

电路原理课程作业

Homework of Principles of Electric Circuits

丁毅

中国科学院大学，北京 100049

Yi Ding

University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China

2024.8 – 2025.1

序言

本文为笔者本科时的“电路原理”课程作业（Homework of Principles of Electric Circuits, 2024.9-2025.1）。由于个人学识浅陋，认识有限，文中难免有不妥甚至错误之处，望读者不吝指正，在此感谢。

我的邮箱是 dingyi233@mails.ucas.ac.cn。

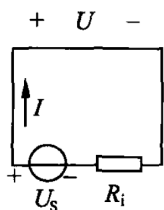
目录

序言	I
目录	I
1 2024.8.27 - 2024.9.2	1
2 2024.9.3 - 2024.9.9	4
3 2024.9.10 - 2024.9.18	7
4 2024.9.19 - 2024.9.24	15
附录 A Matlab 代码	17

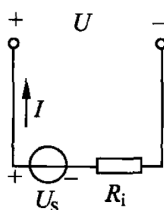
Homework 1: 2024.8.27 - 2024.9.2

1.1 习题集 1-2

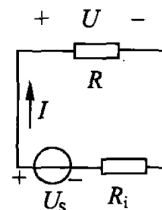
- (a) 短路, 因此 $U = 0$, $I = \frac{U_S}{R_i}$
 (b) 开路, 因此 $U = U_S$, $I = 0$
 (c) 构成回路, 因此 $U = \frac{U_S R}{R + R_i}$, $I = \frac{U_S}{R + R_i}$



(a) 短路

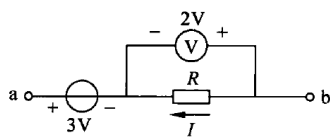


(b) 开路

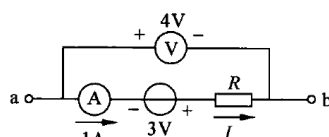
(c) 接负载 R

1.2 习题集 1-9

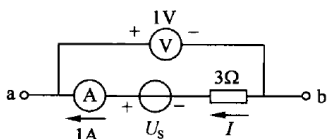
- (a) $\varphi_a - 3\text{ V} + 2\text{ V} = \varphi_b \Rightarrow U_{ab} = 1\text{ V}$
 (b) $I = 1\text{ A}$, $3 - IR = -4 \Rightarrow R = 7\ \Omega$
 (c) $-3 + U_S = 1 \Rightarrow U_S = 4\text{ V}$
 (d) $R = 2\ \Omega$, $-IR + 2 = 3 \Rightarrow I = -0.5\text{ A}$



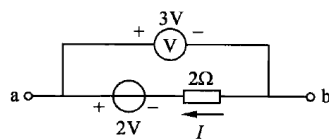
(a)



(b)



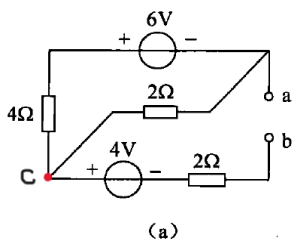
(c)



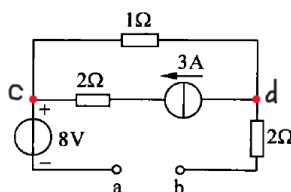
(d)

1.3 习题集 1-10

- (a) 记参考点 a 的电势 $\varphi_a = 0$, 则 $\varphi_c = 2\text{ V}$, $\varphi_b = -2\text{ V}$, 因此 $U_{ab} = 2\text{ V}$
 (b) 记参考点 d 的电势 $\varphi_d = \varphi_b = 0$, 则 $\varphi_c = 6\text{ V}$, $\varphi_a = -2\text{ V}$, 因此 $U_{ab} = -2\text{ V}$



(a)



(b)

后补: (b) 中电流源两端仍有电势差, $\varphi_c \neq 6\text{ V}$ 而是 $\varphi_c = -3\text{ V}$, 最终得 $U_{ab} = -5\text{ V}$ 。

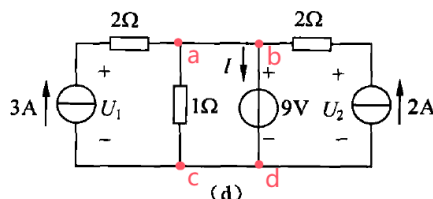
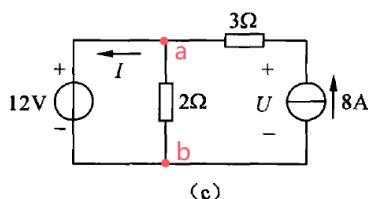
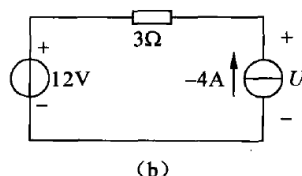
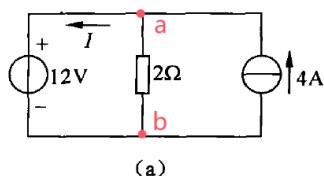
1.4 习题集 1-15

$$(a) I = -\frac{U}{R} + 4 \text{ A} = -2 \text{ A}$$

$$(b) U = 12 \text{ V} + 3 \Omega \times 4 \text{ A} = 0$$

$$(c) I = 8 \text{ A} - 6 \text{ A} = 2 \text{ A}, U = 12 \text{ V} + 3 \times 8 \text{ V} = 36 \text{ V}$$

$$(d) \text{ 取点 } d \text{ 为参考点, 则 } \varphi_d = \varphi_c = 0, \varphi_b = \varphi_a = 9 \text{ V}, \text{ 于是 } U_1 = 9 + 2 \times 3 = 15 \text{ V}, U_2 = 9 + 2 \times 2 = 13 \text{ V}, I = 2 - (9 - 3) = -4 \text{ A}$$



1.5 习题集 1-29

取点 a 为参考点 $\varphi_a = 0$, 可得 $\varphi_b = 100U_1 - 80$, 于是在结点 a 有电流:

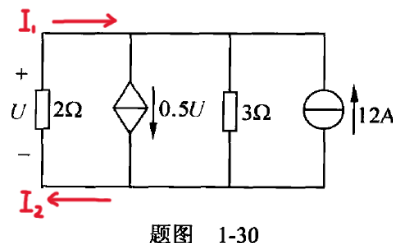
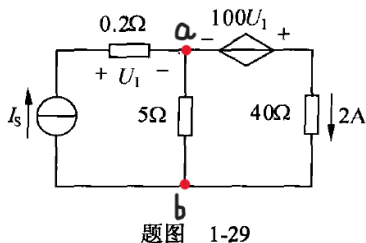
$$I_S + \frac{100U_1 - 80}{5} = 2$$

0.2Ω 电阻处又有 $U_1 = 0.2I_S$, 联立解得 $I_S = 3.6 \text{ A}, U_1 = 7.2 \text{ V}$ 。

1.6 习题集 1-30

这里要注意左二元器件是受控电流源, 因此 $0.5U$ 是指电流大小而非电压。 I_1 处可列出方程:

$$\frac{U}{2} + 12 - \frac{U}{3} = 0.5U \Rightarrow U = 36 \text{ V} \Rightarrow P = UI = 432 \text{ W}$$



后补: 上面的方程列错了, 错将 I_1 的方向标为由左向右, 应该是由右向左。最后得到 $P = 108 \text{ W}$ 。另外, 也可以直接将受控电流源看作是 2Ω 的电阻, 这样左侧三个电阻并联, 也可求出正确答案 108 W 。

1.7 讲义题 1-6

$\alpha > 90^\circ$ 时, 电阻为“负电阻”。

1.8 讲义题 1-7

充放电倍率 C 的含义:

C (充放电倍率) 表示电池充放电时电流相对电池容量的大小数值, $C = \frac{\text{电池容量}}{\text{充放电所需时间}}$ 。例如, $1C$ 电流充电表示电池需要 1 小时充满, $5C$ 充电表示电池需要 0.2 小时充满。放电也是类似的, 一个 10 Ah 的电池以 $2C$ 放电, 表示以 20 A 的电流放电 0.5 h 。

若倍率上升, 总时间就会下降, 若倍率下降, 总时间就会上升。通俗来讲, C 代表了电池的爆发力大小, 高倍率的动力电池瞬间放电电流大, 特别适合大电流放电产品使用, 如航模。

涓流充电:

涓流充电是指在电池接近完全充满电后, 采用非常小的电流进行充电, 以弥补电池自放电造成的容量损失。理论倍率 C 约为最大倍率 C_{\max} 的 $\frac{1}{100}$ 至 $\frac{1}{1000}$, 但由于倍率太小, 常常根本无法充电, 一个比较好的方法是脉冲式充电, 例如以 $\frac{C_{\max}}{10}$ 充电 6 s , 然后停止充电 54 s 。

快速充电:

快速充电至少要求 $1C$, 现阶段的快速充电多在 $1.5C$ 至 $2C$ 之间。

1.9 讲义题 1-8 (Multisim 仿真)

仿真电路如图 1.1 所示,

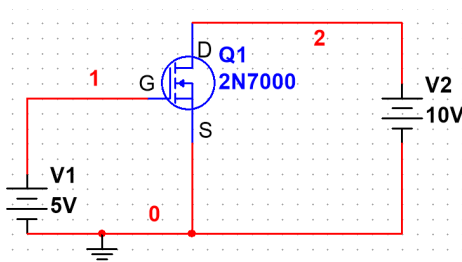


图 1.1: 仿真电路图

先固定 $U_{GS} = 5\text{ V}$ 不变 (即 $V_1 = 5\text{ V}$), 横坐标 $U_{DS} \in [0\text{ V}, 12\text{ V}]$, 画出 I_{DS} (即 I_2) 的变化曲线, 如图 1.2 所示。再固定 $U_{DS} = 10\text{ V}$ 不变 (即 $V_2 = 10\text{ V}$), 横坐标 $U_{GS} \in [0\text{ V}, 10\text{ V}]$, 画出 I_{DS} (即 I_2) 的变化曲线, 如图 1.3 所示。

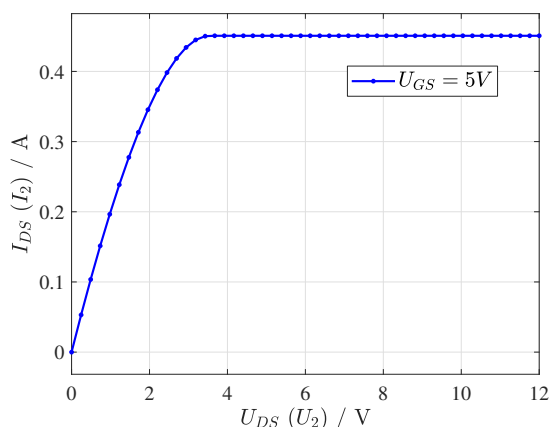


图 1.2: 仿真结果 1

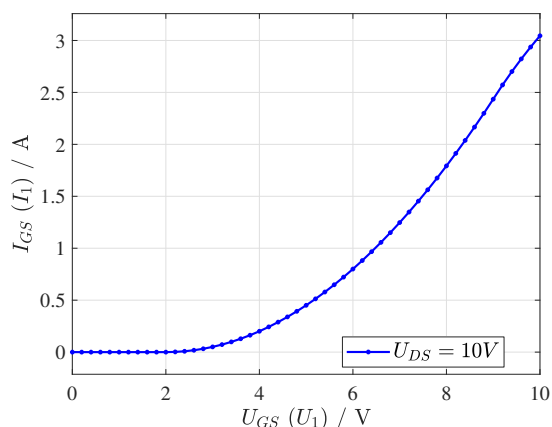


图 1.3: 仿真结果 2

Homework 2: 2024.9.3 - 2024.9.9

2.1 习题集 1-33

左半边回路有:

$$u_1 - 67i_e - (1 - \alpha)i_e \cdot 150 = 0 \Rightarrow \frac{u_2}{u_1} = \frac{\alpha i_e R_L}{70i_e} = \frac{0.98 \times 1500}{70} = 21$$

$$p_2 = (\alpha i_e)^2 R_L, \quad p_1 = u_1 i_e \Rightarrow \frac{p_2}{p_1} = \frac{(\alpha i_e)^2 R_L}{70i_e^2} = 20.58$$

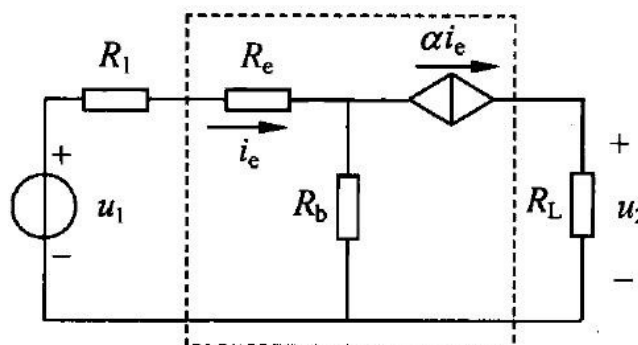


图 2.1: 习题集 1-33

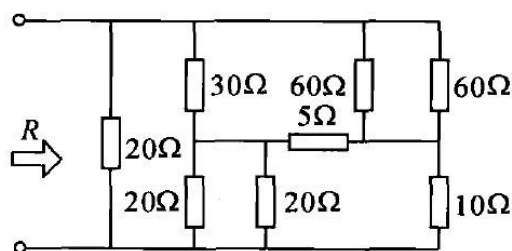
2.2 习题集 2-2

对图 (a), 化简并联后电桥平衡, 可以得到

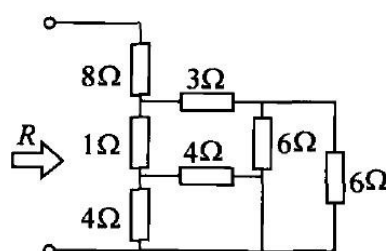
$$\frac{1}{R} = \frac{1}{20} + \frac{1}{40} + \frac{1}{40} \Rightarrow R = 10 \Omega$$

对图 (b), 经过多次并联化简, 可以得到:

$$R = 8 + \frac{3 \times 6}{3 + 6} = 10 \Omega \quad (2.1)$$



(a)



(b)

图 2.2: 习题集 2-2

2.3 习题集 2-6

各电路的最简电路图如图 2.4 所示:

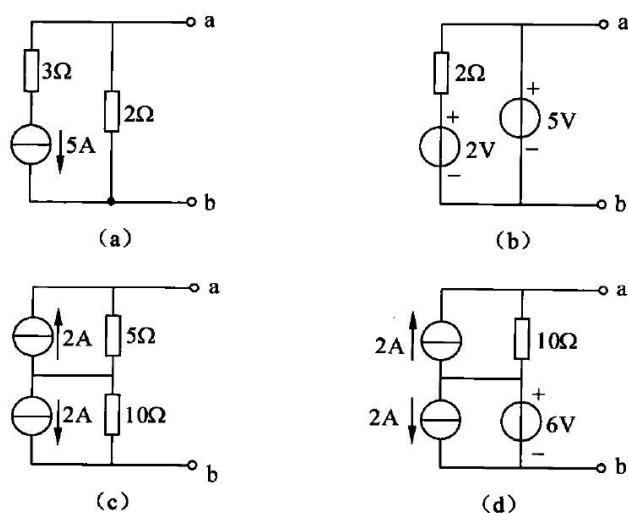


图 2.3: 习题集 2-6

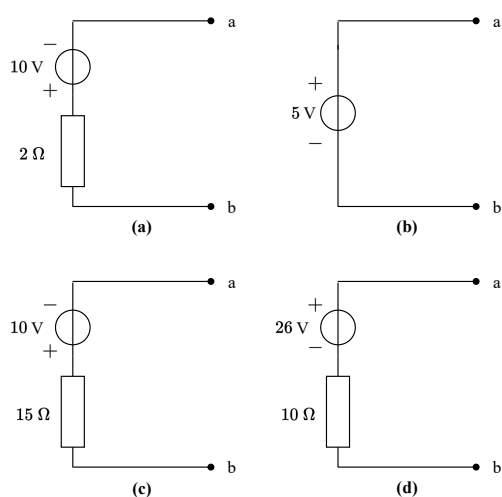


图 2.4: 习题集 2-6 解答

2.4 习题集 2-8

对原电路进行多次等效转换, 得到最简电路如图所示, 进而有:

$$I = \frac{3}{2 + 3 + 5} = 0.3 \text{ A}$$

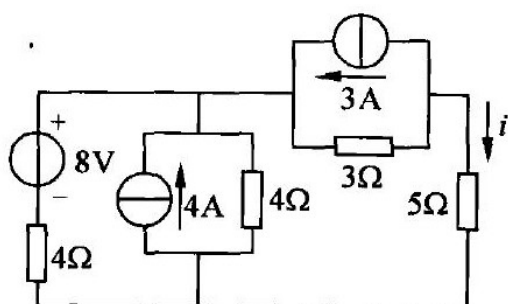


图 2.5: 习题集 2-8

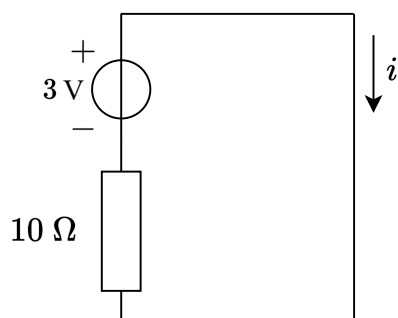


图 2.6: 习题集 2-8 等效电路

2.5 习题集 2-11

等效电路图如图 2.8 所示, 由 KVL 得:

$$28 = 4I' + 4(I' - I), \quad 25 = -8I + 4(I' - I) \implies I' = 2.95 \text{ A}, \quad I = -1.1 \text{ A}$$

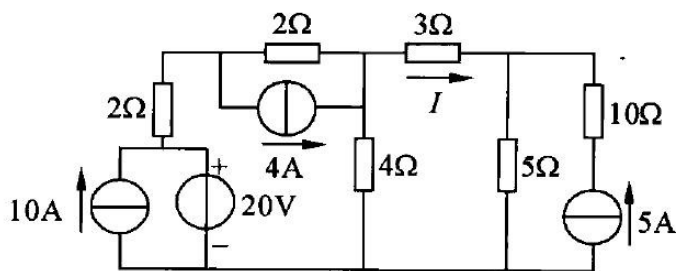


图 2.7: 习题集 2-11

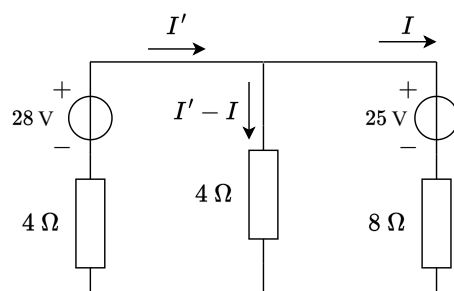


图 2.8: 习题集 2-11 等效电路

2.6 习题集 2-17

等效电路图如图 2.10 所示, 可以求得:

$$4I - 8 = 12(I - 1) \Rightarrow I = 0.5 \text{ A} \Rightarrow U = 8 - 8I = 4 \text{ V}$$

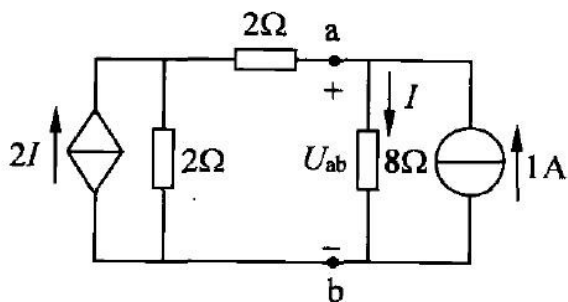


图 2.9: 习题集 2-17

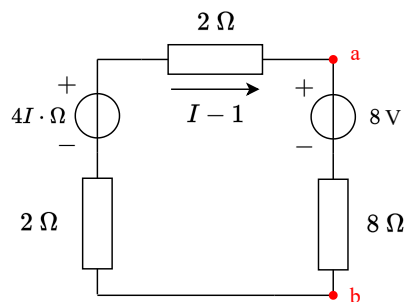


图 2.10: 习题集 2-17 等效电路

2.7 习题集 2-22

经过电源等效和 Δ -Y 变换, 等效电路图如图 2.12 所示, 回路总电阻 $R = 3 + \frac{4}{9} + \frac{14}{9} = 5 \Omega$, $I_1 = \frac{U}{R} = 1.2 \text{ A}$, 则有:

$$U_1 = 6 - 3 \times 1.2 = 2.4 \text{ V}, U_2 = 2 \times \frac{I}{2} = 1.2 \text{ V}, P = 2U_1 = 4.8 \text{ W}$$

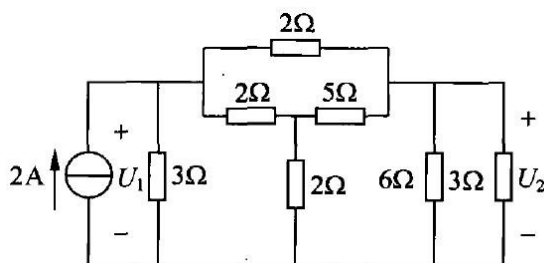


图 2.11: 习题集 2-22

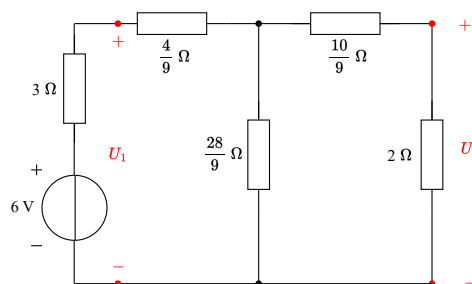


图 2.12: 习题集 2-22

Homework 3: 2024.9.10 - 2024.9.18

3.1 习题集 3-40 (书上答案不正确)

由虚短和虚断, 可以得到 R_1 处电流为 $i_1 = \frac{u_s}{R_1}$ (从上至下), 于是输出电压 $u_o = 3u_s$, 右侧负载由三个电阻构成, 并联电阻分压 $2u_s$, 最后得电流 $i(t)$:

$$i(t) = \frac{2u_s}{6\text{ k}\Omega} = \frac{u_s}{3} \text{ mA} \quad (3.1)$$

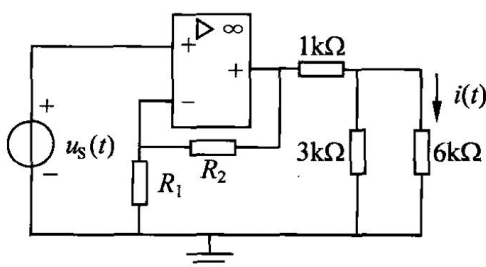


图 3.1: 习题集 3-40

3.2 习题集 3-45 (注意题目单位是 S)

