

# 光学课程作业

## Homework of Optics

丁毅

中国科学院大学，北京 100049

Yi Ding

University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China

2024.9 – 2025.1

## 序言

本文为笔者本科时的“光学”课程作业（Homework of Optics, 2024.9-2025.1）。由于个人学识浅陋，认识有限，文中难免有不妥甚至错误之处，望读者不吝指正，在此感谢。

我的邮箱是 [dingyi233@mails.ucas.ac.cn](mailto:dingyi233@mails.ucas.ac.cn)。

---

## 目录

序言	I
目录	I
1 第一章	1
2 第二章	4
3 第三章	7
附录 A Matlab 代码	9

## Homework 1: 第一章

### 1.1 求入射到光纤的角度满足的条件

$$n_0 \sin i = n_g \sin i', \quad n_g \sin\left(\frac{\pi}{2} - i'\right) = n_c \sin \frac{\pi}{2} \Rightarrow i \leq \arcsin\left(\frac{n_g}{n_0} \sqrt{1 - \frac{n_c^2}{n_g^2}}\right) \quad (1.1)$$

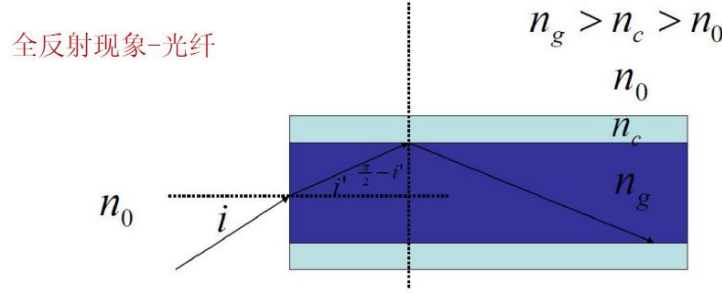


图 1.1: 求入射到光纤的角度满足的条件

### 1.2 推导光线轨迹方程

在  $x$ - $y$  平面中, 设  $y = y(x)$  表示光线的轨迹方程,  $n = n(y)$  表示介质的折射率。由几何关系, 我们有:

$$\frac{dy}{dx} = \tan \theta = \frac{1}{\tan i} = \frac{\sqrt{1 - \sin^2 i}}{\sin i} \quad (1.2)$$

由折射定律, 记  $[n(y) \sin i(y)]_{y=0} = C$ , 则我们有:

$$n(y) \sin i(y) = C \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{\sqrt{n^2 - C^2}}{C^2}, \quad \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = \frac{n^2}{C^2} - 1 \quad (1.3)$$

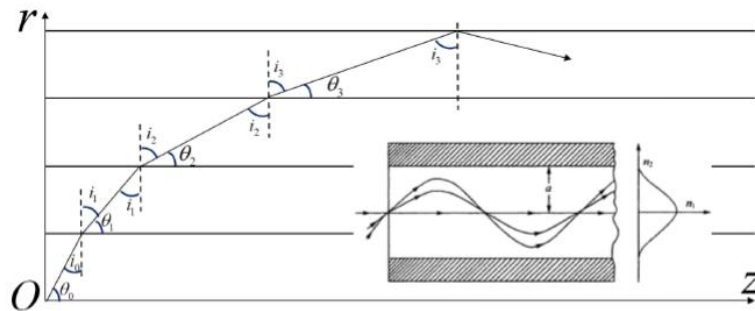
两边同时对  $x$  求导, 得到:

$$2 \left(\frac{dy}{dx}\right) \left(\frac{d^2y}{dx^2}\right) = \frac{1}{C^2} \left(\frac{dn^2}{dy}\right) \left(\frac{dy}{dx}\right) \Rightarrow \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{1}{2C^2} \cdot \frac{dn^2}{dy} \quad (1.4)$$

也即

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{1}{2n_0^2 \sin^2 i} \cdot \frac{dn^2}{dy} = \frac{1}{2n_0^2 \cos^2 \theta} \cdot \frac{dn^2}{dy} \quad \square \quad (1.5)$$

### 折射率连续变化的介质中的折射



折射定律:  $n_0 \sin i_0 = n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2 = n_3 \sin i_3 = \dots$

图 1.2: 推导光线轨迹方程

事实上, 在三维坐标系中考虑上述过程, 或者利用费马原理和变分法, 又或考虑哈密顿光学, 可以得到更一般的形式, 称为光路方程, 如下:

$$\nabla n = \frac{d}{ds} \left( n \frac{d\vec{r}}{ds} \right) \quad (1.6)$$

### 1.3 (已被删去)

### 1.4 利用费马原理给出物像关系

折射球面如图, 由余弦定理可知:

$$\text{OPL} = np + n'p' = n\sqrt{r^2 + (s+r)^2 - 2r(s+r)\cos\phi} + n'\sqrt{r^2 + (s'-r)^2 + 2r(s'-r)\cos\phi} \quad (1.7)$$

由费马原理,  $\frac{d\text{OPL}}{d\phi} = 0$ , 于是:

$$\frac{-nr(s+r)\sin\phi}{p} + \frac{n'r(s'-r)\sin\phi}{p'} = 0 \Rightarrow \frac{n}{p} + \frac{n'}{p'} = \frac{1}{R} \left( \frac{n's'}{p'} - \frac{ns}{p} \right) \quad (1.8)$$

