

电路原理课程作业

Homework of Principles of Electric Circuits

丁毅

中国科学院大学，北京 100049

Yi Ding

University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China

2024.8 – 2025.1

序言

本文为笔者本科时的“电路原理”课程作业 (Homework of Principles of Electric Circuits, 2024.9-2025.1)。所有作业课件已上传到网址 <https://www.123865.com/s/0y0pTd-R8Kj3> (包括 Homework, Simulation 和 Laboratory)。读者可在笔者的个人网站 <https://yidinggao.github.io/YiDingg/#/Notes/MajorCourses/CircuitTheoryNotes> 上找到课程信息、教材、教辅和作业答案等相关资料。

由于个人学识浅陋, 认识有限, 文中难免有不妥甚至错误之处, 望读者不吝指正。读者可以将错误发送到我的邮箱 dingyi233@mails.ucas.ac.cn, 也可以到笔者的 GitHub (<https://github.com/YiDingg/LatexNotes>) 上提 issue, 裹心感谢。

目录

序言	I
目录	II
Homework 1: 2024.8.27 - 2024.9.2	1
Homework 2: 2024.9.3 - 2024.9.9	5
Homework 3: 2024.9.10 - 2024.9.18	8
Homework 4: 2024.9.19 - 2024.9.24	10
Homework 5: 2024.9.25 - 2024.10.8	12
Homework 6: 2024.10.9 - 2024.10.15	18
Homework 7: 2024.10.15 - 2024.10.22	23
Homework 8: 2024.10.23 - 2024.10.29	28
Homework 9: 2024.10.30 - 2024.11.05	29
Homework 10: 2024.11.06 - 2024.11.12	34
Simulation 1: 2024.9.10 - 2024.9.24	36
Simulation 2: 2024.10.22 - 2024.11.7	40
Laboratory 1: 2024.10.11 - 2024.10.31	43
Laboratory 2:	52

Homework 1: 2024.8.27 - 2024.9.2

1.1 习题集 1-2: 求题图各电路中的电压 U 和电流 I

- (a) 短路, 因此 $U = 0$, $I = \frac{U_S}{R_i}$
 (b) 开路, 因此 $U = U_s$, $I = 0$
 (c) 构成回路, 因此 $U = \frac{U_S R_i}{R_i + R_o}$, $I = \frac{U_S}{R_i + R_o}$

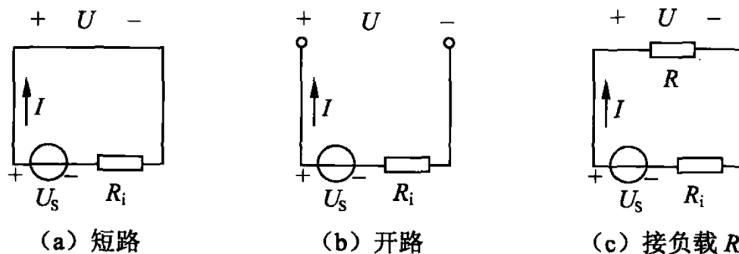


图 1.1: 1.1 习题集 1-2

1.2 习题集 1-9: 求题图 (a) 中的电压 U_{ab} , 图 (b) 中的电阻 R , 图 (c) 中的电压 U_S 和图 (d) 中的电流 I

- (a) $\varphi_a - 3 \text{ V} + 2 \text{ V} = \varphi_b \implies U_{ab} = 1 \text{ V}$
 (b) $I = 1 \text{ A}, 3 - IR = -4 \implies R = 7 \Omega$
 (c) $-3 + U_S = 1 \implies U_S = 4 \text{ V}$
 (d) $R = 2 \Omega, -IR + 2 = 3 \implies I = -0.5 \text{ A}$

