电路原理课程作业 Homework of Principles of Electric Circuits

丁毅

中国科学院大学,北京 100049

Yi Ding

University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China

2024.8 - 2025.1

序言

本文为笔者本科时的"电路原理"课程作业(Homework of Principles of Electric Circuits, 2024.9-2025.1)。由于个人学识浅陋,认识有限,文中难免有不妥甚至错误之处,望读者不吝指正,在此感谢。 我的邮箱是 dingyi233@mails.ucas.ac.cn。

最景

DAC.	
序言	I
目录	I
1 2024.8.27 - 2024.9.2	1
2 2024.9.3 - 2024.9.9	5
3 2024.9.10 - 2024.9.18	8
4 2024.9.19 - 2024.9.24	16
5 2024.9.25 - 2024.10.8	18
附录 A Matlab 代码	24

Homework 1: 2024.8.27 - 2024.9.2

- 1.1 习题集 1-2: 求题图各电路中的电压 U 和电流 I
 - (a) 短路,因此 U=0, $I=\frac{U_S}{R_I}$
 - (b) 开路,因此 $U=U_s,\ I=0$
 - (c) 构成回路, 因此 $U = \frac{U_S R}{R + R_i}$, $I = \frac{U_S}{R + R_i}$

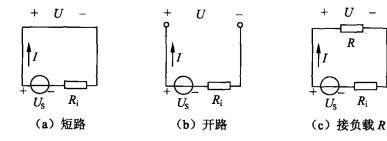


图 1.1: 1.1 习题集 1-2

- 1.2 习题集 1-9: 求题图 (a) 中的电压 U_{ab} ,图 (b) 中的电阻 R,图 (c) 中的电压 U_S 和图 (d) 中的电流 I
 - (a) $\varphi_a 3 \text{ V} + 2 \text{ V} = \varphi_b \Longrightarrow U_{ab} = 1 \text{ V}$
 - (b) $I = 1 \text{ A}, 3 IR = -4 \Longrightarrow R = 7 \Omega$
 - (c) $-3 + U_S = 1 \Longrightarrow U_S = 4 \text{ V}$
 - (d) $R = 2 \Omega$, $-IR + 2 = 3 \Longrightarrow I = -0.5 \text{ A}$

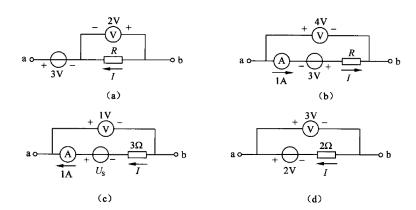


图 1.2: 1.2 习题集 1-9

- **1.3** 习题集 **1-10**: 求题图电路中的电压 U_{ab}
 - (a) 记参考点 a 的电势 $\varphi_a=0$,则 $\varphi_c=2$ V, $\varphi_b=-2$ V,因此 $U_{ab}=2$ V
 - (b) 记参考点 d 的电势 $\varphi_d = \varphi_b = 0$,则 $\varphi_c = 6$ V, $\varphi_a = -2$ V,因此 $U_{ab} = -2$ V

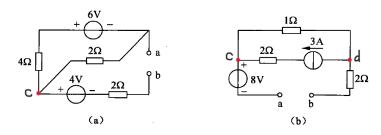


图 1.3: 1.3 习题集 1-10

后补: (b) 中电流源两端仍有电势差, $\varphi_c \neq 6$ V 而是 $\varphi_c = -3$ V,最终得 $U_{ab} = -5$ V。

1.4 习题集 1-15: 求题图各电路汇总所标出的电压和电流

- (a) $I = -\frac{U}{R} + 4 A = -2 A$
- (b) $U = 12 \text{ V} + 3 \Omega \times 4 \text{ A} = 0$
- (c) I = 8 A 6 A = 2 A, $U = 12 \text{ V} + 3 \times 8 \text{ V} = 36 \text{ V}$
- (d) 取点 d 为参考点,则 $\varphi_d=\varphi_c=0$, $\varphi_b=\varphi_a=9$ V,于是 $U_1=9+2\times 3=15$ V, $U_2=9+2\times 2=13$ V,I=2-(9-3)=-4 A

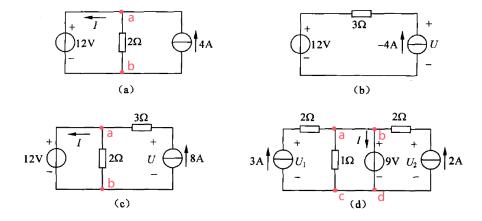


图 1.4: 1.4 习题集 1-15

1.5 习题集 1-29: 题图电路中流过 $40~\Omega$ 电阻的电流为 $2~\mathbf{A}$,求电流源的电流值 I_S

取点 a 为参考点 $\varphi_a = 0$,可得 $\varphi_b = 100U_1 - 80$,于是在结点 a 有电流:

$$I_S + \frac{100U_1 - 80}{5} = 2$$

 0.2Ω 电阻处又有 $U_1 = 0.2I_S$,联立解得 $I_S = 3.6 \text{ A}, U_1 = 7.2 \text{ V}$ 。

1.6 习题集 1-30: 求题图电路中独立电源的功率

这里要注意左二元器件是受控电流源,因此 0.5U 是指电流大小而非电压。 I_1 处可列出方程:

$$\frac{U}{2} + 12 - \frac{U}{3} = 0.5U \Longrightarrow U = 36 \text{ V} \Longrightarrow P = UI = 432 \text{ W}$$

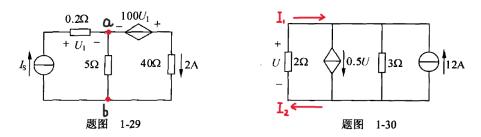


图 1.5: 1.4 习题集 1-29 和 1.5 习题集 1-30

后补:上面的方程列错了,错将 I_1 的方向标为由左向右,应该是由右向左。最后得到 P=108 W。另外,也可以直接将受控电流源看作是 2Ω 的电阻,这样左侧三个电阻并联,也可求出正确答案 108 W.

1.7 讲义题 1-6: 关联参考方向下,电阻的 $\alpha > 90^{\circ}$ 代表什么物理意义

 $\alpha > 90$ ° 时,电阻为"负电阻"。

1.8 讲义题 1-7: 充电电池的 1 C 是什么意思, 涓流充电是多少 C, 快速充电是多少 C

充放电倍率 C 的含义:

C(充放电倍率)表示电池充放电时电流相对电池容量的大小数值, $C=\frac{e^{10\%}}{5.00}$ 例如,1 C 电流充电表示电池需要 1 小时充满,5 C 充电表示电池需要 0.2 小时充满。放电也是类似的,一个 10 Ah 的电池以 2 C 放电,表示以 20 A 的电流放电 0.5 h。

若倍率上升,总时间就会下降,若倍率下降,总时间就会上升。通俗来讲,*C*代表了电池的爆发力大小,高倍率的动力电池瞬间放电电流大,特别适合大电流放电产品使用,如航模。

涓流充电:

