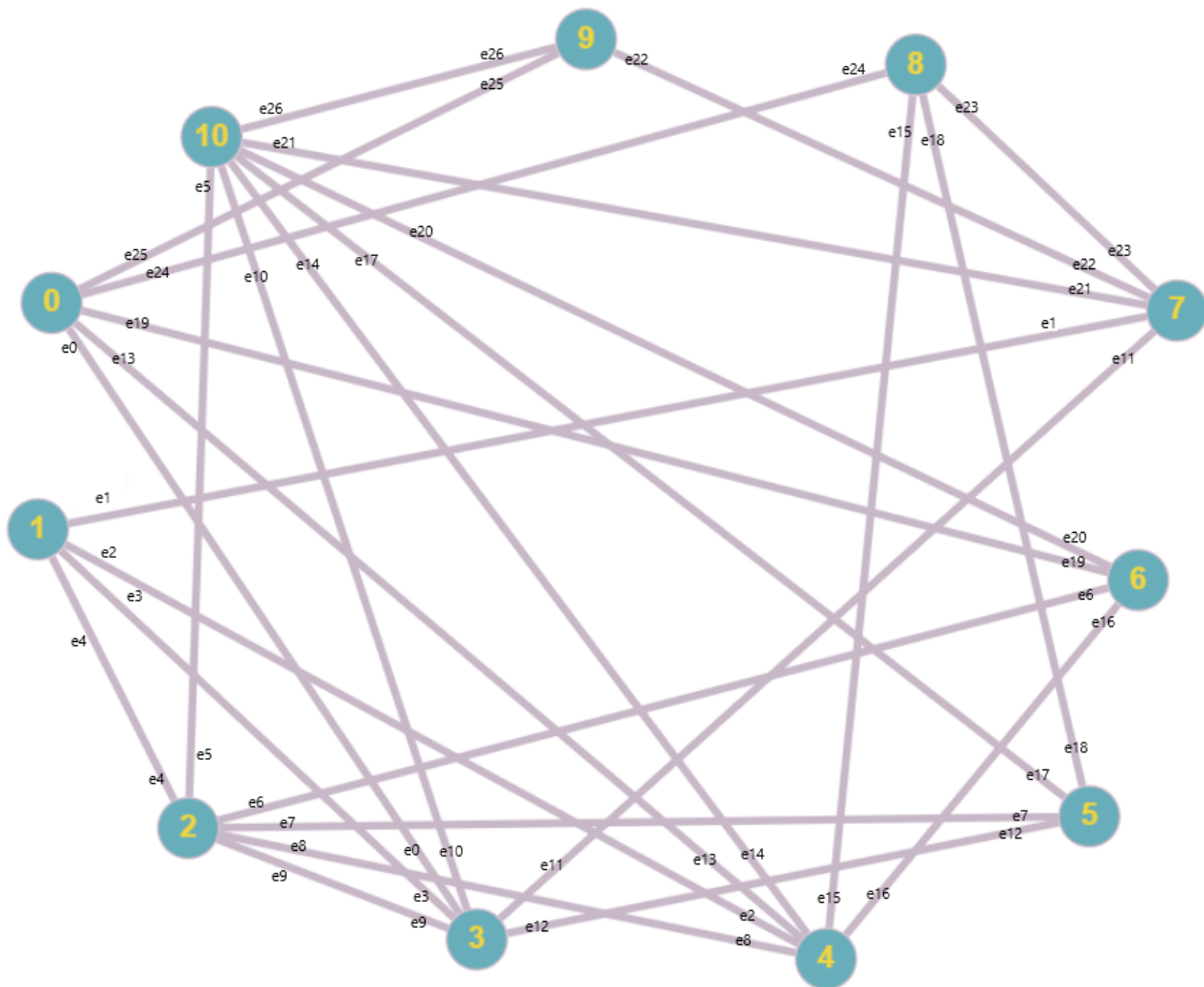


Zadanie 1

Wykonaj szkic grafu.



