Учреждение образования

«БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИНФОРМАТИКИ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ»

Кафедра информатики

Отчет по лабораторной работе №9

Методы Эйлера и Рунге-Кутта

Выполнил:

студент группы 053506

Ермолович Д.С.

Руководитель:

доцент

Анисимов В.Я.

Минск 2022

**Содержание**

[Цель работы 3](#_Toc106571059)

[Тестовый пример 3](#_Toc106571060)

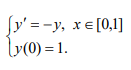
[ЗАДАНИЕ 4](#_Toc106571061)

[Вывод 17](#_Toc106571062)

**Цель работы**

Изучить решение задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений методом Эйлера и методом Рунге-Кутта.

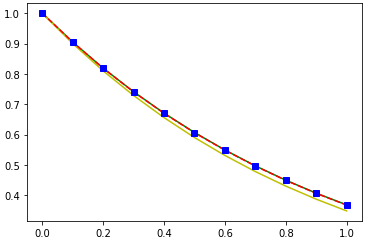
# **Тестовый пример**

Решить методом Эйлера, модифицированным методом Эйлера, методом Рунге-Кутта задачу Коши c точностью в 0.1  


Решение задачи коши равно

Сеточная функция

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 0 | 0.1 | 0.2 | 0.3 | 0.4 | 0.5 | 0.6 | 0.7 | 0.8 | 0.9 | 1 |
| 1 | 0.9048 | 0.8187 | 0.7408 | 0.6703 | 0.6065 | 0.5488 | 0.4966 | 0.4493 | 0.4066 | 0.3679 |
| 1 | 0.9000 | 0.8100 | 0.7290 | 0.6561 | 0.5905 | 0.5314 | 0.4783 | 0.4305 | 0.3874 | 0.3487 |
| 1 | 0.9050 | 0.8190 | 0.7412 | 0.6708 | 0.6071 | 0.5494 | 0.4972 | 0.4500 | 0.4072 | 0.3685 |
| 1 | 0.9048 | 0.8187 | 0.7408 | 0.6703 | 0.6065 | 0.5488 | 0.4966 | 0.4493 | 0.4066 | 0.3679 |



# ЗАДАНИЕ

Вариант 8

С помощью метода Эйлера, модифицированного метода Эйлера, метода Рунге-Кутта найти с точностью до 0.001 решение заданного уравнения на отрезке [0; 1]. Сравнить результаты.

|  |  |
| --- | --- |
| 0.00625 | 160.0 |
| 0.00625 | 160.0 |
| 0.025 | 40.0 |

Сеточная функция

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 0 | 0.1 | 0.2 | 0.3 | 0.4 | 0.5 | 0.6 | 0.7 | 0.8 | 0.9 | 1 |
| 0 | 0.0889 | 0.1714 | 0.2435 | 0.3041 | 0.3541 | 0.3951 | 0.4289 | 0.4569 | 0.4803 | 0.5000 |
| 0 | 0.0864 | 0.1642 | 0.2310 | 0.2868 | 0.3331 | 0.3713 | 0.4031 | 0.4295 | 0.4518 | 0.4707 |
| 0 | 0.0883 | 0.1697 | 0.2405 | 0.3000 | 0.3491 | 0.3895 | 0.4228 | 0.4504 | 0.4735 | 0.4930 |