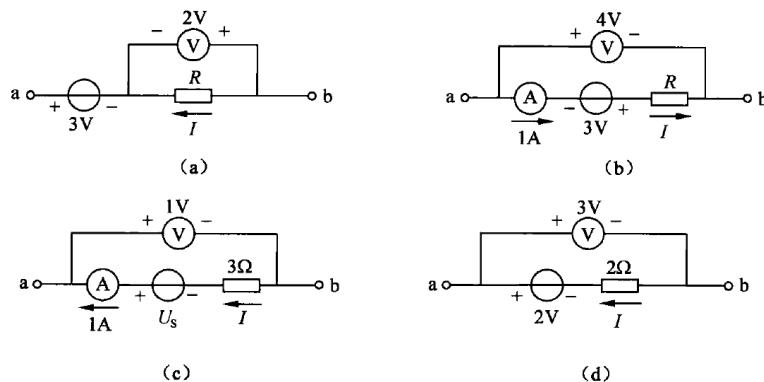


图 1.2: 1.2 习题集 1-9

1.3 习题集 1-10: 求题图电路中的电压 U_{ab}

- (a) 记参考点 a 的电势 $\varphi_a = 0$, 则 $\varphi_c = 2 \text{ V}$, $\varphi_b = -2 \text{ V}$, 因此 $U_{ab} = 2 \text{ V}$
 (b) 记参考点 d 的电势 $\varphi_d = \varphi_b = 0$, 则 $\varphi_c = 6 \text{ V}$, $\varphi_a = -2 \text{ V}$, 因此 $U_{ab} = -2 \text{ V}$

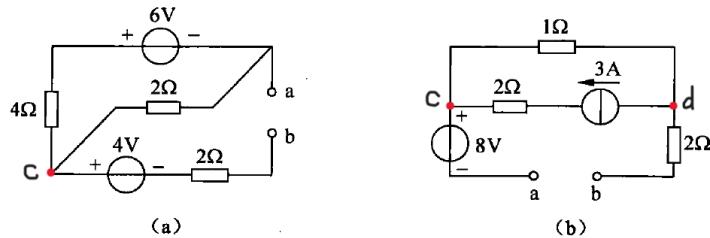


图 1.3: 1.3 习题集 1-10

后补: (b) 中电流源两端仍有电势差, $\varphi_c \neq 6\text{ V}$ 而是 $\varphi_c = -3\text{ V}$, 最终得 $U_{ab} = -5\text{ V}$ 。

1.4 习题集 1-15: 求题图各电路汇总所标出的电压和电流

- (a) $I = -\frac{U}{R} + 4\text{ A} = -2\text{ A}$
- (b) $U = 12\text{ V} + 3\Omega \times 4\text{ A} = 0$
- (c) $I = 8\text{ A} - 6\text{ A} = 2\text{ A}$, $U = 12\text{ V} + 3 \times 8\text{ V} = 36\text{ V}$
- (d) 取点 d 为参考点, 则 $\varphi_d = \varphi_c = 0$, $\varphi_b = \varphi_a = 9\text{ V}$, 于是 $U_1 = 9 + 2 \times 3 = 15\text{ V}$, $U_2 = 9 + 2 \times 2 = 13\text{ V}$, $I = 2 - (9 - 3) = -4\text{ A}$

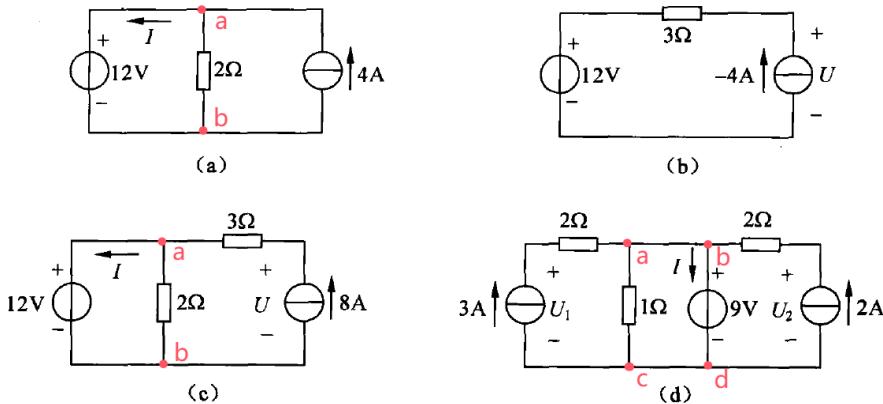


图 1.4: 1.4 习题集 1-15

1.5 习题集 1-29: 题图电路中流过 40Ω 电阻的电流为 2 A , 求电流源的电流值 I_S

取点 a 为参考点 $\varphi_a = 0$, 可得 $\varphi_b = 100U_1 - 80$, 于是在结点 a 有电流:

$$I_S + \frac{100U_1 - 80}{5} = 2$$

0.2Ω 电阻处又有 $U_1 = 0.2I_S$, 联立解得 $I_S = 3.6\text{ A}$, $U_1 = 7.2\text{ V}$ 。

1.6 习题集 1-30: 求题图电路中独立电源的功率

这里要注意左二元器件是受控电流源, 因此 $0.5U$ 是指电流大小而非电压。 I_1 处可列出方程:

$$\frac{U}{2} + 12 - \frac{U}{3} = 0.5U \implies U = 36\text{ V} \implies P = UI = 432\text{ W}$$