涓流充电是指在电池接近完全充满电后,采用非常小的电流进行充电,以弥补电池自放电造成的容量 损失。理论倍率 C 约为最大倍率 C_{max} 的 $\frac{1}{100}$ 至 $\frac{1}{1000}$,但由于倍率太小,常常根本无法充电,一个比较好的 方法是脉冲式充电,例如以 $\frac{C_{max}}{110}$ 充电 6 s,然后停止充电 54 s。

快速充电:

快速充电至少要求1C,现阶段的快速充电多在1.5C至2C之间。

1.9 讲义题 1-8(Multisim 仿真): 用 Multisim 实现课堂仿真中的 MOSFET。画出 U_{GS} 固定为 5 V, U_{DS} (横轴)从 0 V 到 12 V 变化时 I_{DS} (纵轴)的曲线;以及 U_{DS} 固定为 10 V, U_{GS} (横轴)从 0 至 10 V 变化时 I_{DS} (纵轴)的曲线

仿真电路如图 1.6 所示,

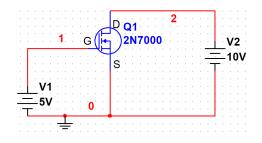
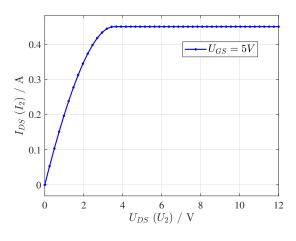


图 1.6: 仿真电路图

先固定 $U_{GS}=5$ V 不变(即 $V_1=5$ V),横坐标 $U_{DS}\in[0$ V,12 V],画出 I_{DS} (即 I_2)的变化曲线,如图 1.7 所示。再固定 $U_{DS}=10$ V 不变(即 $V_2=10$ V),横坐标 $U_{GS}\in[0$ V,10 V],画出 I_{DS} (即 I_2)的变化曲线,如图 1.8 所示。





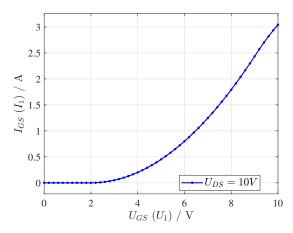


图 1.8: 仿真结果 2

Homework 2: 2024.9.3 - 2024.9.9

2.1 习题集 1-33: 题图电路中 $R_1=40$, $R_e=27$, $R_b=150$, $R_L=1500$,单位都为 Ω , $\alpha=0.98$, 求电压增益 $\frac{u_2}{u_1}$ 和功率增益 $\frac{p_2}{p_1}$,其中 p_1 是 u_1 输出的功率, p_2 是 R_L 吸收的功率

左半边回路有:

$$u_1 - 67i_e - (1 - \alpha)i_e \cdot 150 = 0 \Longrightarrow \frac{u_2}{u_1} = \frac{\alpha i_e R_L}{70i_e} = \frac{0.98 \times 1500}{70} = 21$$
$$p_2 = (\alpha i_e)^2 R_L, \quad p_1 = u_1 i_e \Longrightarrow \frac{p_2}{p_1} = \frac{(\alpha i_e)^2 R_L}{70i_e^2} = 20.58$$

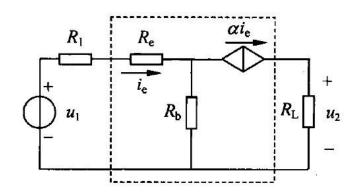


图 2.1: 习题集 1-33

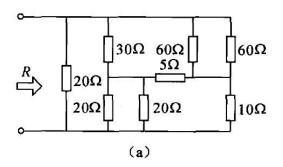
2.2 习题集 2-2: 求题图各电路的入端电阻 R

对图 (a), 化简并联后电桥平衡, 可以得到

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{20} + \frac{1}{40} + \frac{1}{40} \Longrightarrow R = 10 \ \Omega$$

对图 (b), 经过多次并联化简, 可以得到:

$$R = 8 + \frac{3 \times 6}{3 + 6} = 10 \,\Omega \tag{2.1}$$



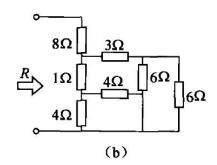


图 2.2: 习题集 2-2

2.3 习题集 2-6: 将题图中各电路化为最简电路

各电路的最简电路图如图 2.4 所示:

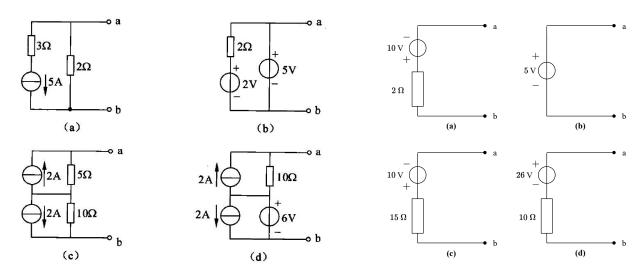


图 2.3: 习题集 2-6

图 2.4: 习题集 2-6 解答

2.4 习题集 2-8: 用电源等效方法求题图中的电流 i

对原电路进行多次等效转换,得到最简电路如图所示,进而有:

$$I = \frac{3}{2+3+5} = 0.3 \text{ A}$$

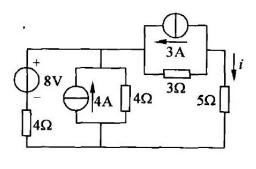


图 2.5: 习题集 2-8

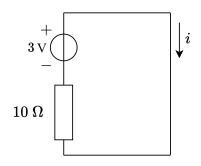


图 2.6: 习题集 2-8 等效电路

2.5 习题集 2-11: 求题图中的电流 [

等效电路图如图 2.8 所示,由 KVL 得:

$$28 = 4I' + 4(I' - I), \quad 25 = -8I + 4(I' - I) \Longrightarrow I' = 2.95 \text{ A}, \ I = -1.1 \text{ A}$$

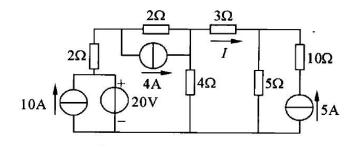


图 2.7: 习题集 2-11

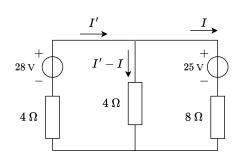


图 2.8: 习题集 2-11 等效电路

2.6 习题集 2-17: 求题图中的电压 U_{ab}

等效电路图如图 2.10 所示,可以求得:

$$4I - 8 = 12(I - 1) \Longrightarrow I = 0.5 \text{ A} \Longrightarrow U_{ab} = 8 - 8I = 4 \text{ V}$$

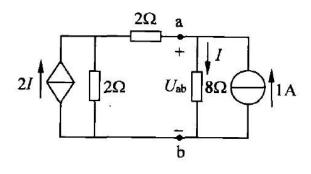


图 2.9: 习题集 2-17

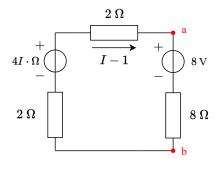


图 2.10: 习题集 2-17 等效电路

2.7 习题集 2-22: 求题图中的电压 U_1 , U_2 和电流源发出的功率

经过电源等效和 Δ-Y 变换,等效电路图如图 2.12 所示,回路总电阻 $R=3+\frac{4}{9}+\frac{14}{9}=5$ Ω , $I_1=\frac{U}{R}=1.2$ A,则有:

$$U_1 = 6 - 3 \times 1.2 = 2.4 \text{ V}, \ U_2 = 2 \times \frac{I}{2} = 1.2 \text{ V}, \quad P = 2U_1 = 4.8 \text{ W}$$