Zadanie 2

Opisz graf w formie macierzy incydencji.

	e0	e1	e2	e3	e4	e5	e6	e7	e8	e9	e10	e11	e12	e13	e14	e15	e16	e17	e18	e19	e20	e21	e22	e23	e24	e25	e26
0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0
1	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	1	0	0	3	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0
7	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1
10	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1

Zadanie 3

Czy ten graf jest hamiltonowski? Jeśli tak to podaj ścieżkę/cykl Hamiltona.

Graf jest hamiltonowski.

Cykl Hamiltona:

0 -> 6 -> 4 -> 8 -> 5 -> 2 -> 1 -> 3 -> 7 -> 10 -> 9 -> 0

Zadanie 4

Czy ten graf jest eulerowski/póleulerowski? Jeśli tak to podaj ścieżkę/cykl Eulera.

Węzły i ich stopnie - zestawienie:

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	<- nr wężła
5	4	6	6	6	4	4	5	4	3	7	<- stopień wężła

Z twierdzenia:

"(Euler, 1736) Graf spójny G jest grafem eulerowskim wtedy i tylko wtedy, gdy stopień każdego wierzchołka grafu

G jest liczbą parzystą."

Źródło: WDTG s. 48

Ten graf nie jest eulerowski, ponieważ np. stopień wężła 0 jest równy 5, stopień wężła 7 to 5, 9 to 3, a 10 to 7.

Na podstawie:

"Wniosek 6.4. Graf spójny jest grafem póleulerowskim wtedy i tylko wtedy, gdy ma dokładnie dwa wierzchołki

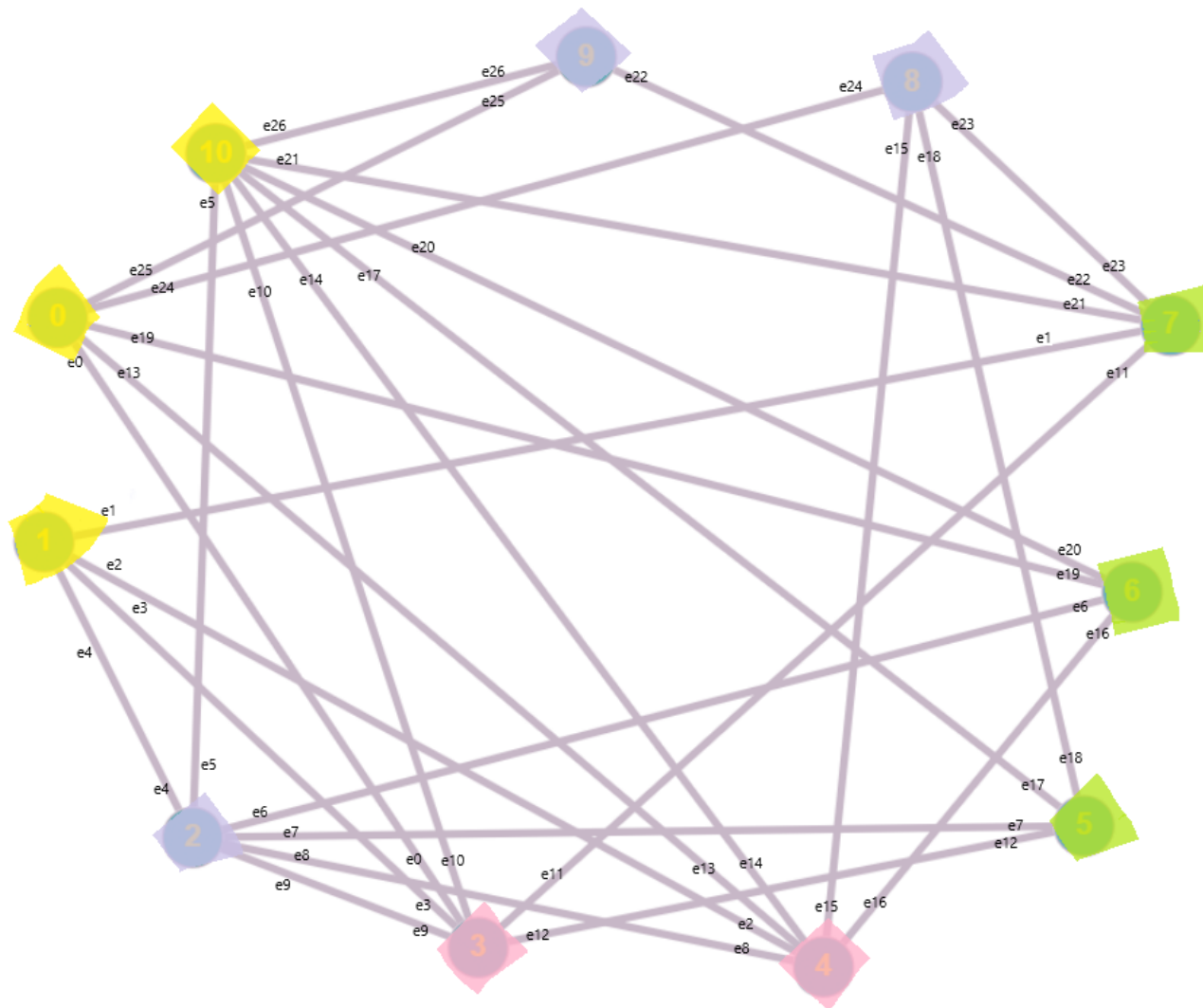
nieparzystych stopni."

