

Определение вязкости воздуха по скорости течения через тонкие трубки

Цель работы

Экспериментально выявить участок сформированного течения; определить режимы ламинарного и турбулентного течения; определить число Рейнольдса.

Оборудование

Металлические трубки, укрепленные на горизонтальной подставке; газовый счётчик; микроманометр типа ММН; стеклянная U-образная трубка; секундомер.

Экспериментальная установка

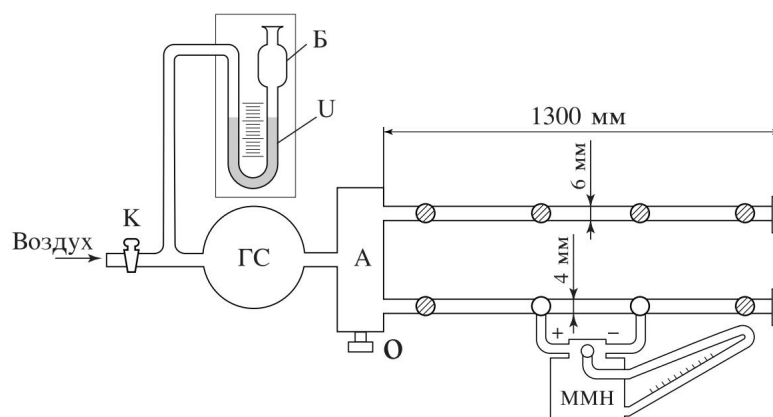


Рис. 1: Схема установки

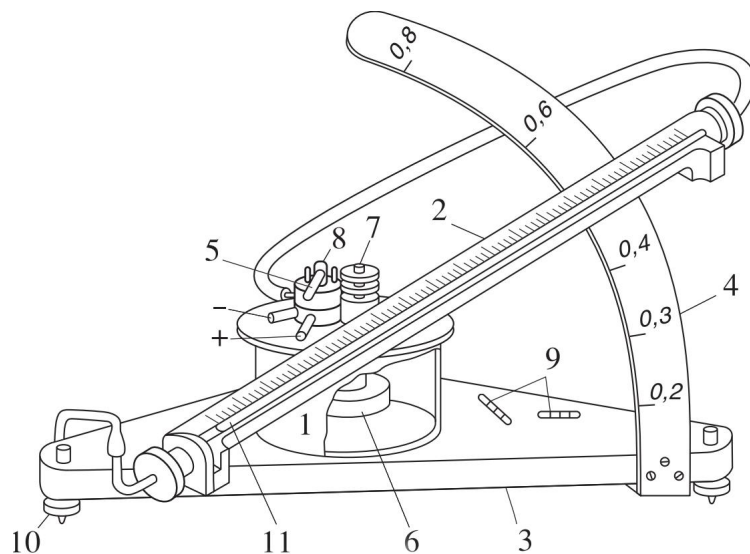


Рис. 2: Подробная схема микроманометра

Теоретическая часть

Рассмотрим движение вязкой жидкости или газа по трубке круглого сечения. При малых скоростях потока движение оказывается ламинарным (слоистым), скорости частиц меняются по радиусу и направлены вдоль оси трубки. С увеличением скорости потока движение становится турбулентным, а слои перемешиваются. При турбулентном движении скорость в каждой точке быстро меняет величину и направление, сохраняется только средняя величина скорости. Характер движения газа (или жидкости) в трубке определяется безразмерным числом Рейнольдса:

$$Re = \frac{vr\rho}{\eta},$$

где v — скорость потока, r — радиус трубки, ρ — плотность движущейся среды, η — её вязкость. В гладких трубах круглого сечения переход от ламинарного движения к турбулентному происходит при $Re \approx 1000$.

