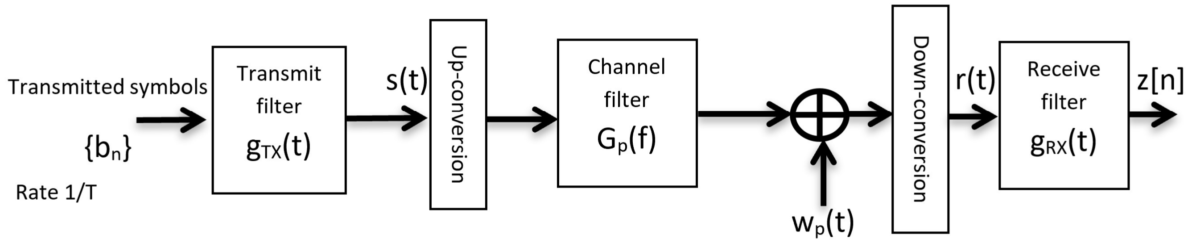
יונתן תורג'מן 315468363
יהל אורגד 325010809

בס"ד

תקשורת ספרתית 2 – מטלת מטלב 1 – פיענות MLSE

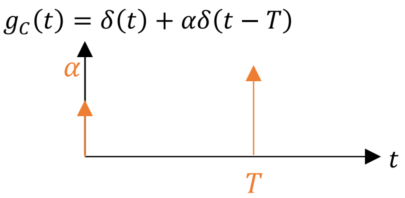
<u>חלק תיאורטי- מודל האות</u>

חלק א'- אות אנלוגי



נתון אות $s(t)$ ופונקציית הערוץ נתונה לפי $g_C(t) = \delta(t) + \alpha\delta(t-T)$.

א. מהו $\boldsymbol{y(t)}$?



נתחיל מהאות $s(t)$ ונעביר אותו לפס מעבר על ידי ה Up-Conversion ולפי נוסחאות שלמדנו זה שקול ל: $s_p(t) = Re\{\sqrt{2}\cdot s(t)\cdot e^{j2\pi f_c t}\}$

כעת האות בפס המעבר עובר במסנן מהצורה ומתווסף לו רעש גאוסי לבן בפס מעבר וסה"כ:

$$y(t) = s_p(t) * g_C(t) + w_p(t) = Re\{\sqrt{2}\cdot s(t)\cdot e^{j2\pi f_c t}\} * \{\delta(t) + \alpha\delta(t-T)\} + w_p(t) = Re\{\sqrt{2}\cdot s(t)\cdot e^{j2\pi f_c t} + \sqrt{2}\alpha\cdot s(t-T)\cdot e^{j2\pi f_c (t-T)}\} + w_p(t) \underbrace{=}_{s(t)=s_c(t)+js_s(t)}$$

$$\sqrt{2}s_c(t)\cos(2\pi f_c t) - \sqrt{2}s_s(t)\sin(2\pi f_c t) + \sqrt{2}\alpha s_c(t-T)\cos(2\pi f_c (t-T)) - \sqrt{2}\alpha s_s(t-T)\sin(2\pi f_c(t-T)) + w_p(t)$$

ב. אם היינו עושים את העיבוד בזמן רציף, ניתן לרשום בפס בסיס:

$\boldsymbol{r(t) = \sum_{n=0}^{K-1} b[n]p(t-nT) + w(t)}$ מהו $p(t)$? (שימו לב שקיימת תלות ב-$\boldsymbol{f_c}$).

כפי שלמדנו בכיתה, $p_{PB}(t) = g_{TX,PB}(t) * g_{c,PB}(t)$ אך אנו צריכים לקחת בחשבון שזה בפס מעבר ואנו נרצה את התוצאה בפס בסיס, כדי להקל על המעברים נעבור לתדר, ולפי הנוסחה שלמדנו בתדר: $Y(f) = S_p(f)\cdot H_p(f) = \frac{1}{\sqrt{2}}S(f)H(f)$ נוכל סך הכל לכתוב:

$$P(f) = G_{TX,BB}(f)\cdot G_{c,BB}(f)$$

נשים לב שיש צורך גם להמיר את מסנן הערוץ הנתון לנו מפס מעבר לפס בסיס וגם את זה נעשה בתדר לפי נוסחה מוכרת:

$$G_{c,BB}(f) = \sqrt{2}\cdot G_{c,PB}{}^{+}(f+f_c) = \sqrt{2}\cdot G_{c,PB}(f+f_c)\cdot I_{[f>0]}$$

$$g_C(t) = \delta(t) + \alpha\delta(t-T) \xrightarrow{Fourier} G_{c,PB}(f) = 1 + \alpha e^{-j2\pi fT}$$

$$G_{c,BB}(f) = \sqrt{2}\cdot\left(1 + \alpha e^{-j2\pi(f+f_c)T}\right)$$

$$P(f) = G_{TX,BB}(f)\cdot\sqrt{2}\cdot\left(1 + \alpha e^{-j2\pi(f+f_c)T}\right)$$

יונתן תורג'מן 315468363
יהל אורגד 325010809

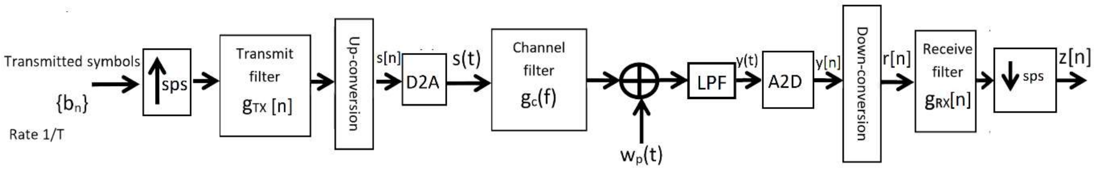
$$P(f)\xrightarrow{Inverse\ Fourier}p(t)=\sqrt{2}\left(g_{TX}(t)+\alpha\cdot g_{TX}(t-T)\cdot e^{-j2\pi f_cT}\right)$$

ג. מהו המסנן המתואם המתאים לקליטת אות זה? (בפס בסיס).

כפי שלמדנו המסנן המתואם נתון על ידי:

$$g_{RX,\mathrm{MF}}(t)=p^*(-t)=\sqrt{2}\left(g_{TX}^*(-t)+\alpha\cdot g_{TX}^*(T-t)\cdot e^{-j2\pi f_cT}\right)$$

חלק ב'- אות דגום



הניחו כי המסנן ה-LPF בעל רוחב סרט $\frac{2}{T_s}=4\cdot10^6$, $T=N_sT_s=10^{-6}$, $N_s=8$ (שלם).

ד. ידוע כי $w_p(t)$ רל"ג קומפלקסי עם צה"ס N_0. הוכיחו כי התוחלת והשונות של הרכיב הממשי והמדומה של הרעש הדגום בתדר דגימה $f_s=\frac{1}{T_s}$ הם $w[n]\sim CN(0,f_sN_0)$.

הערות המתרגלת

-הניחו שהדגימה היא ע"י מסנן מלבני באורך Ts. מכאן נסיק $w[n]=\int_{nT_s}^{(n+1)T_s}w(t)\,dt$

- התפלגות קומפלקס נורמל הכוונה רעש מרוכב. התוחלת היא מספר מרוכב והשונות של כל רכיב היא חצי מהשונות הרשומה.

$$E\left[w[n]\right]=E\left[w_p(t=nT_s)\right]=$$

$$E\left[\frac{1}{T_s}\int_{nT_s}^{(n+1)T_s}w(t)\,dt\right]\overset{\text{לינאריות התוחלת}}{\cong}\frac{1}{T_s}\int_{nT_s}^{(n+1)T_s}E[w(t)]\,dt\overset{\text{רלג}}{\cong}\frac{1}{T_s}\int_{nT_s}^{(n+1)T_s}0\,dt=0$$

$$Var\left[w[n]\right]=E\left[w^2[n]\right]-\overbrace{E^2\left[w[n]\right]}^{\text{הראנו}=0}=$$

$$E\left[\frac{1}{T_s}\int_{nT_s}^{(n+1)T_s}w(t)\,dt\,\frac{1}{T_s}\int_{nT_s}^{(n+1)T_s}w(s)ds\right]\overset{\text{לינאריות התוחלת}}{\cong}\frac{1}{T_s^2}\int_{nT_s}^{(n+1)T_s}\int_{nT_s}^{(n+1)T_s}E[w(t)\cdot$$

$$w(s)]\ dtds\overset{\text{צה"ס }N_0}{\cong}\frac{1}{T_s^2}\int_{nT_s}^{(n+1)T_s}\int_{nT_s}^{(n+1)T_s}N_0\delta(t-s)\ dtds=\frac{1}{T_s^2}\int_{nT_s}^{(n+1)T_s}N_0\ dt=$$

$$\frac{1}{T_s^2}N_0\left((n+1)T_s-(nT_s)\right)=\frac{T_s}{T_s^2}N_0=f_sN_0$$

וסך הכל הוכחנו את הדרוש: $w[n]\sim CN(0,f_sN_0)$

ה. חשבו את האוטוקורלציה $\mathbf{R}_w[m]=E[w[n]w^*[n-m]]$

יונתן תורג'מן 315468363
יהל אורגד 325010809

$$\mathrm{R}_w[m] = E\big[w[n]w^*[n-m]\big] =$$

$$E\left[\frac{1}{T_s}\int_{nT_s}^{(n+1)T_s} w(t)\,dt\,\frac{1}{T_s}\int_{(n-m)T_s}^{(n-m+1)T_s} w^*(s)ds\right] \overset{\text{לינאריות התוחלת}}{\cong} \frac{1}{{T_s}^2}\int_{nT_s}^{(n+1)T_s}\int_{(n-m)T_s}^{(n-m+1)T_s} E[w(t)\cdot$$

$$w^*(s)]dtds \overset{\text{צה"ס } N_0}{\cong} \frac{1}{{T_s}^2}\int_{nT_s}^{(n+1)T_s}\int_{(n-m)T_s}^{(n-m+1)T_s} N_0\delta(t-s)dtds$$

נחלק למקרים:

$\underline{m=0:}$

$$\mathrm{R}_w[0] = \frac{1}{{T_s}^2}\int_{nT_s}^{(n+1)T_s}\int_{nT_s}^{(n+1)T_s} N_0\delta(t-s)dtds \overset{\text{ראינו}}{\cong} f_sN_0$$

$\underline{m\neq 0:}$

$$\mathrm{R}_w[m\neq 0] = \frac{1}{{T_s}^2}\int_{nT_s}^{(n+1)T_s}\int_{(n-m)T_s}^{(n-m+1)T_s} N_0\delta(t-s)dtds$$

קל לראות שהמלבנים (תחומי האינטגרלים) אינם חופפים עבור כל ערך כזה לכן משתני האינטגרציה תמיד יקיימו $t\neq\tau$ ולכן הדלתא גם היא תמיד אפס וכל האינטגרל גם הוא.

