

线性代数(2024春)(Linear Algebra)

作业10

1. 写出所有 4×4 非零幂零矩阵的Jordan标准型。如果 $\chi_\varphi(x) = (x - 3)^4(x + 2)$ 且 $\text{rank}(\varphi - 3) = 2$ 。求 $J(\varphi)$ 。

2. 证明矩阵 $A \in M_{n \times n}(\mathbb{C})$ 与 tA 相似。

3. 求矩阵

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 0 & 3 \\ -2 & -6 & 0 & 13 \\ 0 & -3 & 1 & 3 \\ -1 & -4 & 0 & 8 \end{pmatrix}$$

的Jordan标准型和极小多项式。

4. 设 φ 是次数 ≤ 4 的复系数多项式全体 $\mathcal{P}_5[x]$ 上的线性算子满足：

$$\varphi(1) = 3 - x, \quad \varphi(x) = 1 + x, \quad \varphi(x^2) = 2 - 3x + x^2 + 2x^3 + 3x^4,$$

$$\varphi(x^3) = -1 + 2x + x^3 + 2x^4, \quad \varphi(x^4) = 1 + x + x^4.$$

求 $\mathcal{P}_5[x]$ 的一组基使得在它下 φ 的矩阵是Jordan标准型。