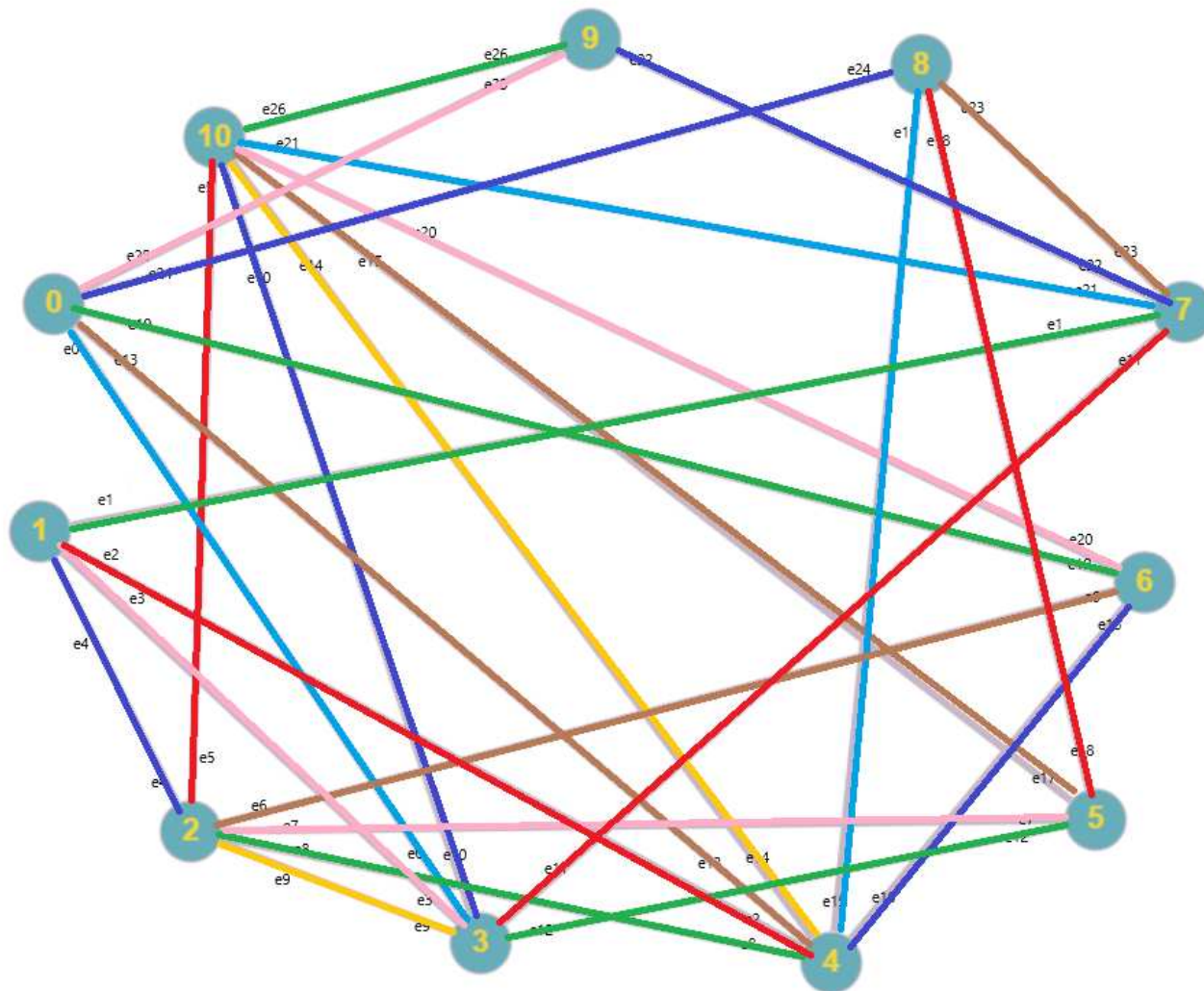
Źródło: WDTG s. 49

Ten graf nie jest póleulerowski, ponieważ więcej niż dwa wierzchołki mają nieparzyste stopnie np. stopień wierzchołka 0 to 5, 7 to 5, a 9 to 3.

Zadanie 5

Pokoloruj graf wierzchołkowo oraz krawędziowo.





Zadanie 6

Podaj liczbę chromatyczną oraz indeks chromatyczny dla grafu.

Liczba chromatyczna = 4 (z rysunku kolorowania wierzchołków: 4 kolory)