При ламинарном течении объем газа V , протекающий за время t по трубе длиной l , определяется формулой Пуазейля:

$$Q_v = \frac{\pi r^4}{8l\eta}(P_1 - P_2). \quad (1)$$

В этой формуле $P_1 - P_2$ — разность давлений в двух выбранных сечениях 1 и 2, расстояние между которыми равно l . Величину Q обычно называют расходом. Формула (1) позволяет определять вязкость газа по его расходу. Отметим условия, при которых справедлива формула (1). Прежде всего необходимо, чтобы с достаточным запасом выполнялось неравенство $Re < 1000$. Необходимо также, чтобы при течении не происходило существенного изменения удельного объёма газа (при выводе формулы удельный объём считался постоянным). Для жидкости это предположение выполняется практически всегда, а для газа — лишь в тех случаях, когда перепад давлений вдоль трубки мал по сравнению с самим давлением. В нашем случае давление газа равно атмосферному (10^3 см вод. ст.), а перепад давлений составляет не более 10 см вод. ст., т. е. менее 1% от атмосферного. Формула (1) выводится для участков трубки, на которых закон распределения скоростей газа по сечению не меняется при движении вдоль потока.

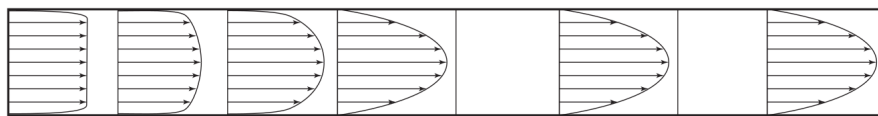


Рис. 3: Формирование потока газа в трубке круглого сечения

При втекании газа в трубку из большого резервуара скорости слоёв вначале постоянны по всему направлению. По мере продвижения газа по трубке картина распределения скоростей меняется, так как сила трения о стенку тормозит прилежащие к ней оси. Характерное для ламинарного течения параболическое распределение скоростей устанавливается на некотором расстоянии a от входа в трубку, которое зависит от радиуса трубки r и числа Рейнольдса по формуле

$$a \approx 0.2r \cdot Re. \quad (2)$$

Градиент давления на участке формирования потока оказывается бóльшим, чем на участке с установившимся ламинарным течением, что позволяет разделить эти участки экспериментально. Формула (2) даёт возможность оценить длину участка формирования.

Обработка результатов измерений

Оценим расстояние, на котором происходит формирование потока при ламинарном течении:

$$a \approx 0.2r \cdot Re = 41 \text{ см}$$

Давление, измеряемое микроманометром, определяется по формуле:

$$P = K \cdot l \cdot 9,80665 \text{ Па},$$

где P — давление в Паскалях, l — отчет по шкале, $K = 0,2$ — постоянная угла наклона. Таблица измерений:

ΔV , л	N	l , мм	t_1 , с	t_2 , с	t_3 , с	t_4 , с	Q , $10^{-3} \frac{\text{л}}{\text{с}}$	ΔP , 10^{-3} Па
0.5	1	10	42.85	42.12	42.19	41.92	11.83	19.61
0.5	2	15	26.12	25.80	26.03	25.79	19.28	29.42
1.0	3	20	37.69	36.44	37.78	36.25	27.00	39.23
1.0	4	25	29.12	28.32	28.25	29.07	34.86	49.03
1.5	5	30	35.69	35.29	35.81	35.63	42.13	58.84
1.5	6	35	30.28	29.62	29.41	29.96	50.31	68.65
2.0	7	40	35.09	35.25	35.22	35.28	56.80	78.45
2.0	8	45	30.59	30.75	30.71	30.41	65.33	88.26
2.5	9	50	34.78	34.55	34.52	34.49	72.29	98.07
2.5	10	60	30.02	30.08	29.45	29.92	83.70	117.68
3.0	11	65	33.56	33.72	33.49	33.49	89.38	127.49
3.0	12	70	32.25	32.10	32.12	32.17	93.28	137.29
3.0	13	75	31.55	31.29	31.36	31.30	95.62	147.10