Рунге-кутт

X,Y

0.0 0

0.025 0.0224

0.05 0.0446

0.075 0.0666

0.1 0.0883

0.125 0.1095

0.15 0.1301

0.175 0.1502

0.2 0.1697

0.225 0.1885

0.25 0.2065

0.275 0.2239

0.3 0.2405

0.325 0.2564

0.35 0.2717

0.375 0.2862

0.4 0.3000

0.425 0.3132

0.45 0.3258

0.475 0.3378

0.5 0.3491

0.525 0.3600

0.55 0.3703

0.575 0.3802

0.6 0.3895

0.625 0.3985

0.65 0.4070

0.675 0.4151

0.7 0.4228

0.725 0.4302

0.75 0.4373

0.775 0.4440

0.8 0.4504

0.825 0.4566

0.85 0.4625

0.875 0.4681

0.9 0.4735

0.925 0.4787

0.95 0.4836

0.975 0.4884

1.0 0.4930

Метод Эйлера

0.0 0

0.0062 0.0056

0.0125 0.0112

0.0188 0.0169

0.025 0.0225

0.0312 0.0281

0.0375 0.0337

0.0438 0.0393

0.05 0.0449

0.0562 0.0504

0.0625 0.0560

0.0688 0.0615

0.075 0.0670

0.0812 0.0725

0.0875 0.0780

0.0938 0.0835

0.1 0.0889

0.1062 0.0943

0.1125 0.0997

0.1188 0.1050

0.125 0.1103

0.1312 0.1156

0.1375 0.1209

0.1438 0.1261

0.15 0.1313

0.1562 0.1364

0.1625 0.1416

0.1688 0.1466

0.175 0.1517

0.1813 0.1567

0.1875 0.1616

0.1938 0.1665

0.2 0.1714

0.2062 0.1762

0.2125 0.1810

0.2188 0.1858

0.225 0.1905

0.2312 0.1952

0.2375 0.1998

0.2438 0.2043

0.25 0.2089

0.2563 0.2134

0.2625 0.2178

0.2688 0.2222

0.275 0.2265

0.2812 0.2308

0.2875 0.2351

0.2938 0.2393

0.3 0.2435

0.3062 0.2476

0.3125 0.2517

0.3188 0.2557

0.325 0.2597

0.3313 0.2636

0.3375 0.2675

0.3438 0.2714

0.35 0.2752

0.3562 0.2789

0.3625 0.2827

0.3688 0.2863

0.375 0.2900

0.3813 0.2935

0.3875 0.2971

0.3938 0.3006

0.4 0.3041

0.4062 0.3075

0.4125 0.3109

0.4188 0.3142

0.425 0.3175

0.4312 0.3208

0.4375 0.3240

0.4438 0.3272

0.45 0.3303

0.4562 0.3334

0.4625 0.3365

0.4688 0.3395

0.475 0.3425

0.4812 0.3454

0.4875 0.3483

0.4938 0.3512

0.5 0.3541

0.5062 0.3569

0.5125 0.3597

0.5188 0.3624

0.525 0.3651

0.5312 0.3678

0.5375 0.3704

0.5438 0.3730

0.55 0.3756

0.5562 0.3782

0.5625 0.3807

0.5688 0.3832

0.575 0.3856

0.5812 0.3880

0.5875 0.3904

0.5938 0.3928

0.6 0.3951

0.6063 0.3974

0.6125 0.3997

0.6188 0.4020

0.625 0.4042

0.6313 0.4064

0.6375 0.4086

0.6438 0.4107

0.65 0.4128

0.6562 0.4149

0.6625 0.4170

0.6688 0.4191

0.675 0.4211

0.6812 0.4231

0.6875 0.4251

0.6938 0.4270

0.7 0.4289

0.7062 0.4308

0.7125 0.4327

0.7188 0.4346

0.725 0.4364

0.7313 0.4382

0.7375 0.4400

0.7438 0.4418

0.75 0.4436

0.7563 0.4453

0.7625 0.4470

0.7688 0.4487

0.775 0.4504

0.7812 0.4521

0.7875 0.4537

0.7938 0.4553

0.8 0.4569

0.8062 0.4585

0.8125 0.4601

0.8188 0.4616

0.825 0.4631

0.8312 0.4647

0.8375 0.4662

0.8438 0.4676

0.85 0.4691

0.8562 0.4706

0.8625 0.4720

0.8688 0.4734

0.875 0.4748

0.8812 0.4762

0.8875 0.4776

0.8938 0.4789

0.9 0.4803

0.9062 0.4816

0.9125 0.4829

0.9188 0.4842

0.925 0.4855

0.9312 0.4868

0.9375 0.4880