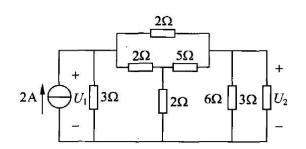


图 2.11: 习题集 2-22

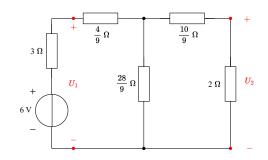


图 2.12: 习题集 2-22

Homework 3: 2024.9.10 - 2024.9.18

3.1 习题集 3-40(书上答案不正确): 题图电路中, $u_s(t) = \sin 4t \text{ V}$,电阻 $R_2 = 2R_1 = 1 \text{ K}\Omega$,求电流 i(t)

由虚短和虚断,可以得到 R_1 处电流为 $i_1=\frac{u_s}{R_1}$ (从上至下),于是输出电压 $u_o=3u_s$,右侧负载由三个电阻构成,并联电阻分压 $2u_s$,最后得电流 i(t):

$$i(t) = \frac{2u_s}{6 \text{ K}\Omega} = \frac{u_s}{3} \text{ mA}$$
 (3.1)

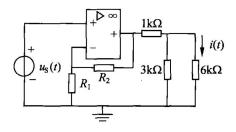


图 3.1: 习题集 3-40

3.2 习题集 3-45 (注意题目单位是 S): 对题图电路,求电压增益 $rac{U_o}{U_i}$ 和入端电阻 R_i

如图所示,将电导全部转换为电阻。由虚断、虚短,流经 $\frac{1}{10}$ Ω 电阻的电流为 $i_1=\frac{u_s}{0.1~\Omega}=10u_s$ 。右下角两电阻分压,再由虚短可得 $i_2=2U_o$,于是 $i_3=i_1+i_2=10U_s+2U_o$,由 KVL:

$$0 - \frac{1}{3}(10U_s + 2U_o) = U_o \Longrightarrow \frac{U_o}{U_s} = -2 \tag{3.2}$$

入端电阻 R_i :

$$i_1 = 10U_s \Longrightarrow R_i = \frac{1}{10} \Omega$$
 (3.3)

3.3 习题集 3-46: 题图电路中, $R_1=R_2=R_3=R_4=R_o=R_L$,求在输入电压 u_i 作用下的负载电流 i_L

依据 KVL、KCL、虚短、虚断,标出各节点电势,如图所示。则有:

$$(u_i + u_o) - u_o = i_L R, \ i_L = \frac{u_o}{R_L} \Longrightarrow u_o = u_i, \ i_L = \frac{u_o}{R_L} = \frac{u_i}{R_L}$$
 (3.4)

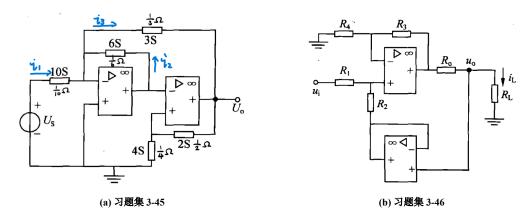


图 3.2: 习题集 3-45 和习题集 3-46

3.4 讲义题 2-19: 求同相比例放大器和反向比例放大器的输入电阻和输出电阻,放大器均理想, 根据求解结果讨论两种放大器的优劣

(1) 反相比例放大器

对输入电阻, $i_1 = \frac{u_i}{R_1} \Longrightarrow R_i = R_1$ 。对输出电阻,将输入电压源短路,采用加流求压法,在输出端接入电流源,由 u = iR 且 u = 0,得 $R_o = 0$ 。也即:

$$R_i = R_1, \ R_o = 0 \tag{3.5}$$

(2) 同相比例放大器

对输入电阻, R_1 右端断路,因此 $R_i = \infty$ 。对输出电阻,将输入电压源短路,采用加流求压法,在输出端接入电流源,由 u = iR 且 u = 0,得 $R_o = 0$ 。也即:

$$R_i = \infty, \ R_o = 0 \tag{3.6}$$

从输入输出电阻特性来看,同相比例放大器电气特性更优秀。

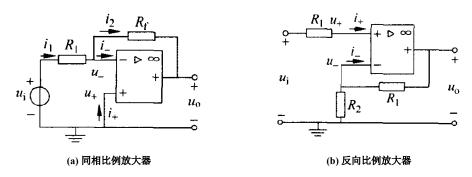


图 3.3: 讲义题 2-19

3.5 讲义题 2-20: 求题图各网络的 *G* 参数

(a) 由 KVL 有:

$$\begin{cases} u_1 = R_2(i_1 - i_2) \\ u_2 = R_1 i_2 \end{cases} \implies \begin{cases} i_1 = \frac{1}{R_2} u_1 + \frac{1}{R_1} u_2 \\ i_2 = \frac{1}{R_1} u_2 \end{cases}, \quad \mathbf{G} = \begin{bmatrix} \frac{1}{R_2} & \frac{1}{R_1} \\ \frac{1}{R_1} & 0 \end{bmatrix}$$
(3.7)

(b) 由 KVL, KCL 有:

$$\begin{cases}
 u_1 = R_1 \left(i_1 - \frac{u_1 - u_2}{R_2} \right) \\
 u_2 = R_1 \left(i_2 + \frac{u_1 - u_2}{R_2} \right)
\end{cases}
\implies \begin{cases}
 i_1 = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) u_1 - \frac{1}{R_2} u_2 \\
 i_2 = -\frac{1}{R_2} u_1 + \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) u_2
\end{cases}$$

$$G = \begin{bmatrix}
 \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} & -\frac{1}{R_2} \\
 -\frac{1}{R_2} & \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}
\end{bmatrix}$$
(3.8)

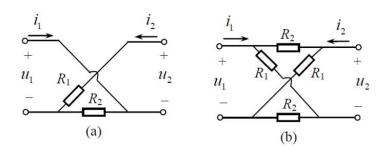


图 3.4: 讲义题 2-20

3.6 仿真 2-1: 题目详见图 3.8 (b)

(1) 单 OPA 实现电压运算

电路如图 3.5 (a) 所示,接线端示意图见图 3.5 (b)。

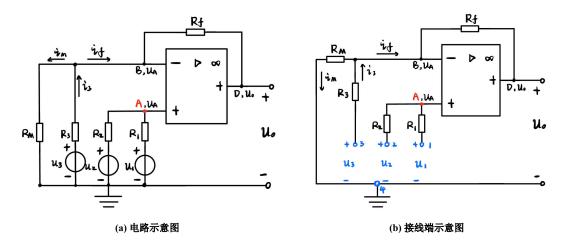


图 3.5: 单 OPA 实现电压运算

下面分析其输出特性。由虚断,在 u_1 和 u_2 构成的回路中,设正向流经 u_2 的电流为 i_2 ,则有:

$$i_2 = \frac{u_2 - u_1}{R_1 + R_2} \Longrightarrow u_A = u_2 - i_2 R_2 = \frac{R_2 u_1 + R_1 u_2}{R_1 + R_2}$$
(3.9)

