

Исследование взаимной диффузии газов (2.2.1)

Павлушкин Вячеслав

21 марта 2022 г.

1 Аннотация

Цель работы: 1) регистрация зависимости концентрации гелия в воздухе от времени с помощью датчиков теплопроводности при разных начальных давлениях смеси газов; 2) определение коэффициента диффузии по результатам измерений.

Оборудование: измерительная установка; форвакуумный насос; баллон с газом (гелий); манометр; источник питания; магазин сопротивлений; гальванометр; секундомер.

2 Теоретические сведения

Диффузией называют самопроизвольное взаимное проникновение веществ друг в друга, происходящее вследствие хаотичного теплового движения молекул. При перемешивании молекул разного сорта говорят о взаимной (или концентрационной) диффузии.

Диффузия в системе, состоящей из двух компонентов a и b (бинарная смесь), подчиняется закону Фика: плотности потока компонентов $j_{a,b}$ (количество частиц, пересекающих единичную площадку в единицу времени) пропорциональны градиентам их концентраций $\nabla n_{a,b}$, что в одномерном случае можно записать как

$$j_a = -D \frac{\partial n_a}{\partial x}, \quad j_b = -D \frac{\partial n_b}{\partial x},$$

где D – коэффициент взаимной диффузии компонентов. Знак «минус» отражает тот факт, что диффузия идёт в направлении выравнивания концентраций. Равновесие достигается при равномерном распределении вещества по объёму сосуда ($\partial n / \partial x = 0$).

В случае работы с данной установкой можно считать, что диффузионный поток одинаков в любом сечении трубки, соединяющей сосуды V_1 и V_2 . Следовательно:

$$J = -DS \frac{n_1 - n_2}{l} \quad DS \frac{n_1 - n_2}{l} = -V_1 \frac{dn_1}{dt} = V_2 \frac{dn_2}{dt}$$
$$\frac{dn_1 - dn_2}{dt} = -\frac{n_1 - n_2}{l} DS \left(\frac{1}{V_1} + \frac{1}{V_2} \right) \Rightarrow n_1 - n_2 = (n_1 - n_2)_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

В данной работе исследуется взаимная диффузия гелия и воздуха. Давление P и температура T в условиях опыта предполагаются неизменными: $p = (n_{He} + n_v)kT$, где n_{He} и n_v – концентрации (объёмные плотности) диффундирующих газов. Поэтому для любых изменений концентраций справедливо $\Delta n_{He} = -\Delta n_v$. Следовательно, достаточно ограничиться описанием диффузии одного из компонентов, например гелия n_{He} :

$$j_{He} = -D \frac{\partial n_{He}}{\partial x}.$$

Приведём теоретическую оценку для коэффициента диффузии. В работе концентрация гелия, как правило, мала ($n_{He} \ll n_v$). Кроме того, атомы гелия существенно легче молекул, составляющих воздух ($\mu_{He} \ll \mu_{O_2}, \mu_{N_2}$), значит и их средняя тепловая скорость велика по сравнению с остальными частицами. Поэтому перемешивание газов в работе можно приближенно описывать как диффузию примеси лёгких частиц He на практически стационарном фоне воздуха. Коэффициент диффузии в таком приближении равен

$$D = \frac{1}{3} \lambda \bar{v},$$

где $\bar{v} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}$ – средняя тепловая скорость частиц примеси, $\lambda = \frac{1}{n_0\sigma}$ – их длина свободного пробега, n_0 – концентрация рассеивающих центров (фона), σ – сечение столкновения частиц примеси с частицами фона.

Таким образом, теория предсказывает, что коэффициент диффузии бинарной смеси обратно пропорционален давлению в системе $D \propto 1/P$, и не зависит от пропорций компонентов, что и предлагается проверить в работе экспериментально.

