

一. 填空题

1. 极限 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln(1+e^{xy})}{e^{xy}}$:

2. 设函数 $z = \frac{y}{x}$, 在点 $(1, 1)$ 处当 $\Delta x = 0.1$, $\Delta y = -0.2$ 时的全微分是

3. 曲线 $x = \frac{t}{1+t^2}$, $y = \frac{1+t^2}{t}$, $z = t^2$ 在对应于 $t=1$ 的点处的法平面方程为

4. 设 Σ 为球面 $x^2 + y^2 + z^2 = 1$, 则球面上点 $(-\frac{1}{\sqrt{3}}, -\frac{1}{\sqrt{3}}, -\frac{1}{\sqrt{3}})$ 指向球面外侧的单位法向量是

5. 设向量场 $A = 2xyz^2i - x^2yzj - x^2yz^2k$, 则其在点 $M(1, 1, 2)$ 处的散度 $\text{div} A|_M$:

6. p -级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$, 当且仅当 $\underline{\hspace{1cm}}$ 时发散 (即填 p 取值范围)

7. 设 $\lim_{n \rightarrow \infty} |\frac{a_{n+1}}{a_n}| = 3$, 则级数 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^{2n-1}$ 的收敛半径 $R = \underline{\hspace{1cm}}$

8. 设 $f(x)$ 为周期为 2π 的周期函数, 其在 $(-\pi, \pi]$ 上的表达式为

$$f(x) = \begin{cases} -1, & -\pi < x \leq 0 \\ 1+x^2, & 0 < x \leq \pi \end{cases}$$

$S(x)$ 为 $f(x)$ 的以 2π 为周期的傅里叶级数的和函数, 则 $S(\pi) = \underline{\hspace{1cm}}$

9. 求微分方程 $y'' = \frac{1}{x}y' + xe^x (x > 0)$ 的通解

10. ~~二阶~~ 二阶常系数齐次线性微分方程的一个特解为 $y = xe^x$, 则该方程为 $\underline{\hspace{1cm}}$

二. 选择题. $(x^2+y^2) \sin \frac{1}{x^2+y^2}$, $x^2+y^2 \neq 0$ 在 $(0, 0)$ 处

1. $f(x) = \begin{cases} 0, & x^2+y^2=0 \end{cases}$

A. 偏导数不存在,

B. 偏导数存在且连续.

C. 不可微

D. 可微

2. 设 Σ 为上半球面 $z = \sqrt{4-x^2-y^2}$, 则曲面积分 $\iint_{\Sigma} \frac{1}{1+\sqrt{x^2+y^2}+z}$ 的值为

A. 4π , B. $\frac{16}{5}\pi$, C. $\frac{16}{3}\pi$, D. $\frac{8}{3}\pi$.

3. 设常数 $k \neq 0$, 则级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \sin(n\pi + \frac{k\pi}{n})$

A. 条件收敛, B. 绝对收敛, C. 发散, D. 敛散性与 k 的取值有关

三. 设 $y(x), z(x)$ 由方程组 $\begin{cases} z = x^2 + y^2 \\ x^2 y^2 + 3z^2 = 20 \end{cases}$ 确定, 求 $\frac{dy}{dx}, \frac{dz}{dx}$.

四. 计算

(1) 计算 $\iint_{\Sigma} xdydz + ydzdx + zdx dy$, 其中 Σ 为 $z = x^2 + y^2$ ($0 \leq z \leq 4$) 的上侧.

(2) 求微分方程 $(x^2 - 3xy^2)dx + (y^2 - 3x^2y)dy$ 的通解.

五. 将函数 $f(x) = \frac{1}{x^2+3x+2}$ 展开成 $x+1$ 的幂级数.

六. 判断下列级数是发散, 条件收敛还是绝对收敛, 并说明理由.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n n!}{n^n}$$

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n \sqrt{n}}{n-1}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \ln(\frac{n+1}{n})$$

七. 求微分方程 $y'' - 2y' + y = 4xe^x$ 的通解,

八. 设 $f(x)$ 在 $x > 0$ 时可导, 且满足 $xf(x) = 3x + \int_1^x f(t) dt$.

求 $f(x)$.

九. 求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+1}{n} x^n$ 的收敛域和和函数.