在傍轴条件下, 有  $s \approx p$ ,  $s' \approx p'$ , 于是:

$$\frac{n}{s} + \frac{n'}{s'} = \frac{n' - n}{R} \quad \square \quad (1.9)$$

证毕。

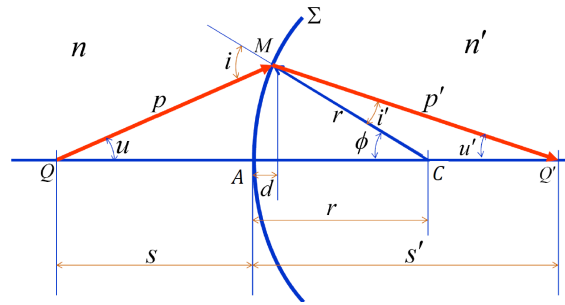


图 1.3: 折射球面物像关系

### 1.5 推导反射球面的物像公式

这里要注意, 由于像是虚像,  $l_2$  贡献虚光程 (为负), 且  $s_2 < 0$ , 因此圆心到像点的距离为  $r + s_2$  而非  $r - s_2$ 。同由余弦定理, 写出光程 OPL, 有:

$$\text{OPL} = n_1 l_1 - n_2 l_2 = n_1 \sqrt{r^2 + (r + s_1)^2 - 2r(r + s_1)\cos\phi} - n_2 \sqrt{r^2 + (r + s_2)^2 - 2r(r + s_2)\cos\phi} \quad (1.10)$$

由费马原理,  $\frac{d\text{OPL}}{d\phi} = 0$ , 于是有:

$$\frac{-n_1 r(r + s_1)\sin\phi}{l_1} + \frac{n_2 r(r + s_2)\sin\phi}{l_2} = 0 \Rightarrow \frac{n_2}{l_2} - \frac{n_1}{l_1} = \frac{1}{r} \left( \frac{n_1 s_1}{l_1} - \frac{n_2 s_2}{l_2} \right) \quad (1.11)$$

傍轴时, 有  $s_1 \approx l_1$ ,  $s_2 \approx -l_2$ , 于是:

$$-\frac{n_2}{l_2} - \frac{n_1}{l_1} = \frac{1}{r}(n_1 + n_2) \quad (1.12)$$

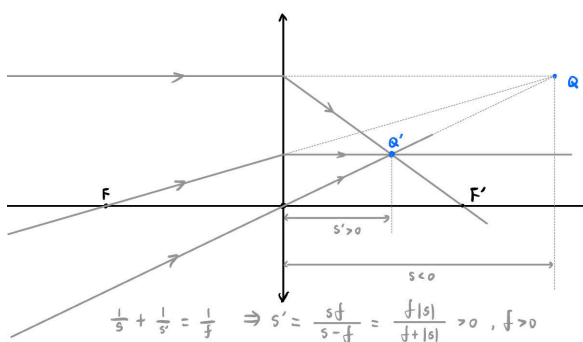
当反射球面两侧为相同介质时,  $n_1 = n_2$ , 则:

$$\frac{1}{s_1} + \frac{1}{s_2} = -\frac{2}{r} \quad \square \quad (1.13)$$

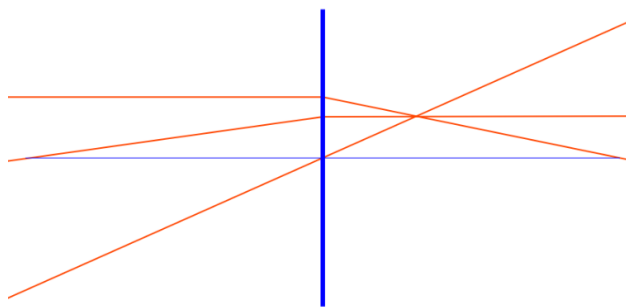
证毕。

## 1.6 画出图中的像点

如下图所示, 左侧为手绘图, 右侧为光路仿真软件 **Optico** 效果图。

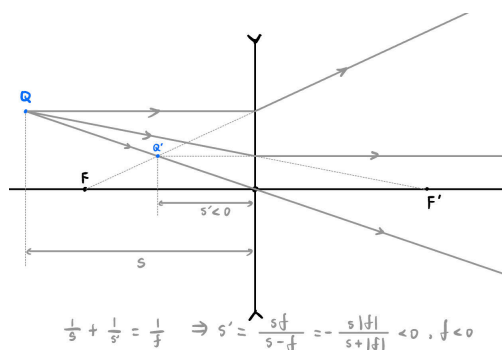


(a) 手绘图

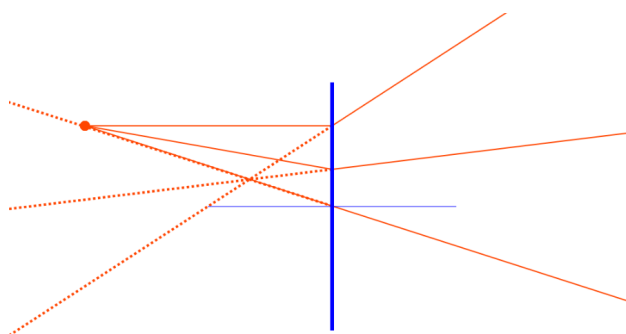


(b) 光路仿真

图 1.4: 画出虚物  $Q$  的像点  $Q'$

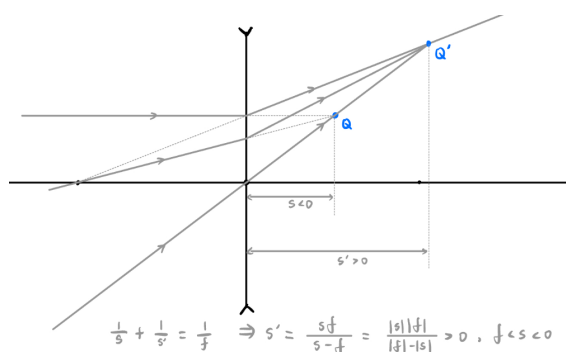


(a) 手绘图

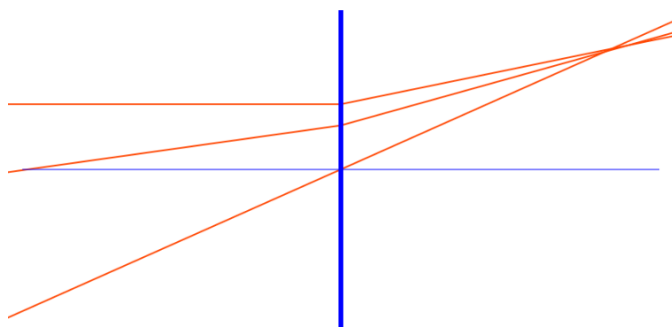


(b) 光路仿真

图 1.5: 画出实物  $Q$  经凹透镜的像点  $Q'$



(a) 手绘图



(b) 光路仿真

图 1.6: 画出虚物  $Q$  经凹透镜的像点  $Q'$

## Homework 2: 第二章

### 2.1 对于正入射的情况, 写出菲涅尔公式

菲涅尔公式如下:

类型	振幅反射系数 $r$		振幅透射系数 $t$	
s 波	$r_s = \frac{n_i \cos \theta_i - n_t \cos \theta_t}{n_i \cos \theta_i + n_t \cos \theta_t}$	$-\frac{\sin(\theta_i - \theta_t)}{\sin(\theta_i + \theta_t)}$	$t_s = \frac{2n_i \cos \theta_i}{n_i \cos \theta_i + n_t \cos \theta_t}$	$+\frac{2 \sin \theta_t \cos \theta_i}{\sin(\theta_i + \theta_t)}$
p 波	$r_p = \frac{n_t \cos \theta_i - n_i \cos \theta_t}{n_t \cos \theta_i + n_i \cos \theta_t}$	$+\frac{\tan(\theta_i - \theta_t)}{\tan(\theta_i + \theta_t)}$	$t_p = \frac{2n_i \cos \theta_i}{n_i \cos \theta_t + n_t \cos \theta_i}$	$+\frac{2 \sin \theta_t \cos \theta_i}{\sin(\theta_i + \theta_t) \cos(\theta_i - \theta_t)}$

正入射时,  $\theta_i = \theta_t = 0$ , 于是有:

$$r_p = (-r_s) = \frac{n_t - n_i}{n_t + n_i}, \quad t_p = t_s = \frac{2n_i}{n_i + n_t} \quad (2.1)$$

