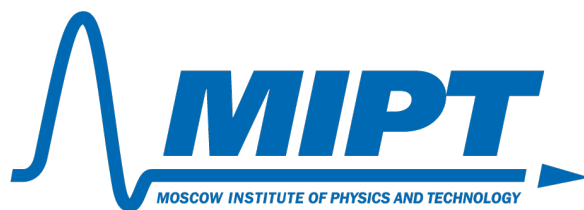


ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ  
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)  
ФАКУЛЬТЕТ ОБЩЕЙ И ПРИКЛАДНОЙ ФИЗИКИ



Лабораторная работа № 2.1.6  
Эффект Джоуля–Томсона

Баранов Даниил  
Группа Б02-103

Долгопрудный, 2022 г.

**Цель работы:** 1) Определение изменения температуры углекислого газа при протекании через малопроницаемую перегородку при разных начальных значениях давления и температуры; 2) вычисление по результатам опытов коэффициентов Ван-дер-Ваальса «а» и «b».

**В работе используются:** трубка с пористой перегородкой; труба Дьюара; термостат; термометры; дифференциальная термопара; микровольтметр; балластный баллон; манометр.

## 1 Теоретическая часть

Эффектом Джоуля–Томсона называется изменение температуры газа, медленно протекающего из области высокого в область низкого давления в условиях хорошей тепловой изоляции. В разреженных газах, которые приближаются по своим свойствам к идеальному газу, при таком течении температура газа не меняется. Эффект Джоуля–Томсона демонстрирует отличие исследуемого газа от идеального.

В работе исследуется изменение температуры углекислого газа при медленном его течении по трубке с пористой перегородкой (рис. 1). Трубка 1 хорошо теплоизолирована. Газ из области повышенного давления  $P_1$  проходит через множество узких и длинных каналов пористой перегородки 2 в область с атмосферным давлением  $P_2$ . Перепад давления  $\Delta P = P_1 - P_2$  из-за большого сопротивления каналов может быть заметным даже при малой скорости течения газа в трубке. Величина эффекта Джоуля–Томсона определяется по разности температуры газа до и после перегородки.

Рассмотрим стационарный поток газа между произвольными сечениями I и II трубки (до перегородки и после нее). Пусть, для определенности, через трубку прошел 1 моль углекислого газа;  $\mu$  – его молярная масса. Молярные объемы газа, его давления и отнесенные к моллю внутренние энергии газа в сечениях I и II обозначим соответственно  $V_1, P_1, U_1$  и  $V_2, P_2, U_2$ . Для того чтобы ввести в трубку объем  $V_1$ , над газом нужно совершить работу  $A_1 = P_1 V_1$ . Проходя через сечение II, газ сам совершает работу  $A_2 = P_2 V_2$ . Так как через боковые стенки не происходит ни обмена теплом, ни передачи механической энергии, то

$$A_1 - A_2 = \left( U_2 + \frac{\mu v_2^2}{2} \right) - \left( U_1 + \frac{\mu v_1^2}{2} \right). \quad (1)$$

В уравнении (1) учтено изменение как внутренней (первые члены в скобках), так и кинетической (вторые члены в скобках) энергии газа. Подставляя в (1) написанные выражения для  $A_1$  и  $A_2$  и перегруппировывая члены, найдем

$$H_1 - H_2 = (U_1 + P_1 V_1) - (U_2 + P_2 V_2) = \frac{1}{2} \mu (v_2^2 - v_1^2). \quad (2)$$

Сделаем несколько замечаний. Прежде всего отметим, что в процессе Джоуля–Томсона газ испытывает в пористой перегородке существенное трение, приводящее к ее нагреву. Потери энергии на нагрев трубки в начале процесса могут быть очень существенными и сильно искажают ход явления. После того как температура трубки установится и газ станет уносить с собой все выделенное им в пробке тепло, формула (1) становится точной, если, конечно, теплоизоляция трубки достаточно хороша и не происходит утечек тепла наружу через ее стенки.

