

```

% LIMPIEZA DE PANTALLA
clear all
close all
clc

% =====
% DEFINICIÓN DE VARIABLES SIMBÓLICAS
% =====
syms q1 q2 q3 q4 q5 q6 real
syms L real % Longitud común

% =====
% MATRICES HOMOGÉNEAS H1-H6
% =====
Rt = @(R, t) [R, t; 0 0 0 1];

% H1: Z(q1) + traslación en X (marcos 6 → 5)
Rz1 = [cos(q1), -sin(q1), 0;
       sin(q1),  cos(q1), 0;
       0,        0,      1];
H1 = Rt(Rz1, [L; 0; 0]); % traslación en X

% H2: Y(q2) sin traslación (marcos 5 → 4 superpuestos)
Ry2 = [cos(q2), 0, sin(q2);
       0,      1, 0;
       -sin(q2), 0, cos(q2)];
H2 = Rt(Ry2, [0; 0; 0]);

% H3: X(q3) + traslación en Z (marcos 4 → 3)
Rx3 = [1, 0, 0;
       0, cos(q3), -sin(q3);
       0, sin(q3),  cos(q3)];
H3 = Rt(Rx3, [0; 0; L]);

% H4: Y(q4) + traslación en Z (marcos 3 → 2)
Ry4 = [cos(q4), 0, sin(q4);
       0,      1, 0;
       -sin(q4), 0, cos(q4)];
H4 = Rt(Ry4, [0; 0; L]);

% H5: X(q5) sin traslación (marcos 2 → 1 superpuestos)
Rx5 = [1, 0, 0;
       0, cos(q5), -sin(q5);
       0, sin(q5),  cos(q5)];
H5 = Rt(Rx5, [0; 0; 0]);

% H6: Z(q6) sin traslación (marcos 1 → 0 superpuestos)
Rz6 = [cos(q6), -sin(q6), 0;
       sin(q6),  cos(q6), 0;
       0,        0,      1];

```

```

H6 = Rt(Rz6, [0; 0; 0]);

% H7: marco sobrepuesto al 6,5,4 → ahora será el nuevo marco 7
H7 = eye(4);

% =====
% MATRIZ DE TRANSFORMACIÓN GLOBAL
% =====
T = simplify(H1 * H2 * H3 * H4 * H5 * H6 * H7);

disp('=====')

=====

```

```

disp('Matriz simbólica de transformación homogénea global T =')

```

Matriz simbólica de transformación homogénea global T =

```

disp(T)

```

$$\begin{pmatrix} \sin(q_6) \sigma_3 - \cos(q_6) \sigma_6 & \sin(q_6) \sigma_6 + \cos(q_6) \sigma_3 & \cos(q_5) \sigma_9 + \sin(q_5) \sigma_{10} & L + L \sigma_{13} + L c \\ \cos(q_6) \sigma_4 - \sin(q_6) \sigma_2 & -\sin(q_6) \sigma_4 - \cos(q_6) \sigma_2 & -\cos(q_5) \sigma_7 - \sin(q_5) \sigma_8 & L \sin(q_1) \sin(q_3) \\ -\sin(q_6) \sigma_5 - \cos(q_6) \sigma_1 & \sin(q_6) \sigma_1 - \cos(q_6) \sigma_5 & -\cos(q_5) \sigma_{11} - \cos(q_2) \sin(q_3) \sin(q_5) & L \cos(q_2) \sin(q_3) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