3 Экспериментальная установка

Для исследования взаимной диффузии используется следующая установка:

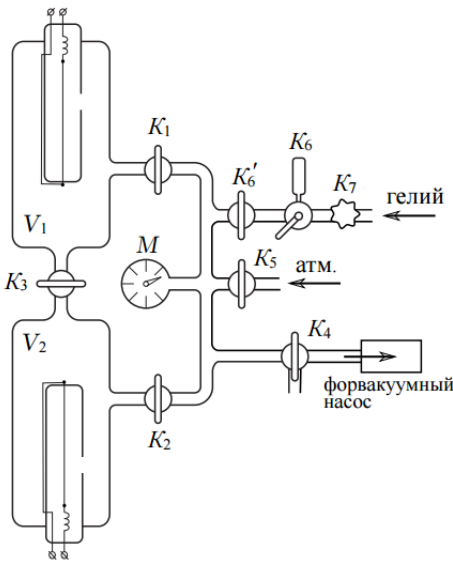


Рис. 1: Схема установки

Здесь V_1 , V_2 – два сосуда с примерно равным объемом, в которые мы будем загонять воздух и гелий.

Данная конструкция позволяет провести диффузию, которая возможна только при равенстве давлений.

Основное оборудование, с помощью которого мы будем снимать измерения – датчики теплопроводности, через которые пропускают ток. Они подключены к мосту, который позволяет нам устанавливать начальное равновесное состояние.

При изменении концентрации в колбах вольтметр покажет нам разность напряжений на датчиках, что, из-за их конструкции, означает разность концентраций.

С помощью изменения напряжения мы и будем изучать процесс диффузии, т.к. во время ее протекания концентрации газов начинают устанавливаться, что заметно на графике разницы напряжений от времени.

4 Ход работы

4.1 Коэффициент взаимной диффузии

Для смеси гелий-воздух исследуем зависимость коэффициента взаимной диффузии от начального давления в системе. Для этого будем фиксировать с помощью компьютера в лаборатории зависимость показаний вольтметра от времени, прошедшего с начала эксперимента. Проверим то, что процесс диффузии подчиняется закону:

$$U = (U)_0 e^{-\frac{t}{\tau}}.$$

Для этого построим графики зависимости в виде:

$$\ln(U) = \ln(U_0) + (-\tau^{-1})t \Rightarrow \ln\left(\frac{U_0}{U}\right) = \frac{t}{\tau}$$

