

力学笔记

Mechanics Notes

丁毅

中国科学院大学，北京 100049

Yi Ding

University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China

2023.12- 2024.1

序言

本书是笔者本科时的力学笔记，总结了力学学习中的主要知识，也有适当的拓展延伸。同时，对一些晦涩的物理概念或公式，给出了笔者的个人理解，以帮助读者阅读。

目录

序言	I
目录	II
0 数学补充	1
0.1 数学公式补充	1
1 质点运动	2
1.1 二维坐标系及其物理量	2
1.2 其它	2
2 牛顿定律与动量定理	3
2.1 有关力的知识	3
2.2 非光滑滑轮问题	3
2.3 非惯性系与惯性力	3
2.4 其它	3
3 机械能	4
3.1 力、功、势能	4
3.2 碰撞问题	4
4 角动量	5
4.1 角动量与力矩	5
4.2 其它	5
4.3 非惯性质点系中的动力学定理	5
5 质心与刚体	6
5.1 质心与质点系	6
5.2 刚体定轴转动	6
5.3 转动的动力学定理	6
5.4 刚体平面平行运动	6
5.5 刚体定点转动	6
5.6 常见匀质刚体转动惯量	6

6	流体	7
6.1	流体静力学	7
6.2	流体动力学	7
6.3	理想流体的定常流动	7
6.4	黏性流体的流动	7
7	振动与波	8
7.1	简谐振动的运动学描述	8
7.2	简谐振动的动力学性质	8
7.3	阻尼、受迫、自激振动	8
7.4	波的运动学描述	8
7.5	波的干涉	8
7.6	波的衍射、反射、折射	8
7.7	波动方程	8
7.8	波的性质	8
7.9	电磁波	8
8	狭义相对论	9
8.1	狭义相对论基本原理	9
8.1.1	两条基本假设:	9
8.1.2	两个重要推论	9
8.2	洛伦兹变换	9
8.2.1	线性变换:	9
8.2.2	Lorentz Transformations:	9
8.2.3	两个限定条件:	9
8.2.4	本征时间:	10
8.2.5	相对论尺度下的多普勒效应:	10
8.2.6	速度变换:	10
8.2.7	加速度变换:	10
8.3	相对论动力学	11
8.3.1	受力变换:	11
8.3.2	牛顿定律修正:	11
8.3.3	动量、能量变换:	11
8.3.4	质量变换、能量分解:	11
8.3.5	能量动量方程:	11
8.4	第八章思考题	12

第 0 章 数学补充

0.1 数学公式补充

第 1 章 质点运动

1.1 二维坐标系及其物理量

1.2 其它

第2章 牛顿定律与动量定理

2.1 有关力的知识

2.2 非光滑滑轮问题

2.3 非惯性系与惯性力

2.4 其它

第3章 机械能

3.1 力、功、势能

3.2 碰撞问题

第4章 角动量

4.1 角动量与力矩

4.2 其它

4.3 非惯性质点系中的动力学定理

第5章 质心与刚体

5.1 质心与质点系

5.2 刚体定轴转动

5.3 转动的动力学定理

5.4 刚体平面平行运动

5.5 刚体定点转动

5.6 常见匀质刚体转动惯量

第6章 流体

6.1 流体静力学

6.2 流体动力学

6.3 理想流体的定常流动

6.4 黏性流体的流动

第7章 振动与波

7.1 简谐振动的运动学描述

7.2 简谐振动的动力学性质

7.3 阻尼、受迫、自激振动

7.4 波的运动学描述

7.5 波的干涉

7.6 波的衍射、反射、折射

7.7 波动方程

7.8 波的性质

7.9 电磁波

第8章 狭义相对论

8.1 狭义相对论基本原理

8.1.1 两条基本假设：

基本假设 I（相对性原理）：在所有的惯性系中，物理规律都具有相同的形式。

基本假设 II（光速不变原理）：在所有惯性系中，真空光速具有相同量值，与光源运动无关

8.1.2 两个重要推论

设 $\beta = \frac{u}{c}$ ， u 是物体在 S 系中的速度大小，则有：

$$\text{钟慢效应: } t = \frac{t_0}{\sqrt{1-\beta^2}}, \text{ 尺缩效应: } l = l_0\sqrt{1-\beta^2}$$

注：当物体速度方向不平行于长度方向时，可理解为物体沿速度方向的长度按比例缩短。

8.2 洛伦兹变换

8.2.1 线性变换：

由相对性原理可导出，惯性系之间的时空坐标变换应该是线性的，也即
$$\begin{cases} x = a_{11}x' + a_{12}t' \\ t = a_{21}x' + a_{22}t' \end{cases}$$

