# 线性代数(2024春)(Linear Algebra)

# 作业1

1. 设$n \geq 5$。将$s_5$ 和$\mathrm{sym}(x_1^3x_2^2)$表示成初等对称多项式的多项式。

2. 将$(x_1-x_2)^2(x_1-x_3)^2(x_2-x_3)^2$表示成初等对称多项式$\sigma_1,\sigma_2,\sigma_3$的多项式。

3. 设$a_1,a_2,a_3$是方程$5x^3-6x^2+7x-8=0$的三个根，计算

$$(a_1^2+a_1a_2+a_2^2)(a_1^2+a_1a_3+a_3^2)(a_2^2+a_2a_3+a_3^2).$$

4. 确定下列集合是否为$\mathbb{R}$上的向量空间：
(1) $\{f \in \mathcal{F}_{\mathbb{R}}(\mathbb{R}) \mid f(1)=0\}$;
(2) $\{f \in \mathcal{F}_{\mathbb{R}}(\mathbb{R}) \mid f(0)=1\}$;
(3) $\{f \in \mathcal{F}_{\mathbb{R}}(\mathbb{R}) \mid f(x+2)=f(x),\ \forall x \in \mathbb{R}\}$;
(4) $\{f \in \mathcal{F}_{\mathbb{R}}(\mathbb{R}) \mid f$ 连续且 $\int_{-2}^{3} f(x)dx=0\}$;
(5) $\{f \in \mathcal{F}_{\mathbb{R}}(\mathbb{R}) \mid \lim_{x\to\infty} f(x)=0\}$。

5. 设$X$是一个非空集合而$\mathcal{P}(X)$是$X$的所有子集全体。对$S,T \in \mathcal{P}(X)$和$\mathbb{Z}_2=\{\bar{0},\bar{1}\}$，我们定义

$$S+T=(S\bigcup T)\setminus(S\bigcap T), \qquad \bar{1}\cdot S=S, \qquad \bar{0}\cdot S=\emptyset.$$

证明$\mathcal{P}(X)$关于上述运算构成$\mathbb{Z}_2$上的一个向量空间。

6. 设$p$是一个素数。证明一个交换群$\Gamma$构成以其群运算作为加法的$\mathbb{Z}_p$上的向量空间的充分必要条件是它的非单位元都是$p$阶元。