$$F = R_s = R_p = \left( \frac{n_t - n_i}{n_t + n_i} \right)^2 \quad (2.2)$$

不妨作出相关的图像, 图 2.1 是 s 波、p 波振幅系数关于入射角  $\theta_i$  的变化情况<sup>①</sup>。

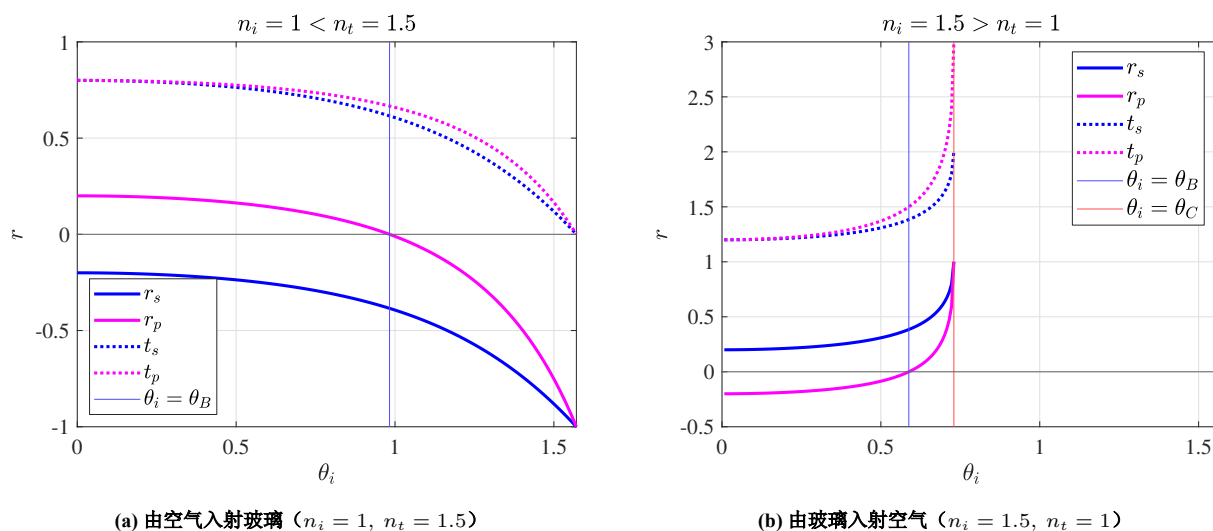


图 2.1: 振幅系数  $r$  随入射角  $\theta_i$  的变化

### 2.2 一自然光以 Brewster Angle 入射到空气中的一块玻璃, 已知功率透射率为 0.86。

#### (1) 求功率的反射率

$T = 0.86$ , 由能量守恒, 功率反射率  $R = 0.14$ 。

#### (2) 若输入为 1000 W, 求透射光 s 分量上的功率

光束为自然光, 因此 s 分量和 p 分量的功率相同, 都为 500 W, 也即  $\Phi_{e,i,s} = \Phi_{e,i,p} = 500$  W。又由 Brewster Angle 入射, 因此反射光的 p 分量为 0, 也即  $R_p = 0$ , 于是:

$$T_p = 1 - R_p = 1, \quad T_s = 2T - T_p = 0.72 \quad (2.3)$$

由此可求得透射光 s 分量上的辐射通量 (即辐射功率):

$$\Phi_{e,t,s} = T_s \Phi_{e,i,s} = 0.72 \times 500 \text{ W} = 360 \text{ W} \quad (2.4)$$

<sup>①</sup>源码见附录 A.1

### (3) 求玻璃的折射率

虽然题目并未要求<sup>②</sup>，但我们不妨求解一下玻璃的折射率  $n_t$ 。在题设条件下， $R = 0.14$ ，默认空气折射率为 1，则唯一的未知量是玻璃折射率  $n_t$ ，这是可以求解的，方程如下：

$$R = \frac{1}{2}(R_s + R_p) = 0.14, \quad \theta_i = \theta_B = \arctan\left(\frac{n_t}{n_i}\right), \quad n_i = 1 \Rightarrow \quad (2.5)$$

$$\left[ \frac{\cos(\arctan n_t) - \sqrt{n_t^2 - \sin^2(\arctan n_t)}}{\cos(\arctan n_t) + \sqrt{n_t^2 - \sin^2(\arctan n_t)}} \right]^2 + \left[ \frac{n_t^2 \cos(\arctan n_t) - \sqrt{n_t^2 - \sin^2(\arctan n_t)}}{n_t^2 \cos(\arctan n_t) + \sqrt{n_t^2 - \sin^2(\arctan n_t)}} \right]^2 = 2 \times 0.14 \quad (2.6)$$

此方程有唯一未知量  $n_t$ ，用 Matlab 解此非线性方程组<sup>③</sup>，得到玻璃折射率  $n_t$ ，以及其它参量<sup>④</sup>：

$$\begin{cases} n_t = 0.554902, & \theta_i = \theta_B = 29.025970^\circ \\ \theta_t = 60.974030^\circ, & \theta_C = 33.703947^\circ \\ R = 0.1400, & R_s = 0.280000, R_p = 0.000000 \\ T = 0.8600, & T_s = 0.720000, T_p = 1.000000 \end{cases} \quad \begin{cases} n_t = 1.802121, & \theta_i = \theta_B = 60.974030^\circ \\ \theta_t = 29.025970^\circ, & \theta_C = 90.000000^\circ \\ R = 0.1400, & R_s = 0.280000, R_p = 0.000000 \\ T = 0.8600, & T_s = 0.720000, T_p = 1.000000 \end{cases} \quad (2.7)$$

也即上述方程有两解，考虑  $n_{ti} \in [0, 2]$ ，令方程左边为  $f(n_{ti})$ ，作出图像如右。图 2.2 说明了我们并没有漏掉其它解。

一般玻璃的折射率在 1.5 左右，即使是特殊玻璃（例如高折射率镜片），也基本在 1.3 至 1.9 之间，0.5 的玻璃折射率显然是不合理的，即使是考虑介质折射率关于波长的变化（如 X 射线或 Gamma 射线），也不会达到如此低的折射率。因此舍去  $n_t = 0.554902$ ，最终得  $n_t = 1.802121$ 。