十. 证明 $\iint_{\Sigma} (x+y+z + \sqrt{a}) ds \geq 12\pi a^3 (a > 0)$ 其中

Σ 为球面 $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2ay - 2az + 2a^2 = 0$.

$$1. \ln 2$$

$$2. -0.3$$

$$6. p \leq 1$$

$$7. \sqrt{3}$$

$$3. \quad x' = \frac{1+t-t}{(1+t)^2} = \frac{1}{4} \quad x = \frac{1}{2}$$

$$y' = \frac{t-t-1}{t^2} = -1 \quad y = 2$$

$$z' = 2t = 2 \quad z = 1$$

$$\frac{1}{4}(x - \frac{1}{2}) - (y - 2) + 2(z - 1) = 0$$

$$4. \quad (-\frac{1}{\sqrt{3}}, -\frac{1}{\sqrt{3}}, -\frac{1}{\sqrt{3}})$$

$$5. \quad 2yz \cdot 3x^2 - x^2z \cdot 2y - x^2y \cdot 2z$$

$$= 4 \times 3 - 4 - 4$$

$$= 4$$

8. 解: 所给函数 $f(x)$ 在区间 $(-\pi, \pi]$ 上满足收敛条件.

将其拓展为周期函数时在 $x = k\pi$ 处不连续.

$$\therefore \text{收敛于 } \frac{1}{2} [f(x-0) + f(x+0)]$$

$$= \frac{1}{2} [1 + \pi^2 - 1] = \frac{1}{2} \pi^2$$

$$9. \quad y = (x-1)e^x + C_1 x^2 + C_2$$

$$10. \quad y'' - 2y' + y = 0.$$

= 1. D 2. D 3. A

三, 方程组对 x 求导.

$$\begin{cases} \frac{dz}{dx} - 2x - 2y \frac{dy}{dx} = 0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + 4y \frac{dy}{dx} + 6z \frac{dz}{dx} = 0. \end{cases}$$

$$\text{得 } \frac{dz}{dx} = \frac{2x}{3z+1}, \quad \frac{dy}{dx} = \frac{-3zx}{(3z+1) \cdot y}$$

四(1)补充平面 Ω : $x^2+4y^2=4$. 上侧

$$\iint_{\Sigma} = - \iiint_{\Sigma+\Omega} 3 dx dy dz + \iint_{\Omega} x dy dz$$

$$= -3 \iiint_{\Sigma+\Omega} dx dy dz$$

$$= -5h$$

$$= -2\pi \cdot 4$$

$$= -8\pi$$

$$(2) (x^2-3xy^2)dx + (y^2-3x^2y)dy = 0$$

$$\frac{\partial \left[\frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2y^2 + P(y) \right]}{\partial x} = x^2 - 3xy^2$$

$$\frac{\partial \left[\frac{1}{3}y^3 - \frac{3}{2}x^2y^2 + Q(x) \right]}{\partial y} = y^2 - 3x^2y$$

$$\therefore \text{通解为 } \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{3}y^3 - \frac{3}{2}x^2y^2 = C$$

$$\text{II. } f(x) = \frac{1}{x^3+3x+2} = \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} = \frac{1}{-3+x+4} - \frac{1}{-2+x+4}$$

$$= \left(-\frac{1}{3}\right) \cdot \frac{1}{1 + \frac{x+4}{-3}} + \left(\frac{1}{2}\right) \cdot \frac{1}{1 + \frac{x+4}{-2}}$$

$$= \left(-\frac{1}{3}\right) \cdot \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \cdot \left(-\frac{x+4}{3}\right)^n + \frac{1}{2} \cdot \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \cdot \left(-\frac{x+4}{2}\right)^n$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{2^{n+1}} - \frac{1}{3^{n+1}} \right) (x+4)^n \quad (-6 < x < -2)$$

六. 1. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left[\frac{2^{n+1} \cdot (n+1)!}{(n+1)^{n+1}} \right]}{\left[\frac{2^n \cdot n!}{n^n} \right]} = \lim_{n \rightarrow \infty} 2 \cdot \left(\frac{n}{n+1} \right)^n = \lim_{n \rightarrow \infty} 2 \cdot \left(\left(1 - \frac{1}{n+1} \right)^{-(n+1)} \right)^{-\frac{n}{n+1}} = \frac{2}{e} < 1.$

\therefore 收敛

2. $\frac{\sqrt{n}}{n-1} > \frac{\sqrt{n}}{n} = \frac{1}{\sqrt{n}}, \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$ 发散

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n}}{n-1} = 0, U_{n+1} = \frac{\sqrt{n+1}}{n}, U_n - U_{n+1} = \frac{\sqrt{n}}{n-1} - \frac{\sqrt{n+1}}{n} = \frac{\sqrt{n^3} - \sqrt{(n-1)^2 \cdot (n+1)}}{n(n-1)} = \frac{\sqrt{n^3} - \sqrt{n^3 - n^2 - n + 1}}{n(n-1)} > 0.$

\therefore 由莱布尼茨判别法, $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n \sqrt{n}}{n-1}$ 收敛, 原级数条件收敛

3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\ln\left(\frac{n+1}{n}\right)}{\left(\frac{1}{n}\right)} = 1, \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ 发散, \therefore 级数发散

七. 齐次方程特征方程为, $r^2 - 2r + 1 = 0$, $r_1 = r_2 = 1$.

