

# Измерение удельной теплоёмкости воздуха при постоянном давлении

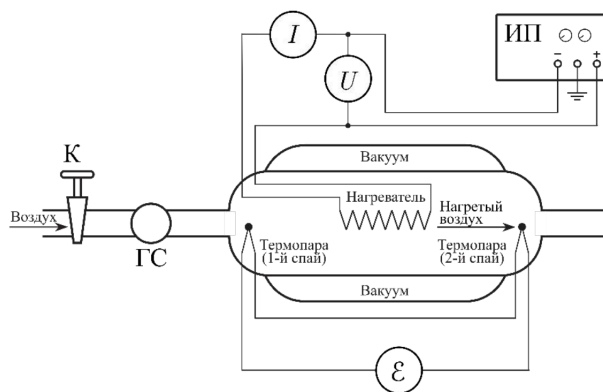
## Цель работы

1) измерить повышение температуры воздуха в зависимости от мощности подводимого тепла и расхода при стационарном течении через трубу; 2) исключив тепловые потери, по результатам измерений определить теплоёмкость воздуха при постоянном давлении.

## Оборудование

теплоизолированная стеклянная трубка; электронагреватель; источник питания постоянного тока; амперметр; вольтметр (цифровые мультиметры); термопара, подключённая к микровольтметру; компрессор; газовый счётчик; секундомер.

## Экспериментальная установка



## Теоретическая часть

Измерение теплоёмкости тел обычно производится в калориметрах, т. е. в сосудах, обеспечивающих теплоизоляцию исследуемого тела от внешней среды. При этом регистрируется изменение его температуры  $dT$  в зависимости от количества тепла  $\delta Q$ , полученного телом от некоторого нагревательного элемента внутри калориметра. Теплоёмкость тела в некотором

процессе определяется как их отношение:

$$C = \frac{\delta Q}{dT}. \quad (1)$$

Надёжность измерения определяется, в основном, качеством калориметра. Необходимо, чтобы количество тепла, затрачиваемое на нагревание исследуемого тела, существенно превосходило тепло, расходуемое на нагревание самого калориметра, а также на потери тепла из установки. При измерении теплоёмкости газов эти требования выполнить довольно трудно — масса газа в калориметре и, следовательно, количество тепла, идущее на его нагревание, как правило, малы. Для увеличения количества нагреваемого газа при неизменных размерах установки в нашей работе исследуемый газ (воздух) продувается через калориметр, внутри которого установлен нагреватель. При этом измеряются мощность нагревателя, масса воздуха, протекающего в единицу времени (расход), и приращение его температуры.

Рассмотрим газ, протекающий стационарно слева направо через трубу постоянного сечения, в которой установлен нагревательный элемент. Пусть за некоторое время  $dt$  через калориметр прошла малая порция газа массой  $dm = qdt$ , где  $q$  — массовый расход газа в трубе. Если мощность нагрева равна  $N$ , мощность тепловых потерь на обмен с окружающей средой  $N_{\text{пот}}$ , то порция получила тепло  $\delta Q = (N - N_{\text{пот}})dt$ . С другой стороны, по определению теплоёмкости  $\delta Q = cdm\Delta T$ , где  $\Delta T = T_2 - T_1$  — приращение температуры газа,  $c$  — удельная теплоёмкость газа в рассматриваемом процессе. При малых расходах газа и достаточно большом диаметре трубы перепад давления на её концах мал, потому можно принять, что  $P_1 \approx P_2 = P_0$ , где  $P_0$  — атмосферное давление. Следовательно, в условиях опыта измеряется удельная теплоёмкость при постоянном давлении  $c_p$ . Таким образом, получаем

$$c_p = \frac{N - N_{\text{пот}}}{q\Delta T} \quad (2)$$

Напряжение  $U$  на нагревателе и ток  $I$  через него регистрируются цифровыми мультиметрами. Таким образом, мощность нагрева равна

$$N = UI. \quad (3)$$

Для измерения разности температур  $\Delta T$  служит медно-константановая термопара. Один спай термопары

расположен в струе воздуха, входящего в калориметр, и находится при комнатной температуре, а второй - в струе выходящего нагретого воздуха. Константановая проволока термопары расположена вдоль калориметра, а медные проводники подключены к цифровому вольтметру. Возникающая в термопаре ЭДС пропорциональна разности температур  $\Delta T$  спаев:

$$\mathcal{E} = \beta \Delta T,$$

где  $\beta = 40.7 \frac{\text{мкВ}}{\text{К}}$  — чувствительность медно-константановой термопары в рабочем диапазоне температур. ЭДС регистрируется с помощью микровольтметра.