由运动相对性和基本假设 II（光速不变原理）解出四个待定的系数，即可得到洛伦兹变换。

8.2.2 Lorentz Transformations:

由 8.2.1 的思路，解出四个待定的系数，得到 Lorentz Transformations:

$$\begin{aligned} \text{正变换: } x &= \frac{x' + vt'}{\sqrt{1-\beta^2}}, \quad y = y', \quad z = z', \quad t = \frac{t' + \frac{vx'}{c^2}}{\sqrt{1-\beta^2}} \\ \text{逆变换: } x' &= \frac{x - vt}{\sqrt{1-\beta^2}}, \quad y = y', \quad z = z', \quad t' = \frac{t - \frac{vx}{c^2}}{\sqrt{1-\beta^2}} \end{aligned}$$

8.2.3 两个限定条件：

光是物质，它的真空速度为 c ，但光不是物体，不可取为参考物，不可构成度量其他物体运动的参考系。

为使狭义相对论符合因果律的要求，任一惯性参考系中，物体的速度大小不可超过 c 。

8.2.4 本征时间：

任何一个动力学系统测量自身物理过程所经历的时间间隔，是指用一个相对它静止的时钟（在此参考系下速度为 0）测得的时间间隔，这样测得的时间间隔称为本征时间。

8.2.5 相对论尺度下的多普勒效应：

如图 8.1，点 B 为接收点，点 P 为光源，P 相对于 B 的速度 v 与 PB 的夹角为 ϕ ，则有结论：

$$\phi = 0, \text{ P 朝向 B 运动: } \nu = \nu_0 \sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}} > \nu_0, \text{ 蓝移}$$

$$\phi = \pi, \text{ P 背离 B 运动: } \nu = \nu_0 \sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}} < \nu_0, \text{ 红移}$$

$$\phi = \pm \frac{\pi}{2}, \text{ P 作横向运动: } \nu = \nu_0 \sqrt{1-\beta^2} < \nu_0, \text{ 红移}$$

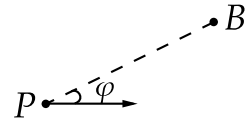


图 8.1

8.2.6 速度变换：

设 S' 系相对 S 系的速度为 v （沿 x 轴），物体 P 在 S' 系中的速度为 \vec{u}' ，则有：

$$u_x = \frac{u'_x + v}{1 + \frac{vu'_x}{c^2}}, \quad u_y = \frac{\sqrt{1-\beta^2}}{1 + \frac{vu'_x}{c^2}} \cdot u'_y, \quad u_z = \frac{\sqrt{1-\beta^2}}{1 + \frac{vu'_x}{c^2}} \cdot u'_z, \text{ 逆变换即为:}$$

$$u'_x = \frac{u_x - v}{1 + \frac{vu_x}{c^2}}, \quad u'_y = \frac{\sqrt{1-\beta^2}}{1 + \frac{vu_x}{c^2}} \cdot u_y, \quad u'_z = \frac{\sqrt{1-\beta^2}}{1 + \frac{vu_x}{c^2}} \cdot u_z, \text{ 并且有:}$$

$$|\vec{u}|^2 = c^2 - \frac{(1-\beta^2)|\vec{u}'|^2}{(1 + \frac{vu'_x}{c^2})^2}, \text{ 由此推出: } |\vec{u}|^2 < c^2 \iff |\vec{u}'|^2 < c^2$$

8.2.7 加速度变换：

需要说明的是，加速度的变换与速度有关，因此牛顿定律不再普遍成立。

$$a_x = \frac{(1-\beta^2)^{\frac{3}{2}}}{(1 + \frac{vu'_x}{c^2})^3} \cdot a'_x$$

$$a_y = \frac{1-\beta^2}{(1 + \frac{vu'_x}{c^2})^2} \cdot a'_y - \frac{(1-\beta^2)\frac{vu'_y}{c^2}}{(1 + \frac{vu'_x}{c^2})^3}$$

$$a_z = \frac{1-\beta^2}{(1 + \frac{vu'_x}{c^2})^2} \cdot a'_z - \frac{(1-\beta^2)\frac{vu'_z}{c^2}}{(1 + \frac{vu'_x}{c^2})^3}$$

8.3 相对论动力学

8.3.1 受力变换：

参考系的转换会使得物体受力发生变化：

$$F_x = \frac{F'_x + \frac{v}{c^2}(\vec{u} \cdot \vec{F}')}{1 + \frac{vu'_x}{c^2}}, \quad F_y = \frac{\sqrt{1-\beta^2}}{1 + \frac{vu'_x}{c^2}} \cdot F'_y, \quad F_z = \frac{\sqrt{1-\beta^2}}{1 + \frac{vu'_x}{c^2}} \cdot F'_z$$