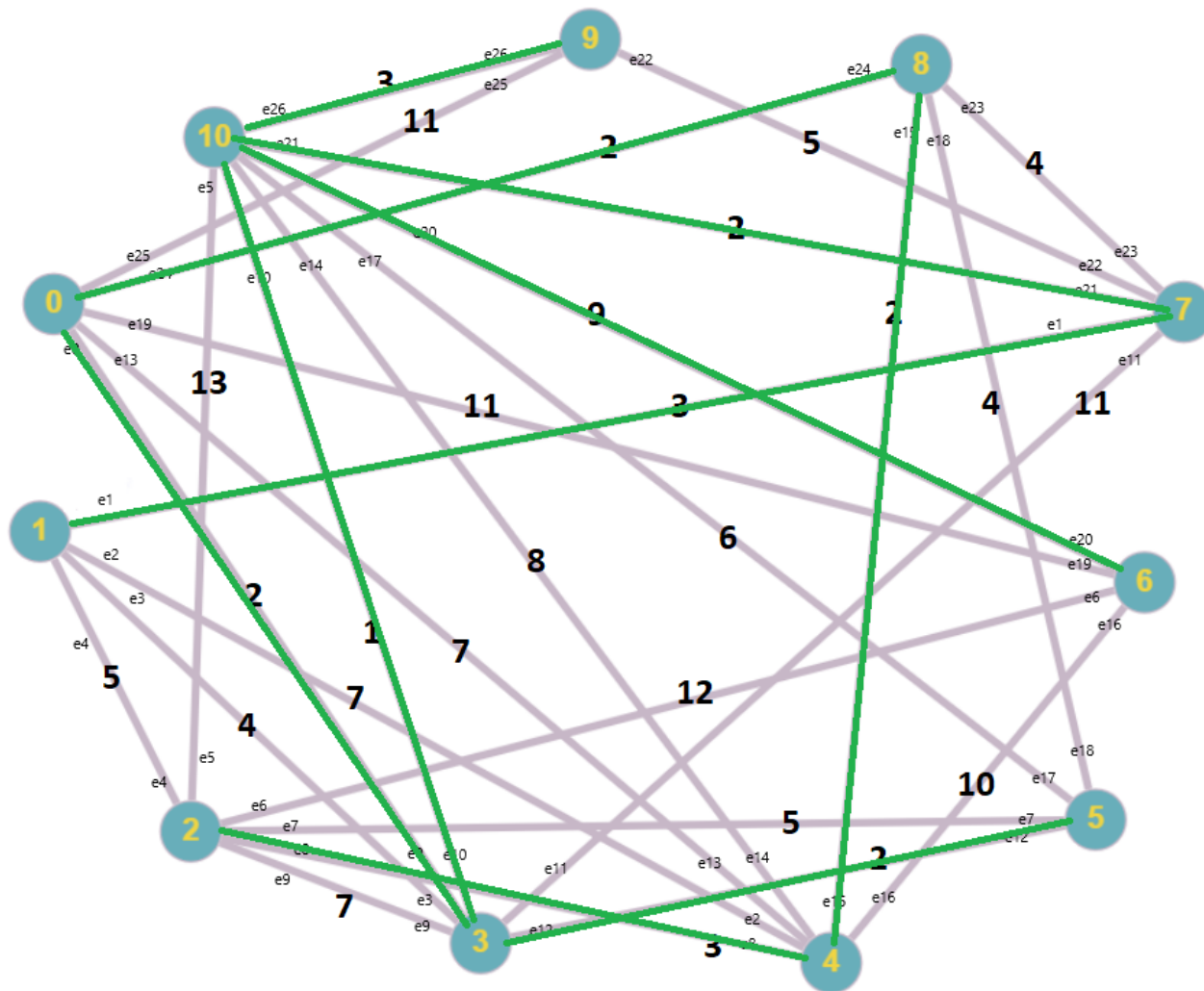
Indeks chromatyczny = 7 (z rysunku kolorowania krawędziowego: 7 kolorów)

Indeks chromatyczny grafu – pojęcie związane z kolorowaniem krawędzi grafu. Określa minimalną liczbę kolorów wystarczającą do prawidłowego pokolorowania krawędzi grafu. Innymi słowy, to najmniejsza liczba kolorów potrzebnych do pomalowania krawędzi tak, aby żadne dwie krawędzie mające wspólny wierzchołek nie były tego samego koloru.

Liczba chromatyczna – liczba kolorów niezbędna do optymalnego klasycznego (wierzchołkowego) pokolorowania grafu, czyli najmniejsza możliwa liczba k taka, że możliwe jest legalne pokolorowanie wierzchołków grafu k kolorami

Zadanie 7

Wyznacz minimalne drzewo rozpinające analizowanego grafu.



Waga minimalnego drzewa rozpinającego w takim przypadku wynosi 29.

Zadanie 8

Czy rysunek tego grafu jest planarny? Jeśli nie, to czy da się go przedstawić jako planarny? Jeśli tak, to ile ścian można w nim wyznaczyć? Proszę to wykazać na rysunku.

Rysunek grafu nie jest planarny.

Nie da się przedstawić tego grafu jako planarny, ponieważ z tw. Kuratowskiego:

"Skończony graf jest planarny (spłaszczalny), jeśli nie zawiera podgrafu, który jest grafem rozszerzonym grafu

K_5 (graf pełny o pięciu wierzchołkach) lub $K_{3,3}$ (graf pełny dwudzielny o sześciu wierzchołkach,

z których trzy są połączone z każdym z pozostałych trzech)." oraz analogicznie "Dany graf jest planarny wtedy i tylko wtedy, gdy nie zawiera podgrafu ściągającego do K_5 lub $K_{3,3}$."