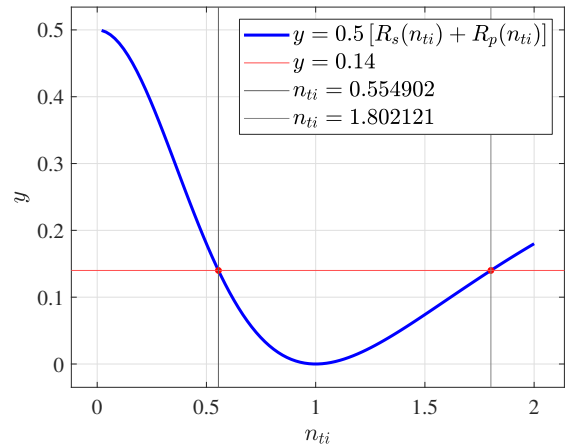


图 2.2: 方程 2.5 左边函数值随  $n_{ti}$  的变化情况

上题改编：一自然光由空气入射玻璃，玻璃折射率为 1.5，已知功率透射率为 0.86。

#### (1) 求功率的反射率：

$T = 0.86$ ，由能量守恒，功率反射率  $R = 0.14$ 。

#### (2) 若输入为 1000 W，求透射光 s 分量上的功率

光束为自然光，因此 s 分量和 p 分量的功率相同，都为 500 W。先求解入射角  $\theta_i$ ，由菲涅尔定理和能量关系：

$$R = \frac{1}{2}(R_s + R_p), \quad R_s = \left[ \frac{\cos \theta_i - \sqrt{n_{ti}^2 - \sin^2 \theta_i}}{\cos \theta_i + \sqrt{n_{ti}^2 - \sin^2 \theta_i}} \right]^2, \quad R_p = \left[ \frac{n_{ti}^2 \cos \theta_i - \sqrt{n_{ti}^2 - \sin^2 \theta_i}}{n_{ti}^2 \cos \theta_i + \sqrt{n_{ti}^2 - \sin^2 \theta_i}} \right]^2 \quad (2.8)$$

其中  $n_i = 1$ ， $n_t = 1.5$ ，因此  $n_{ti} = 1.5$ ，代入即得：

$$\left[ \frac{\cos \theta_i - \sqrt{1.5^2 - \sin^2 \theta_i}}{\cos \theta_i + \sqrt{1.5^2 - \sin^2 \theta_i}} \right]^2 + \left[ \frac{1.5^2 \cos \theta_i - \sqrt{1.5^2 - \sin^2 \theta_i}}{1.5^2 \cos \theta_i + \sqrt{1.5^2 - \sin^2 \theta_i}} \right]^2 = 2 \times 0.14 \quad (2.9)$$

<sup>②</sup> 查阅资料发现，此题来自于光学（尤金，第五版）Optics (Eugene Hecht) 的 Page 152

<sup>③</sup> 源码见附录 A.2

<sup>④</sup> 图 2.2 源码见附录 A.4

用 Matlab 解此非线性方程组<sup>⑤</sup>, 得到入射角  $\theta_i$  和其它参量:

$$\begin{aligned}\theta_i &= 1.173220 \text{ rad} = 67.220559^\circ \\ R &= 0.140000, \quad R_s = 0.256933, \quad R_p = 0.023067 \\ T &= 0.860000, \quad T_s = 0.743067, \quad T_p = 0.976933\end{aligned}\quad (2.10)$$

于是透射光 s 分量上的辐射通量为:

$$\Phi_{e,t,s} = T_s \Phi_{e,i,s} = 0.743067 \times 500 \text{ W} = 371.5335 \text{ W} \quad (2.11)$$

### 2.3 光束垂直入射到玻璃-空气界面, 玻璃折射率 1.5, 求出能量反射率和透射率

$\theta_i = 0$  时, 由菲涅尔定律和能量关系, 有:

$$R = \frac{1}{2}(R_s + R_p), \quad T = 1 - R \quad (2.12)$$

$$R_s = \left[ \frac{\cos \theta_i - \sqrt{n_{ti}^2 - \sin^2 \theta_i}}{\cos \theta_i + \sqrt{n_{ti}^2 - \sin^2 \theta_i}} \right]^2 = \left[ \frac{1 - n_{ti}}{1 + n_{ti}} \right]^2, \quad R_p = \left[ \frac{n_{ti}^2 \cos \theta_i - \sqrt{n_{ti}^2 - \sin^2 \theta_i}}{n_{ti}^2 \cos \theta_i + \sqrt{n_{ti}^2 - \sin^2 \theta_i}} \right]^2 = \left[ \frac{n_{ti}^2 - n_{ti}}{n_{ti}^2 + n_{ti}} \right]^2 \quad (2.13)$$

由空气入射玻璃时,  $n_{ti} = 1.5$ , 由玻璃入射空气时,  $n_{ti} = \frac{2}{3}$ , 代入得到:

$$\text{空气入射玻璃: } R = 0.04, \quad T = 0.96$$

$$\text{玻璃入射空气: } R = 0.04, \quad T = 0.96$$

也即无论从哪边入射, 能量反射率和透射率分别为 0.04 和 0.96。

<sup>⑤</sup>源码见附录 A.3



### Homework 3: 第三章

**3.1** 在杨氏双缝实验中, 设两缝之间的距离为 **0.2 mm**, 在距双缝 **1 m** 远的屏上观察干涉条纹, 若入射光是波长为 **400 nm** 至 **760 nm** 的白光, 问屏上距零级明纹 **20 mm** 处, 哪些波长的光最大限度地加强?