由虚短, B 点的电势也为 u_A , 于是:

$$i_3 = \frac{u_3 - u_A}{R_3}, i_M = \frac{u_A}{R_M} \Longrightarrow i_f = i_3 - i_M = \frac{u_3 - u_A}{R_3} - \frac{u_A}{R_M} = \frac{u_3}{R_3} - (\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_M})u_A$$
 (3.10)

由虚断和 KVL:

$$u_o = u_A - i_f R_f = u_A - \frac{R_f}{R_3} u_3 + (\frac{R_f}{R_3} + \frac{R_f}{R_M}) u_A = \left(1 + \frac{R_f}{R_3} + \frac{R_f}{R_M}\right) u_A - \frac{R_f}{R_3} u_3 \tag{3.11}$$

将 u_A 的表达式代入,最终得到:

$$u_o = \left(1 + \frac{R_f}{R_3} + \frac{R_f}{R_M}\right) \frac{1}{\frac{R_1}{R_2} + 1} u_1 + \left(1 + \frac{R_f}{R_3} + \frac{R_f}{R_M}\right) \frac{\frac{R_1}{R_2}}{\frac{R_1}{R_2} + 1} u_2 - \frac{R_f}{R_3} u_3$$
(3.12)

我们需要 u_1, u_2, u_3 前的系数分别为 3, 2, -0.5, 于是有:

$$\begin{cases}
\left(1 + \frac{R_f}{R_3} + \frac{R_f}{R_M}\right) \frac{1}{\frac{R_1}{R_2} + 1} = 3 \\
\left(1 + \frac{R_f}{R_3} + \frac{R_f}{R_M}\right) \frac{R_1}{\frac{R_1}{R_2} + 1} = 2
\end{cases} \Longrightarrow
\begin{cases}
R_1 = \frac{2}{3}R_2 & , R_2 > 0 \\
R_3 = 2R_f, R_M = \frac{2}{7}R_f & , R_f > 0
\end{cases}$$

$$-\frac{R_f}{R_3} = -0.5$$
(3.13)

为了保持 OPA 的理想性,我们应选择 KΩ 量级的电阻,同时,为了降低电路的整体功率,减少消耗,电阻阻值应该尽量大。综合下来,不妨选取 $R_2 = 6$ KΩ, $R_f = 3.5$ KΩ,此时所有电阻阻值为:

$$R_1 = 4 \text{ K}\Omega, R_2 = 6 \text{ K}\Omega, R_3 = 7 \text{ K}\Omega, R_M = 1 \text{ K}\Omega, R_f = 3.5 \text{ K}\Omega$$
 (3.14)

如图 3.6 (a), 在 Multisim 中进行仿真, 得到的结果如下表所示:

		1			2		3			4			
	项目	x, u_1	y, u_2	z, u_3	x, u_1	y, u_2	z, u_3	x, u_1	y, u_2	z, u_3	x, u_1	y, u_2	z, u_3
		1	1	1	1	3	2	-2	2	0	3	3	2
Γ	理论输出 (V)	3 + 2 - 0.5 = 4.5 4.50			3 + 6 - 1 = 8		-6 + 4 - 0 = -2		9 + 6 - 1 = 14				
	仿真输出 (V)				8.00			-2.00			10.494		

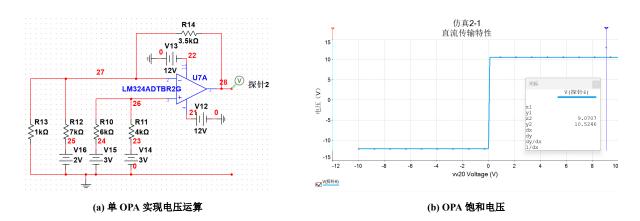


图 3.6: 仿真电路图与 OPA 饱和电压

由表可见,除了最后一组数据,仿真结果与理论结果完全一致。最后一组之所以不同,是因为输出电压 u_o 超出了此 OPA 的饱和电压 U_{sat} ,导致输出电压 $u_o = U_{\text{sat}} = 10.494$ V。如图 3.6 (b) 所示,此 OPA (LM324ADTBR2G) 的饱和电压为 10.525V,与解释相符。具体仿真时的结果见图 3.7。

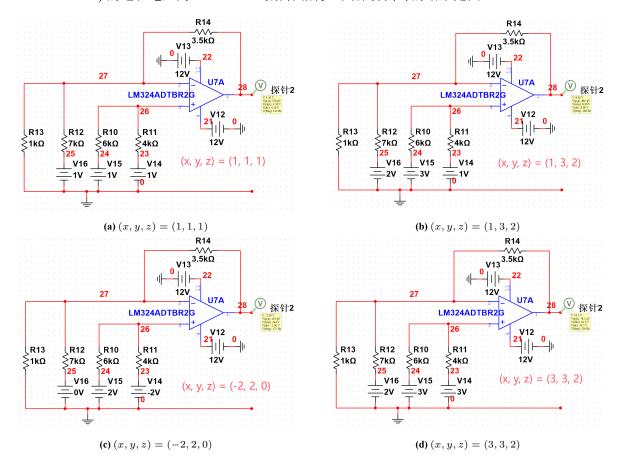


图 3.7: 仿真具体结果图

(2) 一些失败的例子

注意到,减法器是在反相加法器的基础上,串联入电压源(和电阻)改变了 u_+ 端的电压。这样,在最终的输出电压 u_o 中, u_- 端的电源电压会带负号, u_+ 端的电源电压带正号。用类似的思想,我们可以对减法器进行改造,最终仅用一个 OPA 便实现 3x+2y-0.5z 的电压运算。

一种方法是向 u_+ 端再串联一个电压源,使得输出 u_o 中两正一负,然后通过电阻值来调整系数,但是,这样不满足接线端的要求(三正一共地)。另一种方法是向 u_- 端再并联一个电压源,使得输出 u_o 中两负一正($-u_1$, $-u_2$, $+u_3$),最后通过电阻值来调整系数,但是,这样得到的是两负一正而不是两正一负,虽满足了接线端要求,却不是我们需要的结果。

其实,我们只需要向 u_+ 端的电压源再并联一个电压源即可,如图所示。下面分析其输出特性。

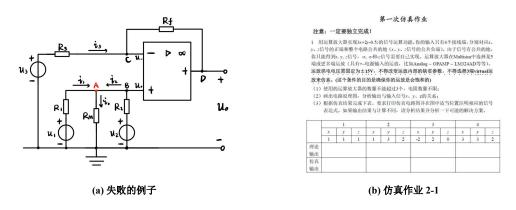


图 3.8: 示意图

在 u_1, R_1, u_2, R_2 和 R_M 构成的局部电路中,由 KVC:

$$\begin{cases} u_1 - R_1 i_1 - R_M (i_1 + i_2) = 0 \\ u_2 - R_2 i_2 - R_M (i_1 + i_2) = 0 \end{cases} \implies \begin{cases} i_1 = \frac{(R_2 + R_M) u_1 - R_M u_2}{R_1 R_2 + R_1 R_M + R_2 R_M} \\ i_2 = \frac{(R_1 + R_M) u_2 - R_M u_1}{R_1 R_2 + R_1 R_M + R_2 R_M} \end{cases}$$
(3.15)