Объём воздуха, прошедшего через калориметр, измеряется газовым счётчиком ГС. Для регулировки служит кран К. Время  $\Delta t$  прохождения некоторого объёма  $\Delta V$  воздуха измеряется секундомером. Объёмный расход может быть найден как

$$q = \rho \frac{\Delta V}{\Delta t},$$

где  $\rho$  — плотность воздуха при комнатной температуре, которая в свою очередь может быть получена из уравнения Менделеева-Клапейрона:

$$\rho_0 = \frac{\mu P_0}{RT_0},$$

где  $P_0$  — атмосферное давление,  $T_0$  — комнатная температура (в Кельвинах),  $\mu = 29,0 \frac{\text{г}}{\text{моль}}$  — средняя молярная масса (сухого) воздуха.

Учитывая особенности калориметра, следует ожидать, что мощность нагревателя расходуется не только на нагрев массы прокачиваемого воздуха, но и частично теряется за счёт нагрева внутренних стенок термостата и рассеяния тепла через торцы термостата. Можно предположить, что при небольшом нагреве ( $\Delta T \ll T_0$ ) мощность потерь тепла  $N_{\text{пот}}$  прямо пропорциональна разности температур:

$$N_{\text{пот}} = \alpha \Delta T$$

Следовательно, при фиксированном расходе воздуха ( $q = \text{const}$ ) подводимая мощность и разность температур свящаны прямой пропорциональностью ( $\Delta T(N)$ ) — линейная функция).

$$N = (c_P q + \alpha) \Delta T$$

В общем случае давление на входе может заметно превышать таковое на выходе (например, если труба достаточно узкая и

длинная). Рассмотрим течение газа более детально, чтобы выяснить пределы применимости  $P = const$ . Обозначим индексом 1 параметры газа на входе в трубку, индексом 2 — на выходе из неё. Рассмотрим область, мысленно ограниченную двумя неподвижными плоскостями слева и справа от нагревателя и применим к ней закон сохранения энергии. Пусть за время  $dt$  газ сместился слева направо на малое расстояние вдоль трубки, такое что через левую границу прошёл газ объёмом  $dV_1$  а через правую —  $dV_2$ . В силу закона сохранения массы имеем

$$m = \rho_1 dV_1 = \rho_2 dV_2,$$

где  $dm = qdt$  — масса газа, прошедшего через некоторое сечение трубки. Изменение внутренней энергии газа в рассматриваемой области за счёт переноса вещества составило  $dU = (u_2 - u_1)dm$ , где  $u_{1,2}$  — удельные внутренние энергии. Внешние силы совершили работу по перемещению газа  $dA = P_1 dV_1 - P_2 dV_2$ , или с учётом предыдущей формулы:

$$\partial A = -\left(\frac{P_2}{\rho_2} - \frac{P_1}{\rho_1}\right)dm.$$

Учтём также изменении кинетической энергии течения газа, равное  $dK = \frac{1}{2}(v_2^2 - v_1^2)dm$ , где  $v_{1,2}$  — скорости течения. Наконец, пусть  $\partial Q$  — количество тепла, суммарно полученное газом в рассматриваемой области — включая тепло от нагревателя, теплопередачу через стенки и торцы, тепловыделение при трении и т. д. В стационарном состоянии энергия газа, заполняющего калориметр, неизменна, поэтому

$$dU - dA + dK = \partial Q$$

Полученное удобно записать в виде

$$(i_2 - i_1 + \frac{v_2^2}{2} - \frac{v_1^2}{2})dm = \partial Q,$$

где  $i = u + \frac{P}{\rho}$  — удельная энтальпия газа. Это соотношение справедливо для любой стационарно текущей непрерывной среды и представляет собой обобщение известного уравнения Бернулли, учитывающее выделение и потери тепла. Оно справедливо при условии, что в системе устанавливается не только стационарное течение, но и стационарное распределение температуры. Последнее весьма важно для нашего опыта, поскольку время установления может быть довольно велико.