齐次方程的通解为 $y = (C_1 + C_2 x) \cdot e^x$

设非齐次方程的特解为: $y^* = x^2(ax + b) \cdot e^x$

代入得

$$(ax^3 + bx^2 + 3ax^2 + 2bx + 2ax^2 + 2bx + 6ax + 2b) \cdot e^x - 2(ax^3 + bx^2 + 3ax^2 + 2bx) \cdot e^x + (ax^3 + bx^2) \cdot e^x = 4x e^x$$

$$(6ax + 2b) \cdot e^x = 4x \cdot e^x$$

$$a = \frac{2}{3}, b = 0$$

∴ 方程的通解为 $y = (C_1 + C_2 x + \frac{2}{3} x^3) \cdot e^x$

$$18. \quad xf(x) = 3x + \int_1^x f(t) dt$$

$$f(x) = \frac{\int_1^x f(t) dt}{x} + 3.$$

$$\text{令 } u = \frac{\int_1^x f(t) dt}{x}$$

$$\frac{du}{dx} \cdot x + u = u + 3$$

$$du = \frac{3}{x} dx$$

$$u = 3 \ln x + C_1$$

$$\int_1^x f(t) dt = 3x \ln x + C_1 x$$

$$f(x) = 3 \ln x + C$$

$$21. \quad f(1) = 3$$

$$\therefore C = 3$$

$$f(x) = 3 \ln x + 3$$

$$19. \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{(n+1)^2 + 1}{(n+1)}}{\left(\frac{n^2+1}{n}\right)} = 1$$

\therefore 收敛半径为 1.

$$\text{当 } x=1 \text{ 时, } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+1}{n} = n + \frac{1}{n}, \text{ 发散.}$$

$$\text{当 } x=-1 \text{ 时, } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{n^2+1}{n} \text{ 发散.}$$

\therefore 收敛域为 $(-1, 1)$.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+1}{n} \cdot x^n = \sum_{n=1}^{\infty} n \cdot x^n + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \cdot x^n$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} n \cdot x^n = x \cdot \sum_{n=1}^{\infty} n \cdot x^{n-1} = x \cdot \left(\sum_{n=1}^{\infty} x^n \right)' = x \cdot \left(\frac{x}{1-x} \right)' = \frac{x}{(1-x)^2}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n} = \int_1^x \sum_{n=1}^{\infty} x^{n-1} = \int_1^x \frac{1}{1-x} = -\ln(1-x)$$

$$\therefore \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+1}{n} \cdot x^n = \frac{x}{(1-x)^2} - \ln(1-x) \quad (-1 < x < 1)$$

$$4. R = \sqrt{\frac{A^2 + B^2 + C^2 - 4D}{4}}$$

$$= \sqrt{\frac{4a^2 \times 3 - 4 \times 2a^2}{4}}$$

$$= a.$$

$$O(a, a, a). \quad (x-a)^2 + (y-a)^2 + (z-a)^2 = a^2$$

$$\iint_{\Sigma} (x+y+z) dS + \sqrt{3}a \cdot 4\pi a^2$$

$$\text{先求 } f(x, y, z) = x + y + z$$

$$\text{在 } (x-a)^2 + (y-a)^2 + (z-a)^2 = a^2$$

$$\text{令 } L(x, y, z, \lambda) = f(x, y, z)$$

$$+ \lambda(x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2ay - 2az + 2a^2)$$

下的
最小值

$$\begin{cases} L_x = 0 \\ L_y = 0 \\ L_z = 0 \\ L_\lambda = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = y = z \end{cases}$$

$$(x-a) = (y-a) = (z-a) = \pm \frac{\sqrt{3}}{3}a$$

\therefore 最小值为 $3a$, $\therefore \geq 12\pi a^3$.