where

$$\sigma_1 = \cos(q_4) \sin(q_2) + \cos(q_2) \cos(q_3) \sin(q_4)$$

$$\sigma_2 = \sin(q_5) \sigma_7 - \cos(q_5) \sigma_8$$

$$\sigma_3 = \sin(q_5) \sigma_9 - \cos(q_5) \sigma_{10}$$

$$\sigma_4 = \sin(q_4) \sigma_{12} + \cos(q_2) \cos(q_4) \sin(q_1)$$

$$\sigma_5 = \sin(q_5) \sigma_{11} - \cos(q_2) \cos(q_5) \sin(q_3)$$

$$\sigma_6 = \sin(q_4) \sigma_{13} - \cos(q_1) \cos(q_2) \cos(q_4)$$

$$\sigma_7 = \cos(q_4) \sigma_{12} - \cos(q_2) \sin(q_1) \sin(q_4)$$

$$\sigma_8 = \cos(q_1) \cos(q_3) + \sin(q_1) \sin(q_2) \sin(q_3)$$

$$\sigma_9 = \cos(q_4) \sigma_{13} + \cos(q_1) \cos(q_2) \sin(q_4)$$

$$\sigma_{10} = \cos(q_3) \sin(q_1) - \cos(q_1) \sin(q_2) \sin(q_3)$$

$$\sigma_{11} = \sin(q_2) \sin(q_4) - \cos(q_2) \cos(q_3) \cos(q_4)$$

$$\sigma_{12} = \cos(q_1) \sin(q_3) - \cos(q_3) \sin(q_1) \sin(q_2)$$

$$\sigma_{13} = \sin(q_1) \sin(q_3) + \cos(q_1) \cos(q_3) \sin(q_2)$$

```
% =====
% SIMULACIÓN NUMÉRICA
% =====
q1_val = pi/6;  q2_val = pi/4;
q3_val = pi/8;  q4_val = -pi/6;
q5_val = pi/3;  q6_val = pi/9;
L_val = 2;
```

```

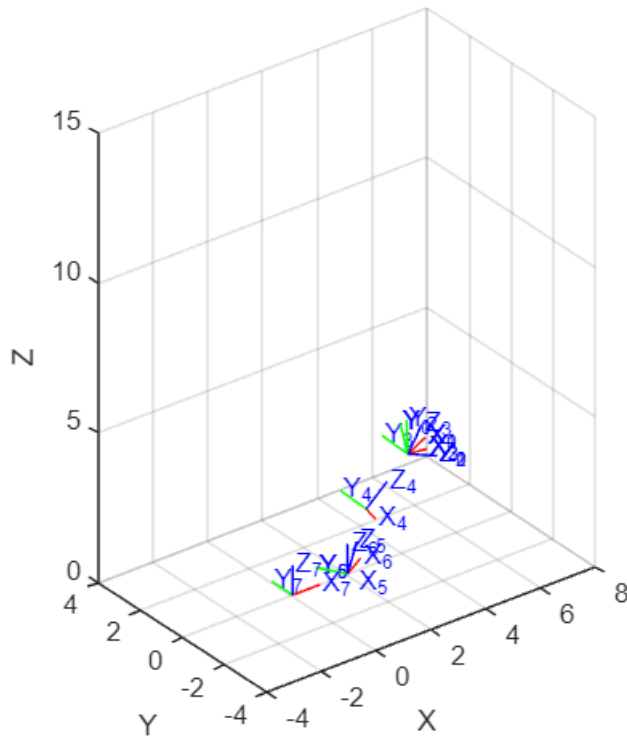
H1n = double(subs(H1, [q1, L], [q1_val, L_val]));
H2n = double(subs(H2, q2, q2_val));
H3n = double(subs(H3, [q3, L], [q3_val, L_val]));
H4n = double(subs(H4, [q4, L], [q4_val, L_val]));
H5n = double(subs(H5, q5, q5_val));
H6n = double(subs(H6, q6, q6_val));
H7n = eye(4);

H7_6 = H1n;
H6_5 = H7_6 * H2n;
H5_4 = H6_5 * H3n;
H4_3 = H5_4 * H4n;
H3_2 = H4_3 * H5n;
H2_1 = H3_2 * H6n;
H1_0 = H2_1 * H7n;

% =====
% VISUALIZACIÓN DE LAS TRAMAS
% =====
figure
axis equal
view(3)
grid on
xlabel('X')
ylabel('Y')
zlabel('Z')
axis([-4 8 -4 4 0 15])
hold on

trplot(eye(4), 'frame', '7', 'rgb', 'length', 1)
trplot(H7_6, 'frame', '6', 'rgb', 'length', 1)
trplot(H6_5, 'frame', '5', 'rgb', 'length', 1)
trplot(H5_4, 'frame', '4', 'rgb', 'length', 1)
trplot(H4_3, 'frame', '3', 'rgb', 'length', 1)
trplot(H3_2, 'frame', '2', 'rgb', 'length', 1)
trplot(H2_1, 'frame', '1', 'rgb', 'length', 1)
trplot(H1_0, 'frame', '0', 'rgb', 'length', 1)