如图所示, 将电导全部转换为电阻。由虚断、虚短, 流经 $\frac{1}{10}\Omega$ 电阻的电流为 $i_1 = \frac{u_s}{\frac{1}{10}\Omega} = 10u_s$ 。右下角两电阻分压, 再由虚短可得 $i_2 = 2U_o$, 于是 $i_3 = i_1 + i_2 = 10U_s + 2U_o$, 由 KVL:

$$0 - \frac{1}{3}(10U_s + 2U_o) = U_o \Rightarrow \frac{U_o}{U_s} = -2 \quad (3.2)$$

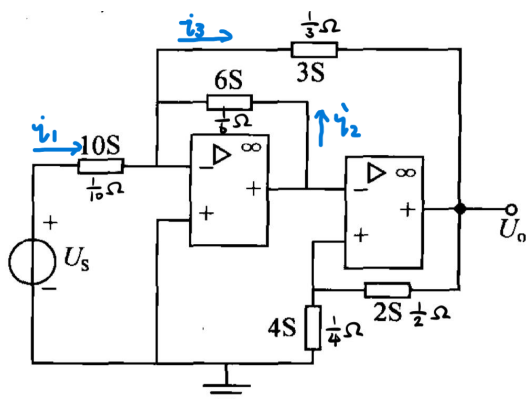
入端电阻 R_i :

$$i_1 = 10U_s \Rightarrow R_i = \frac{1}{10} \Omega \quad (3.3)$$

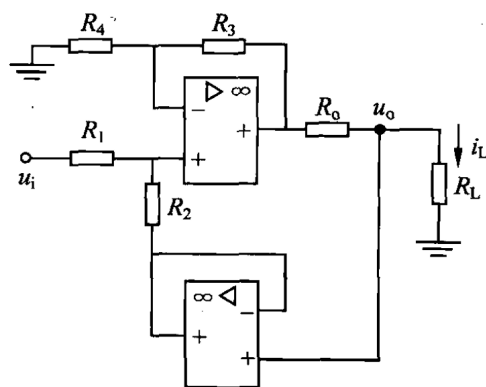
3.3 习题集 3-46

依据 KVL、KCL、虚短、虚断, 标出各节点电势, 如图所示。则有:

$$(u_i + u_o) - u_o = i_L R, i_L = \frac{u_o}{R_L} \Rightarrow u_o = u_i, i_L = \frac{u_o}{R_L} = \frac{u_i}{R_L} \quad (3.4)$$



(a) 习题集 3-45



(b) 习题集 3-46

图 3.2: 习题集 3-45 和习题集 3-46

3.4 讲义题 2-19

(1) 反比例放大器

对输入电阻, $i_1 = \frac{u_i}{R_1} \Rightarrow R_i = R_1$ 。对输出电阻, 将输入电压源短路, 采用加流求压法, 在输出端接入电流源, 由 $u = iR$ 且 $u = 0$, 得 $R_o = 0$ 。也即:

$$R_i = R_1, R_o = 0 \quad (3.5)$$

(2) 同比例放大器

对输入电阻, R_1 右端断路, 因此 $R_i = \infty$ 。对输出电阻, 将输入电压源短路, 采用加流求压法, 在输出端接入电流源, 由 $u = iR$ 且 $u = 0$, 得 $R_o = 0$ 。也即:

$$R_i = \infty, R_o = 0 \quad (3.6)$$

从输入输出电阻特性来看, 同比例放大器电气特性更优秀。

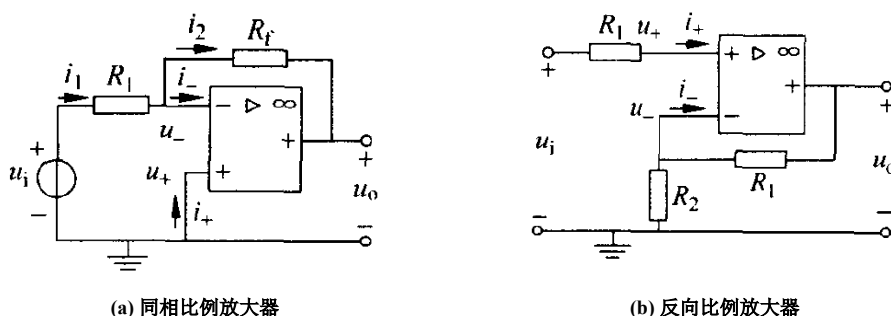


图 3.3: 讲义题 2-19

3.5 讲义题 2-20

(a) 由 KVL 有:

$$\begin{cases} u_1 = R_2(i_1 - i_2) \\ u_2 = R_1 i_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} i_1 = \frac{1}{R_2} u_1 + \frac{1}{R_1} u_2 \\ i_2 = \frac{1}{R_1} u_2 \end{cases}, G = \begin{bmatrix} \frac{1}{R_2} & \frac{1}{R_1} \\ \frac{1}{R_1} & 0 \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

(b) 由 KVL, KCL 有:

$$\begin{cases} u_1 = R_1 \left(i_1 - \frac{u_1 - u_2}{R_2} \right) \\ u_2 = R_1 \left(i_2 + \frac{u_1 - u_2}{R_2} \right) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} i_1 = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) u_1 - \frac{1}{R_2} u_2 \\ i_2 = -\frac{1}{R_2} u_1 + \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) u_2 \end{cases}, G = \begin{bmatrix} \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} & -\frac{1}{R_2} \\ -\frac{1}{R_2} & \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

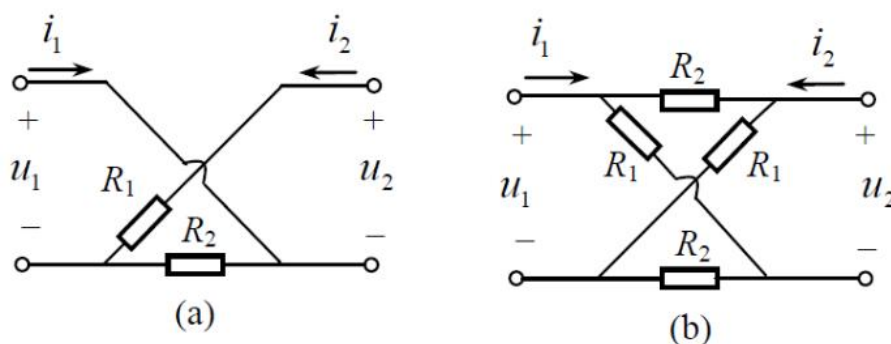


图 3.4: 讲义题 2-20

3.6 仿真 2-1

3.6.1 单 OPA 实现电压运算

电路如图 3.5 (a) 所示, 接线端示意图见图 3.5 (b)。

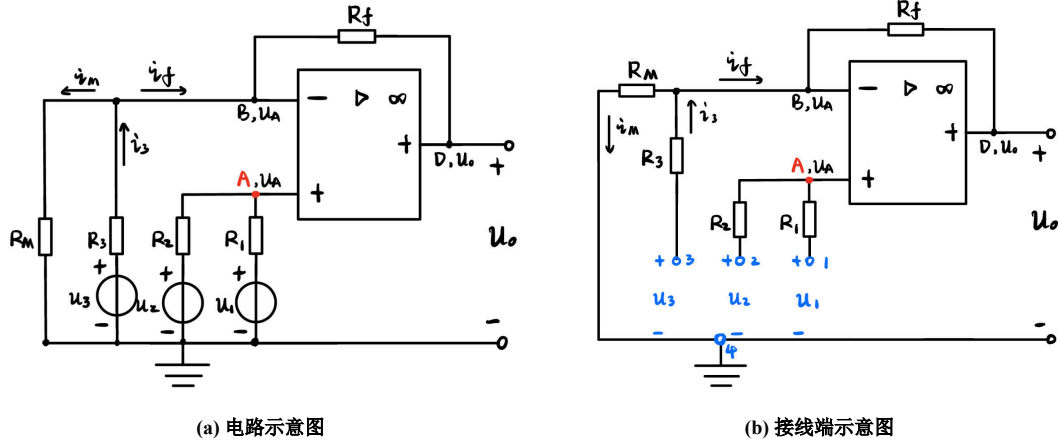


图 3.5: 单 OPA 实现电压运算

下面分析其输出特性。由虚断, 在 u_1 和 u_2 构成的回路中, 设正向流经 u_2 的电流为 i_2 , 则有:

$$i_2 = \frac{u_2 - u_1}{R_1 + R_2} \Rightarrow u_A = u_2 - i_2 R_2 = \frac{R_2 u_1 + R_1 u_2}{R_1 + R_2} \quad (3.9)$$