由此得点 A 处的电势 u_A :

$$u_A = \frac{R_2 R_M u_1 + R_1 R_M u_2}{R_1 R_2 + R_1 R_M + R_2 R_M}$$
(3.16)

也即点 B 和非反相输入端的电势 $u_+=u_B=u_A$ 。由虚短, $u_-=u_+$,可得电流 i_3 :

$$i_3 = \frac{u_3 - u_-}{R_3} = \frac{1}{R_3} \left(u_3 - \frac{R_2 R_M u_1 + R_1 R_M u_2}{R_1 R_2 + R_1 R_M + R_2 R_M} \right) \tag{3.17}$$

由虚断,经过电阻 R_f 求得 D 点电势,也即输出电压 u_o :

$$u_o = u_A - i_3 R_f = \left(1 + \frac{R_f}{R_3}\right) u_A - \frac{R_f}{R_3} u_3 \tag{3.18}$$

$$= (1 + \frac{R_f}{R_3}) \cdot \frac{\frac{R_M}{R_1} u_1 + \frac{R_M}{R_2} u_2}{1 + \frac{R_M}{R_1} + \frac{R_M}{R_2}} - \frac{R_f}{R_3} u_3$$
(3.19)

$$= \frac{1 + \frac{R_f}{R_3}}{1 + \frac{R_M}{R_1} + \frac{R_M}{R_2}} \left(\frac{R_M}{R_1} u_1 + \frac{R_M}{R_2} u_2 \right) - \frac{R_f}{R_3} u_3 \tag{3.20}$$

最后调整电阻阻值。为了保持 OPA 的理想性, 电阻需要在 $K\Omega$ 量级, 令电阻比例如下:

$$\begin{cases}
\frac{R_f}{R_3} = 0.5 \\
\frac{1 + \frac{R_f}{R_3}}{1 + \frac{R_M}{R_1} + \frac{R_M}{R_2}} \cdot \frac{R_M}{R_1} = 3 \\
\frac{1 + \frac{R_f}{R_1}}{1 + \frac{R_f}{R_1} + \frac{R_M}{R_2}} \cdot \frac{R_M}{R_2} = 2
\end{cases}
\Rightarrow
\begin{cases}
R_f = \frac{1}{2}R_3 \\
R_1 = -2R_M \\
R_2 = -\frac{4}{3}R_M
\end{cases}$$
(3.21)

显然,这不可能实现,舍弃。

3.7 仿真 2-2

仿真电路如图 3.9 (a) 所示,对输入电压进行参数扫描,输出通过电压源的电流,得到图 3.9 (b)。这里需要注意,在 Multisim 中,电流的参考方向始终是高电势指向低电势(包括电压源),因此,仿真输出中的 I(V11) 是从上往下通过 V11 的电流(而不是从下至上),电压源 V11 的实际电流为 i=-I(V11)。

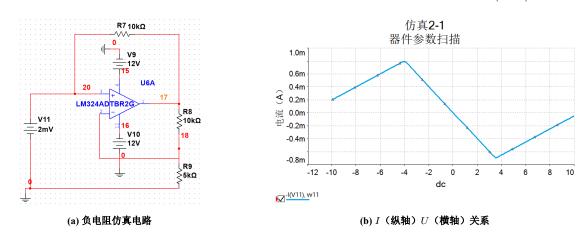


图 3.9: 负电阻仿真

简记电压源 V11 的电压为 u,继续仿真输出电压 u。关于输入电压 u 的变化,将数据导出后在 Matlab 中绘制曲线,如图 3.10 (a)。再将 I-U 关系转化为 U-I 关系,如图 3.10 (b)。可以发现,在线性工作区内,电路表现为负阻。而线性区外的两段折线位于 OPA 的饱和区,此时 u。始终为饱和电压,电路呈现正电阻,且阻值为:

$$\begin{cases} i = \frac{u - U_{\text{sat}}}{R_1} &, u > 3.54 \text{ V} \\ i = \frac{u + U_{\text{sat}}}{R_1} &, u < -4.05 \text{ V} \end{cases} \Longrightarrow R_{\text{sat}} = R_1 = 10 \text{ K}\Omega$$
(3.22)

这与图 3.10 (b) 中曲线的斜率是相符的。而在线性区,负电阻 $R = -\frac{10 \text{ K}\Omega}{10 \text{ K}\Omega} \cdot 5 \text{ K}\Omega = -5 \text{ K}\Omega$,这也是符合的。

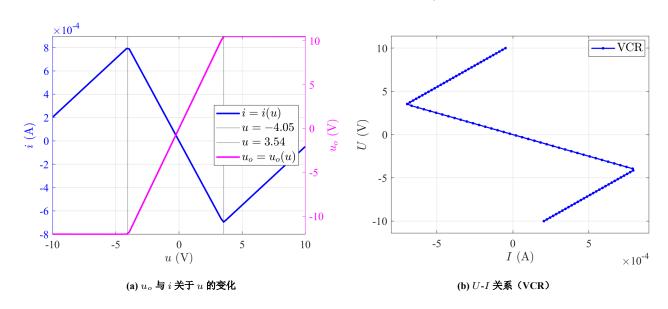


图 3.10: 仿真结果分析

第二次习题课课前练习

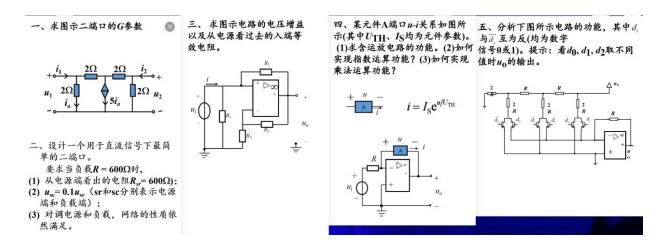


图 3.11: 第二次习题课课前练习

3.8 求图示二端口的 G 参数

由 KVL 和广义 KCL, 得到:

$$\begin{cases} (i_1 - 0.5u_1) + (i_2 - 0.5u_2) = 5(0.5u_1) \\ 3u_1 + 0.5u_2 = 2i_1 + 2i_2 \end{cases} \implies \begin{cases} i_1 = \frac{9}{8}u_1 + \frac{5}{8}u_2 \\ i_2 = \frac{15}{8}u_1 - \frac{1}{8}u_2 \end{cases}, \quad \boldsymbol{G} = \begin{bmatrix} \frac{8}{9} & \frac{8}{5} \\ \frac{8}{15} & -8 \end{bmatrix} S$$
 (3.23)

3.9 设计一个用于直流信号下的最简二端口(略)

3.10 求图示电路的电压增益与入端电阻

容易得到:

$$u_o = 2u_i, \quad i = (\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2})u_i \Longrightarrow A = 2, \quad R_i = \frac{1}{\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}} = \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}$$
 (3.24)