```



```
% =====
% CINEMÁTICA DIFERENCIAL SIMBÓLICA
% =====
syms t
syms q1(t) q2(t) q3(t) q4(t) q5(t) q6(t)

H1t = Rt([cos(q1(t)), -sin(q1(t)), 0; sin(q1(t)), cos(q1(t)), 0; 0 0 1], [L;0;0]);
H2t = Rt([cos(q2(t)), 0, sin(q2(t)); 0 1 0; -sin(q2(t)), 0, cos(q2(t))], [0;0;0]);
H3t = Rt([1 0 0; 0 cos(q3(t)) -sin(q3(t)); 0 sin(q3(t)) cos(q3(t))], [0;0;L]);
H4t = Rt([cos(q4(t)), 0, sin(q4(t)); 0 1 0; -sin(q4(t)), 0, cos(q4(t))], [0;0;L]);
H5t = Rt([1 0 0; 0 cos(q5(t)) -sin(q5(t)); 0 sin(q5(t)) cos(q5(t))], [0;0;0]);
H6t = Rt([cos(q6(t)), -sin(q6(t)), 0; sin(q6(t)), cos(q6(t)), 0; 0 0 1], [0; 0; 0]);
H7t = eye(4);

Tt = simplify(H1t * H2t * H3t * H4t * H5t * H6t * H7t);

% Velocidad lineal
pt = Tt(1:3,4);
v = simplify(diff(pt,t));

% Velocidad angular
R = Tt(1:3,1:3);
R_dot = simplify(diff(R,t));
w_skew = simplify(R_dot * R.');
```

```

wx = (w_skew(3,2) - w_skew(2,3))/2;
wy = (w_skew(1,3) - w_skew(3,1))/2;
wz = (w_skew(2,1) - w_skew(1,2))/2;
w = simplify([wx; wy; wz]);

% =====
% RESULTADOS
% =====
disp('=====')

```

```

=====

```

```

disp('Matriz simbólica dependiente del tiempo Tt =')

```

Matriz simbólica dependiente del tiempo Tt =

```

disp(Tt)

```

$$\begin{pmatrix} -\sin(q_6(t)) \sigma_3 - \cos(q_6(t)) \sigma_6 & \sin(q_6(t)) \sigma_6 - \cos(q_6(t)) \sigma_3 & \sin(q_5(t)) \sigma_{10} + \cos(q_5(t)) \sigma_9 \\ \sin(q_6(t)) \sigma_2 + \cos(q_6(t)) \sigma_4 & \cos(q_6(t)) \sigma_2 - \sin(q_6(t)) \sigma_4 & -\sin(q_5(t)) \sigma_8 - \cos(q_5(t)) \sigma_7 \\ -\cos(q_6(t)) \sigma_1 - \sin(q_6(t)) \sigma_5 & \sin(q_6(t)) \sigma_1 - \cos(q_6(t)) \sigma_5 & -\cos(q_5(t)) \sigma_{11} - \cos(q_2(t)) \sin(q_3(t)) \sin(q_5(t)) \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

where

$$\sigma_1 = \cos(q_4(t)) \sin(q_2(t)) + \cos(q_2(t)) \cos(q_3(t)) \sin(q_4(t))$$

$$\sigma_2 = \cos(q_5(t)) \sigma_8 - \sin(q_5(t)) \sigma_7$$

$$\sigma_3 = \cos(q_5(t)) \sigma_{10} - \sin(q_5(t)) \sigma_9$$

$$\sigma_4 = \sin(q_4(t)) \sigma_{12} + \cos(q_2(t)) \cos(q_4(t)) \sin(q_1(t))$$

$$\sigma_5 = \sin(q_5(t)) \sigma_{11} - \cos(q_2(t)) \cos(q_5(t)) \sin(q_3(t))$$

$$\sigma_6 = \sin(q_4(t)) \sigma_{13} - \cos(q_1(t)) \cos(q_2(t)) \cos(q_4(t))$$

$$\sigma_7 = \cos(q_4(t)) \sigma_{12} - \cos(q_2(t)) \sin(q_1(t)) \sin(q_4(t))$$

$$\sigma_8 = \cos(q_1(t)) \cos(q_3(t)) + \sin(q_1(t)) \sin(q_2(t)) \sin(q_3(t))$$

$$\sigma_9 = \cos(q_4(t)) \sigma_{13} + \cos(q_1(t)) \cos(q_2(t)) \sin(q_4(t))$$

$$\sigma_{10} = \cos(q_3(t)) \sin(q_1(t)) - \cos(q_1(t)) \sin(q_2(t)) \sin(q_3(t))$$

$$\sigma_{11} = \sin(q_2(t)) \sin(q_4(t)) - \cos(q_2(t)) \cos(q_3(t)) \cos(q_4(t))$$