也即求哪些波长的光在 **20 mm** 处是亮条纹。杨氏干涉中, 两相邻亮(暗)条纹的间距  $\Delta x = \frac{D\lambda}{d}$ , 其中  $D$  是双缝屏与屏幕的距离,  $d$  是双缝间距,  $\lambda$  是波长。因此有:

$$k\Delta x = 20 \text{ mm} \implies \lambda = \frac{d \cdot 20 \text{ mm}}{D} \cdot \frac{1}{k} = \frac{4}{k} \times 10^{-6}, \quad k = 1, 2, 3, \dots \quad (3.1)$$

而波长范围  $\lambda \in [400 \text{ nm}, 760 \text{ nm}]$ , 于是:

$$k \in [5.2632, 10] \implies k = 6, 7, 8, 9, 10, \quad \lambda = 400.0 \text{ nm}, 444.4 \text{ nm}, 500.0 \text{ nm}, 571.4 \text{ nm}, 666.7 \text{ nm} \quad (3.2)$$

**3.2** 在空气中用某单色光进行双缝干涉实验时, 观察到干涉条纹相邻明条纹的间距为 **1.33 mm**, 当把实验装置放在水中时(水的折射率为 **1.33**), 则相邻明条纹的间距变为多少?

空气折射率近似为 1, 设光在空气中的波长为  $\lambda$ , 则在水中的波长为  $\frac{\lambda}{n}$ , 其中  $n$  为水的折射率。而双缝干涉中相邻亮条纹间距为:

$$\Delta x = \frac{D\lambda}{d} \implies \Delta x' = \frac{\Delta x}{n} = 1 \text{ mm} \quad (3.3)$$

**3.3** 用波长为 **589.3 nm** 的钠黄光垂直照射长  $L = 20 \text{ mm}$  的空气尖劈, 测得条纹间距为  $1.18 \times 10^{-4} \text{ m}$ , 求钢球直径  $d$ 。

构成劈尖干涉, 相邻亮条纹间距为  $\Delta x = \frac{\lambda}{2 \sin \theta} \approx \frac{\lambda}{2\theta}$ , 设劈尖长为  $L$ , 倾角为  $\theta$ , 则有:

$$\tan \frac{\theta}{2} = \frac{R}{L} \implies 2R = 2 \tan \frac{\theta}{2} L \approx \theta L = \frac{\lambda L}{2\Delta x} = 4.9941 \times 10^{-5} \text{ m} \quad (3.4)$$

即为所求直径。

**3.4** 厚度为 **0.050 mm** 的玻璃片, 其折射率为 **1.520**, 插入迈克尔孙干涉仪的一条光路中, 照明光为波长 **587.56 nm** 的氦黄线。求插入这片玻璃片移动了多少干涉条纹?

改变两干涉光束的光程差, 会使原干涉条纹发生移动。设  $n_f$  为玻璃片折射率,  $d$  为玻璃片厚度,  $\lambda_0$  为氦黄线在空气中的波长, 则有:

$$2n_f d = N\lambda_0 \implies N = \frac{2n_f d}{\lambda_0} = 258.6970 \quad (3.5)$$

**3.5** 迈克耳逊干涉仪两臂中分别加入 **20 cm** 长的玻璃管, 一个抽成真空, 一个充以一个大气压的氩气, 今以汞光线(波长为 **546.0 nm**)入射干涉仪, 如将氩气抽出, 发现干涉仪中条纹移动了 **205** 条, 求氩气的折射率。

抽成真空的玻璃管补偿了穿过玻璃管带来的光程, 因此没有引入附加光程差。与上题同理, 设  $n_f$  为氩气折射率,  $d$  为玻璃管长度,  $\lambda_0$  为汞光线在空气中的波长, 并近似空气折射率为 1, 则有:

$$2(n_f - 1)d = N\lambda_0 \implies n_f = \frac{N\lambda_0}{2d} + 1 = 1.0002798 \quad (3.6)$$

**3.6 有一谱线结构，谱线范围是 500 nm 至 501 nm，若 F-P 标准具  $d = 0.5$  mm，可否用它来分析这一谱线结构？**

波长的自由光谱宽度  $(\Delta\lambda)_{\text{fsr}}$ 、最小分辨率  $(\Delta\lambda)_{\text{min}}$  和极限分辨率  $(\Delta\lambda)_{\text{lim}}$  分别为：

$$(\Delta\lambda)_{\text{fsr}} = \frac{\lambda_0^2}{2nd}, \quad (\Delta\lambda)_{\text{min}} = \frac{2\lambda_0}{\pi\sqrt{F}}, \quad (\Delta\lambda)_{\text{lim}} = \frac{\lambda_0^2}{\pi nd\sqrt{F}} \quad (3.7)$$

代入数据  $d = 0.5$  mm，空气折射率近似  $n = 1$ ，并取能量反射率为典型值  $R = 0.90$ ，可以得到：

$$F = 80.0000, \quad (\Delta\lambda)_{\text{fsr}} = 0.2505 \text{ nm}, \quad (\Delta\lambda)_{\text{min}} = 0.0011 \text{ nm}, \quad (\Delta\lambda)_{\text{lim}} = 5.6382 \times 10^{-7} \text{ nm} \quad (3.8)$$

而谱线宽度  $\Delta\lambda = 1 \text{ nm} > (\Delta\lambda)_{\text{fsr}}$ ，因此，无论光谱是连续谱还是分立谱，虽然可以观察到明显的、可被分辨的条纹，但会出现严重的条纹越级，因此不能用它来分析这一谱线结构。