Второе замечание связано с правой частью уравнения (2). Процесс Джоуля–Томсона в чистом виде осуществляется лишь в том случае, если правой частью можно пренебречь, т. е. если макроскопическая скорость газа с обеих сторон трубки достаточно

мала. У нас сейчас нет критерия, который позволил бы установить, когда это можно сделать. В силу сохранения энтропии в случае реального газа получаем:

$$\mu_{\text{Д-Т}} = \frac{\Delta T}{\Delta P} \approx \frac{(2a/RT) - b}{C_P}. \quad (3)$$

Из формулы (3) видно, что эффект Джоуля–Томсона для не очень плотного газа зависит от соотношения величин  $a$  и  $b$ , которые оказывают противоположное влияние на знак эффекта. Если силы взаимодействия между молекулами велики, так что превалирует «поправка на давление», то основную роль играет член, содержащий  $a$ , и

$$\frac{\Delta T}{\Delta P} > 0,$$

т. е. газ при расширении охлаждается ( $\Delta T < 0$ , так как всегда  $\Delta P < 0$ ). В обратном случае (малые  $a$ )

$$\frac{\Delta T}{\Delta P} < 0,$$

т. е. газ нагревается ( $\Delta T > 0$ , так как по-прежнему  $\Delta P < 0$ ).

Этот результат нетрудно понять из энергетических соображений. Как мы уже знаем, у идеального газа эффект Джоуля–Томсона отсутствует. Идеальный газ отличается от реального тем, что в нем можно пренебречь потенциальной энергией взаимодействия молекул. Наличие этой энергии приводит к охлаждению или нагреванию реальных газов при расширении. При больших  $a$  велика энергия притяжения молекул. Это означает, что потенциальная энергия молекул при их сближении уменьшается, а при удалении – при расширении газа – возрастает. Возрастание потенциальной энергии молекул происходит за счет их кинетической энергии – температура газа при расширении падает. Аналогичные рассуждения позволяют понять, почему расширяющийся газ нагревается при больших значениях  $b$ .

Как следует из формулы (3), при температуре

$$T_{\text{инв}} = \frac{2a}{Rb}$$

коэффициент  $\mu_{\text{Д-Т}}$  обращается в нуль. По формулам связи параметров газа Ван-дер-Ваальса с критическими параметрами получаем:

$$T_{\text{инв}} = \frac{27}{4} T_{\text{кр}}. \quad (4)$$

При температуре  $T_{\text{инв}}$  эффект Джоуля–Томсона меняет знак: ниже температуры инверсии эффект положителен ( $\mu_{\text{Д-Т}} > 0$ , газ охлаждается), выше  $T_{\text{инв}}$  эффект отрицателен ( $\mu_{\text{Д-Т}} < 0$ , газ нагревается).

Вернемся к влиянию правой части уравнения (2) на изменение температуры расширяющегося газа. Для этого сравним изменение температуры, происходящее вследствие эффекта Джоуля–Томсона, с изменением температуры, возникающим из-за изменения кинетической энергии газа. Увеличение кинетической энергии газа вызывает заметное и приблизительно одинаковое понижение его температуры как у реальных, так и у идеальных газов. Поэтому при оценках нет смысла пользоваться сложными формулами для газа Ван-дер-Ваальса.

Заменяя в формуле (2)  $U$  через  $C_V T$  и  $PV$  через  $RT$ , найдем

$$(R + C_V) (T_1 - T_2) = \mu (v_2^2 - v_1^2) / 2$$

или

$$\Delta T = \frac{\mu}{2C_P} (v_2^2 - v_1^2).$$

В условиях нашего опыта расход газа  $Q$  на выходе из пористой перегородки не превышает  $10 \text{ см}^3/\text{с}$ , а диаметр трубки равен  $3 \text{ мм}$ . Поэтому

$$v_2 \leq \frac{4Q}{\pi d^2} = \frac{4 \cdot \text{см}^3/\text{с}}{3,14 \cdot (0,3)^2 \text{ см}^2} \approx 140 \text{ см/с}.$$