3.11 根据图示电路回答问题

- (1) 这是一个(反相)对数运算电路, $u_o = -U_{\text{TH}} \ln \left(\frac{u_i}{I_S R} \right)$
- (2) 将二极管与电阻 R 的位置互换
- (3) 依次复合对数运算、线性运算和指数运算,或者依次复合指数运算、线性运算和对数运算

3.12 分析下图所示电路的功能

图示电路是一个简易的 DAC(Digital-Anolog Converter),将数字信号转为模拟信号。考虑到无论输入的数字信号是多少,中间三条支路中的电阻都是接地的,因此各三条支路的电流值是不变的,MOS 管的作用仅是调节电流是否输入到运放,也即是否通过运放上侧的电阻 $R_f=R$,依次调节输出电压 $u_o=-i_fR_f$ 。

列出方程如下:

$$\begin{cases}
2i_{2}R = u_{s} \\
2i_{2}R - (i+i_{0}+i_{1})R = 2i_{1}R \\
2i_{1}R - (i+i_{0})R = 2i_{0}R \\
2i_{0}R - i(2R) = 0
\end{cases} \Longrightarrow \begin{cases}
i_{2} = \frac{1}{8R}4u_{s} \\
i_{1} = \frac{1}{8R}2u_{s} \\
i_{0} = i = \frac{1}{8R}u_{s}
\end{cases}$$

$$\Rightarrow u_{o} = -(d_{0}i_{0} + d_{1}i_{1} + d_{2}i_{2})R = -\frac{u_{s}}{8} \left(d_{2} \cdot 2^{2} + d_{1} \cdot 2^{1} + d_{0} \cdot 2^{0}\right)$$
(3.25)

$$\implies u_o = -(d_0 i_0 + d_1 i_1 + d_2 i_2)R = -\frac{u_s}{8} \left(d_2 \cdot 2^2 + d_1 \cdot 2^1 + d_0 \cdot 2^0 \right)$$
(3.26)

Homework 4: 2024.9.19 - 2024.9.24

4.1 讲义题 2-20: 求图示各网络的和 R 参数

如图 4.1 (a), 对 (a) 电路有:

$$\begin{cases} u_1 + u_2 = i_2 R_1 \\ u_1 = (i_1 - i_2) R_2 \end{cases} \implies \begin{cases} u_1 = R_2 i_1 + (-R_2) i_2 \\ u_2 = (-R_1) i_1 + (R_1 + R_2) i_2 \end{cases}, \quad \mathbf{R} = \begin{bmatrix} R_2 & -R_2 \\ -R_1 & R_1 + R_2 \end{bmatrix}$$
(4.1)

对 (b) 电路,设 2 号端口的低电位为 u,也即 $u_{2,-}=u$,由 KCL:

$$\begin{cases}
i_1 + \frac{u + u_2 - u_1}{R_2} = \frac{u_1 - u}{R_1} \\
\frac{u_1 - u}{R_1} = i_2 + \frac{u}{R_2} \\
\frac{u + u_2}{R_1} + \frac{u}{R_2} = i_1
\end{cases} \Longrightarrow
\begin{cases}
u_1 + u_2 = R_1 i_1 + R_1 i_2 \\
u_1 - u_2 = R_2 i_1 - R_2 i_2
\end{cases}$$
(4.2)

$$\Longrightarrow \begin{cases} u_1 = \frac{R_1 + R_2}{2} i_1 + \frac{R_1 - R_2}{2} i_2 \\ u_2 = \frac{R_1 - R_2}{2} i_1 + \frac{R_1 + R_2}{2} i_2 \end{cases}, \mathbf{R} = \begin{bmatrix} \frac{R_1 + R_2}{2} & \frac{R_1 - R_2}{2} \\ \frac{R_1 - R_2}{2} & \frac{R_1 + R_2}{2} \end{bmatrix}$$
(4.3)

4.2 讲义题 **2-21**: 图示电路中 $R_1 = 10 \Omega$, $R_2 = 40 \Omega$, 求

(1) 此二端口网络的 T 参数:

 $i_1 = \frac{u_2}{R_2} + (-i_2)$, $u_1 = u_2 - R_1(i_2 - \frac{u_2}{R_2})$, 得到此二端口的 T 参数:

$$T = \begin{bmatrix} 1 + \frac{R_1}{R_2} & R_1 \\ \frac{1}{R_2} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{5}{4} & 10 \ \Omega \\ \frac{1}{40} \ S & 1 \end{bmatrix}$$
(4.4)

(1) 求 U_{S1} 和 I₁

 $(-i_2) = I_2 = 2 A$, $u_2 = I_2 R_3 = 40 V$, 代入即得:

$$\begin{bmatrix} U_{S1} \\ I_1 \end{bmatrix} = \mathbf{T} \cdot \begin{bmatrix} 40 \text{ V} \\ 2 \text{ A} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 70 \text{ V} \\ 3 \text{ A} \end{bmatrix}$$
 (4.5)

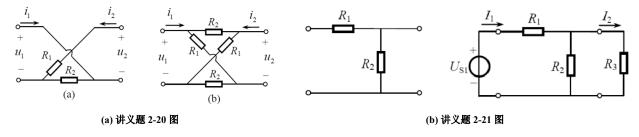


图 4.1: 讲义题 2-20、讲义题 2-21

4.3 讲义题 2-22: 图示电路中二端口网络的 T 参数为 $T = \begin{bmatrix} 2 & 8 \Omega \\ 0.5 \mathbf{S} & 2.5 \end{bmatrix}$

(1) 求此二端口的等效电路

T 参数满足 $\det T = 5 - 4 = 1$,也即满足互易条件,因此可以等效为 T 型三电阻电路,如图 \ref{T} 所示。此时的电阻阻值为:

$$R_T = \frac{1}{T_{21}} = 2 \Omega, \quad R_a = R_T(T_{11} - 1) = 2 \Omega, \quad R_b = R_T(T_{22} - 1) = 3 \Omega$$
 (4.6)

(1) R_2 为何值时其获得最大功率

 R_2 吸收的功率为 $p=rac{u_2^2}{R_2}$,回路总电阻为 $2+2+2\parallel(3+R_2)=4+rac{2(3+R_2)}{5+R_2}$,由分压原理得到 u_2 :

$$u_2 = 6 \cdot \frac{\frac{2(3+R_2)}{5+R_2}}{4 + \frac{2(3+R_2)}{5+R_2}} \cdot \frac{R_2}{3+R_2} = \frac{6}{3 + \frac{13}{R_2}}$$
(4.7)

于是 R_2 上的功率 p 为:

$$p = \frac{u_2^2}{R_2} = \frac{36}{\frac{13^2}{R_2} + 78 + 9R_2} \leqslant \frac{36}{2 \cdot 13 \cdot 3 + 78} \text{ W} = \frac{9}{39} \text{ W} = 0.2308 \text{ W}$$
 (4.8)

当且仅当 $\frac{13^2}{R_2}=9R_2$ 取等,此时 $R_2=\frac{13}{3}$ Ω 。

事实上,视 R_2 为负载,视电路的剩余部分为电源,可求得电源的内阻(也即输出电阻)为 $R_s=\frac{13}{3}$ Ω ,因此当 $R_2=R_s=\frac{13}{3}$ Ω 时,外部电路(也即负载 R_2)有最大功率。