$$\sigma_{12} = \cos(q_1(t)) \sin(q_3(t)) - \cos(q_3(t)) \sin(q_1(t)) \sin(q_2(t))$$

$$\sigma_{13} = \sin(q_1(t)) \sin(q_3(t)) + \cos(q_1(t)) \cos(q_3(t)) \sin(q_2(t))$$

```
disp('=====')
```

```
=====
```

```
disp('Vector de velocidad lineal v =')
```

```
Vector de velocidad lineal v =
```

```
disp(v)
```

$$\begin{pmatrix} L \left( \cos(q_1(t)) \cos(q_2(t)) \frac{\partial}{\partial t} q_2(t) + \cos(q_1(t)) \sin(q_3(t)) \frac{\partial}{\partial t} q_1(t) + \cos(q_3(t)) \sin(q_1(t)) \frac{\partial}{\partial t} q_3(t) - \sin(q_1(t)) s \right. \\ L \left( \cos(q_1(t)) \sin(q_2(t)) \frac{\partial}{\partial t} q_1(t) - \cos(q_1(t)) \cos(q_3(t)) \frac{\partial}{\partial t} q_3(t) + \cos(q_2(t)) \sin(q_1(t)) \frac{\partial}{\partial t} q_2(t) + \sin(q_1(t)) s \right. \\ \left. \left. -L \cos(q_2(t)) \sin(q_3(t)) \right) \end{pmatrix}$$

```
disp('=====')
```

```
=====
```

```
disp('Matriz antisimétrica de velocidad angular w_skew =')
```

```
Matriz antisimétrica de velocidad angular w_skew =
```

```
disp(w_skew)
```



$$\begin{pmatrix} -\sigma_{15} \sigma_8 - \sigma_{12} \sigma_4 - \sigma_{13} \sigma_3 & \sigma_{14} \sigma_8 + \sigma_{10} \sigma_4 + \sigma_{11} \sigma_3 & \sigma_{18} \sigma_8 + \sigma_{16} \sigma_4 - \sigma_{17} \sigma_3 \\ \sigma_{13} \sigma_1 - \sigma_{12} \sigma_2 + \sigma_{15} \sigma_7 & \sigma_{10} \sigma_2 - \sigma_{11} \sigma_1 - \sigma_{14} \sigma_7 & \sigma_{17} \sigma_1 - \sigma_{18} \sigma_7 + \sigma_{16} \sigma_2 \\ \sigma_{12} \sigma_6 - \sigma_{13} \sigma_5 - \sigma_{15} \sigma_9 & \sigma_{14} \sigma_9 + \sigma_{11} \sigma_5 - \sigma_{10} \sigma_6 & \sigma_{18} \sigma_9 - \sigma_{16} \sigma_6 - \sigma_{17} \sigma_5 \end{pmatrix}$$

where

$$\sigma_1 = \cos(q_6(t)) \sigma_{20} - \sin(q_6(t)) \sigma_{19} + \sin(q_6(t)) \sigma_{26} \frac{\partial}{\partial t} q_6(t) - \cos(q_6(t)) \sigma_{25} \frac{\partial}{\partial t} q_6(t)$$

$$\sigma_2 = \sin(q_6(t)) \sigma_{20} + \cos(q_6(t)) \sigma_{19} - \sin(q_6(t)) \sigma_{25} \frac{\partial}{\partial t} q_6(t) - \cos(q_6(t)) \sigma_{26} \frac{\partial}{\partial t} q_6(t)$$

$$\sigma_3 = \sin(q_6(t)) \sigma_{21} - \cos(q_6(t)) \sigma_{22} + \sin(q_6(t)) \sigma_{28} \frac{\partial}{\partial t} q_6(t) - \cos(q_6(t)) \sigma_{27} \frac{\partial}{\partial t} q_6(t)$$

$$\sigma_4 = \cos(q_6(t)) \sigma_{21} + \sin(q_6(t)) \sigma_{22} + \cos(q_6(t)) \sigma_{28} \frac{\partial}{\partial t} q_6(t) + \sin(q_6(t)) \sigma_{27} \frac{\partial}{\partial t} q_6(t)$$

$$\sigma_5 = \cos(q_6(t)) \sigma_{24} - \sin(q_6(t)) \sigma_{23} + \sin(q_6(t)) \sigma_{30} \frac{\partial}{\partial t} q_6(t) - \cos(q_6(t)) \sigma_{29} \frac{\partial}{\partial t} q_6(t)$$