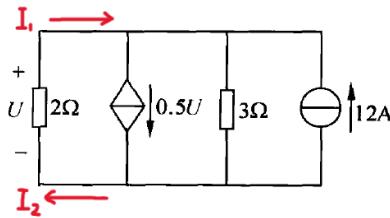
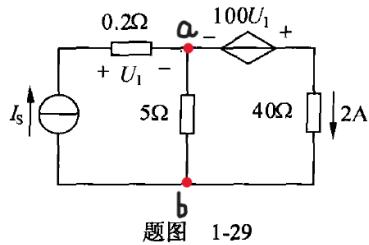


图 1.5: 1.4 习题集 1-29 和 1.5 习题集 1-30

后补: 上面的方程列错了, 错将 I_1 的方向标为由左向右, 应该是由右向左。最后得到 $P = 108 \text{ W}$ 。另外, 也可以直接将受控电流源看作是 2Ω 的电阻, 这样左侧三个电阻并联, 也可求出正确答案 108 W .

1.7 讲义题 1-6: 关联参考方向下, 电阻的 $\alpha > 90^\circ$ 代表什么物理意义

$\alpha > 90^\circ$ 时, 电阻为“负电阻”。

1.8 讲义题 1-7: 充电电池的 1 C 是什么意思, 涓流充电是多少 C, 快速充电是多少 C

充放电倍率 C 的含义:

C (充放电倍率) 表示电池充放电时电流相对电池容量的大小数值, $C = \frac{\text{电池容量}}{\text{充放电所需时间}}$ 。例如, 1 C 电流充电表示电池需要 1 小时充满, 5 C 充电表示电池需要 0.2 小时充满。放电也是类似的, 一个 10 Ah 的电池以 2 C 放电, 表示以 20 A 的电流放电 0.5 h。

若倍率上升, 总时间就会下降, 若倍率下降, 总时间就会上升。通俗来讲, C 代表了电池的爆发力大小, 高倍率的动力电池瞬间放电电流大, 特别适合大电流放电产品使用, 如航模。

涓流充电:

涓流充电是指在电池接近完全充满电后, 采用非常小的电流进行充电, 以弥补电池自放电造成的容量损失。理论倍率 C 约为最大倍率 C_{\max} 的 $\frac{1}{100}$ 至 $\frac{1}{1000}$, 但由于倍率太小, 常常根本无法充电, 一个比较好的方法是脉冲式充电, 例如以 $\frac{C_{\max}}{10}$ 充电 6 s, 然后停止充电 54 s。

快速充电:

快速充电至少要求 1 C, 现阶段的快速充电多在 1.5 C 至 2 C 之间。

1.9 讲义题 1-8 (Multisim 仿真): 用 Multisim 实现课堂仿真的 MOSFET。画出 U_{GS} 固定为 5 V, U_{DS} (横轴) 从 0 V 到 12 V 变化时 I_{DS} (纵轴) 的曲线; 以及 U_{DS} 固定为 10 V, U_{GS} (横轴) 从 0 至 10 V 变化时 I_{DS} (纵轴) 的曲线

仿真电路如图 1.6 所示,

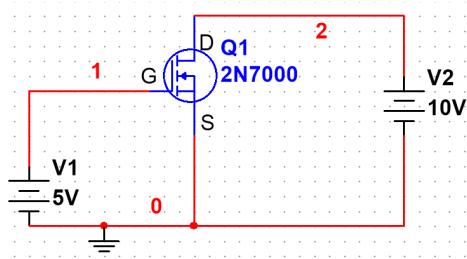


图 1.6: 仿真电路图

先固定 $U_{GS} = 5 \text{ V}$ 不变 (即 $V_1 = 5 \text{ V}$), 横坐标 $U_{DS} \in [0 \text{ V}, 12 \text{ V}]$, 画出 I_{DS} (即 I_2) 的变化曲线, 如图 1.7 所示。再固定 $U_{DS} = 10 \text{ V}$ 不变 (即 $V_2 = 10 \text{ V}$), 横坐标 $U_{GS} \in [0 \text{ V}, 10 \text{ V}]$, 画出 I_{DS} (即 I_2) 的变化曲线, 如图 1.8 所示。

