curr] = this->search_anc(elem);
34                         if (found_anc == nullptr) return false;
35
36                         std::lock_guard<std::mutex> lock(found_anc->lock_mutex);
37                         std::lock_guard<std::mutex> lock_next(curr->lock_mutex);
38                         if (found_anc->next != curr) continue;
39                         if (this->search_anc(elem).first != found_anc) continue;
40
41                         found_anc->next = curr->next;
42                         return true;
43                 }
44                 return false;
45         }
46 };
```

7.4 Lazy synchronization

```
1  template <typename T>
2  class Node {
3          T         data;
4          Node<T> *next;
5          volatile bool     alive;
6  };
7
8  template <typename T>
9  class List {
10         Node<T> *head; // = dummy node
11 public:
12         pair<Node<T>*, Node<T>*> search_anc(T elem) {
13                 Node<T> *cur = head;
14                 Node<T> *next_cur = cur->next;
15                 while (next_cur != nullptr) {
16                         if (next_cur->T == elem) {
17                                 return {cur, next_cur};
18                         }
19                         cur = next_cur;
20                         next_cur = next_cur->next;
21                 }
22                 return {nullptr, nullptr};
23         }
24         bool insert(T after, T elem) {
25                 Node<T> *node = new Node<T>{elem};
26                 while (true) {
27                         auto [found_anc, curr] = this->search_anc(after);
28                         if (found_anc == nullptr) return false;
29
30                         std::lock_guard<std::mutex> lock_next(curr->lock_mutex);
31                         if (!curr->alive) return false;
32
33                         node->next = curr->next; curr->next = node;
34                         return true;
35                 }
36                 return false;
37         }
38         bool delete(T elem) {
39                 while (true) {
40                         auto [found_anc, curr] = this->search_anc(elem);
41                         if (found_anc == nullptr) return false;
42
43                         std::lock_guard<std::mutex> lock(found_anc->lock_mutex);
44                         std::lock_guard<std::mutex> lock_next(curr->lock_mutex);
45                         if (!curr->alive) return false;
46                         if (found_anc->next != curr) continue;
47                         if (!found_anc->alive) continue;
48
49                         curr->alive = false; found_anc->next = curr->next;
50                         return true;
51                 }
52                 return false;
53         }
54 };
```

7.5 Non-blocking synchronization

```
1  // Node<T>.next is atomic<Node<T>*>
2  const size_t alive_flag = (1ll << 63); // Node<T>.next has an alive_flag
3  const size_t alive_mask = ~alive_flag; // (ref & alive_mask) to use the pointer
4
5  template <typename T>
6  class List {
7          pair<Node<T>*, Node<T>*> search_anc(T elem) {
8                  Node<T> *cur = head;
9                  Node<T> *next_cur = cur->next; // like atomic.load()
10                 while (next_cur != nullptr) {
11                         while (!(next_cur & alive_flag)) { // helping delete
12                                 Node<T> *expected = next_cur;
13                                 if (!cur->next.compare_exchange_strong
14                                                 (expected, next_cur->next)) {
15                                         next_cur = head->next;
16                                         // otherwise haven't even lock-free
17                                         // we need to do full traversal
18                                 }
19                         }
20                         if (next_cur->T == elem) { // like using alive_mask
21                                 return {cur, next_cur};
22                         }
23                         cur = next_cur;
24                         next_cur = next_cur->next; // like using alive_mask
25                 }
26                 return {nullptr, nullptr};
27         }
28         bool insert(T after, T elem) {
29                 Node<T> *node = new Node<T>{elem};
30                 while (true) {
31                         auto [found_anc, curr] = this->search_anc(after);
32                         if (found_anc == nullptr) return false;
33                         Node<T> *expected = curr->next.load(); //preparing for CAS
34                         if (!(expected & alive_flag)) return false;
35                         node->next.store(expected);
36                         if (!curr->next.compare_exchange_weak(expected, node)) continue;
37                         return true;
38                 }
39                 return false;
40         }
41         bool delete(T elem) {
42                 while (true) {
43                         auto [found_anc, curr] = this->search_anc(elem);
44                         if (found_anc == nullptr) return false;
45                         Node<T> *expected = curr->next.load(); //preparing for CAS
46                         if (!(expected & alive_flag)) return false;
47                         if (!curr->next.compare_exchange_weak
48                                         (expected, expected & alive_flag)) continue;
49                         found_anc->next.compare_exchange_strong(curr, expected);
50                         // if last CAS failed then other threads will help!
51                         return true;
52                 }
53                 return false;
54         }
55 };
```

8 Универсальные WAIT-FREE конструкции

8.1 Грамотная постановка задачи

Гарантии многопоточного программирования нужны не столько по причине скорости их работы (которая является следствием), сколько по их надежности и способности обеспечивать максимальное использование ресурсов вычислительных устройств. Но в некоторых задачах физически невозможно реализовать параллельное исполнение. То есть если в системе P потоков, а время выполнения одной операции T, то как ни крути, суммарное время будет $O(PT)$. Чем же *lock-free* себя выделяет по сравнению с подходом без гарантий? Тем, что на самом деле при остановке исполнения одного из потоков он может обеспечить работу остальных, и хотя бы один выполнит нужную ему операцию. Давайте попытаемся придумать способ, как сделать именно это - обеспечить возможность каждому из потоков выполняться, несмотря на состояние всех остальных

Задача: В системе есть P потоков исполнения. Каждому на выполнение своей операции над структурой данных Rx требуется T времени. Необходимо написать способ распределения задач, чтобы при засыпании/просыпании любого из потоков каждый выполнялся бы за конечное число шагов.

8.2 Тривиальное решение

При грамотной постановке задачи сразу приходит решение, хоть и медленное. Оно было описано ещё очень давно Морисом Херлихи, и заключается в следующем: мы пытаемся выполнить старые операции всех остальных потоков, пока у нас это не получится. Если у нас так и не вышло, то значит, что кто-то другой уже сделал это за нас.