$$\sigma_6 = \sin(q_6(t)) \sigma_{24} + \cos(q_6(t)) \sigma_{23} - \cos(q_6(t)) \sigma_{30} \frac{\partial}{\partial t} q_6(t) - \sin(q_6(t)) \sigma_{29} \frac{\partial}{\partial t} q_6(t)$$

$$\sigma_7 = \cos(q_5(t)) \sigma_{31} - \sin(q_5(t)) \sigma_{32} - \cos(q_5(t)) \sigma_{37} \frac{\partial}{\partial t} q_5(t) + \sin(q_5(t)) \sigma_{36} \frac{\partial}{\partial t} q_5(t)$$

$$\sigma_8 = \sin(q_5(t)) \sigma_{34} + \cos(q_5(t)) \sigma_{33} - \cos(q_5(t)) \sigma_{39} \frac{\partial}{\partial t} q_5(t) + \sin(q_5(t)) \sigma_{38} \frac{\partial}{\partial t} q_5(t)$$

$$\sigma_9 = \cos(q_5(t)) \sigma_{35} - \sin(q_5(t)) \sigma_{40} \frac{\partial}{\partial t} q_5(t) + \cos(q_2(t)) \cos(q_3(t)) \sin(q_5(t)) \frac{\partial}{\partial t} q_3(t) + \cos(q_2(t)) \cos(q_5(t)) :$$

$$\sigma_{10} = \cos(q_6(t)) \sigma_{25} - \sin(q_6(t)) \sigma_{26}$$

$$\sigma_{11} = \sin(q_6(t)) \sigma_{25} + \cos(q_6(t)) \sigma_{26}$$

$$\sigma_{12} = \cos(q_6(t)) \sigma_{27} - \sin(q_6(t)) \sigma_{28}$$

$$\sigma_{13} = \sin(q_6(t)) \sigma_{27} + \cos(q_6(t)) \sigma_{28}$$

$$\sigma_{14} = \sin(q_5(t)) \sigma_{37} + \cos(q_5(t)) \sigma_{36}$$

$$\sigma_{15} = \sin(q_5(t)) \sigma_{39} + \cos(q_5(t)) \sigma_{38}$$

$$\sigma_{16} = \sin(q_6(t)) \sigma_{30} - \cos(q_6(t)) \sigma_{29}$$

```
disp('=====')
```

```
=====
```

```
disp('Vector de velocidad angular w =')
```

```
Vector de velocidad angular w =
```

```
disp(w)
```

$$\left( \begin{aligned} & \frac{(\sin(q_5(t)) \sigma_{22} + \cos(q_5(t)) \sigma_{21}) \sigma_6}{2} + \frac{(\sin(q_6(t)) \sigma_8 + \cos(q_6(t)) \sigma_{10}) \sigma_1}{2} - \frac{(\cos(q_6(t)) \sigma_8 - \sin(q_6(t)) \sigma_{10}) \sigma_2}{2} + \\ & \frac{(\sin(q_6(t)) \sigma_9 + \cos(q_6(t)) \sigma_{11}) \sigma_1}{2} - \frac{(\cos(q_6(t)) \sigma_9 - \sin(q_6(t)) \sigma_{11}) \sigma_2}{2} + \frac{(\sin(q_5(t)) \sigma_{24} + \cos(q_5(t)) \sigma_{23}) \sigma_6}{2} + \\ & \frac{\partial}{\partial t} q_1(t) - \sin(q_2(t)) \frac{\partial}{\partial t} q_3(t) + \cos(q_2(t)) \sin(q_3(t)) \frac{\partial}{\partial t} q_4(t) \end{aligned} \right)$$

where

$$\sigma_1 = \cos(q_6(t)) \sigma_{16} - \sin(q_6(t)) \sigma_{15} + \sin(q_6(t)) \sigma_{26} \frac{\partial}{\partial t} q_6(t) - \cos(q_6(t)) \sigma_{25} \frac{\partial}{\partial t} q_6(t)$$

$$\sigma_2 = \sin(q_6(t)) \sigma_{16} + \cos(q_6(t)) \sigma_{15} - \cos(q_6(t)) \sigma_{26} \frac{\partial}{\partial t} q_6(t) - \sin(q_6(t)) \sigma_{25} \frac{\partial}{\partial t} q_6(t)$$