由虚短, B 点的电势也为 u_A , 于是:

$$i_3 = \frac{u_3 - u_A}{R_3}, i_M = \frac{u_A}{R_M} \Rightarrow i_f = i_3 - i_M = \frac{u_3 - u_A}{R_3} - \frac{u_A}{R_M} = \frac{u_3}{R_3} - \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_M} \right) u_A \quad (3.10)$$

由虚断和 KVL:

$$u_o = u_A - i_f R_f = u_A - \frac{R_f}{R_3} u_3 + \left(\frac{R_f}{R_3} + \frac{R_f}{R_M} \right) u_A = \left(1 + \frac{R_f}{R_3} + \frac{R_f}{R_M} \right) u_A - \frac{R_f}{R_3} u_3 \quad (3.11)$$

将 u_A 的表达式代入, 最终得到:

$$u_o = \left(1 + \frac{R_f}{R_3} + \frac{R_f}{R_M} \right) \frac{1}{\frac{R_1}{R_2} + 1} u_1 + \left(1 + \frac{R_f}{R_3} + \frac{R_f}{R_M} \right) \frac{\frac{R_1}{R_2}}{\frac{R_1}{R_2} + 1} u_2 - \frac{R_f}{R_3} u_3 \quad (3.12)$$

我们需要 u_1, u_2, u_3 前的系数分别为 3, 2, -0.5, 于是有:

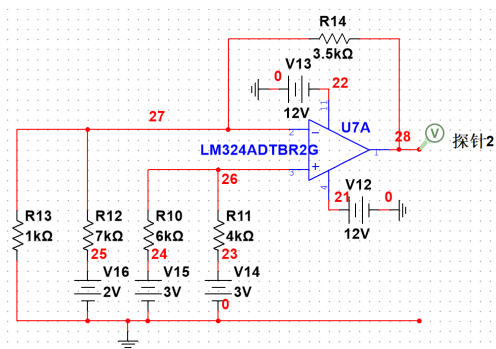
$$\begin{cases} \left(1 + \frac{R_f}{R_3} + \frac{R_f}{R_M} \right) \frac{1}{\frac{R_1}{R_2} + 1} = 3 \\ \left(1 + \frac{R_f}{R_3} + \frac{R_f}{R_M} \right) \frac{\frac{R_1}{R_2}}{\frac{R_1}{R_2} + 1} = 2 \\ -\frac{R_f}{R_3} = -0.5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} R_1 = \frac{2}{3} R_2, & R_2 > 0 \\ R_3 = 2 R_f, R_M = \frac{2}{7} R_f, & R_f > 0 \end{cases} \quad (3.13)$$

为了保持 OPA 的理想性, 我们应选择 $K\Omega$ 量级的电阻, 同时, 为了降低电路的整体功率, 减少消耗, 电阻阻值应该尽量大。综合下来, 不妨选取 $R_2 = 6 K\Omega$, $R_f = 3.5 K\Omega$, 此时所有电阻阻值为:

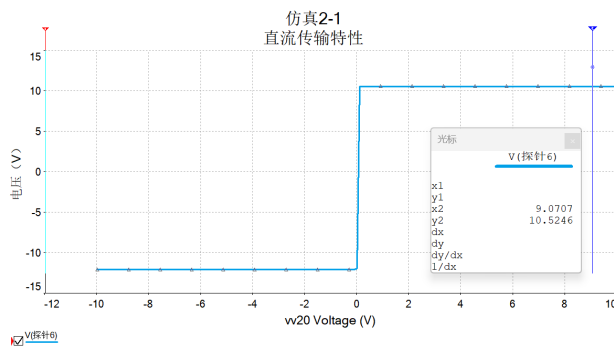
$$R_1 = 4 K\Omega, R_2 = 6 K\Omega, R_3 = 7 K\Omega, R_M = 1 K\Omega, R_f = 3.5 K\Omega \quad (3.14)$$

如图 3.6 (a), 在 Multisim 中进行仿真, 得到的结果如下表所示:

项目	1			2			3			4		
	x, u_1	y, u_2	z, u_3	x, u_1	y, u_2	z, u_3	x, u_1	y, u_2	z, u_3	x, u_1	y, u_2	z, u_3
	1	1	1	1	3	2	-2	2	0	3	3	2
理论输出 (V)	$3 + 2 - 0.5 = 4.5$			$3 + 6 - 1 = 8$			$-6 + 4 - 0 = -2$			$9 + 6 - 1 = 14$		
仿真输出 (V)	4.50			8.00			-2.00			10.494		



(a) 单 OPA 实现电压运算



(b) OPA 饱和电压

图 3.6: 仿真电路图与 OPA 饱和电压

由表可见, 除了最后一组数据, 仿真结果与理论结果完全一致。最后一组之所以不同, 是因为输出电压 u_o 超出了此 OPA 的饱和电压 U_{sat} , 导致输出电压 $u_o = U_{sat} = 10.494V$ 。如图 3.6 (b) 所示, 此 OPA (LM324ADTBR2G) 的饱和电压为 10.525V, 与解释相符。具体仿真时的结果见图 3.7。

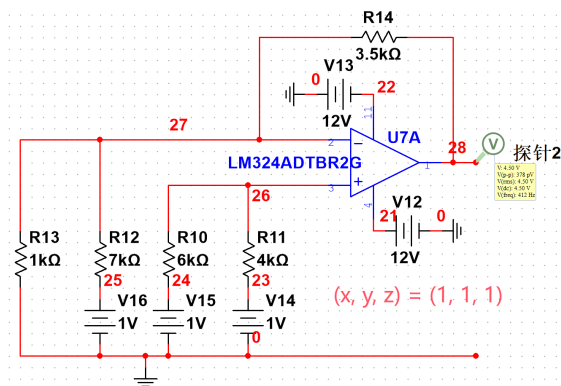
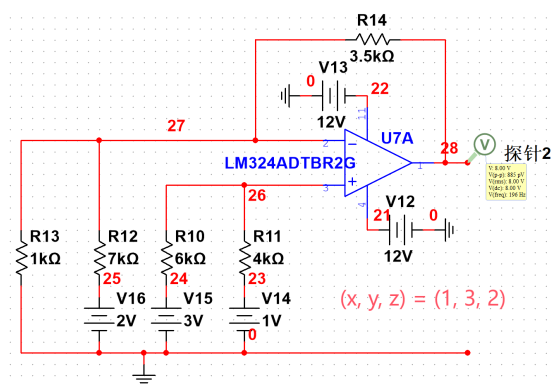
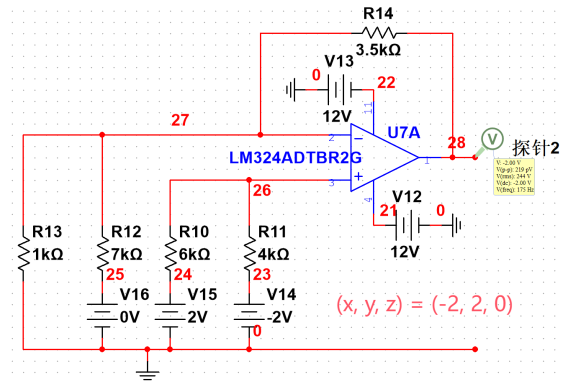
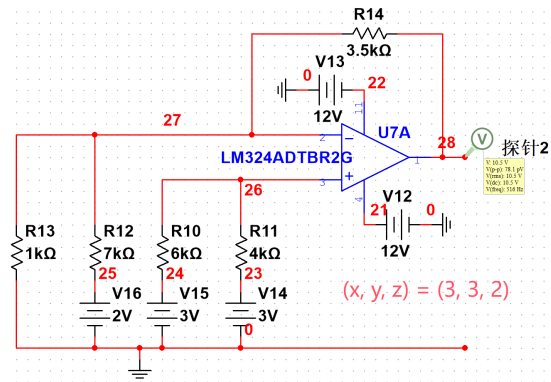
(a) $(x, y, z) = (1, 1, 1)$ (b) $(x, y, z) = (1, 3, 2)$ (c) $(x, y, z) = (-2, 2, 0)$ (d) $(x, y, z) = (3, 3, 2)$