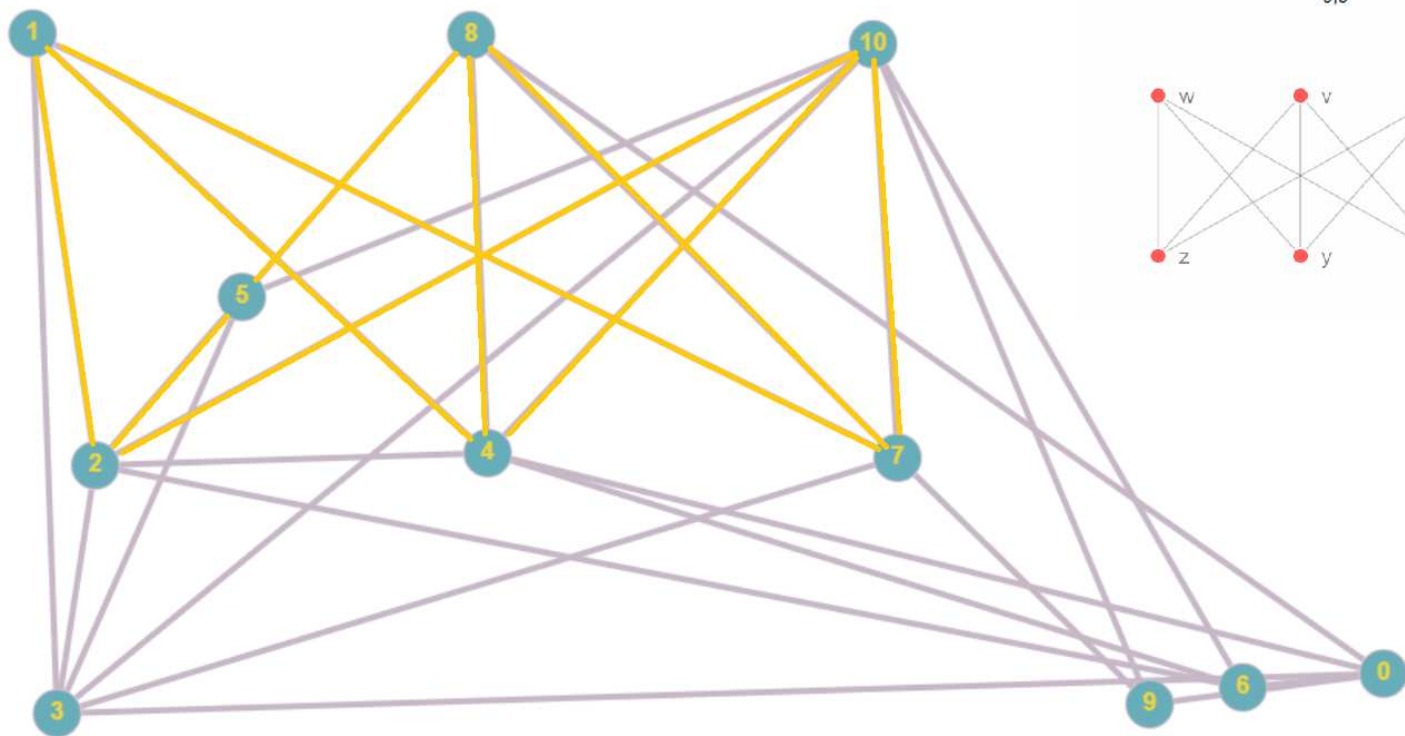
a ten graf zawiera podgraf rozszerzony $K_{3,3}$.

Dowód rysunkowy:

Source:

https://pl.wikipedia.org/wiki/Graf_planarny https://pl.wikipedia.org/wiki/Twierdzenie_Kuratowskiego

http://home.agh.edu.pl/~zobmat/2017/2_tarkowskijakub/teoria/planarnosc.php



Graf $K_{3,3}$