סך הכל נקבל: $R_w[m] = N_0f_s\delta[m]$

ו. עבור פונקציית הערוץ $\boldsymbol{g_C(t) = \delta(t) + \alpha\delta(t-T)}$, הוכיחו כי:

$$\boldsymbol{y[n] = s[n] + \alpha s[n-N_s] + s[n]}$$

בזמן רציף נקבל:

$$y(t) = s(t)*g_c(t) + w(t) = s(t)*\big(\delta(t)+\alpha\delta(t-T)\big) + w(t)$$
$$= s(t) + \alpha s(t-T) + w(t)$$

כעת נדגום זאת, לפי משפט הדגימה שכמו שלמדנו בעבר יהפוך את ציר t לציר n והזמנים יוכפלו פי $\frac{1}{T_s}$.

$$y(t=nT_s) = y[n] = s[n] + \alpha s\left[n-\frac{T}{T_s}\right] + w[n] \overset{T=N_sT_s}{\cong} s[n] + \alpha s\left[n-\frac{N_sT_s}{T_s}\right] + w[n]$$
$$= s[n] + \alpha s[n-N_s] + w[n] \quad \blacksquare$$

ז. כתבו את הקשר בין האות r[n] (במוצא ה Down-conversion) לאות u[n] (בכניסה ל Up-conversion).

$y[n]$ (שכבר מצאנו) הוא הייצוג בפס מעבר של $r[n]$

ובדומה $s[n]$ הוא הייצוג בפס מעבר של $u[n]$

ולפי נוסחאות מעבר בין הייצוגים נוכל להסיק כי:

מעבר לפס מעבר: $s[n] = \sqrt{2}u_c[n]\cos(2\pi f_c n) - \sqrt{2}u_s[n]\sin(2\pi f_c n)$

הראנו כבר כי: $y[n] = s[n] + \alpha s[n-N_s] + w[n]$ אז נציב שם את $s[n]$:

יונתן תורג'מן 315468363
יהל אורגד 325010809

$y[n] = \sqrt{2}u_c[n]\cos[2\pi f_c n] - \sqrt{2}u_s[n]\sin[2\pi f_c n] + \alpha\big(\sqrt{2}u_c[n-N_s]\cos[2\pi f_c(n-N_s)] - \sqrt{2}u_s[n-N_s]\sin[2\pi f_c(n-N_s)]\big) + w[n]$

בעזרת זהויות טריגו:

$\cos(\alpha-\beta) = \cos(\alpha)\cos(\beta) + \sin(\alpha)\sin(\beta)\ ,\ \sin(\alpha-\beta) = \sin(\alpha)\cos(\beta) - \cos(\alpha)\sin(\beta)$

נקבל:

$$y[n] = \sqrt{2}u_c[n]\cos[2\pi f_c n] - \sqrt{2}u_s[n]\sin[2\pi f_c n] + \alpha\big[\sqrt{2}u_c[n-N_s]\cdot(\cos[2\pi f_c n]\cdot\cos[2\pi f_c N_s] + \sin[2\pi f_c n]\cdot\sin[2\pi f_c N_s]) - \sqrt{2}u_s[n-N_s]\cdot(\sin[2\pi f_c n]\cdot\cos[2\pi f_c N_s] - \cos[2\pi f_c n]\cdot\sin[2\pi f_c N_s])\big] + w[n]$$

נאחד גורמים משותפים:

$$y[n] = \sqrt{2}\left(\cos[2\pi f_c n]\overbrace{(u_c[n] + \alpha u_c[n-N_s]\cos[2\pi f_c N_s] + \alpha u_s[n-N_s]\sin[2\pi f_c N_s])}^{y_c[n]} - \sin[2\pi f_c n]\overbrace{(u_s[n] + \alpha u_s[n-N_s]\cos[2\pi f_c N_s] - \alpha u_c[n-N_s]\sin[2\pi f_c N_s])}^{y_s[n]}\right) + w[n]$$

מעבר לפס בסיס על ידי מעטפת קומפלקסית:

$$r[n] = y_c[n] + jy_s[n] = \sqrt{2}\big(u_c[n] + \alpha u_c[n-N_s]\cos[2\pi f_c N_s] + \alpha u_s[n-N_s]\sin[2\pi f_c N_s] + j(u_s[n] + \alpha u_s[n-N_s]\cos[2\pi f_c N_s] - \alpha u_c[n-N_s]\sin[2\pi f_c N_s])\big) + w[n]$$

כאשר הרעש בפועל מחולק לחלק ממשי ומדומה $w[n] = \sqrt{2}w_p[n]\cos(2\pi f_c nN_s) + j\sqrt{2}w_p[n]\sin(2\pi f_c nN_s)$

ח. רשמו את פונקציית האוטו קורלציה הדגומה של הערוץ $\boldsymbol{h[m]}$.

$$h[m] = (p * g_{RX})(mT) = \int p(t)g_{RX}(mT-t)dt \underbrace{=}_{g_{RX}(t)=g_{MF}(t)=p^*(-t)} \int p(t)p^*(t-mT)dt = \int \sqrt{2}\left(g_{TX}(t) + \alpha e^{-j2\pi f_c T}g_{TX}(t-T)\right)\cdot\sqrt{2}\left(g_{TX}{}^*(t-mT) + \alpha e^{j2\pi f_c T}g_{TX}{}^*(t-mT-T)\right)dt \underbrace{=}_{g_{TX}\ \text{ממשי}} \int 2\left(g_{TX}(t) + \alpha e^{-j2\pi f_c T}g_{TX}(t-T)\right)(g_{TX}(t-mT) + \alpha e^{j2\pi f_c T}g_{TX}(t-(m+1)T))\,dt$$

ידוע כי מתקיים בתדר: $RC(f) = RRC(f)\cdot RRC(f)$ ואם נעשה התמרת פורייה הפוכה חזרה לזמן, נציב דגימות זמן mT ונקבל:

$$RC(mT) = \int RRC(t)\cdot RRC(t-mT)dt = \begin{cases}1, & m=0\\ 0, & m\neq 0\end{cases}$$

בעת אצלנו $g_{RX}(t) = RRC(t)$ וסך הכל 4 המכפלות שקולות ל4 RC:

יונתן תורג'מן 315468363
יהל אורגד 325010809

$$h[m] = 2\left(RC(mT) + \alpha^2 RC(mT) + \alpha e^{-j2\pi f_c T} RC\big((1+m)T\big) + \alpha e^{-j2\pi f_c T} RC\big((m-1)T\big)\right)$$

והצבה פשוטה של דגימות הזמן תביא לתוצאה הסופית:

$$h[m] = \begin{cases} 2(1+\alpha^2) & : m = 0 \\ 2\alpha e^{-j2\pi f_c T} & : m = \pm 1 \\ 0 & : else \end{cases}$$

מכאן ישר נסיק כי אורך הערוץ הוא $L = 1$

ט. מהו מקלט ה MLSE המתאים לפענוח סימבולי המידע במקלט זה? ציירו שני צעדי זמן בדיאגרמת הויטרבי, ורשמו את הנוסחאות לחישוב מטריקת הענפים.