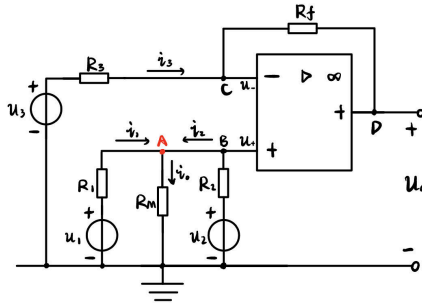
图 3.7: 仿真具体结果图

3.6.2 一些失败的例子

注意到, 减法器是在反相加法器的基础上, 串联入电压源 (和电阻) 改变了 u_+ 端的电压。这样, 在最终的输出电压 u_o 中, u_- 端的电源电压会带负号, u_+ 端的电源电压带正号。用类似的思想, 我们可以对减法器进行改造, 最终仅用一个 OPA 便实现 $3x + 2y - 0.5z$ 的电压运算。

一种方法是向 u_+ 端再串联一个电压源, 使得输出 u_o 中两正一负, 然后通过电阻值来调整系数, 但是, 这样不满足接线端的要求 (三正一共地)。另一种方法是向 u_- 端再并联一个电压源, 使得输出 u_o 中两负一正 ($-u_1, -u_2, +u_3$), 最后通过电阻值来调整系数, 但是, 这样得到的是两负一正而不是两正一负, 虽满足了接线端要求, 却不是我们需要的结果。

其实, 我们只需要向 u_+ 端的电压源再并联一个电压源即可, 如图所示。下面分析其输出特性。



(a) 失败的例子

第一次仿真作业

注意: 一定要独立完成!

1. 用运算放大器实现 $3x+2y-0.5z$ 的信号运算功能, 你的输入只有4个接线端, 分别对应 x, y, z 信号的正端和整个电路公共的地 (x, y, z 信号的公共负端)。由于信号有公共的地, 你只能得到 x, y, z 信号, $-x, -y$ 和 $-z$ 信号需要自己实现。运算放大器在 Multisim 中选择 5 端或更多端运放 (具有 \pm 电源输入的运放, 比如 Analog - OPAMP - LM324AD 等等)。运放供电电压需固定为 $\pm 15V$, 不得改变运放内部的缺省参数, 不得选择 3 端 virtual 运放来仿真。(这个条件的目的是确保你的运放是饱和的)

- (1) 使用的运算放大器的数量不能超过3个, 电阻数量不限;
- (2) 画出电路原理图, 分析输出与输入信号 x, y, z 的关系;
- (3) 根据仿真结果完成下表。要求打印仿真电路图并在图中适当位置注明相应的信号表达式, 如果输出结果与计算不同, 请分析结果并分析一下可能的解决方案。

	1			2			3			4		
	x	y	z	x	y	z	x	y	z	x	y	z
理论输出	1	1	1	1	3	2	-2	2	0	3	3	2
仿真输出												

(b) 仿真作业 2-1

图 3.8: 示意图

在 u_1, R_1, u_2, R_2 和 R_M 构成的局部电路中, 由 KVC:

$$\begin{cases} u_1 - R_1 i_1 - R_M(i_1 + i_2) = 0 \\ u_2 - R_2 i_2 - R_M(i_1 + i_2) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} i_1 = \frac{(R_2 + R_M)u_1 - R_M u_2}{R_1 R_2 + R_1 R_M + R_2 R_M} \\ i_2 = \frac{(R_1 + R_M)u_2 - R_M u_1}{R_1 R_2 + R_1 R_M + R_2 R_M} \end{cases} \quad (3.15)$$

由此得点 A 处的电势 u_A :

$$u_A = \frac{R_2 R_M u_1 + R_1 R_M u_2}{R_1 R_2 + R_1 R_M + R_2 R_M} \quad (3.16)$$

也即点 B 和非反相输入端的电势 $u_+ = u_B = u_A$ 。由虚短, $u_- = u_+$, 可得电流 i_3 :

$$i_3 = \frac{u_3 - u_-}{R_3} = \frac{1}{R_3} \left(u_3 - \frac{R_2 R_M u_1 + R_1 R_M u_2}{R_1 R_2 + R_1 R_M + R_2 R_M} \right) \quad (3.17)$$

由虚断, 经过电阻 R_f 求得 D 点电势, 也即输出电压 u_o :

$$u_o = u_A - i_3 R_f = \left(1 + \frac{R_f}{R_3} \right) u_A - \frac{R_f}{R_3} u_3 \quad (3.18)$$

$$= \left(1 + \frac{R_f}{R_3} \right) \cdot \frac{\frac{R_M}{R_1} u_1 + \frac{R_M}{R_2} u_2}{1 + \frac{R_M}{R_1} + \frac{R_M}{R_2}} - \frac{R_f}{R_3} u_3 \quad (3.19)$$

$$= \frac{1 + \frac{R_f}{R_3}}{1 + \frac{R_M}{R_1} + \frac{R_M}{R_2}} \left(\frac{R_M}{R_1} u_1 + \frac{R_M}{R_2} u_2 \right) - \frac{R_f}{R_3} u_3 \quad (3.20)$$

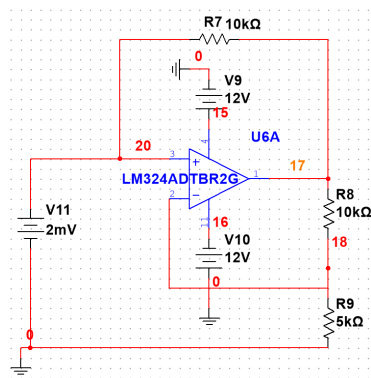
最后调整电阻阻值。为了保持 OPA 的理想性, 电阻需要在 $K\Omega$ 量级, 令电阻比例如下:

$$\begin{cases} \frac{R_f}{R_3} = 0.5 \\ \frac{1 + \frac{R_f}{R_3}}{1 + \frac{R_M}{R_1} + \frac{R_M}{R_2}} \cdot \frac{R_M}{R_1} = 3 \\ \frac{1 + \frac{R_f}{R_3}}{1 + \frac{R_M}{R_1} + \frac{R_M}{R_2}} \cdot \frac{R_M}{R_2} = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} R_f = \frac{1}{2} R_3 \\ R_1 = -2 R_M \\ R_2 = -\frac{4}{3} R_M \end{cases} \quad (3.21)$$

