$U_\delta(x_0-0) = (x_0-\delta, x_0]$ – левая полуокрестность т. x_0

- $\mathring{U}_\delta(x_0-0) = (x_0-\delta, x_0)$
- $U_\delta(x_0+0) = [x_0, x_0+\delta)$ – правая полуокр-ть
- $\mathring{U}_\delta(x_0+0) = (x_0, x_0+\delta)$

$U(x_0+0)$ – правая полуокрестность x_0 произвольного радиуса

Опр. Пусть $x_0 \in \mathbb{R}$; $f(x)$ – определена на $\mathring{U}_{\delta_0}(x_0-0)$

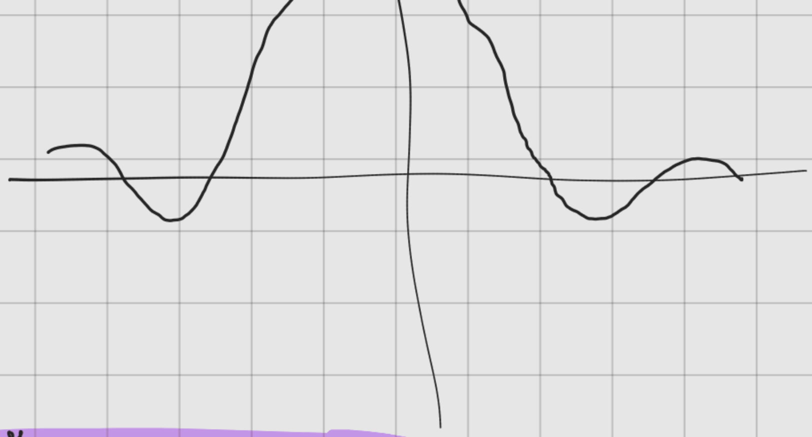
Тогда $A \in \hat{\mathbb{R}}$ называется пределом слева $f(x)$ в т. x_0 (пишут $\lim\limits_{x\to x_0-0} f(x) = A$), если

$$\forall \varepsilon>0 \ \exists \delta(\varepsilon): 0<\delta<\delta_0 : \forall x \in \mathring{U}_\delta(x_0-0) \hookrightarrow f(x) \in U_\varepsilon(A)$$

Обозначение: $f(-\infty) = \lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

$f(+\infty) = \lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

$f(x_0+0) = \lim\limits_{x\to x_0+0} f(x)$



Утверждение Пусть $x_0 \in \mathbb{R}$; f - опр. на $\mathring{U}_{\delta_0}(x_0)$.

Тогда для существования $\lim\limits_{x \to x_0} f(x)$ необходимо и достаточно существование $\lim\limits_{x \to x_0 - 0} f(x)$ и $\lim\limits_{x \to x_0 + 0} f(x)$, и их равенство

Док-во: очевидно