הסימבולים המשודרים $b[n]$ מאופננים QPSK ($b[n] \in \{(-1,-1),(1,-1),(-1,1),(1,1)\}$)

כלומר ניתנים להצגה כך: $b[n] \in \{-1-j,\ 1-j,\ -j+1,\ 1+j\}$ כלומר יהיו 4 מצבים ומכל מצב 4 חצים למצבים הבאים, כל חץ יחושב על ידי המטריקה הבאה והערך $z[n]$ באותה דגימת זמן:

$$\lambda_n(s[n] \to s[n+1]) = Re\{b^*[n]z[n]\} - \frac{h[0]}{2} \cdot |b[n]|^2 - Re\{b^*[n]b[n-1]h[1]\}$$

נשים לב שהגורם $\frac{h[0]}{2} \cdot |b[n]|^2$ יהיה קבוע בכל חץ ולכן הוא תורם שינוי במטריקה לכן נוריד אותו:

$$\lambda_n(s[n] \to s[n+1]) = Re\{b^*[n]z[n]\} - Re\{b^*[n]b[n-1]h[1]\}$$

נחשב את כל $2^4 = 16$ אפשרויות המעברים:

$$\lambda_n(\{1+j\} \to \{1+j\}) = Re\{(1+j)^* z[n]\} - Re\{(1+j)^* \cdot (1+j) \cdot h[1]\} = Re\{(1-j)z[n]\} - Re\{2h[1]\}$$

$$\lambda_n(\{1+j\} \to \{1-j\}) = Re\{(1-j)^* z[n]\} - Re\{(1-j)^* \cdot (1+j) \cdot h[1]\} = Re\{(1+j)z[n]\} - Re\{2jh[1]\}$$

$$\lambda_n(\{1+j\} \to \{-1+j\}) = Re\{(-1+j)^* z[n]\} - Re\{(-1+j)^* \cdot (1+j) \cdot h[1]\} = Re\{(-1-j)z[n]\} + Re\{2jh[1]\}$$

$$\lambda_n(\{1+j\} \to \{-1-j\}) = Re\{(-1-j)^* z[n]\} - Re\{(-1-j)^* \cdot (1+j) \cdot h[1]\} = Re\{(-1+j)z[n]\} + Re\{2h[1]\}$$

$$\lambda_n(\{1-j\} \to \{1+j\}) = Re\{(1+j)^* z[n]\} - Re\{(1+j)^* \cdot (1-j) \cdot h[1]\} = Re\{(1-j)z[n]\} + Re\{2jh[1]\}$$

$$\lambda_n(\{1-j\} \to \{1-j\}) = Re\{(1-j)^* z[n]\} - Re\{(1-j)^* \cdot (1-j) \cdot h[1]\} = Re\{(1+j)z[n]\} - Re\{2h[1]\}$$

$$\lambda_n(\{1-j\} \to \{-1+j\}) = Re\{(-1+j)^* z[n]\} - Re\{(-1+j)^* \cdot (1-j) \cdot h[1]\} = Re\{(-1-j)z[n]\} + Re\{2h[1]\}$$

$$\lambda_n(\{1-j\} \to \{-1-j\}) = Re\{(-1-j)^* z[n]\} - Re\{(-1-j)^* \cdot (1-j) \cdot h[1]\} = Re\{(-1+j)z[n]\} - Re\{2jh[1]\}$$

$$\lambda_n(\{-1+j\} \to \{1+j\}) = Re\{(1+j)^* z[n]\} - Re\{(1+j)^* \cdot (-1+j) \cdot h[1]\} = Re\{(1-j)z[n]\} - Re\{2jh[1]\}$$

יונתן תורג'מן 315468363
יהל אורגד 325010809

$$\lambda_n(\{-1+j\} \to \{1-j\}) = Re\{(1-j)^* z[n]\} - Re\{(1-j)^* \cdot (-1+j) \cdot h[1]\}$$
$$= Re\{(1+\ j)z[n]\} + Re\{2h[1]\}$$

$$\lambda_n(\{-1+j\} \to \{-1+j\}) = Re\{(-1+j)^* z[n]\} - Re\{(-1+j)^* \cdot (-1+j) \cdot h[1]\}$$
$$= Re\{(-1-\ j)z[n]\} - Re\{2h[1]\}$$

$$\lambda_n(\{-1+j\} \to \{-1-j\}) = Re\{(-1-j)^* z[n]\} - Re\{(-1-j)^* \cdot (-1+j) \cdot h[1]\}$$
$$= Re\{(-1+\ j)z[n]\} + Re\{2jh[1]\}$$

$$\lambda_n(\{-1-j\} \to \{1+j\}) = Re\{(1+j)^* z[n]\} - Re\{(1+j)^* \cdot (-1-j) \cdot h[1]\}$$
$$= Re\{(1-\ j)z[n]\} + Re\{2h[1]\}$$

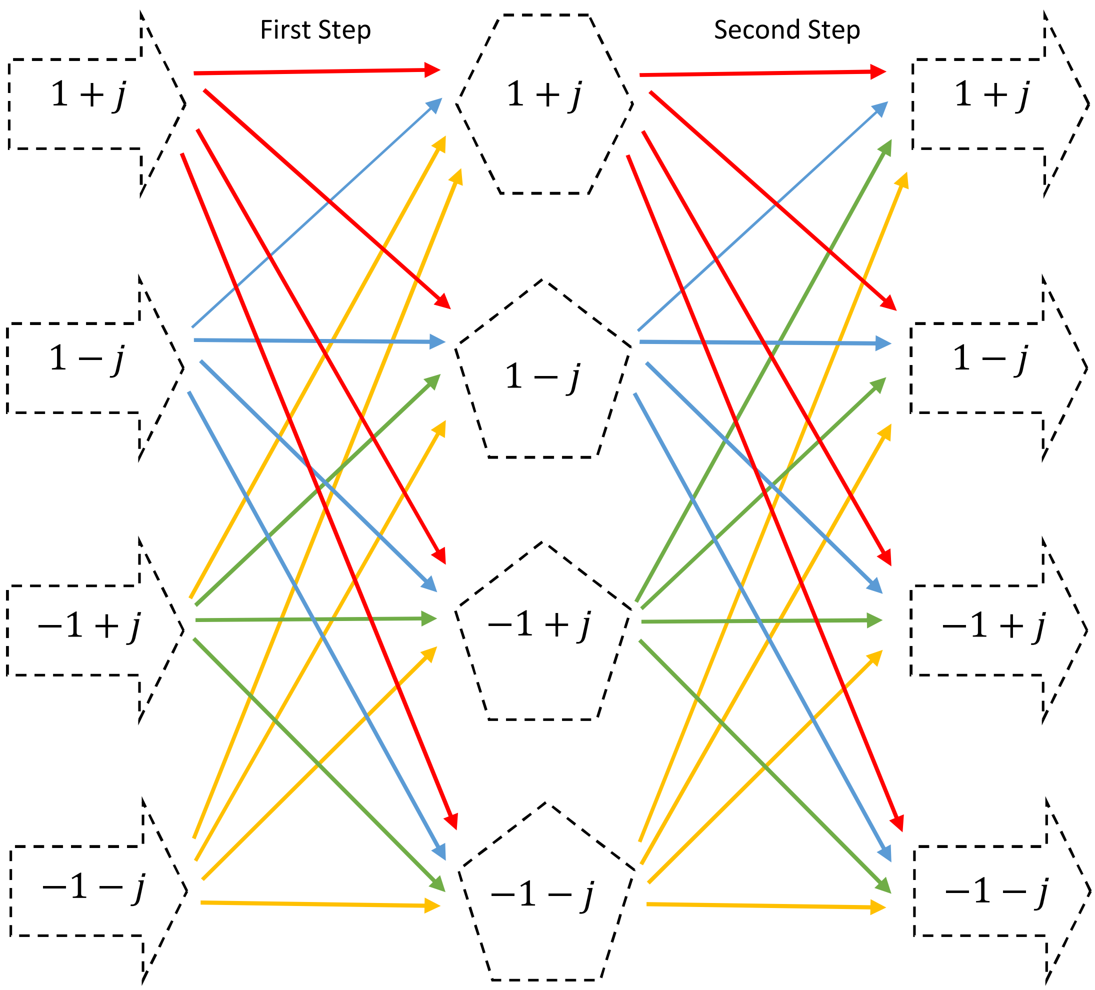
$$\lambda_n(\{-1-j\} \to \{1-j\}) = Re\{(1-j)^* z[n]\} - Re\{(1-j)^* \cdot (-1-j) \cdot h[1]\}$$
$$= Re\{(1+\ j)z[n]\} + Re\{2jh[1]\}$$

$$\lambda_n(\{-1-j\} \to \{-1+j\}) = Re\{(-1+j)^* z[n]\} - Re\{(-1+j)^* \cdot (-1-j) \cdot h[1]\}$$
$$= Re\{(-1-\ j)z[n]\} - Re\{2jh[1]\}$$

$$\lambda_n(\{-1-j\} \to \{-1-j\}) = Re\{(-1-j)^* z[n]\} - Re\{(-1-j)^* \cdot (-1-j) \cdot h[1]\}$$
$$= Re\{(-1+\ j)z[n]\} - Re\{2h[1]\}$$

וכל שנותר הוא להציב את $h[1]$ בכל מעבר.

שני צעדים בדיאגרמת ויטרבי אם כן ייראו כך: כאמור כל חץ יחושב לפי החישוב המתאים לו כאן למעלה.



יונתן תורג'מן 315468363
יהל אורגד 325010809

מימוש במטלב

נתונים: $b[n]$ הם הסימבולים המשודרים, אפנון QPSK

$$(\mathrm{b}[\mathrm{n}] \in \{(-1,-1),(1,-1),(-1,1),(1,1)\})$$

וכן $\mathrm{g_{TX}} = \mathrm{RRC(t)}$ כלומר Root Raised Cosine .

בתרגיל זה, פרמטר ה-rolloff הוא 0.5 וקצב הסימבולים הוא $\mathrm{R_s} = 1\mathrm{MHz}$. בנוסף, אנו מניחים שלאחר העלאת הקצב מתקבלות 8 דגימות לסימבול (sps=samples per symbol=8) ותדר הגל הנושא הוא $\mathrm{f_c} = 2.125\mathrm{MHz}$.