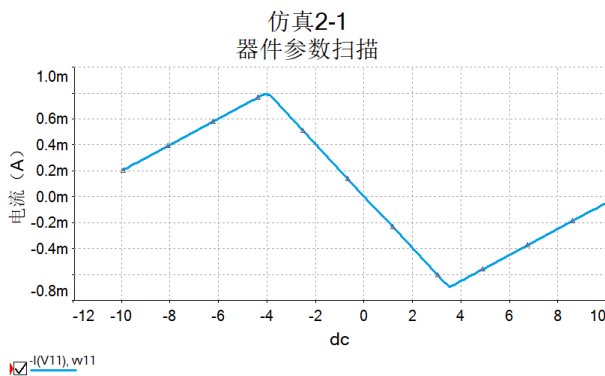
显然, 这不可能实现, 舍弃。

3.7 仿真 2-2

仿真电路如图 3.9 (a) 所示, 对输入电压进行参数扫描, 输出通过电压源的电流, 得到图 3.9 (b)。这里需要注意, 在 Multisim 中, 电流的参考方向始终是高电势指向低电势 (包括电压源), 因此, 仿真输出中的 $I(V11)$ 是从上往下通过 V11 的电流 (而不是从下至上), 电压源 V11 的实际电流为 $i = -I(V11)$ 。



(a) 负电阻仿真电路



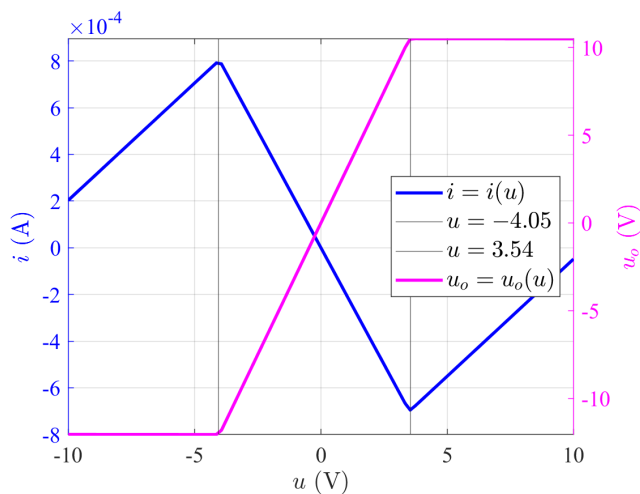
(b) I (纵轴) U (横轴) 关系

图 3.9: 负电阻仿真

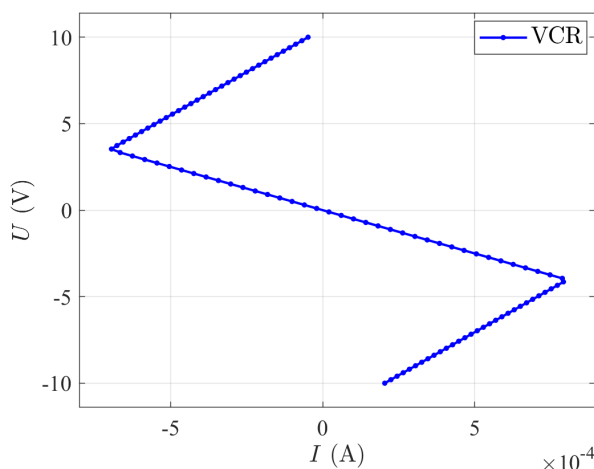
简记电压源 V11 的电压为 u , 继续仿真输出电压 u_o 关于输入电压 u 的变化, 将数据导出后在 Matlab 中绘制曲线, 如图 3.10 (a)。再将 $I - U$ 关系转化为 $U - I$ 关系, 如图 3.10 (b)。可以发现, 在线性工作区内, 电路表现为负阻。而线性区外的两段折线位于 OPA 的饱和区, 此时 u_o 始终为饱和电压, 电路呈现正电阻, 且阻值为:

$$\begin{cases} i = \frac{u - U_{\text{sat}}}{R_1} & , u > 3.54 \text{ V} \\ i = \frac{u + U_{\text{sat}}}{R_1} & , u < -4.05 \text{ V} \end{cases} \Rightarrow R_{\text{sat}} = R_1 = 10 \text{ K}\Omega \quad (3.22)$$

这与图 3.10 (b) 中曲线的斜率是相符的。而在线性区, 负电阻 $R = -\frac{10 \text{ K}\Omega}{10 \text{ K}\Omega} \cdot 5 \text{ K}\Omega = -5 \text{ K}\Omega$, 这也是符合的。



(a) u_o 与 i 关于 u 的变化

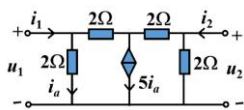


(b) $U-I$ 关系 (VCR)

图 3.10: 仿真结果分析

第二次习题课课前练习

一、求图示二端口的G参数

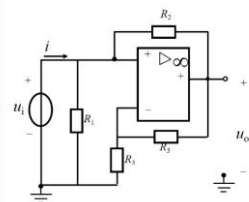


二、设计一个用于直流信号下最简单的二端口。

要求当负载 $R = 600\Omega$ 时,

- (1) 从电源端看出的电阻 $R_{sr} = 600\Omega$;
- (2) $u_{sc} = 0.1u_{sr}$ (sr 和 sc 分别表示电源端和负载端);
- (3) 对调电源和负载, 网络的性质依然满足。

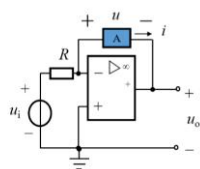
三、求图示电路的电压增益以及从电源看过去的入端等效电阻。



四、某元件A端口u-i关系如图所示(其中 U_{TH} 、 I_S 均为元件参数)。

(1) 求含运放电路的功能。(2) 如何实现指数运算功能? (3) 如何实现乘法运算功能?

$$i = I_S e^{u/U_{TH}}$$



五、分析下图所示电路的功能, 其中 d_i 与 \bar{d}_i 互为反(均为数字信号0或1)。提示: 看 d_0, d_1, d_2 取不同值时 u_o 的输出。

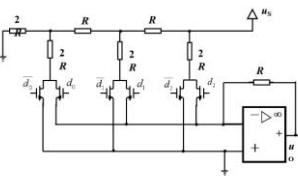


图 3.11: 第二次习题课课前练习

3.8 求图示二端口的 G 参数

由 KVL 和广义 KCL, 得到:

$$\begin{cases} (i_1 - 0.5u_1) + (i_2 - 0.5u_2) = 5(0.5u_1) \\ 3u_1 + 0.5u_2 = 2i_1 + 2i_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} i_1 = \frac{9}{8}u_1 + \frac{5}{8}u_2 \\ i_2 = \frac{15}{8}u_1 - \frac{1}{8}u_2 \end{cases}, \quad \mathbf{G} = \begin{bmatrix} \frac{8}{9} & \frac{8}{5} \\ \frac{8}{15} & -8 \end{bmatrix} \text{ S} \quad (3.23)$$

3.9 设计一个用于直流信号下的最简二端口 (略)

3.10 求图示电路的电压增益与入端电阻

容易得到:

$$u_o = 2u_i, \quad i = \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)u_i \Rightarrow A = 2, \quad R_i = \frac{1}{\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}} = \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1} \quad (3.24)$$

3.11 根据图示电路回答问题

- (1) 这是一个 (反相) 对数运算电路, $u_o = -U_{TH} \ln\left(\frac{u_i}{I_S R}\right)$
- (2) 将二极管与电阻 R 的位置互换
- (3) 依次复合对数运算、线性运算和指数运算, 或者依次复合指数运算、线性运算和对数运算