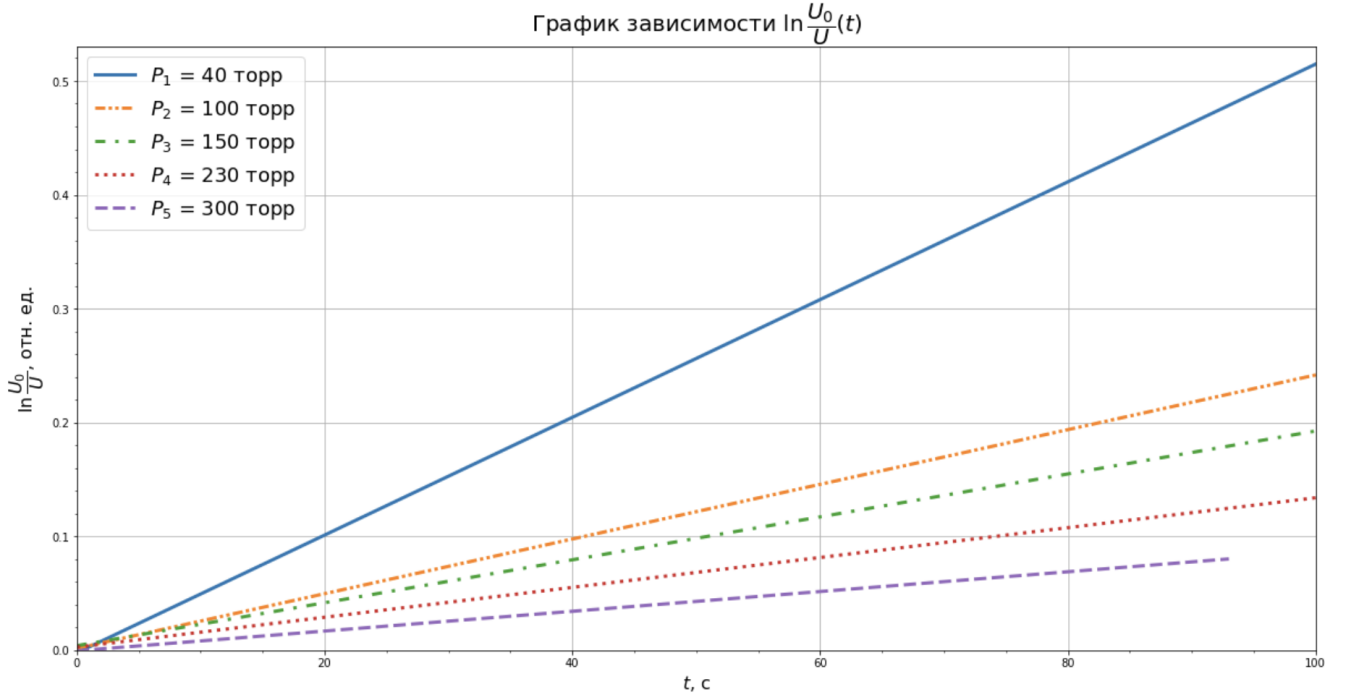


Рис. 2: Зависимость $\ln \frac{U_0}{U}$ от t

График (2) линейен, следовательно у нас происходит действительно диффузия. Далее мы можем найти τ как коэффициент наклона. Находить будем по МНК. В нашем случае $\ln \frac{U_0}{U} = kt$, и $k = \frac{1}{\tau}$.

$$k = \frac{\langle t \cdot \ln \frac{U_0}{U} \rangle - \langle t \rangle \langle \ln \frac{U_0}{U} \rangle}{\langle t^2 \rangle - \langle t \rangle^2}$$

$$\sigma_k^{\text{случ}} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sqrt{\frac{\langle (\ln \frac{U_0}{U})^2 \rangle - \langle \ln \frac{U_0}{U} \rangle^2}{\langle t^2 \rangle - \langle t \rangle^2} - k^2}$$

$$\sigma_k^{\text{сист}} = k\varepsilon_k = k \cdot \sqrt{\varepsilon_{U_0}^2 + \varepsilon_U^2 + \varepsilon_t^2} = k \cdot \sqrt{\left(\frac{\sigma_{U_0}}{U_0}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_U}{U}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_t}{t}\right)^2}$$

$$\sigma_k = \sqrt{(\sigma_k^{\text{случ}})^2 + (\sigma_k^{\text{сист}})^2}$$

Очевидно, что $\varepsilon_\tau = \varepsilon_k$.

Проведем расчеты для каждого значения давления, получим таблицу:

P , торр	σ_P , торр	$k \cdot 10^{-3}$, c^{-1}	$\sigma_k \cdot 10^{-3}$, c^{-1}	τ , с	σ_τ , с
40	1,9	5,172	0,075	193,35	2,80
100	1,9	2,402	0,034	416,32	5,89
150	1,9	1,886	0,027	530,22	7,59
230	1,9	1,312	0,019	762,20	11,04
300	1,9	0,868	0,012	1152,07	15,93

Таблица 1: Аппроксимация зависимостей

Далее посчитаем коэффициенты взаимной диффузии для различных давлений по формуле:

$$D = \frac{1}{\tau} \frac{VL}{2S} \quad \sigma_D = D \sqrt{\varepsilon_\tau^2 + \varepsilon_V^2 + \varepsilon_{\frac{L}{S}}^2}$$

Параметры моей установки: $V = (775 \pm 10) \text{ см}^3$, $\frac{L}{S} = (5,3 \pm 0,1) \frac{1}{\text{см}}$.

Посчитаем D и σ_D :

P , торр	40	100	150	230	300
D , $\frac{\text{см}^2}{\text{с}}$	10,62	4,93	3,87	2,69	1,78
σ_D , $\frac{\text{см}^2}{\text{с}}$	0,29	0,13	0,10	0,07	0,05