# 附录 A Matlab 代码

## A.1 图 2.1 源码

```

1  %%%%%%%%% 空气入射玻璃 %%%%%%%%%
2  global n_i n_t
3  n_i = 1;
4  n_t = 1.5;
5
6  theta_t = @(theta_i) asin(n_i/n_t*sin(theta_i));
7  r_s = @(theta_i, theta_t) - sin(theta_i - theta_t)./sin(theta_i + theta_t);
8  r_p = @(theta_i, theta_t) + tan(theta_i - theta_t)./tan(theta_i + theta_t);
9  t_s = @(theta_i, theta_t) 2*sin(theta_t).*cos(theta_i)./sin(theta_i + theta_t);
10 t_p = @(theta_i, theta_t) 2*sin(theta_t).*cos(theta_i) ./ ( sin(theta_i + theta_t).*cos
    (theta_i - theta_t) );
11 theta_B = atan(n_t/n_i);
12 theta_C = asin(n_t/n_i);
13
14 theta_array = linspace(-0.1, pi/2, 101);
15 Y = [
16     r_s(theta_array, theta_t(theta_array))
17     r_p(theta_array, theta_t(theta_array))
18     t_s(theta_array, theta_t(theta_array))
19     t_p(theta_array, theta_t(theta_array))
20 ];
21 stc = MyPlot(theta_array, Y);
22 xline(theta_B, 'b')
23 yline(0)
24 xlim([0, pi/2])
25 ylim([-1, 1])
26 stc.legend.String = ['$r_s$'; '$r_p$'; '$t_s$'; '$t_p$'; '$\theta_i = \theta_B$'];
27 stc.legend.Interpreter = "latex";
28 stc.legend.FontSize = 14;
29 stc.legend.Location = "southwest";
30 stc.axes.Title.String = '$n_i = 1 < n_t = 1.5$';
31 stc.axes.Title.Interpreter = "latex";
32 stc.label.x.String = '$\theta_i$';
33 stc.label.y.String = '$r$';
34 stc.plot.plot_3.LineStyle = ":";
35 stc.plot.plot_3.Color = 'b';
36 stc.plot.plot_4.LineStyle = ":";
37 stc.plot.plot_4.Color = [1 0 1];
38 %MyExport_pdf
39
40 %%%%%%%%% 玻璃入射空气 %%%%%%%%%
41 n_i = 1.5;
42 n_t = 1;
43

```

```

44 theta_t = @(theta_i) asin(n_i/n_t*sin(theta_i));
45 r_s = @(theta_i, theta_t) - sin(theta_i - theta_t)./sin(theta_i + theta_t);
46 r_p = @(theta_i, theta_t) + tan(theta_i - theta_t)./tan(theta_i + theta_t);
47 t_s = @(theta_i, theta_t) 2*sin(theta_t).*cos(theta_i)./sin(theta_i + theta_t);
48 t_p = @(theta_i, theta_t) 2*sin(theta_t).*cos(theta_i) ./ ( sin(theta_i + theta_t).*cos
    (theta_i - theta_t) );
49 theta_B = atan(n_t/n_i);
50 theta_C = asin(n_t/n_i);
51
52
53 theta_array = linspace(0, theta_C, 101);
54 Y = [
55     r_s(theta_array, theta_t(theta_array))
56     r_p(theta_array, theta_t(theta_array))
57     t_s(theta_array, theta_t(theta_array))
58     t_p(theta_array, theta_t(theta_array))
59 ];
60 stc = MyPlot(theta_array, Y);
61 xline(theta_B, 'b')
62 xline(theta_C, 'r')
63 yline(0)
64 xlim([0, pi/2])
65 ylim([-0.5, 3])
66 stc.legend.String = ["$r_s$"; "$r_p$"; "$t_s$"; "$t_p$"; "$\theta_i = \theta_B$"; "$\theta_i = \theta_C$"];
67 stc.legend.Interpreter = "latex";
68 stc.axes.Title.String = '$n_i = 1.5 > n_t = 1$';
69 stc.axes.Title.Interpreter = "latex";
70 stc.label.x.String = '$\theta_i$';
71 stc.label.y.String = '$r$';
72 stc.plot.plot_3.LineStyle = ":";
73 stc.plot.plot_3.Color = 'b';
74 stc.plot.plot_4.LineStyle = ":";
75 stc.plot.plot_4.Color = [1 0 1];
76 %MyExport_pdf

```

## A.2 公式 2.5 源码

```

1 R_s = @(n_ti, t) ( (cos(t) - sqrt(n_ti^2 - sin(t)^2)) / (cos(t) + sqrt(n_ti^2 - sin(t)^2)) )^2;
2 R_p = @(n_ti, t) ( (n_ti^2*cos(t) - sqrt(n_ti^2 - sin(t)^2)) / (n_ti^2*cos(t) + sqrt(n_ti^2 - sin(t)^2)) )^2;
3
4 theta_B = @(n_ti) atan(n_ti);
5 n_ti = fzero(@(n_ti) 0.5*(R_s(n_ti, theta_B(n_ti)) + R_p(n_ti, theta_B(n_ti))) - 0.14, 1);

