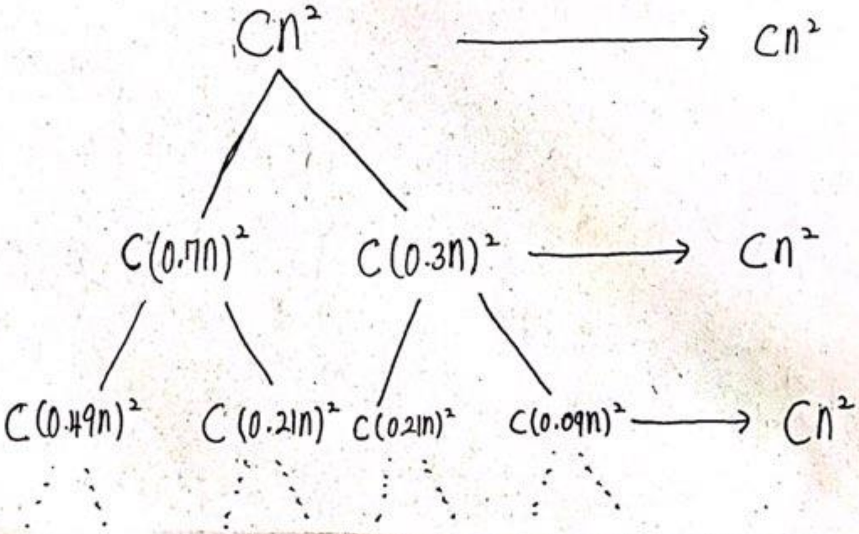
1. (a) $T(n) = \begin{cases} 1 & (n = 1) \\ T(0.7n) + T(0.3n) + n(n-1)/2 & (n > 1) \end{cases}$

(b) $T(n) = T(0.7n) + T(0.3n) + O(n^2) \quad (n > 1)$ 이므로

$= T(0.7n) + T(0.3n) + Cn^2 \quad (C \geq 1)$



(c) 위의 three는 균형이 맞지 않으므로 최장루트가 높이가 된다.

0.3n으로 가는 식이 당연히 0.7n보다 더 빠르게 T(1)에 도달할 것이므로

$(0.7)^h n$ 이 가장 긴 루트가 된다. 따라서 높이는 $\log_{0.7} n^{-1} = \log_{10/7} n$ 이다.

여기서 각 level의 cost는 Cn^2이고 높이가 $\log_{10/7} n$이기 때문에

$T(n) = Cn^2 \times \log_{10/7} n$

$\boxed{= \Theta(n^2 \log n)}$

2. (a) $a=9$, $b=3$ 일때

$n^{\log_b a} = n^2$ 이고 $f(n)=n^2$이므로 $f(n)=\theta(n^2)$이다.

case 2에 속하므로 $\boxed{T(n)=\theta(n^2 \lg n).}$

(b) $a=3$, $b=9$ 일때

$n^{\log_b a} = n^{\log_9 3} = \sqrt{n}$ 이고 $f(n)=n$이므로 $f(n)=\Omega(n^{\frac{1}{2}+\epsilon})$ (for $\epsilon=\frac{1}{2}$)가 성립한다.

$3(\frac{n}{9}) \leq cn$ (for $c=\frac{1}{2}$)일 때도 조건을 만족하므로 case 3에 속함.

$\boxed{T(n)=\theta(n).}$