$$\sigma_3 = \sin(q_5(t)) \sigma_{17} + \cos(q_5(t)) \sigma_{18} - \sin(q_5(t)) \sigma_{22} \frac{\partial}{\partial t} q_5(t) - \cos(q_5(t)) \sigma_{21} \frac{\partial}{\partial t} q_5(t)$$

$$\sigma_4 = -\sin(q_5(t)) \sigma_{19} + \cos(q_5(t)) \sigma_{20} + \sin(q_5(t)) \sigma_{24} \frac{\partial}{\partial t} q_5(t) + \cos(q_5(t)) \sigma_{23} \frac{\partial}{\partial t} q_5(t)$$

$$\sigma_5 = \sin(q_4(t)) \sigma_{28} - \cos(q_4(t)) \sigma_{30} \frac{\partial}{\partial t} q_4(t) + \cos(q_4(t)) \sin(q_1(t)) \sin(q_2(t)) \frac{\partial}{\partial t} q_2(t) + \cos(q_2(t)) \sin(q_1(t)) \sin(q_4(t))$$

$$\sigma_6 = \cos(q_5(t)) \sigma_{27} - \sin(q_5(t)) \sigma_{32} \frac{\partial}{\partial t} q_5(t) + \cos(q_2(t)) \cos(q_3(t)) \sin(q_5(t)) \frac{\partial}{\partial t} q_3(t) + \cos(q_2(t)) \cos(q_5(t)) \sin(q_3(t))$$

$$\sigma_7 = \sin(q_4(t)) \sigma_{29} + \cos(q_4(t)) \sigma_{31} \frac{\partial}{\partial t} q_4(t) + \cos(q_2(t)) \cos(q_4(t)) \sin(q_1(t)) \frac{\partial}{\partial t} q_1(t) + \cos(q_1(t)) \cos(q_4(t)) \sin(q_2(t))$$

$$\sigma_8 = \cos(q_5(t)) \sigma_{22} - \sin(q_5(t)) \sigma_{21}$$

$$\sigma_9 = \cos(q_5(t)) \sigma_{24} - \sin(q_5(t)) \sigma_{23}$$

$$\sigma_{10} = \sin(q_4(t)) \sigma_{30} + \cos(q_2(t)) \cos(q_4(t)) \sin(q_1(t)) \sin(q_2(t))$$

$$\sigma_{11} = \sin(q_4(t)) \sigma_{31} - \cos(q_1(t)) \cos(q_2(t)) \cos(q_4(t)) \sin(q_1(t))$$

$$\sigma_{12} = \cos(q_5(t)) \sigma_{32} + \cos(q_2(t)) \sin(q_3(t)) \sin(q_5(t)) \sin(q_3(t))$$

$$\sigma_{13} = \sin(q_6(t)) \sigma_{26} - \cos(q_6(t)) \sigma_{25}$$

$$\sigma_{14} = \cos(q_6(t)) \sigma_{26} + \sin(q_6(t)) \sigma_{25}$$

$$\sigma_{15} = \sin(q_5(t)) \sigma_{27} + \cos(q_5(t)) \sigma_{32} \frac{\partial}{\partial t} q_5(t) + \cos(q_5(t)) \sin(q_2(t)) \sin(q_3(t)) \frac{\partial}{\partial t} q_2(t) + \cos(q_2(t)) \sin(q_3(t)) \sin(q_5(t))$$

```

%{
=====
DESCRIPCIÓN DEL PROCEDIMIENTO Y RESULTADOS
=====

Cinemática Directa:
Se modela una cadena cinemática con 7 marcos (del 7 al 0), donde se aplican
rotaciones sobre Z, Y y X, así como traslaciones en los ejes X y Z. Se utilizan
matrices homogéneas H1 a H7 para describir la posición y orientación del efector
final respecto al marco base. La matriz global T resulta de multiplicar las
transformaciones sucesivas.

Cinemática Diferencial:
Las matrices se redefinen como funciones del tiempo y se deriva simbólicamente la
transformación T(t). Se calcula:
- La velocidad lineal  $\dot{v}$ , obtenida al derivar la posición del efector respecto
al tiempo.
- La velocidad angular  $\dot{w}$ , obtenida a partir de la derivada de la matriz de
rotación y su transpuesta, extrayendo los componentes de la matriz antisimétrica
 $\dot{w}_{skew}$ .

Resultados:
Se obtiene la matriz T dependiente del tiempo, junto con los vectores  $\dot{v}$  y  $\dot{w}$ .
Estos permiten analizar el comportamiento dinámico del manipulador.
%}

```