Таблица 1: Измерения на первой трубке

Построим график зависимости давления от расхода:

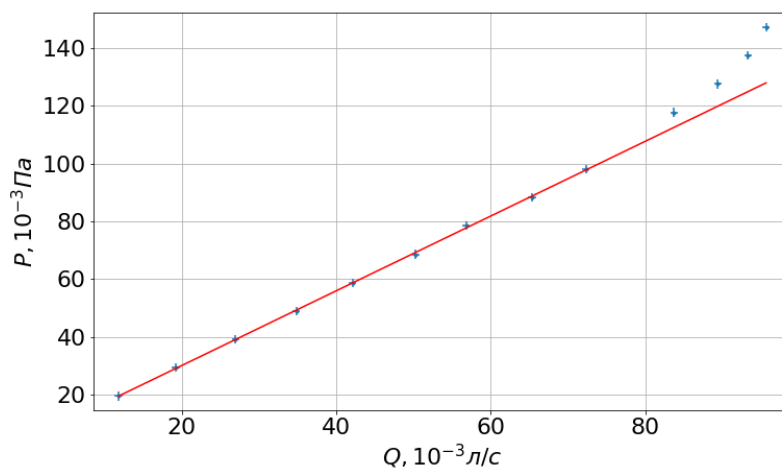


Рис. 4: Зависимость расхода от разности давлений

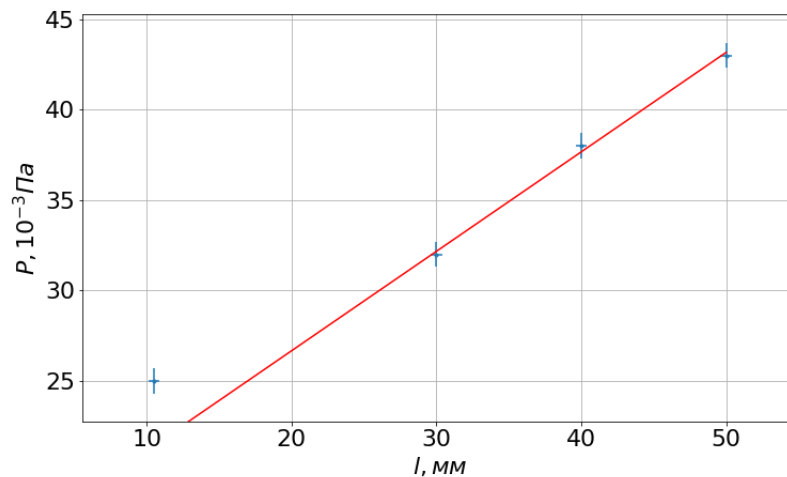
Коэффициент угла наклона графика: $k = 1.293 \cdot 10^3 \frac{\text{Па} \cdot \text{с}}{\text{м}^3}$
 Искомая вязкость:

$$\eta = \frac{\pi r^4 k}{8l} = (17.6 \pm 0.9) \cdot 10^{-6} \text{Па} \cdot \text{с}$$

Из графика видно, что ламинарный режим переходит в турбулентный на значениях $Q \approx 80 \cdot 10^{-6} \frac{\text{м}^3}{\text{с}}$. Посчитаем число Рейнольдса:

$$Re = \frac{vr\rho}{\eta} = \frac{Q\rho}{\pi r\eta} \approx 850$$

Построим график зависимости отношения давления от расстояния:



Из графика видно, что установление потока происходит примерно на расстоянии 15 см. Теоретическое значение $a \approx 0.2rRe \approx 35 \text{см}$. То есть оценка, полученная по формуле, гораздо более грубая, чем результат, который мы наблюдаем в эксперименте.