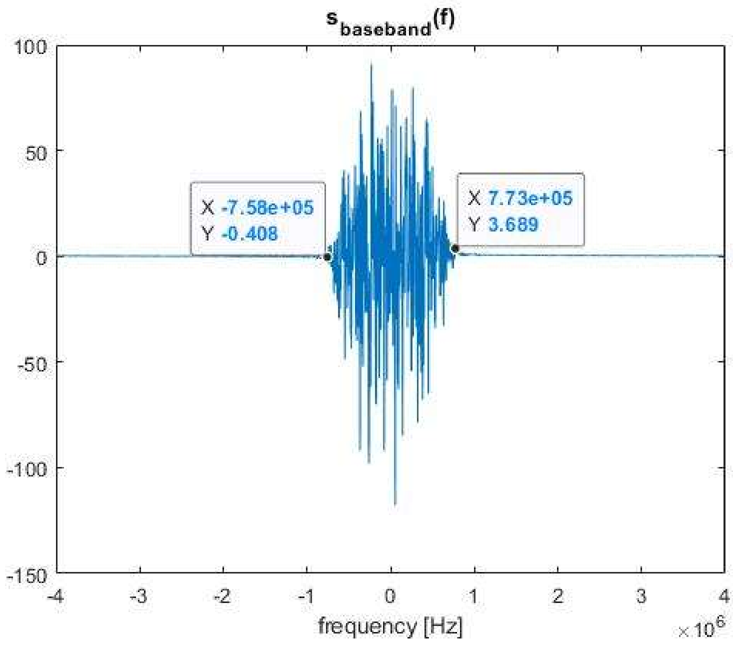
1. מהו רוחב הסרט של האות המשודר? ציירו את התמרת הפורייה של האות המשודר והשוו לתיאוריה.

לפי נוסחה מההרצאה:

$$\omega_{\mathrm{RC}} = \frac{1+\alpha}{2}\bigg|_{\alpha=0.5} = \frac{3}{4}$$

$$\mathrm{bandwidth} = 2 \cdot \mathrm{w_{RC}} \cdot \mathrm{R_s} = 2 \cdot \frac{3}{4} \cdot 10^6 = 1.5\ [\mathrm{MHz}]$$

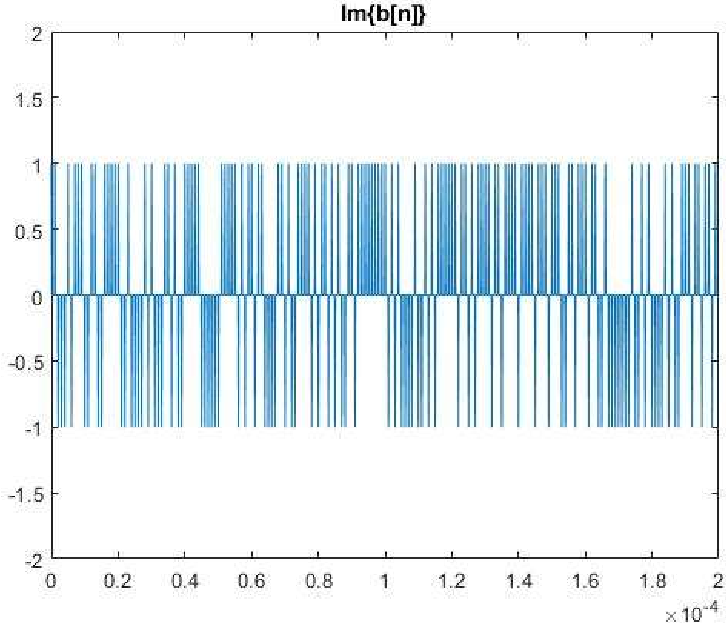
ניתן לראות שקיבלנו רוחב סרט שמתאים לחישוב שלנו:

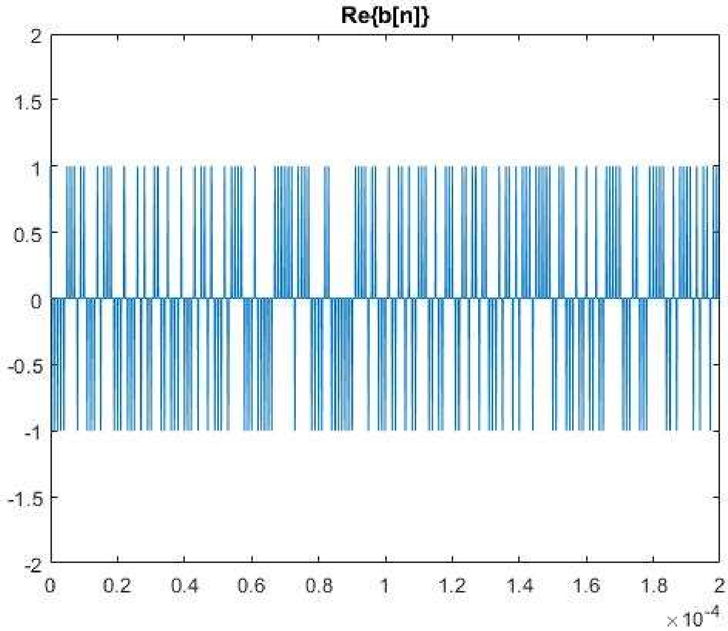


יונתן תורג'מן 315468363
יהל אורגד 325010809

2. ממשו את מערכת השידור והקליטה ללא השפעת ערוץ, כלומר $g_c(t) = \delta(t)$, וללא רעש.

יצרנו ווקטור סימבולים באורך 200 עם sps = 8 :

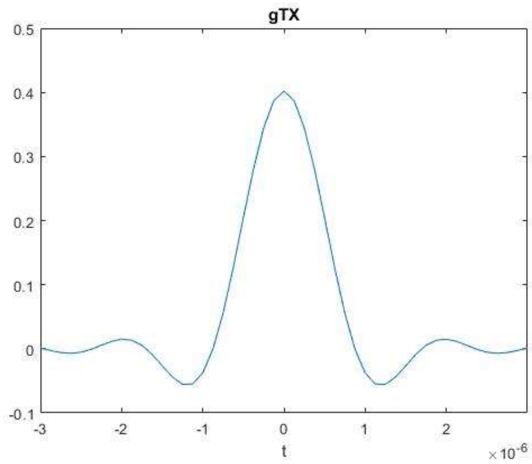




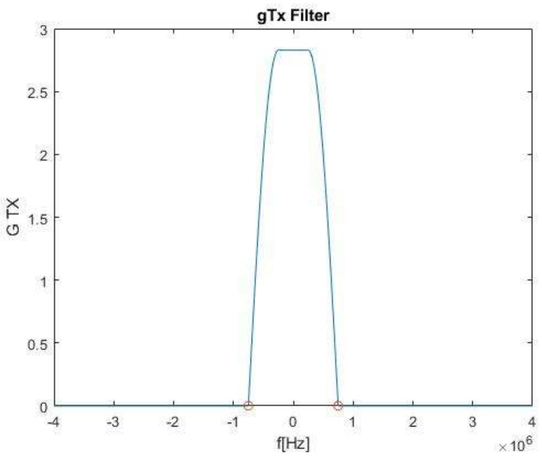
יונתן תורג'מן 315468363
יהל אורגד 325010809

כעת נעזרנו בפונקציה rcodesign על מנת ליצור את המסנן gTX:

<u>בזמן:</u>

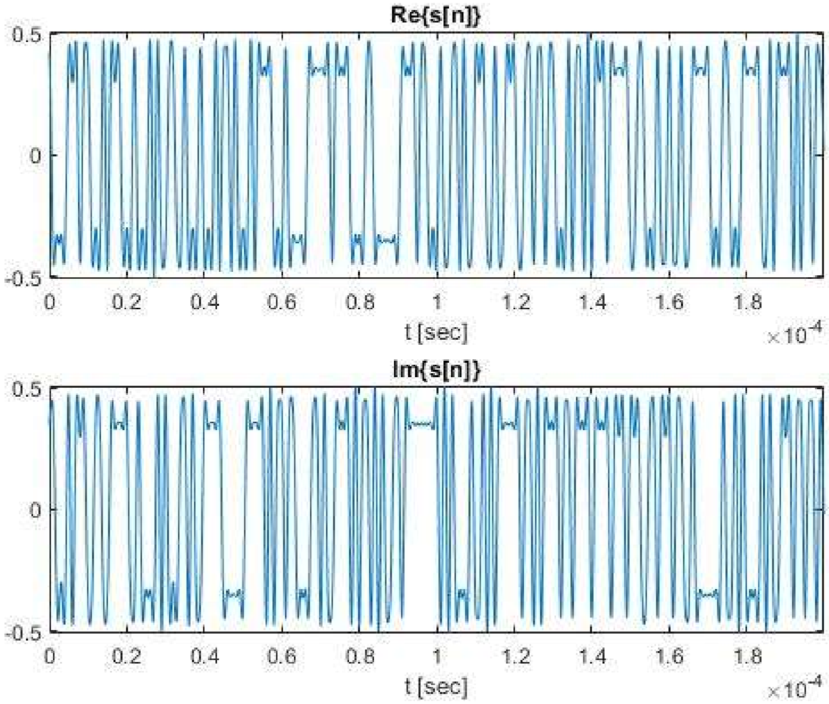


<u>בתדר:</u>

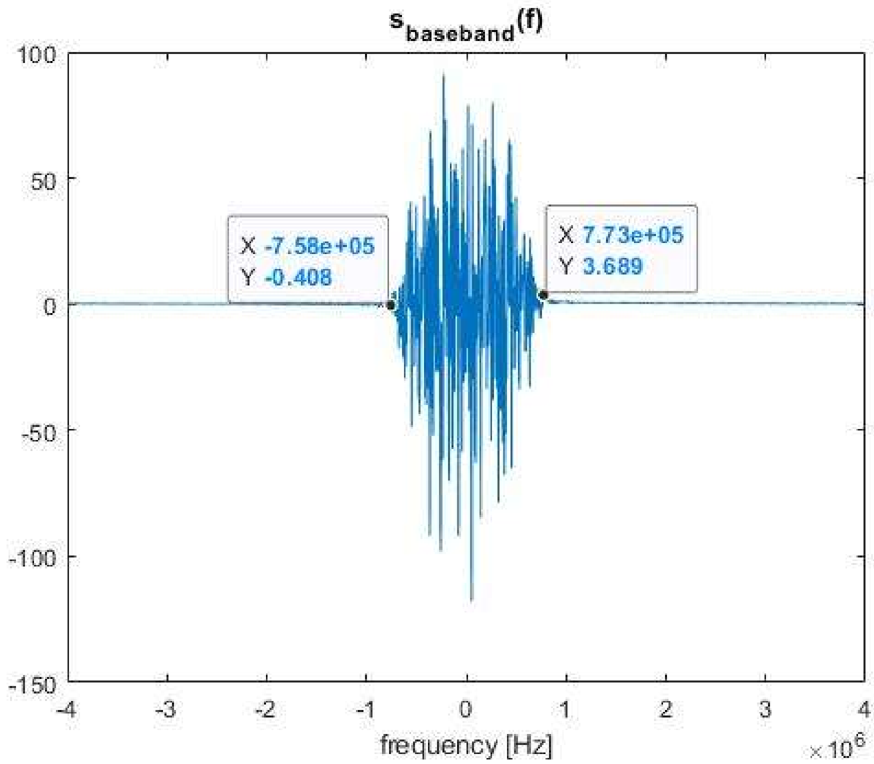


יונתן תורג'מן 315468363
יהל אורגד 325010809

לאחר המעבר בפילטר gTX נקבל את s(n):

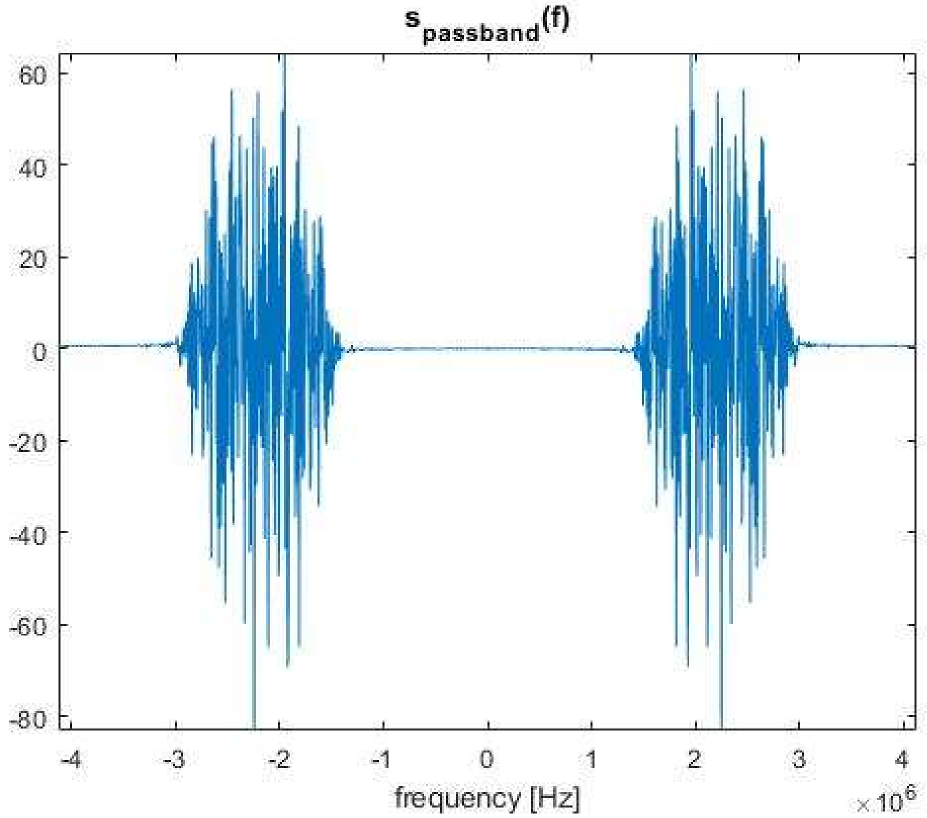


בפס בסיס נקבל:

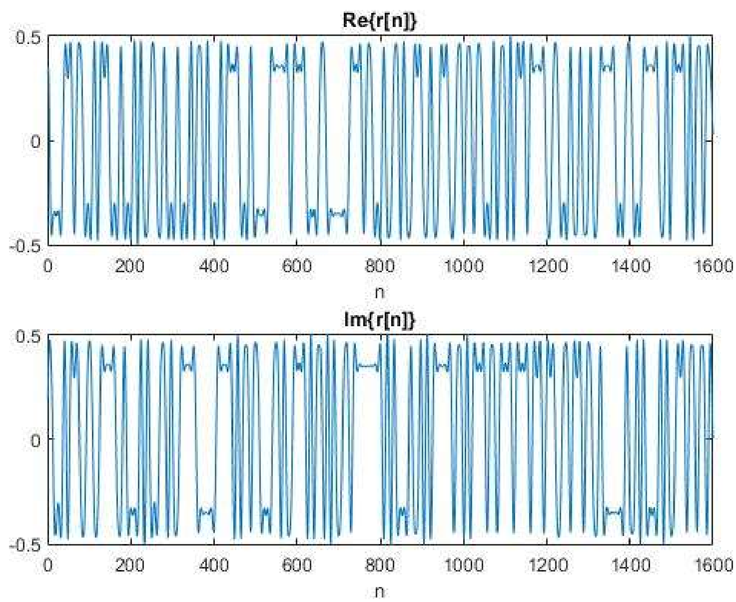


יונתן תורג'מן 315468363
יהל אורגד 325010809

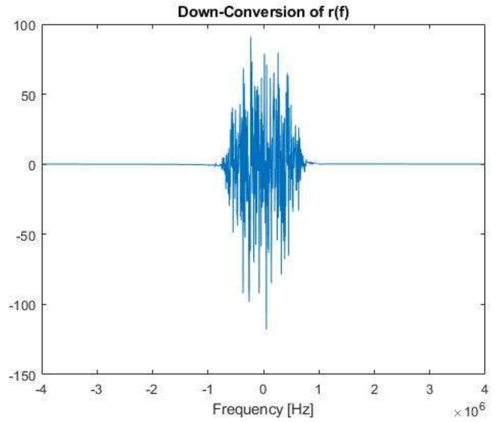
נעביר את האות לפס מעבר:



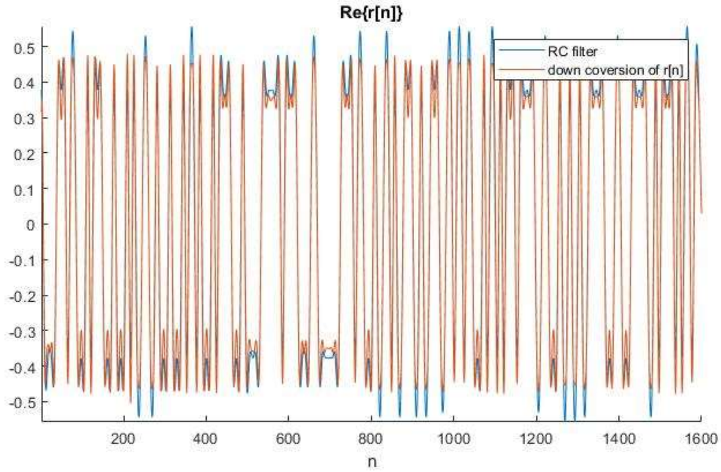
בעת מכיוון שאנחנו מניחים שאין השפעת רעש במערכת נקבל במוצא (לאחר חזרה לפס בסיס) את r(n) שהוא פשוט האות שלנו s(n) בפס בסיס:

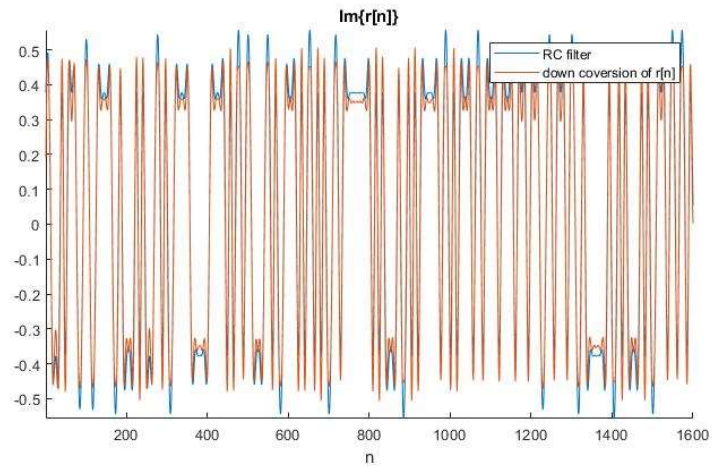


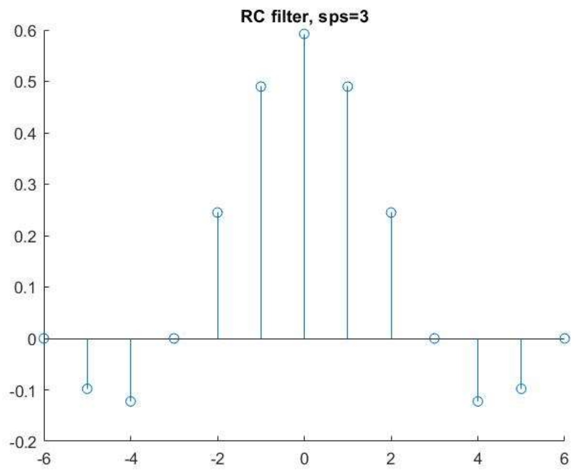
יונתן תורג'מן 315468363
יהל אורגד 325010809