0.9438 0.4893

0.95 0.4905

0.9562 0.4917

0.9625 0.4930

0.9688 0.4942

0.975 0.4953

0.9812 0.4965

0.9875 0.4977

0.9938 0.4988

1.0 0.5000

Модифицированный метод Эйлера

0.0 0

0.0062 0.0056

0.0125 0.0111

0.0188 0.0167

0.025 0.0222

0.0312 0.0277

0.0375 0.0331

0.0438 0.0386

0.05 0.0440

0.0562 0.0494

0.0625 0.0548

0.0688 0.0602

0.075 0.0655

0.0812 0.0708

0.0875 0.0760

0.0938 0.0812

0.1 0.0864

0.1062 0.0916

0.1125 0.0967

0.1188 0.1018

0.125 0.1068

0.1312 0.1118

0.1375 0.1168

0.1438 0.1217

0.15 0.1266

0.1562 0.1315

0.1625 0.1363

0.1688 0.1410

0.175 0.1457

0.1813 0.1504

0.1875 0.1551

0.1938 0.1596

0.2 0.1642

0.2062 0.1687

0.2125 0.1732

0.2188 0.1776

0.225 0.1819

0.2312 0.1863

0.2375 0.1906

0.2438 0.1948

0.25 0.1990

0.2563 0.2031

0.2625 0.2072

0.2688 0.2113

0.275 0.2153

0.2812 0.2193

0.2875 0.2232

0.2938 0.2271

0.3 0.2310

0.3062 0.2348

0.3125 0.2385

0.3188 0.2422

0.325 0.2459

0.3313 0.2496

0.3375 0.2531

0.3438 0.2567

0.35 0.2602

0.3562 0.2637

0.3625 0.2671

0.3688 0.2705

0.375 0.2738

0.3813 0.2771

0.3875 0.2804

0.3938 0.2837

0.4 0.2868

0.4062 0.2900

0.4125 0.2931

0.4188 0.2962

0.425 0.2993

0.4312 0.3023

0.4375 0.3052

0.4438 0.3082

0.45 0.3111

0.4562 0.3140

0.4625 0.3168

0.4688 0.3196

0.475 0.3224

0.4812 0.3251

0.4875 0.3278

0.4938 0.3305

0.5 0.3331

0.5062 0.3357

0.5125 0.3383

0.5188 0.3408

0.525 0.3434

0.5312 0.3458

0.5375 0.3483

0.5438 0.3507

0.55 0.3531

0.5562 0.3555

0.5625 0.3578

0.5688 0.3602

0.575 0.3625

0.5812 0.3647

0.5875 0.3669

0.5938 0.3692

0.6 0.3713

0.6063 0.3735

0.6125 0.3756

0.6188 0.3777

0.625 0.3798

0.6313 0.3819

0.6375 0.3839

0.6438 0.3859

0.65 0.3879

0.6562 0.3899

0.6625 0.3918

0.6688 0.3938

0.675 0.3957

0.6812 0.3975

0.6875 0.3994

0.6938 0.4012

0.7 0.4031

0.7062 0.4049

0.7125 0.4066

0.7188 0.4084

0.725 0.4101

0.7313 0.4118

0.7375 0.4135

0.7438 0.4152

0.75 0.4169

0.7563 0.4185

0.7625 0.4202

0.7688 0.4218

0.775 0.4234

0.7812 0.4249

0.7875 0.4265

0.7938 0.4280

0.8 0.4295

0.8062 0.4310

0.8125 0.4325

0.8188 0.4340

0.825 0.4355

0.8312 0.4369

0.8375 0.4383

0.8438 0.4398

0.85 0.4412

0.8562 0.4425

0.8625 0.4439

0.8688 0.4453

0.875 0.4466

0.8812 0.4479

0.8875 0.4492

0.8938 0.4505

0.9 0.4518

0.9062 0.4531

0.9125 0.4544

0.9188 0.4556

0.925 0.4568

0.9312 0.4581

0.9375 0.4593

0.9438 0.4605

0.95 0.4617

0.9562 0.4628

0.9625 0.4640

0.9688 0.4652

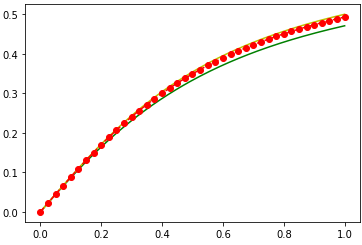
0.975 0.4663

0.9812 0.4674

0.9875 0.4685

0.9938 0.4696

1.0 0.4707



# Вывод

На практике было доказано, что метод Рунге-Кутта, который имеет точность O(h^4), требует меньше шаг для решения задачи коши с заданной точностью, нежели методы Эйлера, которые имеют точность O(h).