Отчёт по теме 5.2 Математический маятник

Нестеров Даниил группа 1191б/1

Вариант 5

Модель с учетом сопротивления среды

Словестно-смысловое описание работы:

Маятник состоит из материальной точки массой m, подвешенной на невесомой нити (или на невесомом стержне) длиной L, причем эта материальная точка качается из стороны в сторону, как показано на рисунке 1

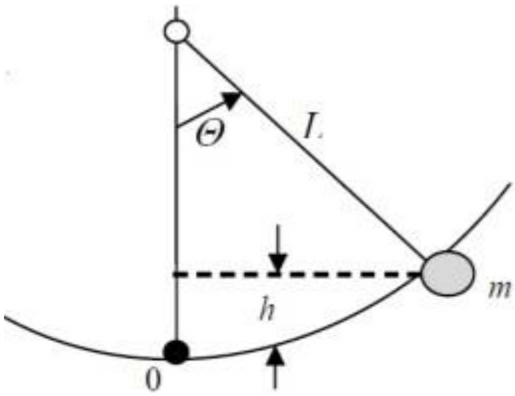


Рисунок 1 – Математический маятник

Предполагая, что в начальный момент времени t=0известно положение маятника, а также его начальная скорость, требуется определить положение и скорость маятника в произвольный момент времени t>0.
Математический маятник со стержнем способен колебаться только в какой-то одной плоскости (вдоль какого-то выделенного горизонтального направления) и, следовательно, является системой с одной степенью свободы. Если же стержень заменить на нерастяжимую нить, получится система с двумя степенями свободы (так как становятся возможными колебания по двум горизонтальным координатам).
При колебаниях в одной плоскости маятник движется по дуге окружности радиуса L, а при
наличии двух степеней свободы может описывать кривые на сфере того же радиуса.
Нередко, в том числе в случае нити, ограничиваются анализом плоского движения; оно и рассматривается далее.

Математическая модель:

$$\frac{d^2\Theta}{dt^2} + \beta\frac{d\Theta}{dt} + \frac{g}{L}sin\Theta = 0$$

$$\theta(0) = \theta_0, \frac{d\theta}{dt}(0) = v_0$$

β - коэффициент затухания, θ - угол, определяющий положение маятника

Компьютерная модель:

На рисунке 2 представлена модель:

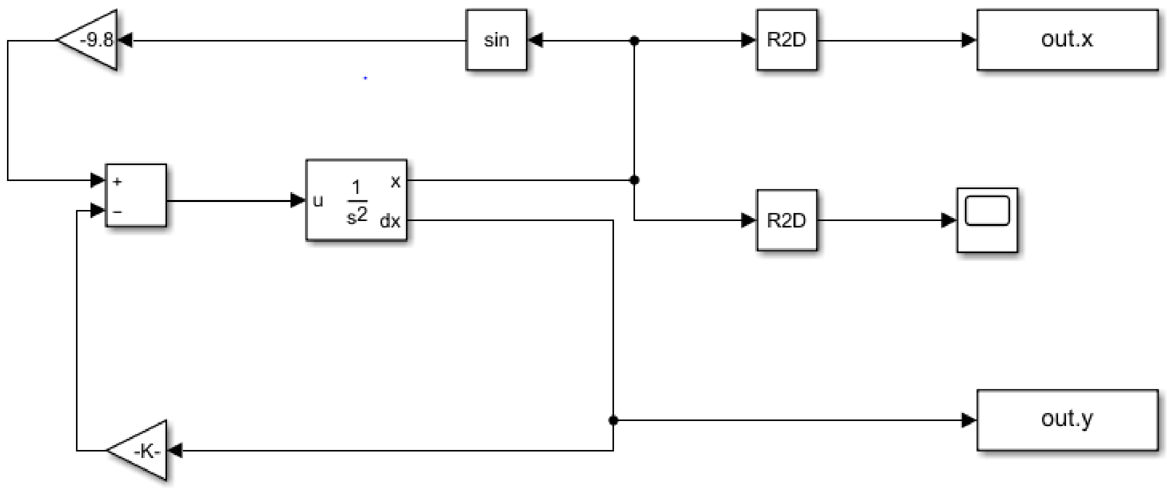


Рисунок 2 - Компьютерная модель

В блоке «Integrator, Second-Order» формируется начальный сигнал, в блоке происходит интегрирование второго порядка входного сигнала

$$\frac{d^2x}{dt^2} = u,$$

где u - является входным сигналом. Блок является динамической системой с двумя непрерывными состояниями x и $\frac{dx}{dt}$.