```

```

6
7 theta_C = @(n_ti) asin(n_ti);
8 theta_B = @(n_ti) atan(n_ti);
9 theta_t = @(n_ti, theta_i) asin(sin(theta_i)/n_ti);
10
11 disp(['n_ti = ', num2str(n_ti, '%.6f')])
12 disp(['theta_i = theta_B = ', num2str(theta_B(n_ti), '%.6f') ' rad = ', num2str(rad2deg(
    (theta_B(n_ti)), '%.6f'), ' deg' ]])
13 disp(['theta_t = ', num2str(theta_t(n_ti, theta_B(n_ti)), '%.6f') ' rad = ', num2str(
    rad2deg(theta_t(n_ti, theta_B(n_ti))), '%.6f'), ' deg' ]])
14 disp(['theta_C = ', num2str(theta_C(n_ti), '%.6f') ' rad = ', num2str(rad2deg(theta_C(
    n_ti)), '%.6f'), ' deg' ]])
15 disp(['R_s = ', num2str(R_s(n_ti, theta_B(n_ti)), '%.6f')])
16 disp(['R_p = ', num2str(R_p(n_ti, theta_B(n_ti)), '%.6f')])
17 disp(['T_s = ', num2str(1 - R_s(n_ti, theta_B(n_ti)), '%.6f')])
18 disp(['T_p = ', num2str(1 - R_p(n_ti, theta_B(n_ti)), '%.6f')])
19 disp(['R = ', num2str( 0.5*(R_s(n_ti, theta_B(n_ti)) + R_p(n_ti, theta_B(n_ti))) , '%.6
    f' )])
20 disp(['T = ', num2str( 0.5*(2 - R_s(n_ti, theta_B(n_ti)) - R_p(n_ti, theta_B(n_ti))), '
    %.6f' )])
21
22
23 %{
24 >> Output:
25 n_ti = 0.554902
26 theta_i = theta_B = 0.506599 rad = 29.025970 deg
27 theta_t = 1.064198 rad = 60.974030 deg
28 theta_C = 0.588245 rad = 33.703947 deg
29 R_s = 0.280000
30 R_p = 0.000000
31 T_s = 0.720000
32 T_p = 1.000000
33 R = 0.140000
34 T = 0.860000
35 %}

```

### A.3 公式 2.10 源码

```

1 R_s = @(n_ti, t) ( (cos(t) - sqrt(n_ti^2 - sin(t)^2)) / (cos(t) + sqrt(n_ti^2 - sin(t)
    ^2)) )^2;
2 R_p = @(n_ti, t) ( (n_ti^2*cos(t) - sqrt(n_ti^2 - sin(t)^2)) / (n_ti^2*cos(t) + sqrt(
    n_ti^2 - sin(t)^2)) )^2;
3
4 theta_i = fzero(@(t) ( R_s(1.5, t) + R_p(1.5, t) - 2*0.14) , deg2rad(45));
5 disp(['theta_i = ', num2str(theta_i, '%.6f'), ' rad' ])
6 disp(['theta_i = ', num2str(rad2deg(theta_i), '%.6f'), ' deg' ])

```

```

7  disp(['R_s = ', num2str(R_s(1.5, theta_i), '%.6f')])
8  disp(['R_p = ', num2str(R_p(1.5, theta_i), '%.6f')])
9  disp(['T_s = ', num2str(1 - R_s(1.5, theta_i), '%.6f')])
10 disp(['T_p = ', num2str(1 - R_p(1.5, theta_i), '%.6f')])
11 disp(['R = ', num2str( 0.5*(R_s(1.5, theta_i) + R_p(1.5, theta_i)) , '%.6f')])
12 disp(['T = ', num2str( 0.5*(2 - R_s(1.5, theta_i) - R_p(1.5, theta_i)), '%.6f')])
13
14 %{
15 >> Output:
16 theta_i = 1.173220 rad
17 theta_i = 67.220559 deg
18 R_s = 0.256933
19 R_p = 0.023067
20 T_s = 0.743067
21 T_p = 0.976933
22 R = 0.140000
23 T = 0.860000
24 %}

```

#### A.4 图 2.2 源码

```

1  R_s = @(n_ti, t) ( (cos(t) - sqrt(n_ti^2 - sin(t)^2)) / (cos(t) + sqrt(n_ti^2 - sin(t)
    ^2)) )^2;
2  R_p = @(n_ti, t) ( (n_ti^2*cos(t) - sqrt(n_ti^2 - sin(t)^2)) / (n_ti^2*cos(t) + sqrt(
    n_ti^2 - sin(t)^2)) )^2;
3  theta_B = @(n_ti) atan(n_ti);
4
5  eq_left = @(n_ti) 0.5*(R_s(n_ti, theta_B(n_ti)) + R_p(n_ti, theta_B(n_ti)))
6
7  X = linspace(0, 2, 100);
8  Y = zeros(size(X));
9  for i = 1:length(X)
10     Y(i) = eq_left(X(i));
11 end
12
13 stc = MyPlot(X, Y);
14 yline(0.14, 'Color', 'r', 'LineWidth', 0.4);
15 xline(0.554902, 'Color', [0.1, 0.1, 0.1], 'LineWidth', 0.4)
16 xline(1.802121, 'Color', [0.3, 0.3, 0.3], 'LineWidth', 0.4)
17 stc.axes.Title.String = '';
18 stc.label.x.String = '$n_{ti}$';
19 stc.legend.Location = 'northeast';
20 hold on
21 scatter([0.554902, 1.802121], [0.14, 0.14], 180, 'r')
22 stc.legend.String = ["$y = 0.5 \left[ R_s(n_{ti}) + R_p(n_{ti}) \right]$", "$y = 0.14$", "
    $n_{ti} = 0.554902$", "$n_{ti} = 1.802121$"];

```

23 | %MyExport\_pdf