```
1  Operation announce[P];
2  Result do_operation(Operation x) {
3          x.time = operation_counter->increment();
4          announce[this_thread_id] = x;
5          while (!announce[i].is_done()) {
6                  announce' = announce.copy();
7                  Rx' = Rx.copy();
8                  newRx' = Rx';
9                  for (int i : {0..P-1}) {
10                         if (announce'[i].time <= x.time) {
11                                 do operation announce'[i] on newRx';
12                                 announce'[i].done();
13                         }
14                 }
15                 if (!CAS(Rx, Rx', newRx')) continue;
16
17                 for (int i : {0..P-1}) {
18                         if (announce'[i].is_done()) {
19                                 CAS(announce[i], announce'[i].like_not_done, announce'[i]);
20                         }
21                 }
22         }
23         return done;
24 }
```

Можно заметить что такое решение работает за $O(P^2T)$ сложность на каждом из потоков, хоть и является WAIT-FREE. Необходимо придумать что-то похожее, но оптимальнее. Также можно заметить, что невозможно отменить операцию, даже если у неё был сделан анонс - по крайней мере здесь это является достаточно сложной задачей. Попробуем применить подход с нумерацией операций.

8.3 Решение с помощью LOCK-FREE очереди

Следующим шагом к созданию алгоритма является применения понятия очереди. Пусть все новые процессы будут заносить анонс своей операции в очередь, и потом любой, кто захочет сможет оттуда взять последнюю. Как только кто-то её выполнит мы удалим этот элемент и будем пытаться выполнить следующую операцию. Так или иначе каждому потоку повезет быть исполненым.

```
1  Queue<Operation> announces;
2  Result do_operation(Operation x) {
3          x.time = operation_counter->increment();
4          announces.push(x);
5          while (!x.is_done()) {
6                  announce' = announces.front();
7                  Rx' = Rx.copy();
8                  newRx' = Rx';
9                  if (announce'.time <= x.time) { // should be always true
10                         do operation announce' on newRx';
11                         announce'.done();
12                 }
13                 CAS(Rx, Rx', newRx');
14                 announce'->done(); // for !x.is_done() rule
15
16                 // if announce.front() is announce' then pop
17                 announce.pop(announce');
18                 // otherwise someone else removed this
19                 free(announce');
20         }
21         return done;
22 }
```

Наша асимптотика стала $O(PT)$, чего мы и хотели добиться. Заметим, что для начала нам нужна WAIT-FREE очередь, а также механизм освобождения памяти, выделенной под анонс, чтобы реализовать данный подход. Ни то ни другое не является простой задачей.

Поэтому нам необходимо понять одну деталь: нам по факту не важно будет ли поток, который первым добавился в очередь, исполнен первым, нам нужно лишь чтобы все операции рано или поздно были исполнены. Тогда пусть наша очередь будет расположена на массиве, и у нас будет единый счетчик текущей исполняемой операции. Назовем его gate, также в нём же будем хранить количество последних исполненных операций, т.е. наш *operation_counter*.

8.4 Добавление gate

```
1  struct Gate {
2          size_t cur; // pointer - current active operation
3          size_t seq; // counter - number of operations
4  };
5  Operation announce[P];
6  Gate gate = {nullptr, 0};
7
8  Result do_operation(Operation x) {
9          i = this_thread::get_id();
10         x.time = gate.seq;
11         announce[i] = x;
12         while (!x.is_done()) {
13                 gate' = gate.load();
14                 if (gate'.cur == nullptr) {
15                         CAS(gate, {announce[gate'.seq \% P], gate'.seq});
16                         gate' = gate.load();
17                 }
```

```
18                  if (gate'.cur != nullptr) {
19                          announce' = gate'.cur;
20                          if (announce'.time <= gate'.seq) {
21                                  Rx' = Rx.copy();
22                                  newRx' = Rx';
23                                  do operation announce' on newRx';
24                                  announce'.done();
25                                  CAS(Rx, Rx', newRx');
26                          }
27                          announce'->done();
28                          CAS(gate, {nullptr, gate'.seq + 1});
29                  }
30          }
31          return done;
32  }
```

8.5 Доведение до кондиции

9 WAIT-FREE красно-черное дерево

10 Литература

Лекция 1

1. The art of Multiprocessor Programming https://www.cs.sfu.ca/ ashriram/Courses/CS431/assets/distrib/AMP.pdf
2. Курс по параллельному программированию https://youtu.be/fhcyQ2wU7Hk?si=QI1Qx9BlBxH4VPl8
3. Подход COW и его описание https://en.wikipedia.org/wiki/Copy-on-write
4. Документация по типам *atomic* в C++ https://en.cppreference.com/w/cpp/atomic/atomic.html
5. Введение в WAIT-FREE программирование https://www.youtube.com/watch?v=kPh8pod0-gk

Лекция 2

1. Статьи Максима Хижинского по LOCK-FREE https://habr.com/ru/users/khizmax/articles/
2. Библиотека *libcds* того же автора https://github.com/khizmax/libcds
3. Представление необходимых принципов для структур https://oasis.library.unlv.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=3425&context=thesesdissertations
4. Универсальные конструкции WAIT-FREE https://scispace.com/pdf/a-universal-construction-for-wait-free-transaction-friendly-38as61nsj3.pdf
5. WAIT-FREE красно-черное дерево поиска https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-319-03089-0_4