8.3.2 牛顿定律修正：

转换参考系时，不仅需要根据 8.3.1 完成受力变换，还需要使用修正后的牛顿定律：

牛顿第 I 定律：仍成立。

牛顿第 II 定律：改用动量.. 形式 $\vec{F} = \frac{d(m\vec{v})}{dt}$ ，其中 m 为动质量。

牛顿第 III 定律：不再普遍成立，改用动量守恒。

8.3.3 动量、能量变换：

转换参考系时，动量和能量也需要进行变换：

$$p_x = \frac{p'_x + \frac{vE'}{c^2}}{\sqrt{1-\beta^2}}, \quad p_y = p'_y, \quad p_z = p'_z, \quad E = \frac{E' + vp'_x}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

8.3.4 质量变换、能量分解：

转换参考系时，静质量不变，但动质量和动能都改变：

$$m = \frac{1 + \frac{vu'_x}{c^2}}{\sqrt{1-\beta^2}}, \quad \beta = \frac{v}{c} \Rightarrow m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}}, \quad \beta = \frac{u}{c}, \quad m_0 \text{ 称为静质量, } m \text{ 称为动质量}$$

$$E = E_k + E_0, \quad E = mc^2, \quad E_0 = m_0c^2 \Rightarrow E_k = mc^2 - m_0c^2, \quad E_k \text{ 称为动能}$$

8.3.5 能量动量方程：

任一惯性参考系中，都满足如下方程：

$$mc^2 = (pc)^2 + m_0c^2$$

$$E^2 = (pc)^2 + E_0^2$$

8.4 第八章思考题

1. 在相对论尺度下，伽利略速度分解（运动的合成与分解）是否仍然适用，如果不是，那该如何进行运动的分解与合成？

下面给出一个例子，试探究其是否正确，如果不正确，错误在哪里？

S 系中有一静止时各边长为 a 的正方形面板，如图8.2所示。今使面板沿其对角线方向匀速运动，速度大小为 v 。某学生将 v 沿静止时的两条直角边方向分解，每一个方向上的分速度大小均为 $v' = \frac{v}{\sqrt{2}}$ 。考虑到每一直角边的长度收缩，他认为 S 系中运动面板的形状将如图8.3所示，是一个边长为 $a' = \sqrt{1 - \frac{v'^2}{c^2}} \cdot a$ 的正方形。

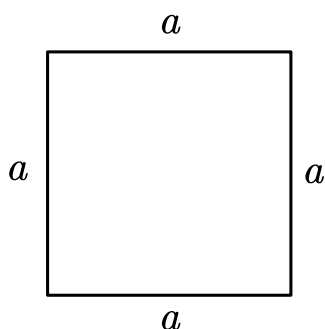


图 8.2: 静止的正方形

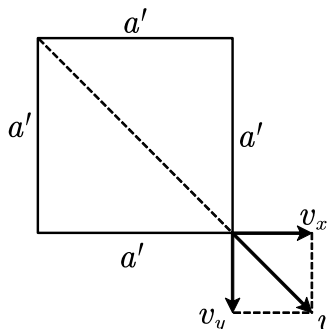


图 8.3: 速度分解

2. 长度收缩的适用条件？

下面给出一个例子，试解释长度收缩在这里出现的问题。

惯性系 S 中有一柄剑和一个桶（都为刚体），剑长和桶深相同，如图8.4桶在 S 系中静止，剑相对桶的运动速度为 v ，问剑先刺到桶还是剑柄先被桶挡住？从长度收缩的角度可得，在剑参考系中，桶收缩，剑先刺到桶，在桶参考系中，剑收缩，剑先被挡住，两者相互矛盾。而正确的结论是，在两个参考系中，剑刺到桶和剑被挡住两个事件都是同时发生，试加以解释论证。

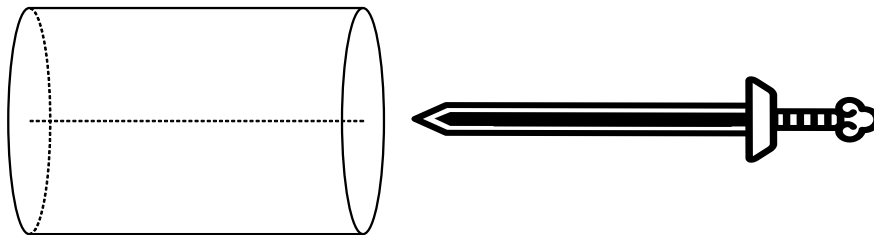


图 8.4: 剑与桶