Скорость  $v_1$  газа у входа в пробку относится к скорости  $v_2$  у выхода из нее как давление  $P_2$  относится к  $P_1$ . В нашей установке  $P_1 = 4 \text{ атм}$ , а  $P_2 = 1 \text{ атм}$ , поэтому

$$v_1 = \frac{P_2}{P_1} v_2 = 35 \text{ см/с}.$$

Для углекислого газа  $\mu = 44 \text{ г/моль}$ ,  $C_P = 40 \text{ Дж/(моль}\cdot\text{К)}$ ; имеем

$$\Delta T = \frac{\mu}{2C_P} (v_2^2 - v_1^2) \approx 7 \cdot 10^{-4} \text{ К}.$$

Это изменение температуры ничтожно мало по сравнению с измеряемым эффектом (несколько градусов).

В данной лабораторной работе исследуется коэффициент дифференциального эффекта Джоуля–Томсона для углекислого газа. По экспериментальным результатам оценивается коэффициент теплового расширения, постоянные в уравнении Ван-дер-Ваальса и температура инверсии углекислого газа. Начальная температура газа  $T_1$  задается термостатом. Измерения проводятся при трех температурах: комнатной,  $30^\circ\text{C}$  и  $50^\circ\text{C}$ .

## 2 Экспериментальная установка

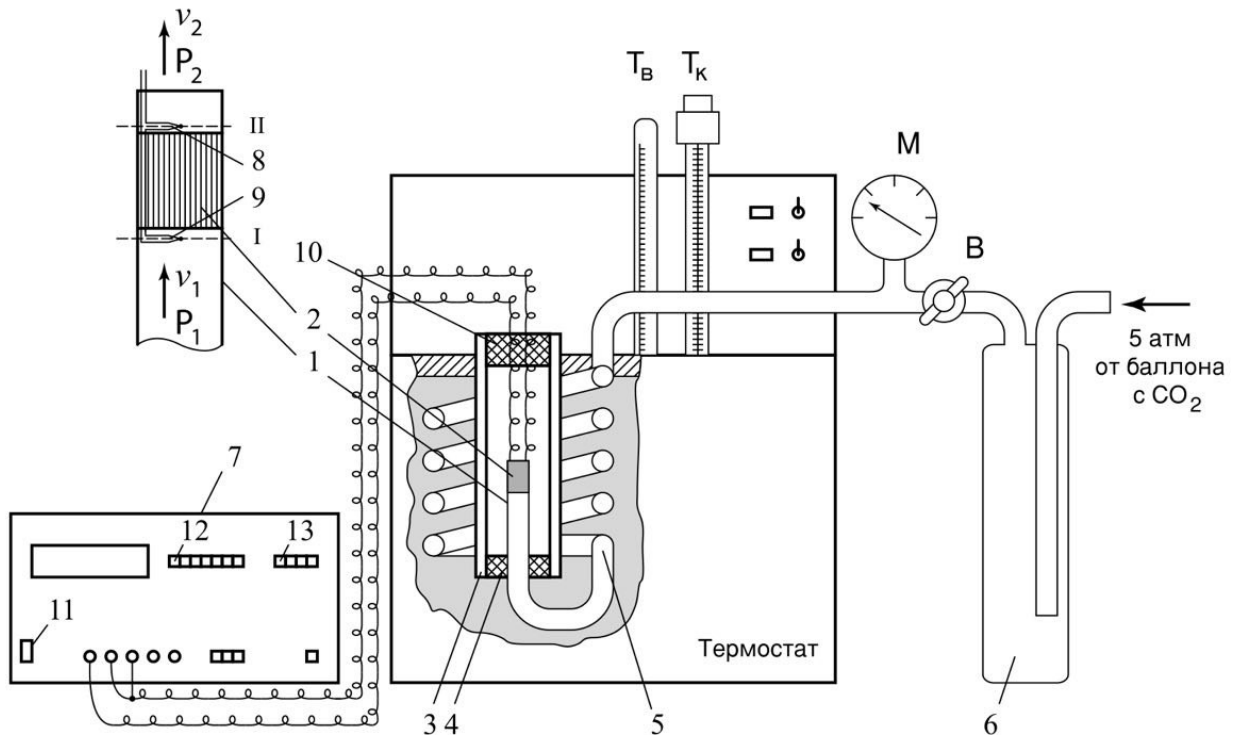


Рис. 1: Схема установки для изучения эффекта Джоуля–Томсона

Схема установки для исследования эффекта Джоуля–Томсона в углекислом газе представлена на рисунке 1. Основным элементом установки является трубка 1 с пористой перегородкой 2, через которую пропускается исследуемый газ. Трубка имеет длину 80 мм и сделана из нержавеющей стали, обладающей, как известно, малой теплопроводностью. Диаметр трубки  $d = 3$  мм, толщина стенок 0,2 мм. Пористая перегородка расположена в конце трубки и представляет собой стеклянную пористую пробку со множеством узких и длинных каналов. Пористость и толщина пробки ( $l = 5$  мм) подобраны так, чтобы обеспечить оптимальный поток газа при перепаде давлений  $\Delta P = 4$  атм (расход газа составляет около  $10 \text{ см}^3/\text{с}$ ); при этом в результате эффекта Джоуля–Томсона создается достаточная разность температур.

Углекислый газ под повышенным давлением поступает в трубку через змеевик 5 из балластного баллона 6. Медный змеевик омывается водой и нагревает медленно протекающий через него газ до температуры воды в термостате. Температура воды измеряется термометром  $T_{\text{в}}$ , помещенным в термостате. Требуемая температура воды устанавливается и поддерживается во время эксперимента при помощи контактного термометра  $T_{\text{к}}$ .