南航本科试卷+QQ



截至2022年1月，已有近3年本科试卷科目(后续会不断更新，具体可咨询)：

试卷科目（依据教务处或课表名称）	科目展示院系版
B:变分原理与有限元	全校热门：高数、线代、概率论、毛概、马原、航概、大物、创业基础、计算方法、理力、材力、电工电子技术、工程图学、数字电路、微机原理、复变函数、理工基础化学
C:测试技术、操作系统、测试信号分析与处理、材料力学、创业基础、冲压工艺学	院系热门(仅部分): (航空) 复合材力、飞行器结构力学、互换性、有限元、工数、控制系统工程、变分原理、塑性力学、流体力学、振动理论
D:电机学、电路、电子线路、电工与电子技术、电力工程、电磁场理论、电气测试技术、电力电子、大物、电离辐射探测学	(能动) 燃烧室、工热、互换性、机械设计、现控、自控、工程流体力学
F:复合材料力学、飞行器结构力学、复变函数	(自动化) 电机学、电路、电力电子、计硬、机械设计基础、模电、现控、自控、测试信号分析、电力工程、电气测试技术、功率变换器、数字信号处理、信号、系统可靠性
G:概率论、高数、工程热力学/基础、工程材料学、工数、工程图学、管理学、功率变换器计算机仿真与设计、工程经济学、工程流体力学	(电信) 电子线路、雷达原理、信号、微波技术、通信原理、电磁场、数据结构、数字信号处理、工程经济学、随机信号分析、数理方程、通信电子线路
H:航概、互换性与技术测量、宏观经济学	(机电) 测试技术、工热、机原、机械制造工艺、工材、互换性、控制系统工程、机床数控技术、冲压工艺学、计算机集成、机械制造技术、工程流体力学、机械设计
J:结构力学及有限元、计算方法、计算机组成原理、计算机硬件技术基础、计量经济学、机械原理、机械设计/基础、机械制造工艺与装备、机床数控技术、金属材料、计算机集成与柔性制造、机械制造技术、检测技术与传感原理	(材料) 金属材料、电离辐射探测学、数理方程
K:控制系统工程	(民航) 机械设计基础、模电、信号、运筹、自控、工程经济学、随机信号分析、民航机载电子设备、数据结构与数据库、工程流体力学、检测技术与传感原理、通信电子线路、项目管理、专业英语
L:理论力学、离散数学、雷达原理、流体力学、理工基础化学	(理) 计组、模电、数据库
M:模拟电子技术、马原、毛概、民航机载电子设备与系统、密码学	(经管) 管理学、计量、应统、运筹、操作系统、数据库、宏经、微经、工程经济学、项目管理、专业英语
R:燃烧室原理	(航天) 结构力学及有限元、电路、工材、机原、数字信号处理、通信原理、自控
S:数字电路/与逻辑设计、数据库原理、数据结构/与数据库、数字信号处理、塑性力学、随机信号分析、数理方程	(计科) 操作系统、工数、离散数学、计组、数据库、数据结构、密码学
T:通信原理、通信电子线路	(长空) 工热、工材、工数、计组、机原、数理方程
W:微机原理与应用/接口技术、微波技术、微观经济学	(国教) 计量、应统、运筹、宏经
X:线代、现代控制理论、信号与系统/线性系统、系统可靠性设计分析技术、项目管理	
Y:有限元、应用统计学、运筹学	
Z:自动控制原理、振动理论、专业英语	

资料使用tips

- (1) 名称相近的课程可能会因专业、年份、教学大纲等的不同在考试范围、题型、内容、难度上等出现细微差异，通常相互间都有借鉴价值，具体需自行判断试卷所考内容与自身所学是否大部分一致；
- (2) 试卷名称的数字是学年的后一年份，如22是指21-22学年，分第一(秋季)学期(9月-次年1月)和第二(春季)学期(2月-7月)，一门课程通常会出2套试卷即AB卷分别用于期末和补缓考，二者在范围、难度及题量上保持一致，由教务处随机抽取；
- (3) 图片形式的试卷可能在清晰度上会有所欠缺或者有少量缺漏，绝大部分基本可以辨认，同时缺漏的分值控制在一定限度；
- (4) 关于答案：大学学习不同于中学那样有浩如烟海的资料且基本配有参考答案，大学许多课程的资料不易获得，即使无答案的资源对复习也有较大参考价值，能帮助把握近年命题方向趋势、题型范围难度。试卷里手写形式的答案大多为人工制作，仅供参考，可能会存在某些题目答案正确性有待商榷的情况，欢迎能提供答案或者更正的同学予以分享；
- (5) 教材、课程设计、PPT、非试卷类复习资料、练习册或教材习题答案、网课或英语代做、四六级真题、研究生课程试卷、初复试专业课真题等均不是业务范围；
- (6) 试卷均来自同学分享，除为便利同学使用进行必要的整理外，不对试卷本身做其他操作，有问题可以协商处理，欢迎有近3年试卷资源的予以分享

守住及格底线，努力争取高分！
祝您考试顺利，取得理想成绩！