Таблица 2: Значения коэффициента диффузии при различных давлениях

4.2 График зависимости $D(\frac{1}{P})$

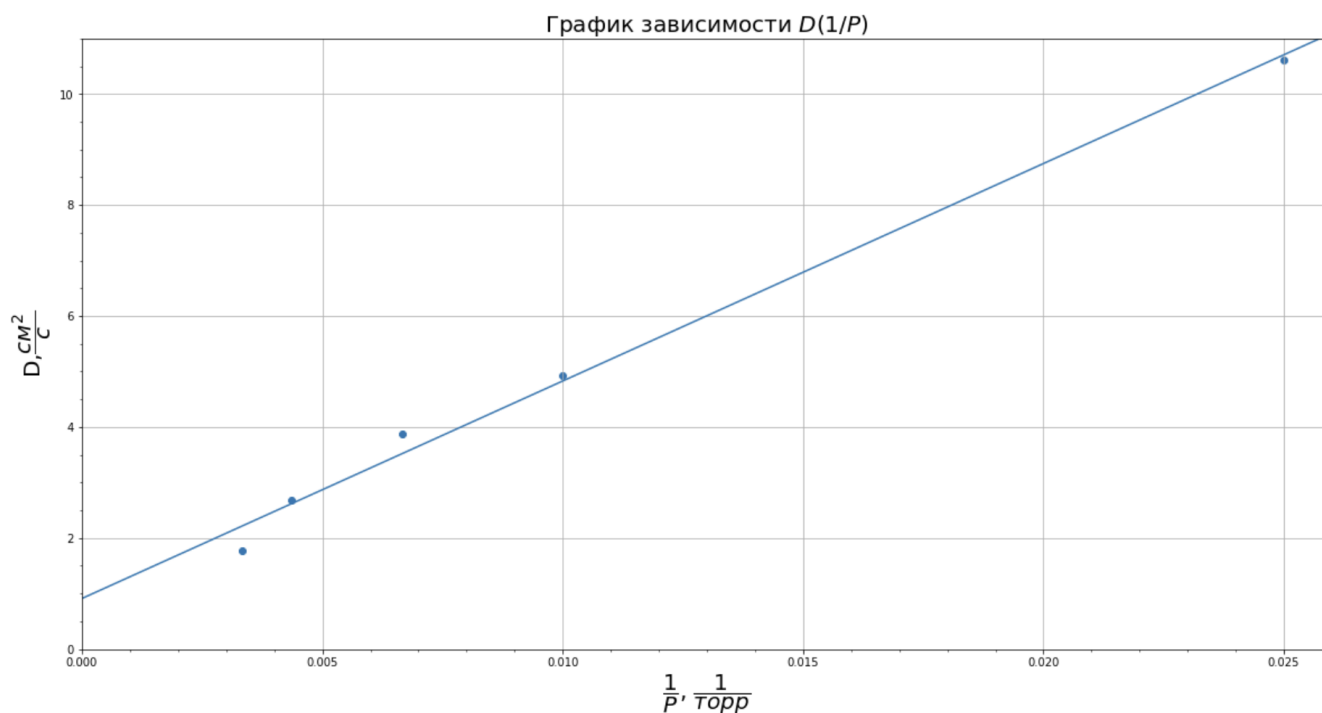


Рис. 3: Зависимость D от $\frac{1}{P}$

Построен по МНК, коэффициент наклона $k = (391,9 \pm 18,9) \frac{\text{см}^2}{\text{с} \cdot \text{торр}}$.

Значит, коэффициент диффузии при атмосферном давлении можно найти таким образом:

$$D_{\text{атм}} = k \frac{1}{P_{\text{атм}}} = (0,516 \pm 0,03) \frac{\text{см}^2}{\text{с}}$$

4.3 Длина свободного пробега

По полученным данным оценим длину свободного пробега атомов гелия в воздухе:

$$D = \frac{1}{3} \lambda \langle v \rangle, \text{ где } \langle v \rangle = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}} \Rightarrow \lambda = 3D \sqrt{\frac{\pi\mu}{8RT}} \approx 131,4 \text{ нм}$$

5 Вывод

В ходе работы:

- Была зарегистрирована зависимость концентрации гелия в воздухе от времени с помощью датчиков теплопроводности при различных начальных давлениях смеси газов.
- По результатам измерений был определен коэффициент взаимной диффузии для смеси гелий-воздух: $D_{\text{атм}} = (0,516 \pm 0,03) \frac{\text{см}^2}{\text{с}}$, что совпадает по порядку величины с табличными данными: $D_{\text{табл}} = 0,62 \frac{\text{см}^2}{\text{с}}$.
- Была оценена длина свободного пробега гелия в воздухе: $\lambda = (131,4 \pm 7,6) \text{ нм}$, что опять-таки сходится с табличными данными по порядку величины: $\lambda_{\text{табл}} = 175 \text{ нм}$.

Основная доля ошибок приходится на барометр, и тот факт, что мы не можем полностью точно сбалансировать мост (он очень легко расстраивается).