Сигнал x переходит в блок «Trigonometric Function», который находит синус входа, сигнал идет в блок «Gain», где умножается на -9.8, что соответствует -g/L в уравнении математической модели. После сигнал проходит на положительный вход блока «Subtract». Сигнал $\frac{dx}{dt}$ в блоке «Gain» умножается на коэффициент затухания, после чего сигнал проходит на отрицательный вход в блок «Subtract». В «Subtract» производит вычитание входных параметров, после чего сигнал попадает в блок «Integrator, Second-Order». Также сигнал x проходит через Radians to Degrees», который переводит радианы в градусы, затем попадает в блок «scope» для визуализации и «To Workspace» для сохранения.

Планирование эксперимента:

1 Построить динамику колебаний:

$$b = 0.0k;$$
$$T = 100.$$
$$\Theta(0) = \left[\frac{2\text{pi}}{3} + 0.0k\right];$$
$$\dot{\Theta}(0) = 0;$$

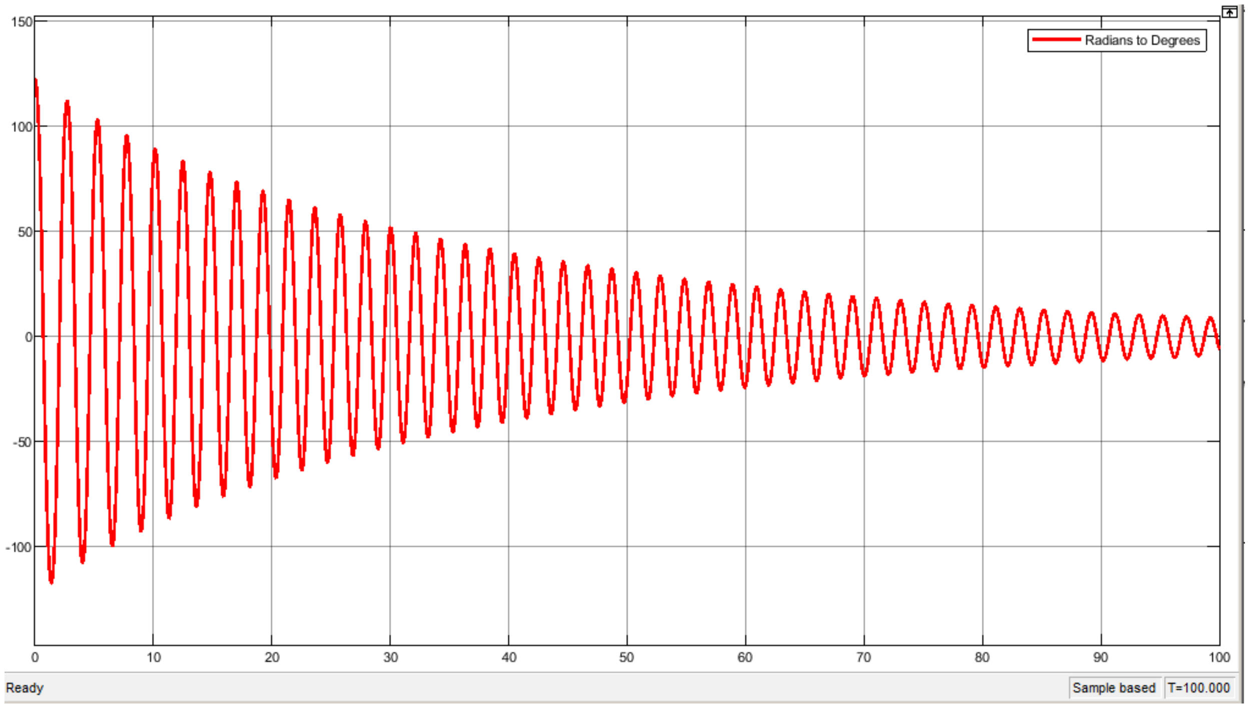
2 Построить фазовый портрет маятника:

$$b = 4 + 0.0k;$$
$$T = 4.$$
$$\Theta(0) = \left[-\frac{2\text{pi}}{3} - 0.03\text{k}, \frac{2\text{pi}}{3} + 0.03\text{k}\right];$$
$$\dot{\Theta}(0) = 0;$$
$$\Theta(0) = [\text{pi} - 0.001\text{k}];$$
$$\dot{\Theta}(0) = -1;$$
$$\Theta(0) = [-\text{pi} + 0.001\text{k}];$$
$$\dot{\Theta}(0) = 1;$$

k - номер варианта.

Эксперимент

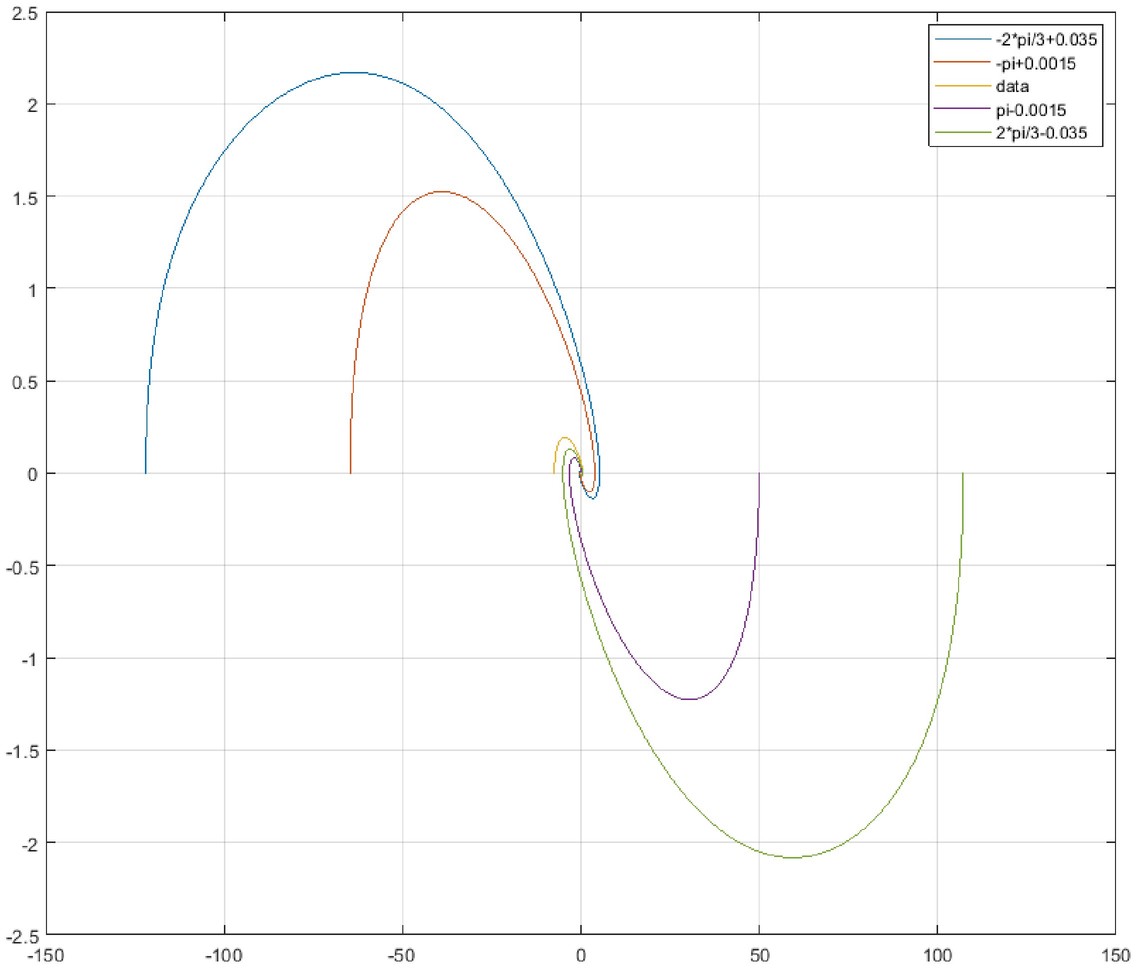
1. Построить динамику колебаний:



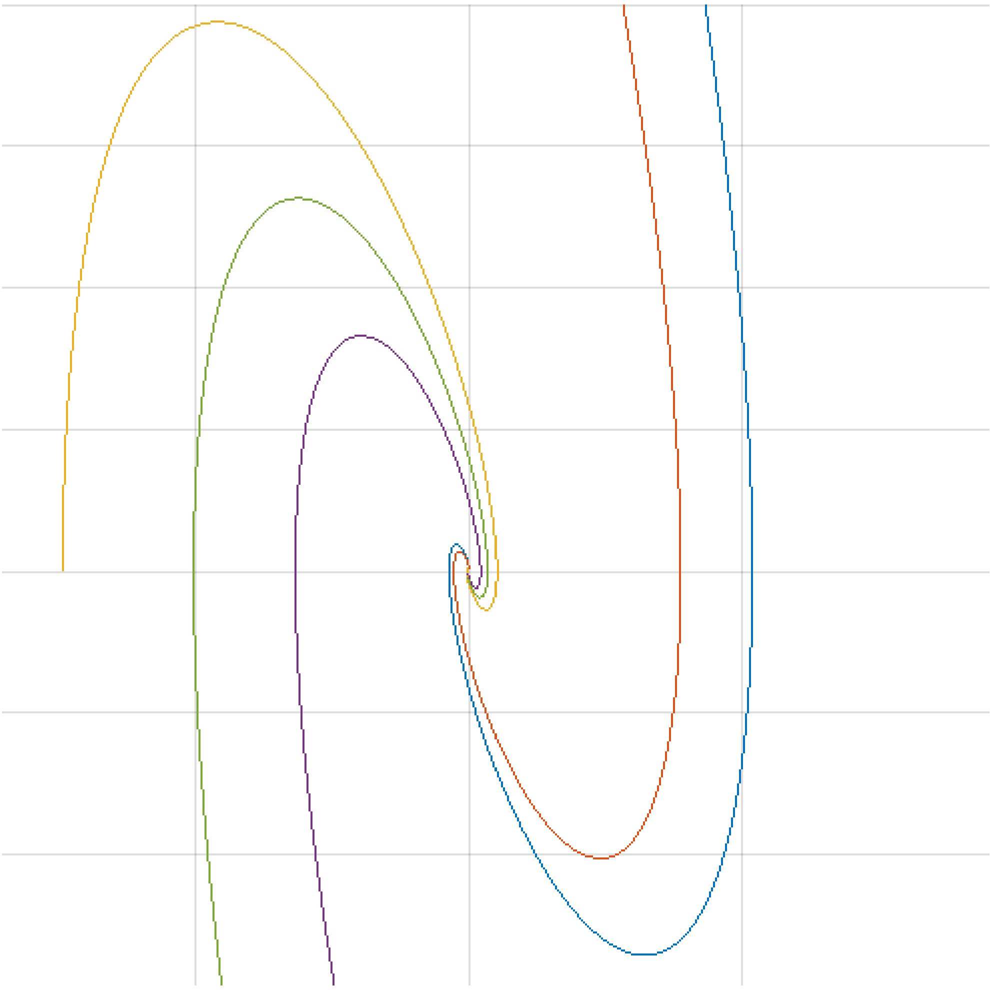
$$\theta_0 = \frac{2 * \pi}{3} + 0{,}05$$

Видно что с течением времени колебания маятника затухают.

2. построить фазовый портрет маятника:



Особая точка (0,0) является фокусом. К ней стремятся все фазовые траектории при t -> ∞.



Фазовый портрет маятника вблизи.

Источники информации:

https://eluniver.ugrasu.ru/mod/folder/view.php?id=133214

https://ru.wikipedia.org/wiki

https://docs.exponenta.ru/

https://questions-physics.ru/