Оценим показатель степени радиуса в формуле Пуазейля:

ΔV , л	N	l , мм	t_1 , с	t_2 , с	t_3 , с	t_4 , с	Q , $10^{-3} \frac{\text{л}}{\text{с}}$	ΔP , 10^{-3}Па
2	1	10	31.90	32.00	32.00	31.98	62.56	19.61
2	2	15	21.32	21.42	21.38	21.23	93.73	29.42
5	3	20	40.44	40.69	40.41	40.57	123.37	39.23
5	4	25	34.91	35.19	35.09	35.02	142.64	49.03
5	5	30	32.91	32.97	33.06	32.95	151.64	58.84
5	6	35	31.38	31.40	31.47	31.47	159.08	68.65

Таблица 2: Измерения по второй трубке

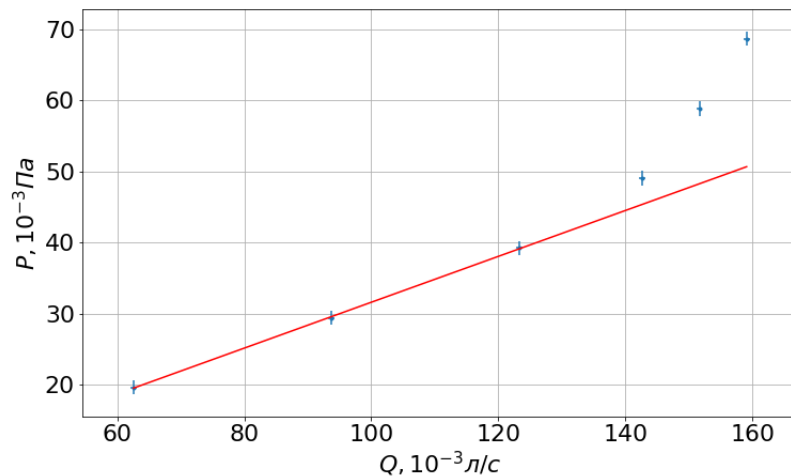
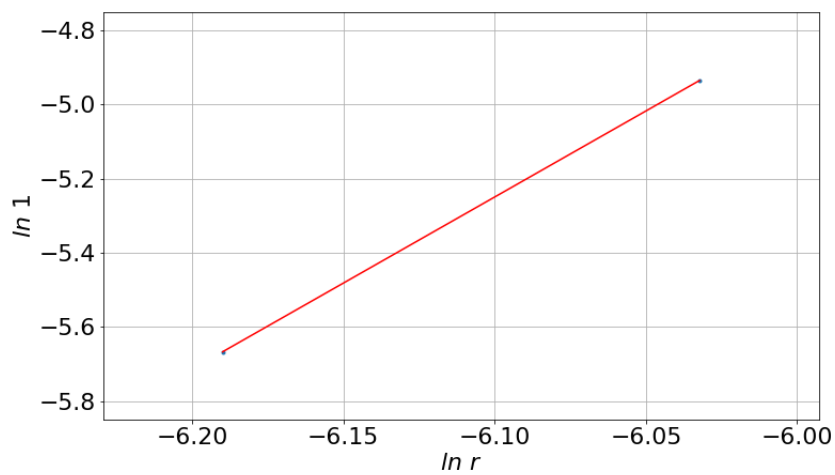


Рис. 5: Зависимость расхода от разности давлений

Коэффициент угла наклона графика: $k = 0.622 \cdot 10^3 \frac{\text{Па} \cdot \text{с}}{\text{м}^3}$
 Построим график зависимости $\ln(8\eta Q/\pi \Delta P)$ от $\ln(r)$:



$$n = 4.64$$

Мы получили значение, которое немного отличается от теоретического из формулы Пуазейля, потому что для его нахождения было использовано всего 2 точки.

Вывод

Полученным методом с использованием формулы Пуазейля мы получили значение вязкости $\eta = (17.6 \pm 0.9) \cdot 10^{-6}$ Па · с, которое совпадает с учетом погрешности с табличным при этой температуре: $\eta_{\text{табл}} = 18.4 \cdot 10^{-6}$ Па · с