Давление газа в трубке измеряется манометром М и регулируется вентилем В (при открывании вентиля В, т. е. при повороте ручки против часовой стрелки, давление  $P_1$  повышается). Манометр М измеряет разность между давлением внутри трубки и наружным (атмосферным) давлением. Так как углекислый газ после пористой перегородки выходит в область с атмосферным давлением  $P_2$ , то этот манометр непосредственно измеряет перепад давления на входе и на выходе трубки  $\Delta P = P_1 - P_2$ .

Разность температур газа до перегородки и после нее измеряется дифференциальной термопарой медь – константан. Константановая проволока диаметром 0,1 мм соединяет спаи 8 и 9, а медные проволоки (того же диаметра) подсоединены к цифровому вольтметру 7. Отвод тепла через проволоку столь малого сечения пренебрежимо мал. Для уменьшения теплоотвода трубка с пористой перегородкой помещена в трубу Дьюара 3, стенки которой посеребрены, для уменьшения теплоотдачи, связанной с излучением. Для уменьшения теплоотдачи за счет конвекции один конец трубы Дьюара уплотнен кольцом 4, а другой закрыт пробкой 10 из пенопласта. Такая пробка практически не создает перепада давлений между внутренней полостью трубы и атмосферой.

### 3 Результаты измерений

Во время проведения эксперимента температура и давление в комнате были соответственно равны  $T_{\text{к}} = 23,4^\circ\text{C}$  и  $p_0 = 100,1 \text{ кПа}$ .

Таблица 1: Результаты показаний вольтметра в зависимости от разности давления

$T = 17^{\circ}C$		$T = 25,2^{\circ}C$	
$\Delta p$ , бар	$\Delta U$ , мкВ	$\Delta p$ , бар	$\Delta U$ , мкВ
4,05	148	4,05	150
3,75	130	3,8	128
3,5	120	3,35	110
3,0	100	2,85	89
2,55	80	2,15	64
$T = 35^{\circ}C$		$T = 50^{\circ}C$	
$\Delta p$ , бар	$\Delta U$ , мкВ	$\Delta p$ , бар	$\Delta U$ , мкВ
4	135	4,1	127
3,3	98	3,5	97
2,9	80	2,9	74
2,4	60	2,3	53

Погрешности показаний приборов составили  $\sigma_p = 0,1$  бар и  $\sigma_U = 2$  мкВ.