Если предположить, что кинетическая энергия течения мала по сравнению с энергией нагрева ( $dK \ll \partial Q$ ), то получим

$$(i_2 - i_1)dm = \partial Q,$$

то есть полученное газом тепло идёт на приращение его энтальпии.

В условиях опыта газ с хорошей точностью можно считать идеальным:  $P/\rho = RT/\mu$ , а теплоёмкость  $c_p$  (или  $c_v$ ) не зависящей от температуры. Тогда энтальпия (и внутренняя энергия) газа зависит только от температуры и равна  $\Delta i = c_p \Delta T$  (т. к.  $\Delta u = c_v \Delta T$  и  $c_p = c_v + \frac{R}{\mu}$ ). В таком случае, в этой лабораторной работе мы измеряем удельную теплоёмкость газа при постоянном давлении.

### Обработка результатов измерений

$P_0$ , мм. рт. ст.	$T_K$ , К	$\varphi$ , %	$\Delta t_{max}$ , с	$\Delta V_{max}$ , дм <sup>3</sup>	$P_{н.п.}$ , кПа
$749.3 \pm 0.5$	$294 \pm 1$	$81 \pm 1$	$26.0 \pm 0.5$	$5 \pm 0.1$	2.48

Объёмный расход для каждого из опытов вычислим по формуле:

$$q = \rho_0 \frac{\Delta V}{\Delta t}$$

$$\rho_0 = \frac{\mu(P_0 - \varphi P_{н.п.})}{RT_K} = 1.18 \pm 0.01 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3};$$

$\sigma$

$\Delta t_1$ , с	$\Delta V_1$ , дм <sup>3</sup>	$q_1$ , $\frac{\text{л}}{\text{с}}$	$\Delta t_2$ , с	$\Delta V_2$ , дм <sup>3</sup>	$q_2$ , $\frac{\text{л}}{\text{с}}$
$26.0 \pm 0.5$	$5 \pm 0.1$	$0.192 \pm 0.03$	$44.8 \pm 0.5$	$5 \pm 0.1$	$0.112 \pm 0.03$

Посчитаем мощность нагрева  $N$  и разность температур  $\Delta T$  по формулам:

$$N = UI;$$

$$\Delta T = \frac{\mathcal{E}}{\beta}.$$

При расходе  $q_1$ :

	$\mathcal{E}$ , мкВ	$U_n$ , В	$I_n$ , мА	$\Delta t$ , К	$N$ , Вт	$R_n$ , Ом
1	102	4.44	155.8	2.506	0.6918	28.50
2	138	5.20	182.7	3.391	0.9500	28.46
3	174	5.89	206.7	4.275	1.2175	28.50
4	210	6.46	226.8	5.160	1.4651	28.48
5	242	7.00	245.7	5.946	1.7199	28.49

При расходе  $q_2$ :

	$\mathcal{E}$ , мкВ	$U_n$ , В	$I_n$ , мА	$\Delta t$ , К	$N$ , Вт	$R_n$ , Ом
1	38	2.55	89.3	0.934	0.2277	28.55
2	75	3.50	122.9	1.843	0.4302	28.48
3	126	4.41	154.7	3.096	0.6822	28.51
4	165	5.08	178.1	4.054	0.9047	28.52
5	217	5.77	202.3	5.332	1.1673	28.52

Построим графики зависимости  $\Delta T(N)$  для каждого объёмного расхода воздуха  $q$  и найдём угловые коэффициенты наклона графиков:

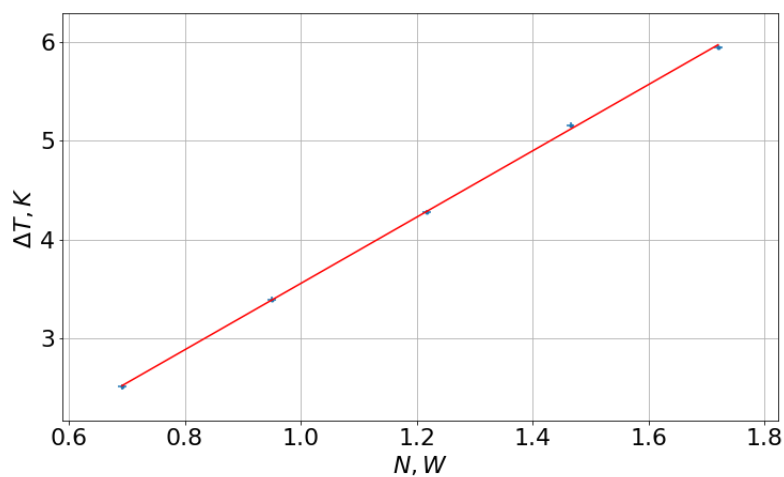
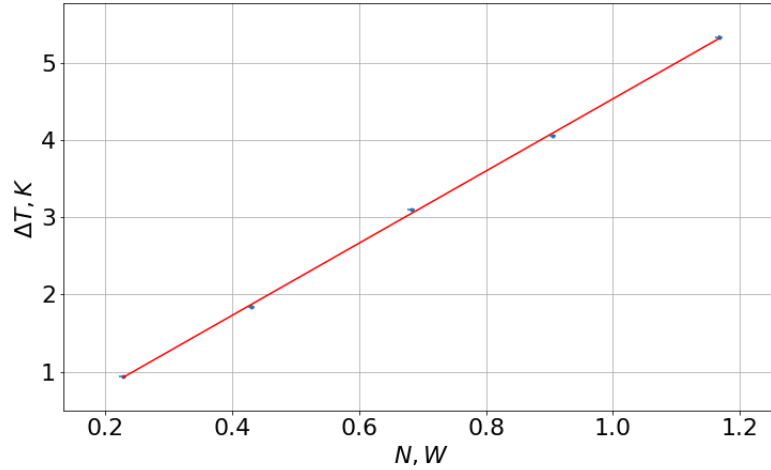


Рис. 1: График зависимости  $\Delta T(N)$  при объёмном расходе  $q_1$

Рис. 2: График зависимости  $\Delta T(N)$  при объёмном расходе  $q_2$ 

Полученные зависимости из графиков:

$$y_1 = k_1 x_1 + b_1; \quad y_2 = k_2 x_2 + b_2;$$

$$k_1 = 3.36 \pm 0.03; \quad b_1 = 0.19 \pm 0.04;$$

$$k_2 = 4.66 \pm 0.04; \quad b_2 = -0.13 \pm 0.03;$$

Найдем  $\alpha$  и  $c_P$ , решив систему уравнений:

$$\begin{cases} c_P q_1 + \alpha = \frac{1}{k_1} \\ c_P q_2 + \alpha = \frac{1}{k_2} \end{cases}$$

Путем математических преобразований получаем:

$$c_P = \frac{k_2 - k_1}{(q_1 - q_2) k_1 k_2}; \quad \alpha = \frac{k_2 - k_1 - c_P(q_1 + q_2)}{2 k_1 k_2}.$$

$$c_P = 1038 \frac{\text{Дж}}{\text{кг К}}; \quad \alpha = 0.098 \frac{\text{Дж}}{\text{К}}$$

Оценим погрешности:

$$\begin{aligned} \sigma_{k_1} &= 0.03; & \sigma_{k_2} &= 0.04; \\ \sigma_{c_P} &\approx c_P \sqrt{\left(\frac{\sigma_{k_1}}{k_1}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{k_2}}{k_2}\right)^2} = 13 \\ c_P &= 1038 \pm 13 \frac{\text{Дж}}{\text{кг К}} \\ \alpha &= 0.098 \pm 0.001 \frac{\text{Дж}}{\text{К}} \end{aligned}$$

**Вывод**

Найденное значение молярной теплоёмкости  $c_p$  с учётом погрешности и потерь тепла совпадает с табличным значением  $c_{p_{\text{табл}}} = 1003 \frac{\text{Дж}}{\text{кг К}}$ . Мощность потерь тепла в единицу изменения температуры равна  $N_{\text{пот}} = 0.098 \text{ Дж}$ .