3.12 分析下图所示电路的功能

图示电路是一个简易的 DAC (Digital-Analog Converter), 将数字信号转为模拟信号。考虑到无论输入的数字信号是多少, 中间三条支路中的电阻都是接地的, 因此各三条支路的电流值是不变的, MOS 管的作用仅是调节电流是否输入到运放, 也即是否通过运放上侧的电阻 $R_f = R$, 依次调节输出电压 $u_o = -i_f R_f$ 。

列出方程如下:

$$\begin{cases} 2i_2R = u_s \\ 2i_2R - (i + i_0 + i_1)R = 2i_1R \\ 2i_1R - (i + i_0)R = 2i_0R \\ 2i_0R - i(2R) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} i_2 = \frac{1}{8R}4u_s \\ i_1 = \frac{1}{8R}2u_s \\ i_0 = i = \frac{1}{8R}u_s \end{cases} \quad (3.25)$$

$$\Rightarrow u_o = -(d_0i_0 + d_1i_1 + d_2i_2)R = -\frac{u_s}{8} (d_2 \cdot 2^2 + d_1 \cdot 2^1 + d_0 \cdot 2^0) \quad (3.26)$$

Homework 4: 2024.9.19 - 2024.9.24

4.1 讲义题 2-20

如图 4.1 (a), 对 (a) 电路有:

$$\begin{cases} u_1 + u_2 = i_2 R_1 \\ u_1 = (i_1 - i_2) R_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_1 = R_2 i_1 + (-R_2) i_2 \\ u_2 = (-R_1) i_1 + (R_1 + R_2) i_2 \end{cases}, \mathbf{R} = \begin{bmatrix} R_2 & -R_2 \\ -R_1 & R_1 + R_2 \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

对 (b) 电路, 设 2 号端口的低电位为 u , 也即 $u_{2,-} = u$, 由 KCL:

$$\begin{cases} i_1 + \frac{u+u_2-u_1}{R_2} = \frac{u_1-u}{R_1} \\ \frac{u_1-u}{R_1} = i_2 + \frac{u}{R_2} \\ \frac{u+u_2}{R_1} + \frac{u}{R_2} = i_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_1 + u_2 = R_1 i_1 + R_1 i_2 \\ u_1 - u_2 = R_2 i_1 - R_2 i_2 \end{cases} \quad (4.2)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} u_1 = \frac{R_1+R_2}{2} i_1 + \frac{R_1-R_2}{2} i_2 \\ u_2 = \frac{R_1-R_2}{2} i_1 + \frac{R_1+R_2}{2} i_2 \end{cases}, \mathbf{R} = \begin{bmatrix} \frac{R_1+R_2}{2} & \frac{R_1-R_2}{2} \\ \frac{R_1-R_2}{2} & \frac{R_1+R_2}{2} \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

4.2 讲义题 2-21

(1) 此二端口网络的 T 参数:

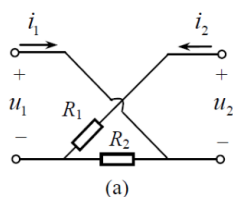
$i_1 = \frac{u_2}{R_2} + (-i_2)$, $u_1 = u_2 - R_1(i_2 - \frac{u_2}{R_2})$, 得到此二端口的 T 参数:

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 1 + \frac{R_1}{R_2} & R_1 \\ \frac{1}{R_2} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{5}{4} & 10 \Omega \\ \frac{1}{40} \text{ S} & 1 \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

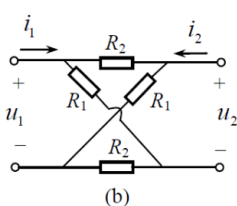
(1) 求 U_{S1} 和 I_1

$(-i_2) = I_2 = 2 \text{ A}$, $u_2 = I_2 R_3 = 40 \text{ V}$, 代入即得:

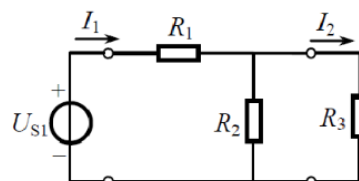
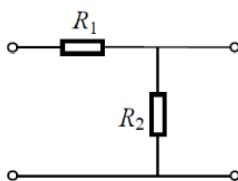
$$\begin{bmatrix} U_{S1} \\ I_1 \end{bmatrix} = \mathbf{T} \cdot \begin{bmatrix} 40 \text{ V} \\ 2 \text{ A} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 70 \text{ V} \\ 3 \text{ A} \end{bmatrix} \quad (4.5)$$



(a) 讲义题 2-20 图



(b)



(b) 讲义题 2-21 图

图 4.1: 讲义题 2-20、讲义题 2-21

4.3 讲义题 2-22

(1) 求此二端口的等效电路

T 参数满足 $\det \mathbf{T} = 5 - 4 = 1$, 也即满足互易条件, 因此可以等效为 T 型三电阻电路, 如图 ?? 所示。此时的电阻阻值为:

$$R_T = \frac{1}{T_{21}} = 2 \Omega, \quad R_a = R_T(T_{11} - 1) = 2 \Omega, \quad R_b = R_T(T_{22} - 1) = 3 \Omega \quad (4.6)$$

(1) R_2 为何值时其获得最大功率

R_2 吸收的功率为 $p = \frac{u_2^2}{R_2}$, 回路总电阻为 $2 + 2 + 2 \parallel (3 + R_2) = 4 + \frac{2(3+R_2)}{5+R_2}$, 由分压原理得到 u_2 :

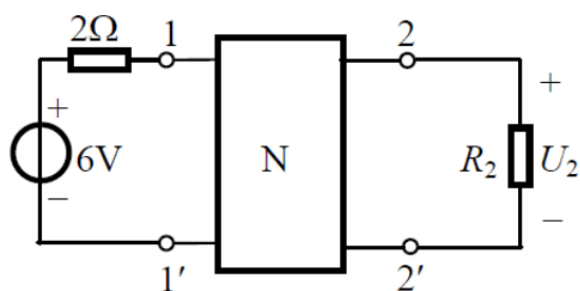
$$u_2 = 6 \cdot \frac{\frac{2(3+R_2)}{5+R_2}}{4 + \frac{2(3+R_2)}{5+R_2}} \cdot \frac{R_2}{3 + R_2} = \frac{6}{3 + \frac{13}{R_2}} \quad (4.7)$$

于是 R_2 上的功率 p 为:

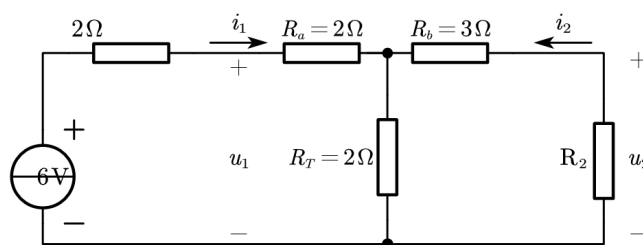
$$p = \frac{u_2^2}{R_2} = \frac{36}{\frac{13^2}{R_2} + 78 + 9R_2} \leq \frac{36}{2 \cdot 13 \cdot 3 + 78} \text{ W} = \frac{9}{39} \text{ W} = 0.2308 \text{ W} \quad (4.8)$$

当且仅当 $\frac{13^2}{R_2} = 9R_2$ 取等, 此时 $R_2 = \frac{13}{3} \Omega$ 。

事实上, 视 R_2 为负载, 视电路的剩余部分为电源, 可求得电源的内阻 (也即输出电阻) 为 $R_s = \frac{13}{3} \Omega$, 因此当 $R_2 = R_s = \frac{13}{3} \Omega$ 时, 外部电路 (也即负载 R_2) 有最大功率。



(a) 讲义题 2-22 图



(b) 讲义题 2-20 等效电路

图 4.2: 讲义题 2-22

附录 A Matlab 代码

A.1 图 ?? 源码