Также для последующей обработки данных необходимо будет учитывать зависимость от температуры чувствительности термопары медь–константан.

Таблица 2: Зависимости приведённого напряжения от температуры

Температура, $^{\circ}C$	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50
мкВ/ $^{\circ}C$	38,9	39,8	40,7	41,6	42,5

## 4 Обработка результатов измерений

По данным в таблицах 1 и 2 построим график зависимости  $\Delta T(\Delta p)$  (2).

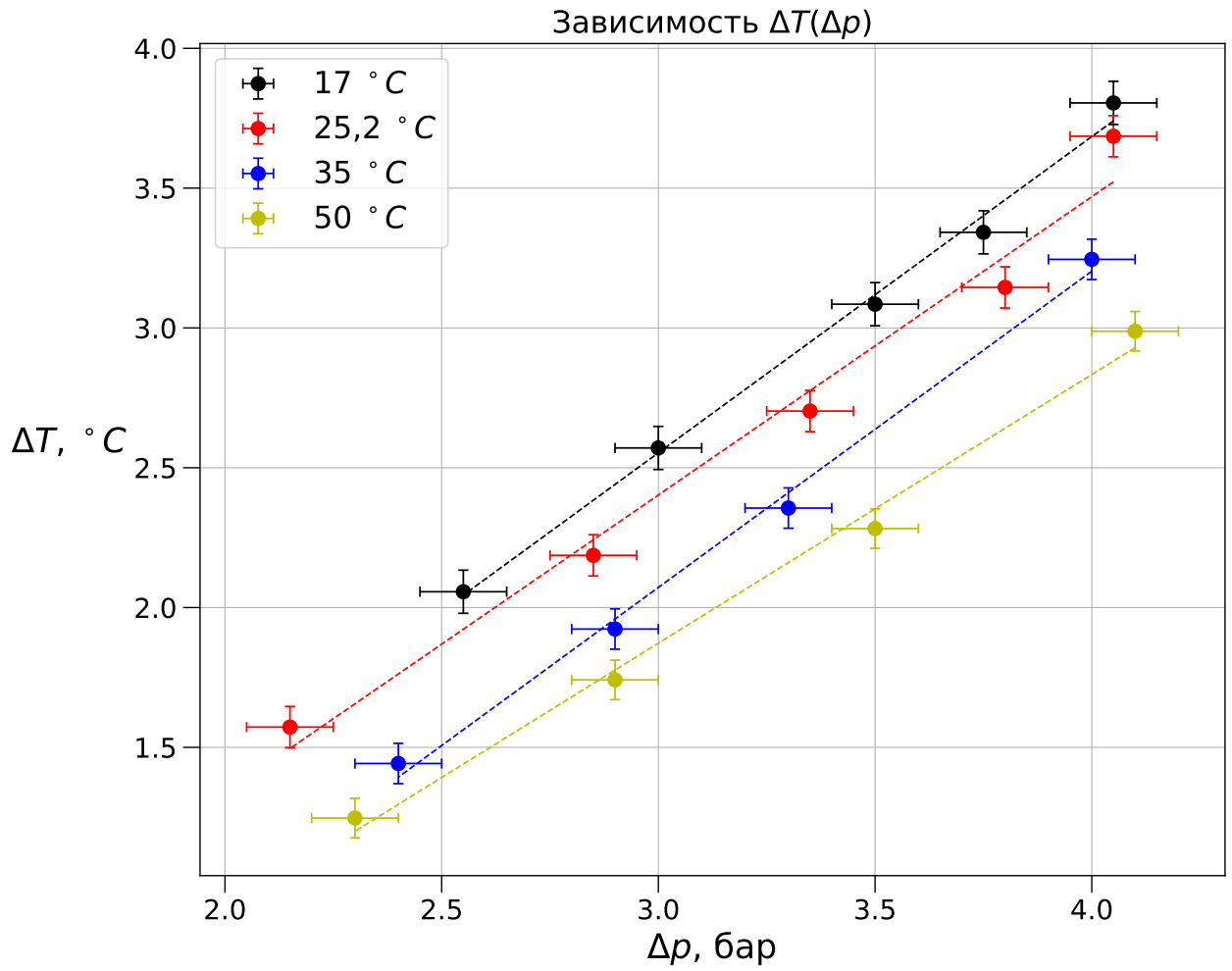


Рис. 2: Зависимость  $\Delta T(\Delta p)$

Из наклона графиков найдем соответствующие коэффициенты:

$$\begin{aligned}\mu_{17} &= 1.13 \pm 0.04 \text{ K/бар}, \sigma_\mu = 3\%; \\ \mu_{25} &= 1.07 \pm 0.07 \text{ K/бар}, \sigma_\mu = 7\%; \\ \mu_{35} &= 1.13 \pm 0.04 \text{ K/бар}, \sigma_\mu = 3\%; \\ \mu_{50} &= 0.96 \pm 0.04 \text{ K/бар}, \sigma_\mu = 4\%.\end{aligned}$$

Вычислим параметры газа Ван-дер-Ваальса, используя коэффициенты  $\mu_{\text{д-т}}$ , полученные для разных пар температур.

Пользуясь формулой (3), получим:

$$\begin{aligned}a &= \frac{(\mu_1 - \mu_2) C_P R T_1 T_2}{2(T_2 - T_1)}, \\ b &= \frac{C_P(\mu_2 T_2 - \mu_1 T_1)}{T_1 - T_2}.\end{aligned}$$

После вычислений были получены следующие величины:

$$\begin{aligned}a_{17-25} &= 0.78 \pm 0.09 \frac{\text{Па} \cdot \text{м}^6}{\text{моль}^2}, \sigma_a = 11,5\%; \\ a_{35-50} &= 1.36 \pm 0.16 \frac{\text{Па} \cdot \text{м}^6}{\text{моль}^2}, \sigma_a = 11,5\%;\end{aligned}$$

$$b_{17-25} = 9.18 \pm 0.92 \cdot 10^{-5} \frac{\text{М}^3}{\text{МОЛЬ}}, \sigma_b = 10\%;$$

$$b_{35-50} = 21.0 \pm 2.0 \cdot 10^{-5} \frac{\text{М}^3}{\text{МОЛЬ}}, \sigma_b = 10\%.$$

Сверим полученные результаты с табличными. Согласно справочнику для углекислого газа

$$a = 0,36 \frac{\text{Па} \cdot \text{М}^6}{\text{МОЛЬ}^2};$$

$$b = 4,2 \cdot 10^{-5} \frac{\text{М}^3}{\text{МОЛЬ}}.$$

Полученные данные значительно отличаются от табличных.

Используя формулу (4), по полученным параметрам газа Ван-дер-Ваальса вычислим  $T_{\text{инв}}$ . Также оценим погрешность по следующей формуле:  $\sigma_{T_{\text{инв}}} = T_{\text{инв}} \sqrt{\varepsilon_a^2 + \varepsilon_b^2}$ .

$$T_{17-25} = 2045 \text{ K}, \sigma_{T_{\text{инв}}} = 15\%;$$

$$T_{35-50} = 1559 \text{ K}, \sigma_{T_{\text{инв}}} = 15\%.$$

Для углекислого газа, согласно справочнику

$$T_{\text{инв}} = 2053 \text{ K}.$$

На этот раз полученные результаты не так сильно отличаются от табличных. Сильное отличие результатов от табличных данным говорит о несостоятельности формулы Ван-дер-Ваальса как количественного приближения, оставаясь при этом общепринятой качественной моделью описания реальных газов.