כעת נשווה בין האות שלנו לאחר down conversion לבין העברת האות במסנן RC:

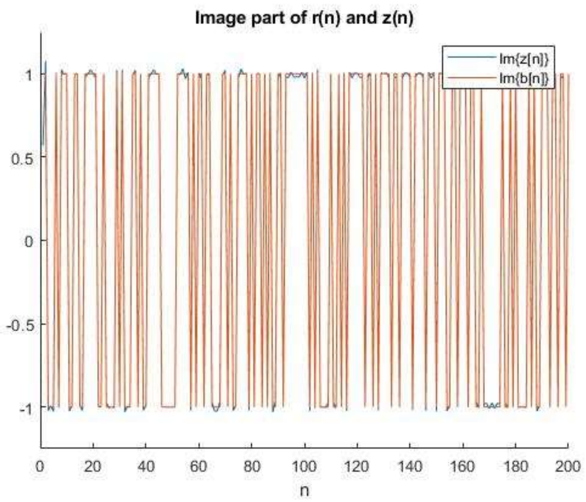


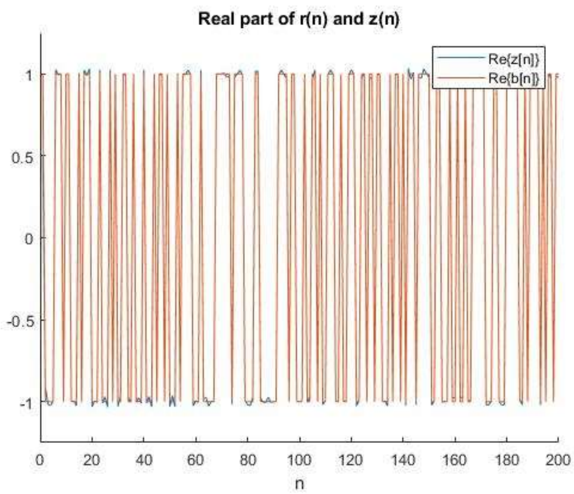




נשים לב שמסנן ה RC מתאפס כל 3 דגימות (sps) מה שיאפשר לנו לבצע הפרדה טובה בין סימבולים כלומר קריטריון נייקוויסט עבור ISI=0 מתקיים.

כעת נעביר את r(n) במסננת המתואמת ונוריד את קצב הדגימה ל8:





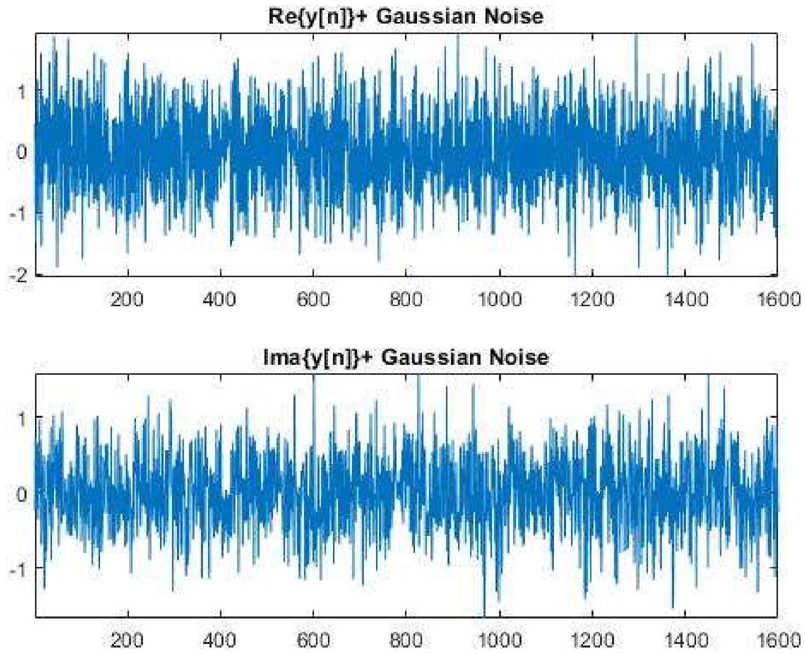
ניתן לראות שקיבלנו אות כמעט שווה לb(n) ששלחנו.

3. כעת, הוסיפו רעש גאוסי לבן עם $\mathrm{SNR} = 0\mathrm{dB}$, כאשר

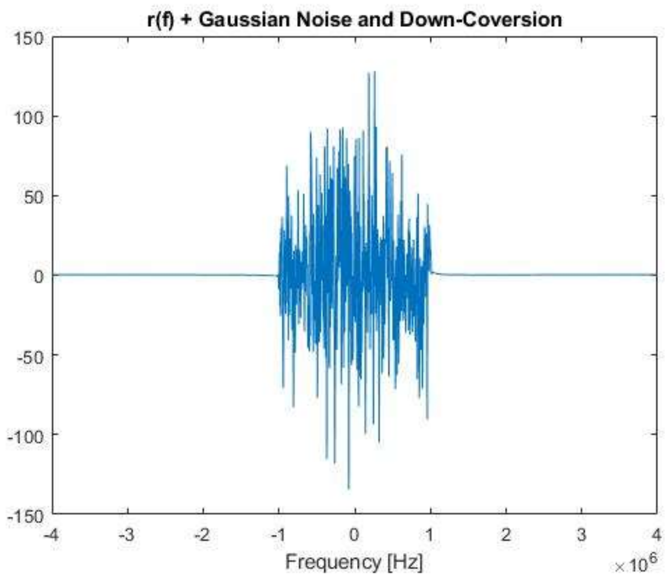
$$\mathrm{SNR} = \frac{\int p^2(t)dt}{N_0}$$

נחשב את האינטגרל ב-MATLAB.

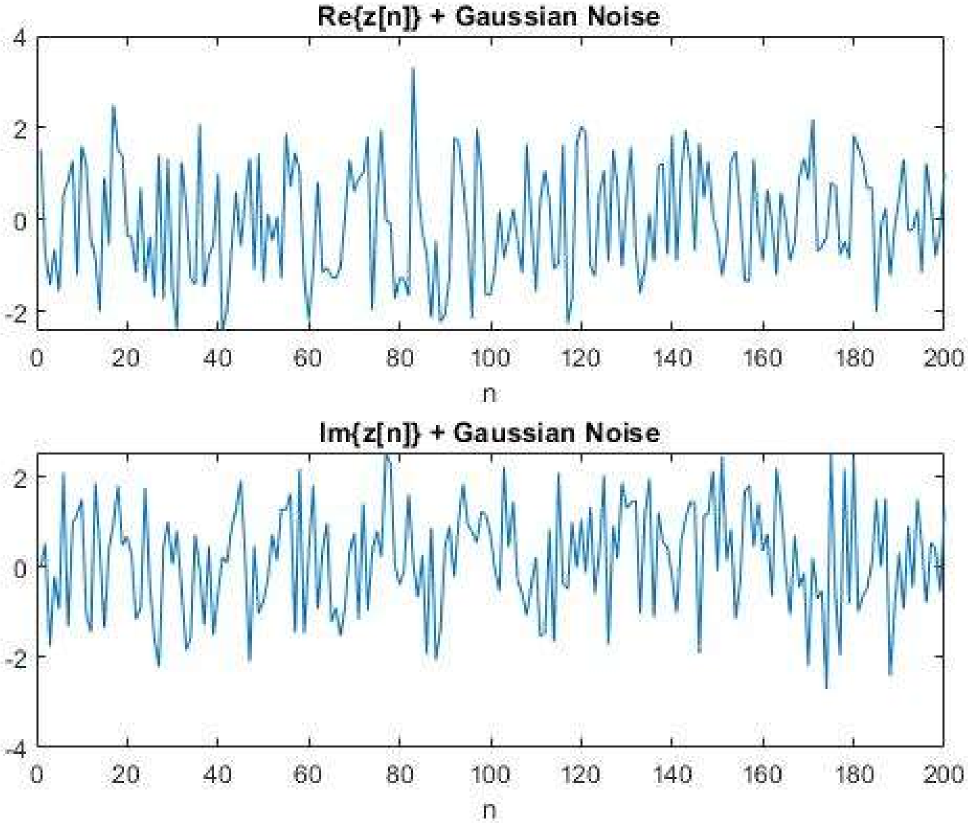
האות שלנו בנוסף לרעש:



כעת נעביר את האות בחזרה לפס בסיס:

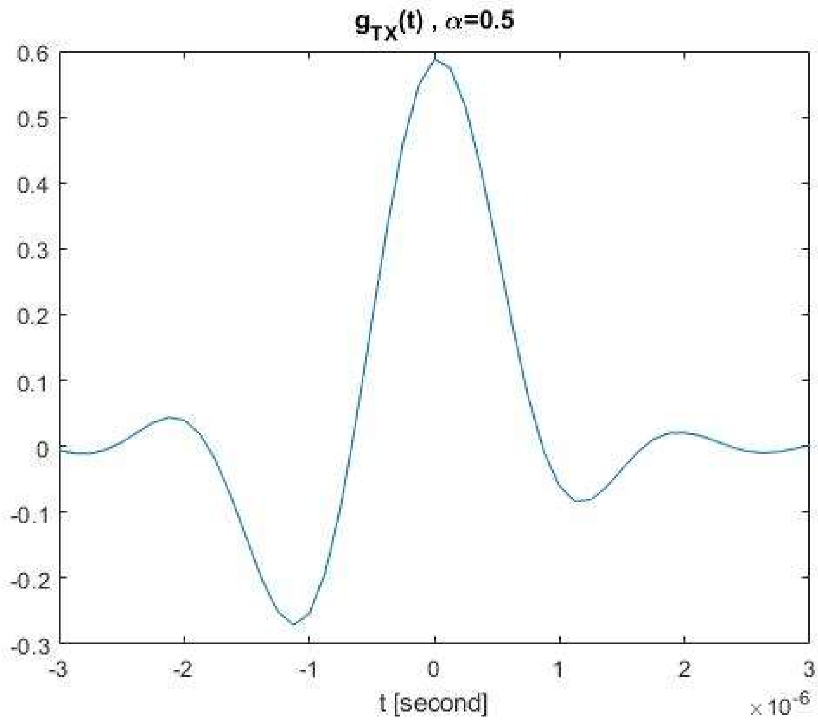


יונתן תורג'מן 315468363
יהל אורגד 325010809



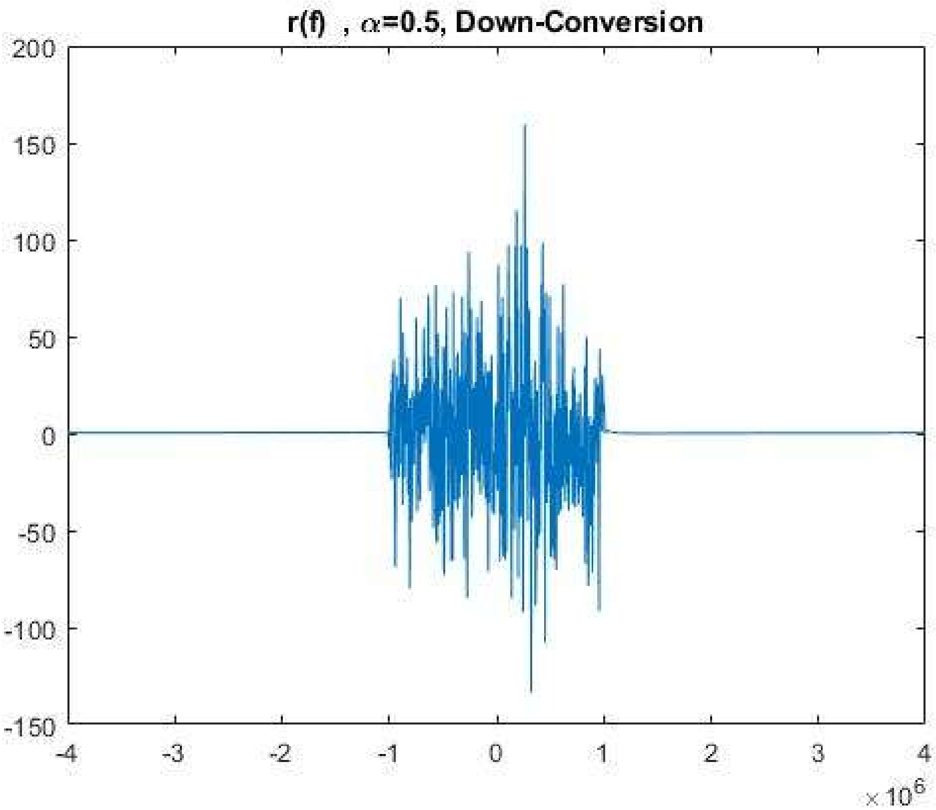
4. הוסיפו את השפעת הערוץ ע"י הצבת $\alpha = -0.5$ (בפס מעבר).

a. מהו המסנן המתואם כעת? ציירו אותו כפונקציה של הזמן.

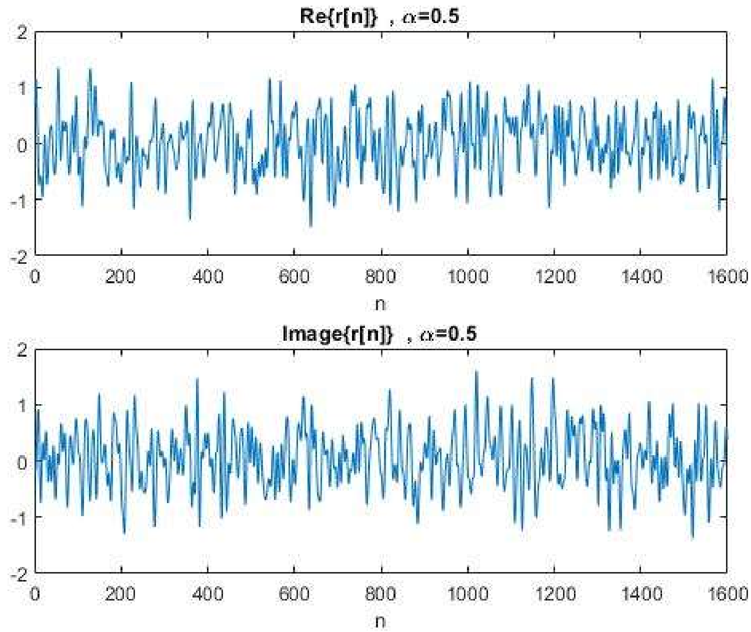


יונתן תורג'מן 315468363
יהל אורגד 325010809

לאחר הוספת רעש ו- down-conversion:

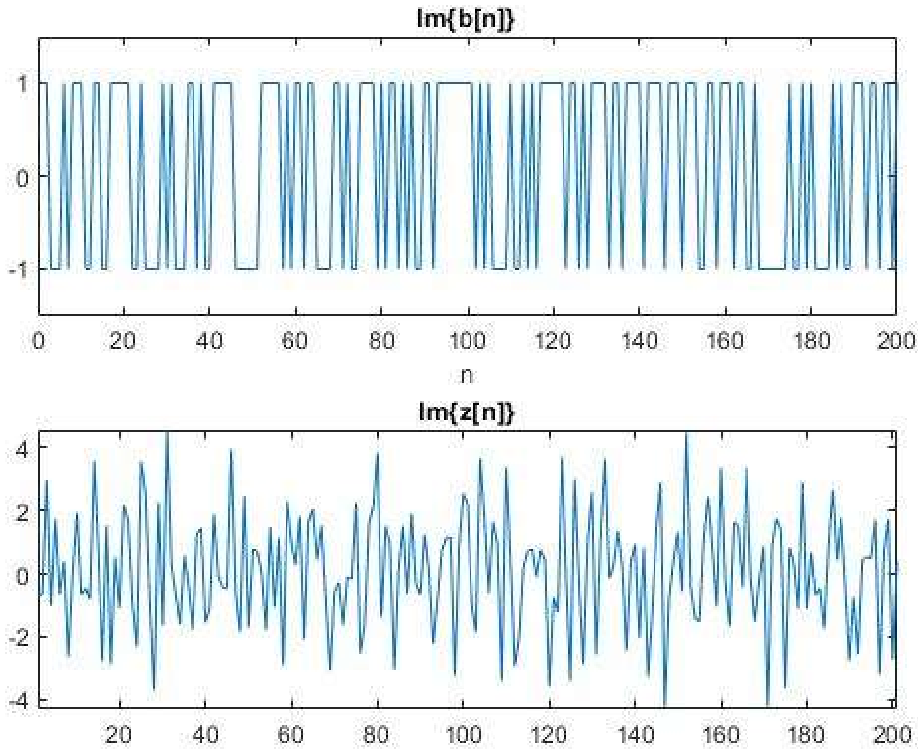


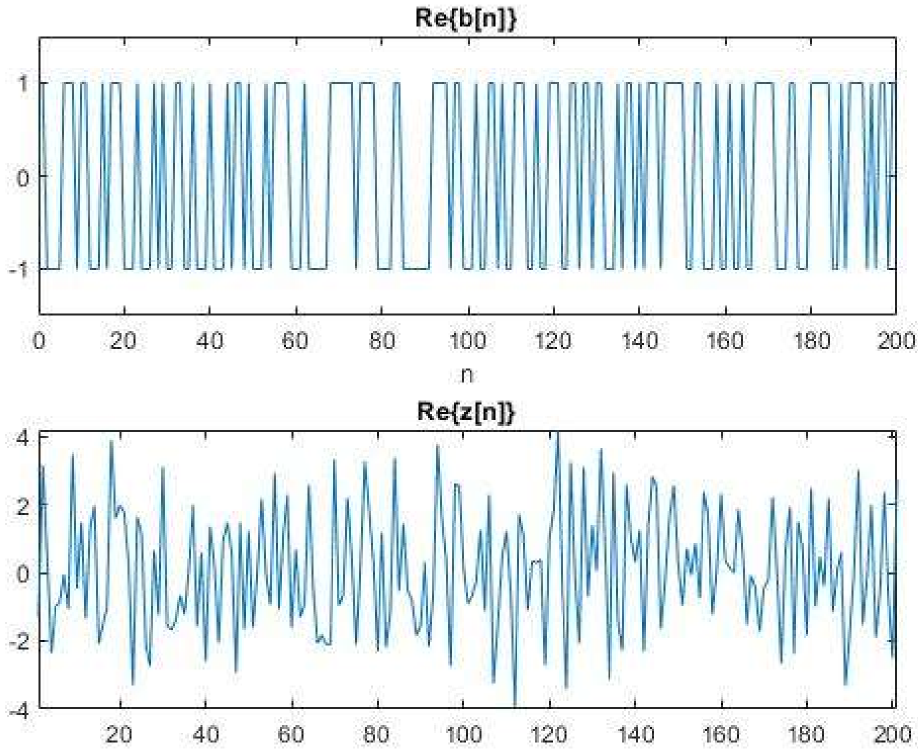
בציר הזמן נקבל:



כעת נעביר במסננת המתואמת ונוריד את קצב הדגימה. השוונו בין b(n) לבין מוצא המערכת z(n):

יונתן תורג'מן 315468363
יהל אורגד 325010809

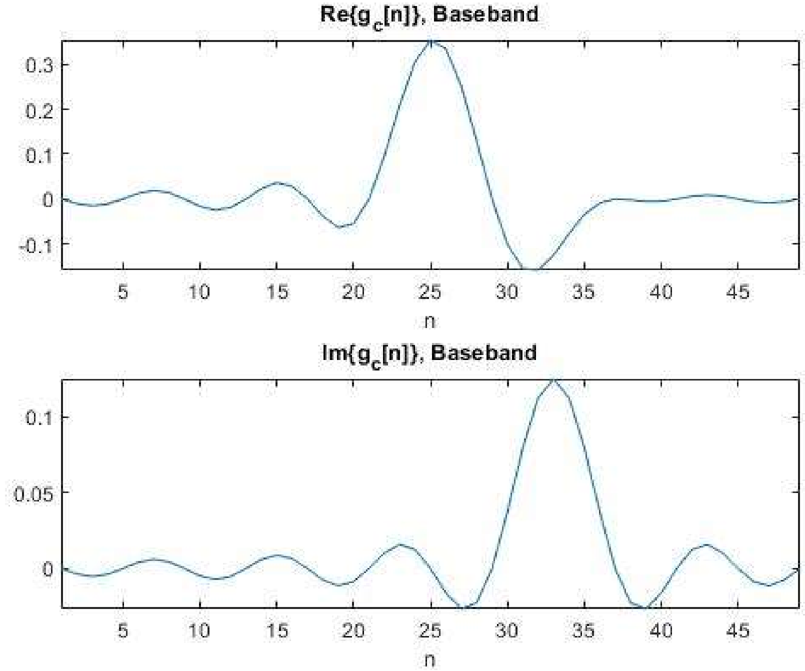




b. בדקו מהם ערכי $h[m]$. אנו מניחים שאורך הזיכרון הוא $L = 1$. מהו אורך $h[m]$ לו אנו מצפים? וודאו זאת עד כדי 1% שגיאה.

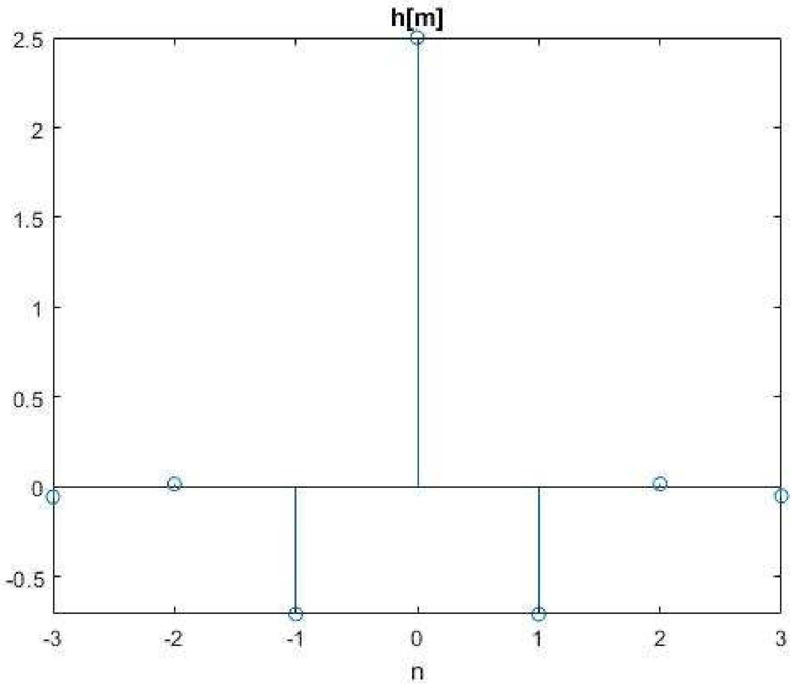
יונתן תורג'מן 315468363
יהל אורגד 325010809

$g_C(n)$ לאחר down conversion:



נחשב את ערכי h(m):

$$h[m] = g_{TX}(t) * g_{c\ Base-Ban}\ (t) * p_{MF}(t)|_{t=nT_s} = p(t) * p^*(-t)$$



יונתן תורג'מן 315468363
יהל אורגד 325010809

כלומר קיבלנו:

$$h[m] = \begin{cases} 2.5 & : m = 0 \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & : m = \pm 1 \\ 0 & : else \end{cases}$$

בחלק התיאורטי קיבלנו

$$h[m] = \begin{cases} 2(1+\alpha^2) & : m = 0 \\ 2(\alpha e^{-j2\pi f_c T}) & : m = \pm 1 \\ 0 & : else \end{cases}$$

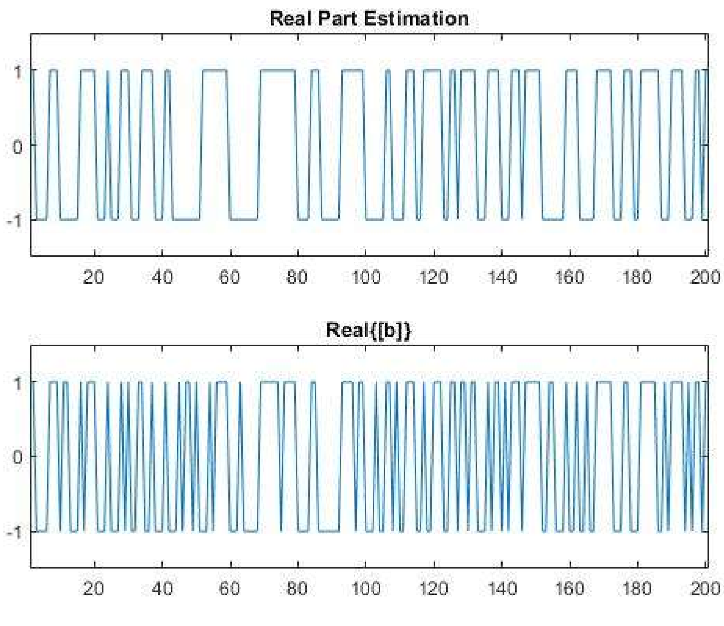
לכן ניתן להציב את הפרמטרים הנתונים ולראות שקיבלנו תוצאות זהות לחישוב בחלק התיאורטי.

5. ממשו את מקלט ה-MLSE על הסימבולים הנקלטים ($z[n]$). השוו עבור קלט קצר את התשובות שקיבלתם לסעיף ח'. בדקו את ביצועי המערכת וחשבו את ה-BER המתקבל.

נניח שמדובר על סעיף ט' בחלק התיאורטי (שבו מבקשים לממש מקלט MLSE).

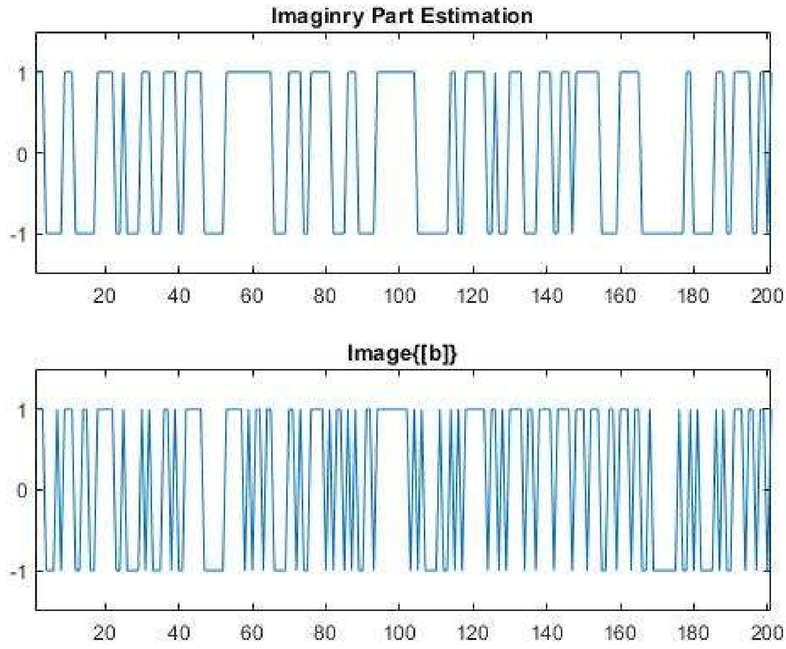
כמו כן נניח סימבול ראשוני מוסכם בין המקלט למשדר שיהיה 1+j. (הוא יהיה ה-z(0) בקוד (symbol0)).

$$\lambda_n(s[n] \rightarrow s[n+1]) = \mathrm{Re}\{b^*[n]z[n]\} - \mathrm{Re}\{b^*[n]b[n-1]h[1]\}$$



בס"ד

יונתן תורג'מן 315468363
יהל אורגד 325010809



קיבלנו שיחס ביט לשערוך הוא:

$$\text{BER} = 82.3383$$