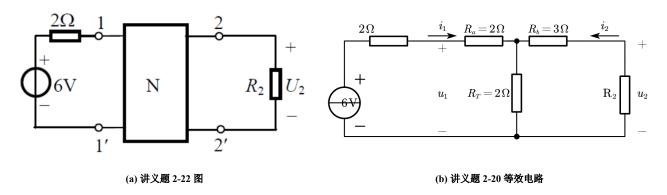


图 4.2: 讲义题 2-22

Homework 5: 2024.9.25 - 2024.10.8

5.1 教材 2-41: 求由 N-E MOS 构成的两输入 NAND 和两输入 NOR 的最大功率,并指出何时 有最大功率

对于 NAND,仅当两输入都为 1 时有静态功率,也即最大功率,设 N-E MOS 的导通电阻为 R_{ON} ,外接电阻 R_L ,电源电压 U_S ,则功率为:

$$P_{\text{NAND, max}} = \frac{U_S^2}{R_L + 2R_{\text{ON}}} \tag{5.1}$$

对于 NOR, 任一输入为 1 时都具有静态功率, 两输入都为 1 时有最大功率:

$$P_{\text{NOR, max}} = \frac{U_S^2}{R_L + \frac{R_{\text{ON}}}{2}} \tag{5.2}$$

5.2 用两个 N-E MOS、两个 P-E MOS 和电源构成静态功率为零的 NAND

题意也即 C-MOS NAND,我们不妨直接用 C-MOS 构成三种基本逻辑门(反相器 NOT、或非门 NOR、与非门 NAND),如图 5.1 所示,其中红色表示 P-MOS,蓝色表 N-MOS。

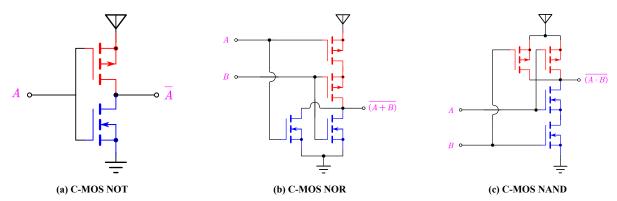


图 5.1: 由 C-MOS 构成三种基本逻辑门

5.3 半加器、全加器、四位加法器

(1) 教材 2-40: 用电源、N-E MOS (最多九个) 和电阻器构成一个半加器 HA

半加器是一种基本的逻辑电路,用于将两个二进制数相加,输出一个两位的二进制数,表示相加的结果。输出的高位和低位分别称为"进位C"、"和位S"。也就是说,半加器实际上是"一位加法器",能够处理两个一位二进制数的相加,并输出一个两位二进制结果。设输入为A和B,则有:

$$Y = (CS)_{(2)} = A_{(2)} + B_{(2)}$$
(5.3)

$$C = A \cdot B, \quad S = A \oplus B \tag{5.4}$$

由于要求使用的 MOS 尽量少(仅使用 N-MOS),对半加器的逻辑表达式作处理,利用下面式子可得最简半加器(7个 N-MOS),其数字电路见图 5.2 (a),实际电路见图 5.3 (a)。

$$C = \overline{(\overline{A \cdot B})}, \quad S = \overline{\left[(A \cdot B) + \overline{(A + B)} \right]}$$
 (5.5)

当然,考虑到半加器的逻辑表达式,也可以用异或门 XOR 和与门 AND 直接构成半加器,我们采用经过优化的 6 MOS 异或门 XOR(三个 N-MOS 和三个 P-MOS),它的静态功率为 0。由此构成的半加器数字电路见图 5.2 (b),实际电路见图 5.3 (b)。

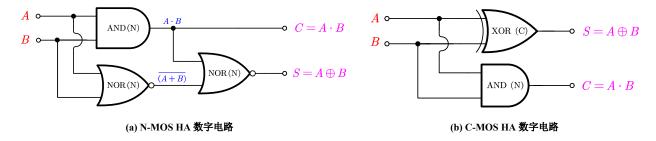


图 5.2: 半加器 HA 数字电路

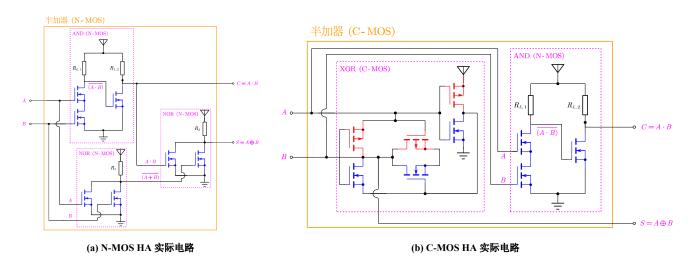


图 5.3: 半加器 HA 实际电路

(2) 用两个半加器 HA 和一个逻辑门构成一个全加器 FA

由半加器可以进一步构造全加器,全加器是一种能够处理三个一位二进制数相加的逻辑电路,输出一个两位的二进制数 $Y=(C_oS)_{(2)}$,表示相加的结果。输出的高位称为进位 C_o ,低位称为和位 S。也就是说,全加器可以理解为"三输入一位加法器"。记全加器的三个输入为 A,B,C,它们都是一位的二进制数,则全加器可写为:

$$Y = (C_o S)_{(2)} = A_{(2)} + B_{(2)} + C_{(2)}$$
(5.6)

$$C = A \cdot B + A \cdot C + B \cdot C, \quad S = A \oplus B \oplus C \tag{5.7}$$

角标 (2) 表示上式为二进制运算。由两个 HA 和一个 OR 即可构成全加器,数字电路如图 5.4。

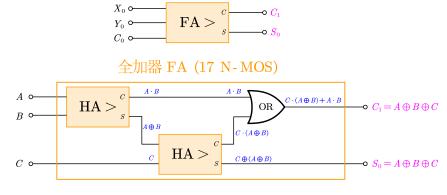


图 5.4: 全加器 FA

(3) 用四个全加器 FA 构成一个四位加法器

四位加法器,输入两个四位二进制数 X 和 Y,分别记作 $X = (X_3X_2X_1X_0)_{(2)}$, $Y = (Y_3Y_2Y_1Y_0)_{(2)}$,输出一个五位二进制数 $Z = (CS_3S_2S_1S_0)_{(2)}$,代表两数相加的结果。原理及数字电路如图 5.5 所示。

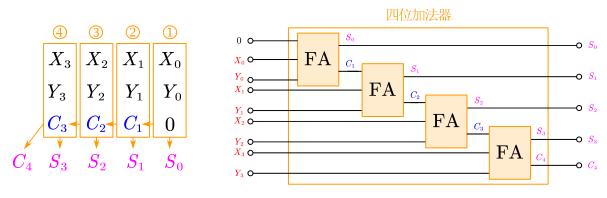


图 5.5: 四位加法器

5.4 习题集 3-20: 用节点法求图中电路的电流 I 和电流源两端电压 U

对电路作等效处理,得到等效电路如图 5.6 (b) 所示,则有节点电压方程组如下式左半边。再任意选取一个节点作为参考节点,这里选择节点 3,即 $U_3=0$,可以解得:

返回到原电路,可得电流 I 和电流源两端电压 U:

$$I = \frac{U_2 - 8 - U_3}{2} = -\frac{41}{64} \text{ A} = -0.640625 \text{ A}, \quad U = U_2 - U_1 + 6 = \frac{67}{4} \text{ V} = 16.75 \text{ V}$$
 (5.9)

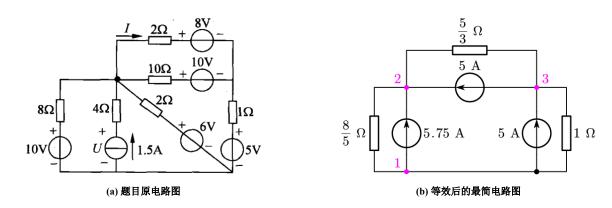


图 5.6: 5.4 习题集 3-20

5.5 习题集 3-21: 用节点法求电流源两端电压 U 和各支路电流

还是对电路作等效处理,得到等效电路如图 5.7 (b) 所示。这次先选取参考节点再列方程,以节点 0 为参考点,得到:

$$\left(\frac{1}{13.7} + \frac{1}{17.2} + \frac{1}{11.9}\right)U_1 = \frac{5}{13.7} + \frac{15}{17.2} + \frac{10}{11.9} + 1 \Longrightarrow U_1 = 14.3024 \text{ V}$$
 (5.10)

于是得到电压 U 和各支路电流:

$$U = U_1 + 5.5 = 19.8024 \,\text{V}, \quad I_1 = \frac{U_1 - 5}{13.7} = 0.6790 \,\text{A}$$
 (5.11)

$$I_2 = \frac{U_1 - 15}{17.2} = -0.0406 \text{ A}, \quad I_3 = \frac{U_1 - 10}{11.9} = 0.3615 \text{ A}$$
 (5.12)

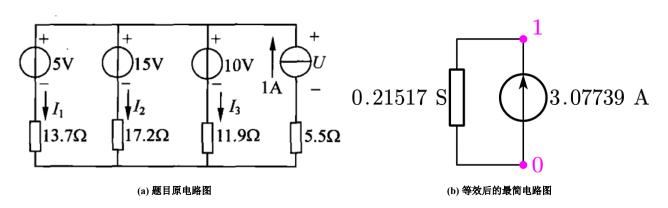


图 5.7: 5.5 习题集 3-21

5.6 (选做)讲义题 3-4: 按指定的参考节点,列出电路的节点电压方程

原题图和等效电路如图 5.8 所示,电路中有 4 个节点(不含无伴电压源)和 2 个受控源控制变量,需要列出 3 个节点方程和 2 个控制方程,如下:

节点 1:
$$(1+1)U_1 - U_2 - 0 = 2u - 1$$

节点 2: $-U_1 + \left(1 + \frac{1}{4}\right)U_2 - \frac{1}{4}U_3 = 3i$
节点 3: $0 - \frac{1}{4}U_2 + \left(1 + \frac{1}{4}\right)U_3 = 1$
控制方程: $i = U_1 - U_2, \quad u = U_3$ (5.13)

代入化简并求解:

$$\begin{cases}
2U_1 - U_2 - 2U_3 = -1 \\
-16U_1 + 17U_2 - U_3 = 0 \implies U_1 = U_2 = U_3 = 1 \text{ V}, \quad i = 0, \quad u = 1 \text{ V} \\
0 - U_2 + 5U_3 = 1
\end{cases}$$
(5.14)

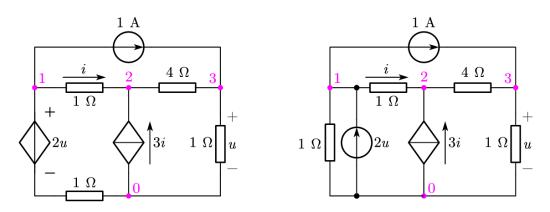


图 5.8: 5.6 讲义题 3-4

5.7 习题集 3-15: 用回路电流法求图中电路的独立电流源功率

原电路已无法继续化简,电路中有 3 个网格(含 2 个无伴电流源),1 个受控源变量,共需列出 3+1=2 个方程。如图 5.9 (a),先列出三个网格电流方程,如下:

网格 1:
$$100i_1 - 20i_2 - 30i_3 = 0$$
 (5.15)

网格 2:
$$i_2 = 1$$
 (5.16)

网格 3:
$$i_3 = -0.02U$$
 (5.17)

又有控制变量 U:

$$0 + U - 20(i_2 - i_1) - 0.4U = 0 \Longrightarrow U = \frac{100}{3}(i_2 - i_1)$$
(5.18)

联立上面四个方程,可以得到:

得到功率 P:

$$P = 1 \text{ A} \cdot U = \frac{100}{3} (i_2 - i_1) = \frac{100}{3} \text{ W} = 33.3333 \text{ W}$$
 (5.20)

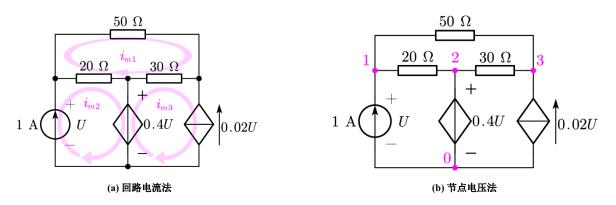


图 5.9: 5.7 习题集 3-15

不妨也用节点电压法求解一下此题。如图 5.9 (b),电路中有 4 个节点(含 1 个无伴电压源)和 1 个(受控源)控制变量,取节点 0 为参考节点,共需列出 (4-1-1)+0+2=4 个方程,如下:

节点 1:
$$\left(\frac{1}{50} + \frac{1}{20}\right)U_1 - \frac{1}{20}U_2 - \frac{1}{50}U_3 = 1$$
 (5.21)

节点 2:
$$U_2 = 0.4U$$
 (5.22)

节点 3:
$$-\frac{1}{50}U_1 - \frac{1}{30}U_2 + \left(\frac{1}{50} + \frac{1}{30}\right)U_3 = 0.02U$$
 (5.23)

控制方程:
$$U = U_1$$
 (5.24)

联立上述四个方程,可以得到:

5.8 (选做)讲义题 3-8:列出图中电路的网孔电流方程,并计算受控源的吸收功率

如图,电路共有 3 个网格(内含 2 个无伴电流源)和 1 个控制变量,将 i_2 和 i_3 合并为超网格后,共需要列出 2 个网格方程、1 个超网格内部方程和 1 个控制方程,如下:

于是得到吸收功率:

$$P = 2i \cdot [0 - (4 - 2(i_2 - i_1))] = 2.8 \text{ W}$$
(5.27)

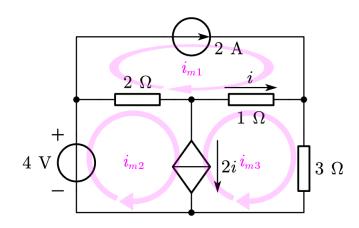


图 5.10: 5.8 讲义题 3-8

附录 A Matlab 代码

A.1 图 ?? 源码