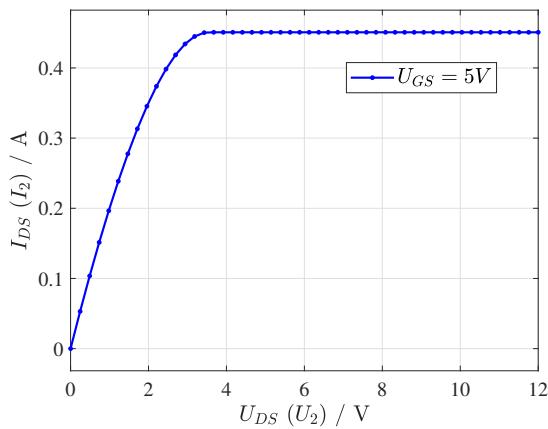


图 1.7: 仿真结果 1

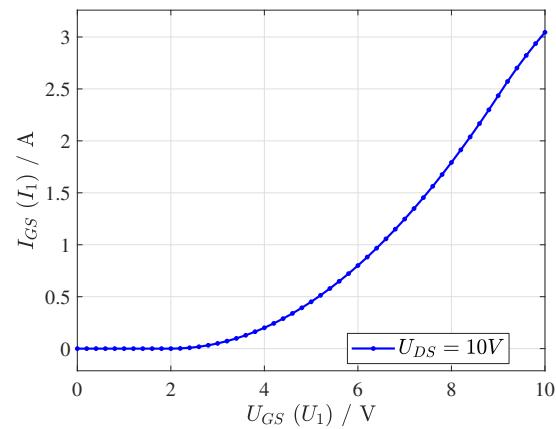


图 1.8: 仿真结果 2

Homework 2: 2024.9.3 - 2024.9.9

2.1 习题集 1-33: 题图电路中 $R_1 = 40$, $R_e = 27$, $R_b = 150$, $R_L = 1500$, 单位都为 Ω , $\alpha = 0.98$, 求电压增益 $\frac{u_2}{u_1}$ 和功率增益 $\frac{p_2}{p_1}$, 其中 p_1 是 u_1 输出的功率, p_2 是 R_L 吸收的功率

左半边回路有:

$$u_1 - 67i_e - (1 - \alpha)i_e \cdot 150 = 0 \implies \frac{u_2}{u_1} = \frac{\alpha i_e R_L}{70 i_e} = \frac{0.98 \times 1500}{70} = 21$$

$$p_2 = (\alpha i_e)^2 R_L, \quad p_1 = u_1 i_e \implies \frac{p_2}{p_1} = \frac{(\alpha i_e)^2 R_L}{70 i_e^2} = 20.58$$

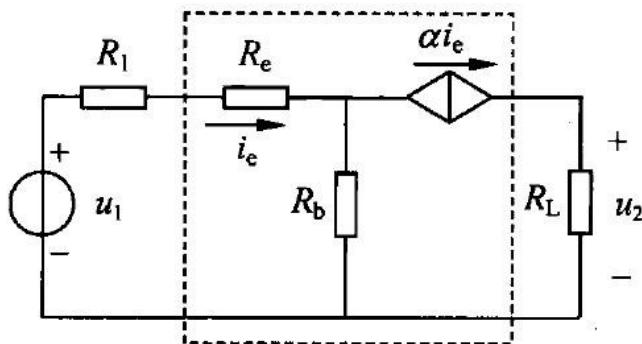


图 2.1: 习题集 1-33

2.2 习题集 2-2: 求题图各电路的入端电阻 R

对图 (a), 化简并联后电桥平衡, 可以得到

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{20} + \frac{1}{40} + \frac{1}{40} \implies R = 10 \Omega$$

对图 (b), 经过多次并联化简, 可以得到:

$$R = 8 + \frac{3 \times 6}{3 + 6} = 10 \Omega \quad (2.1)$$

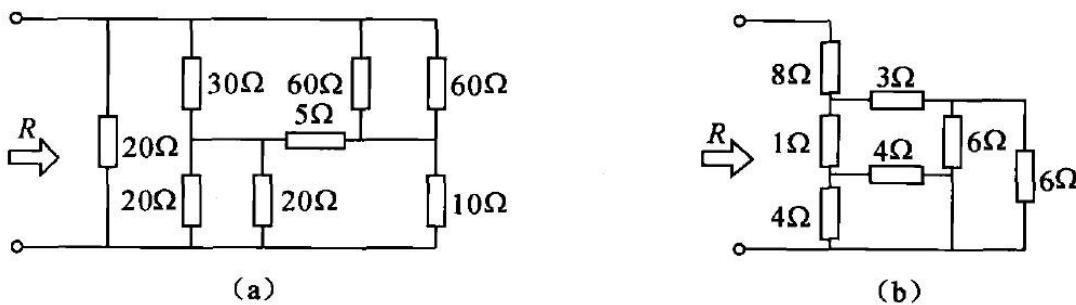


图 2.2: 习题集 2-2

2.3 习题集 2-6: 将题图中各电路化为最简电路

各电路的最简电路图如图 2.4 所示:

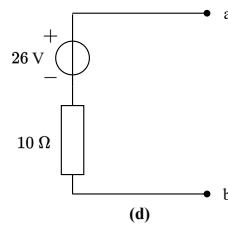
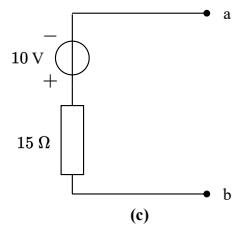
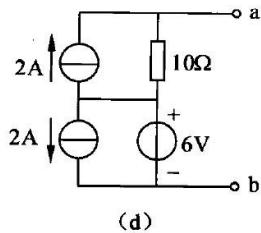
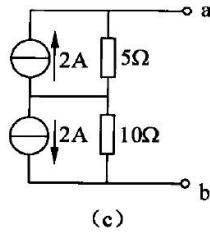
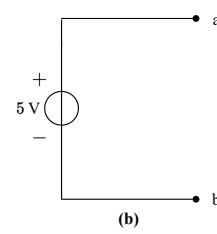
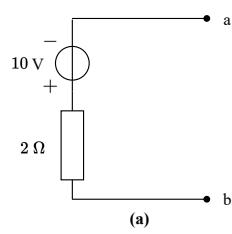
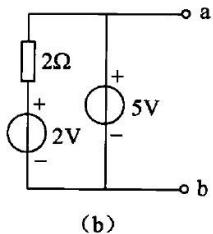
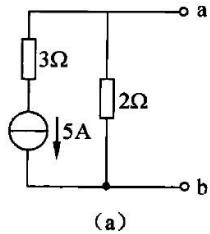


图 2.3: 习题集 2-6

图 2.4: 习题集 2-6 解答

2.4 习题集 2-8: 用电源等效方法求题图中的电流 i

对原电路进行多次等效转换, 得到最简电路如图所示, 进而有:

$$I = \frac{3}{2 + 3 + 5} = 0.3 \text{ A}$$

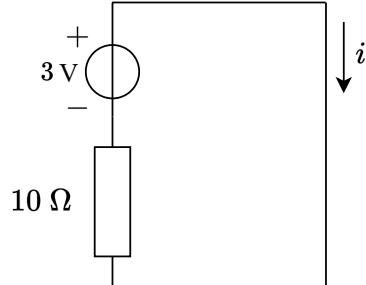
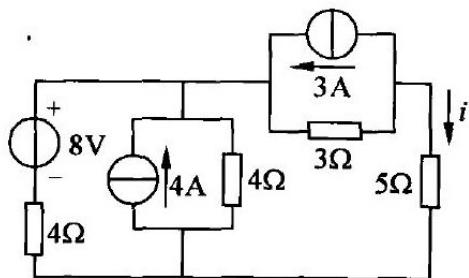


图 2.5: 习题集 2-8

图 2.6: 习题集 2-8 等效电路

2.5 习题集 2-11: 求题图中的电流 I

等效电路图如图 2.8 所示, 由 KVL 得:

$$28 = 4I' + 4(I' - I), \quad 25 = -8I + 4(I' - I) \implies I' = 2.95 \text{ A}, I = -1.1 \text{ A}$$

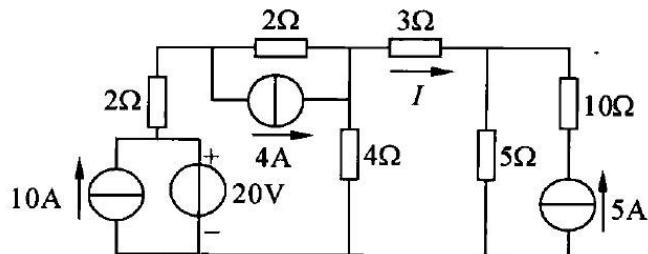


图 2.7: 习题集 2-11

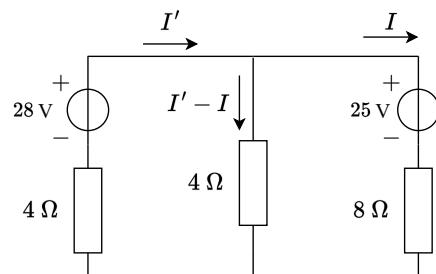


图 2.8: 习题集 2-11 等效电路

2.6 习题集 2-17: 求题图中的电压 U_{ab}

等效电路图如图 2.10 所示, 可以求得:

$$4I - 8 = 12(I - 1) \implies I = 0.5 \text{ A} \implies U_{ab} = 8 - 8I = 4 \text{ V}$$

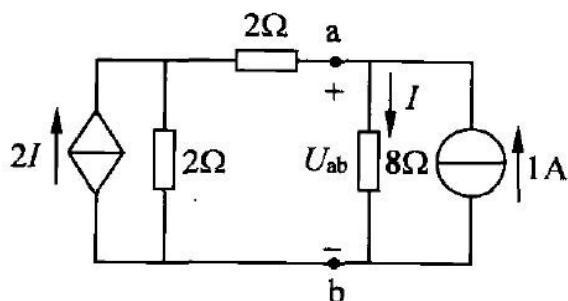


图 2.9: 习题集 2-17

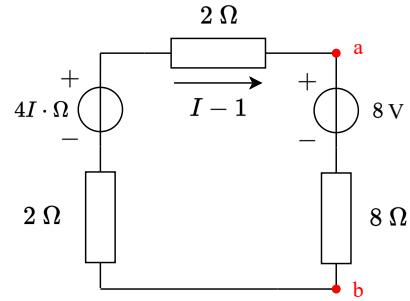


图 2.10: 习题集 2-17 等效电路

2.7 习题集 2-22: 求题图中的电压 U_1 , U_2 和电流源发出的功率

经过电源等效和 Δ -Y 变换, 等效电路图如图 2.12 所示, 回路总电阻 $R = 3 + \frac{4}{9} + \frac{14}{9} = 5 \Omega$, $I_1 = \frac{U}{R} = 1.2 \text{ A}$, 则有:

$$U_1 = 6 - 3 \times 1.2 = 2.4 \text{ V}, U_2 = 2 \times \frac{I}{2} = 1.2 \text{ V}, P = 2U_1 = 4.8 \text{ W}$$

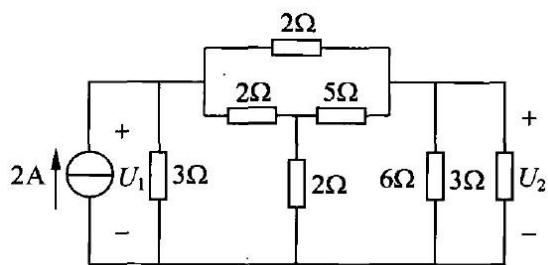


图 2.11: 习题集 2-22

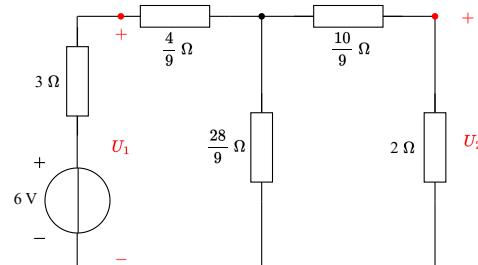


图 2.12: 习题集 2-22

Homework 3: 2024.9.10 - 2024.9.18

3.1 习题集 3-40 (书上答案不正确): 题图电路中, $u_s(t) = \sin 4t \text{ V}$, 电阻 $R_2 = 2R_1 = 1 \text{ k}\Omega$, 求电流 $i(t)$

由虚短和虚断, 可以得到 R_1 处电流为 $i_1 = \frac{u_s}{R_1}$ (从上至下), 于是输出电压 $u_o = 3u_s$, 右侧负载由三个电阻构成, 并联电阻分压 $2u_s$, 最后得电流 $i(t)$:

$$i(t) = \frac{2u_s}{6 \text{ k}\Omega} = \frac{u_s}{3} \text{ mA} \quad (3.1)$$

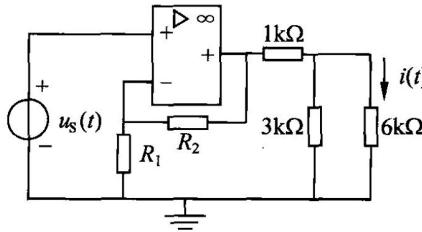


图 3.1: 习题集 3-40

3.2 习题集 3-45 (注意题目单位是 S): 对题图电路, 求电压增益 $\frac{U_o}{U_i}$ 和入端电阻 R_i

如图所示, 将电导全部转换为电阻。由虚断、虚短, 流经 $\frac{1}{10} \Omega$ 电阻的电流为 $i_1 = \frac{u_s}{0.1 \Omega} = 10u_s$ 。右下角两电阻分压, 再由虚短可得 $i_2 = 2U_o$, 于是 $i_3 = i_1 + i_2 = 10U_s + 2U_o$, 由 KVL:

$$0 - \frac{1}{3}(10U_s + 2U_o) = U_o \Rightarrow \frac{U_o}{U_s} = -2 \quad (3.2)$$

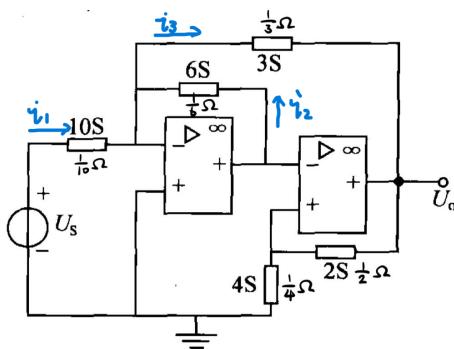
入端电阻 R_i :

$$i_1 = 10U_s \Rightarrow R_i = \frac{1}{10} \Omega \quad (3.3)$$

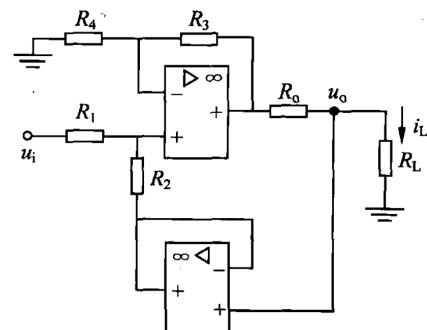
3.3 习题集 3-46: 题图电路中, $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_o = R_L$, 求在输入电压 u_i 作用下的负载电流 i_L

依据 KVL、KCL、虚短、虚断, 标出各节点电势, 如图所示。则有:

$$(u_i + u_o) - u_o = i_L R \Rightarrow i_L = \frac{u_o}{R} = \frac{u_i}{R} \quad (3.4)$$



(a) 习题集 3-45



(b) 习题集 3-46

图 3.2: 习题集 3-45 和习题集 3-46

3.4 讲义题 2-19: 求同相比例放大器和反向比例放大器的输入电阻和输出电阻, 放大器均理想, 根据求解结果讨论两种放大器的优劣

(1) 反相比例放大器

对输入电阻, $i_1 = \frac{u_i}{R_1} \Rightarrow R_i = R_1$ 。对输出电阻, 将输入电压源短路, 采用加流求压法, 在输出端接入电流源, 由 $u = iR$ 且 $u = 0$, 得 $R_o = 0$ 。也即:

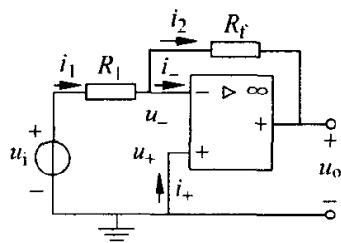
$$R_i = R_1, R_o = 0 \quad (3.5)$$

(2) 同相比例放大器

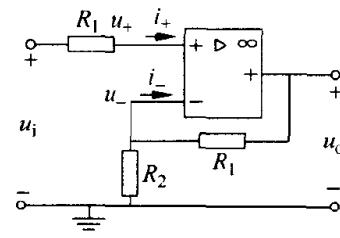
对输入电阻, R_1 右端断路, 因此 $R_i = \infty$ 。对输出电阻, 将输入电压源短路, 采用加流求压法, 在输出端接入电流源, 由 $u = iR$ 且 $u = 0$, 得 $R_o = 0$ 。也即:

$$R_i = \infty, R_o = 0 \quad (3.6)$$

从输入输出电阻特性来看, 同相比例放大器电气特性更优秀。



(a) 同相比例放大器



(b) 反向比例放大器

图 3.3: 讲义题 2-19

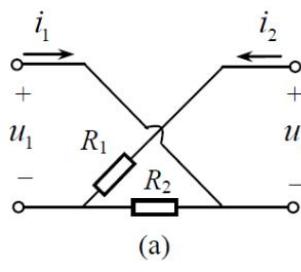
3.5 讲义题 2-20: 求题图各网络的 G 参数

(a) 由 KVL 有:

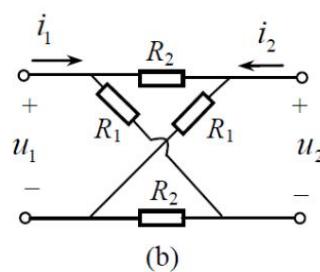
$$\begin{cases} u_1 + u_2 = i_2 R_1 \\ u_1 = (i_1 - i_2) R_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} i_1 = \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2} u_1 + \frac{1}{R_1} u_2 \\ i_2 = \frac{1}{R_1} u_1 + \frac{1}{R_1} u_2 \end{cases}, G = \begin{bmatrix} \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2} & \frac{1}{R_1} \\ \frac{1}{R_1} & \frac{1}{R_1} \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

(b) 设 2 号端口的低电位为 u , 也即 $u_{2,-} = u$, 由 KCL:

$$\begin{cases} i_1 + \frac{u+u_2-u_1}{R_2} = \frac{u_1-u}{R_1} \\ \frac{u_1-u}{R_1} = i_2 + \frac{u}{R_2} \\ \frac{u+u_2}{R_1} + \frac{u}{R_2} = i_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} i_1 = \frac{(R_1+R_2)u_1+(R_2-R_1)u_2}{2R_1R_2} \\ i_2 = \frac{(R_2-R_1)u_1+(R_1+R_2)u_2}{2R_1R_2} \end{cases}, G = \frac{1}{R_1R_2} \begin{bmatrix} R_1+R_2 & R_2-R_1 \\ R_2-R_1 & R_1+R_2 \end{bmatrix} \quad (3.8)$$



(a)



(b)

图 3.4: 讲义题 2-20

Homework 4: 2024.9.19 - 2024.9.24

4.1 讲义题 2-20: 求图示各网络的和 R 参数

如图 4.1 (a), 对 (a) 电路有:

$$\begin{cases} u_1 + u_2 = i_2 R_1 \\ u_1 = (i_1 - i_2) R_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_1 = R_2 i_1 + (-R_2) i_2 \\ u_2 = (-R_2) i_1 + (R_1 + R_2) i_2 \end{cases}, \quad \mathbf{R} = \begin{bmatrix} R_2 & -R_2 \\ -R_2 & R_1 + R_2 \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

对 (b) 电路, 设 2 号端口的低电位为 u , 也即 $u_{2,-} = u$, 由 KCL:

$$\begin{cases} i_1 + \frac{u+u_2-u_1}{R_2} = \frac{u_1-u}{R_1} \\ \frac{u_1-u}{R_1} = i_2 + \frac{u}{R_2} \\ \frac{u+u_2}{R_1} + \frac{u}{R_2} = i_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_1 + u_2 = R_1 i_1 + R_1 i_2 \\ u_1 - u_2 = R_2 i_1 - R_2 i_2 \end{cases} \quad (4.2)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} u_1 = \frac{R_1+R_2}{2} i_1 + \frac{R_1-R_2}{2} i_2 \\ u_2 = \frac{R_1-R_2}{2} i_1 + \frac{R_1+R_2}{2} i_2 \end{cases}, \quad \mathbf{R} = \begin{bmatrix} \frac{R_1+R_2}{2} & \frac{R_1-R_2}{2} \\ \frac{R_1-R_2}{2} & \frac{R_1+R_2}{2} \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

4.2 讲义题 2-21: 图示电路中 $R_1 = 10 \Omega$, $R_2 = 40 \Omega$, 求

(1) 此二端口网络的 T 参数:

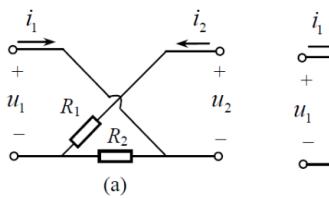
$$i_1 = \frac{u_2}{R_2} + (-i_2), \quad u_1 = u_2 - R_1(i_2 - \frac{u_2}{R_2}), \quad \text{得到此二端口的 } T \text{ 参数:}$$

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 1 + \frac{R_1}{R_2} & R_1 \\ \frac{1}{R_2} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{5}{4} & 10 \Omega \\ \frac{1}{40} \text{ S} & 1 \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

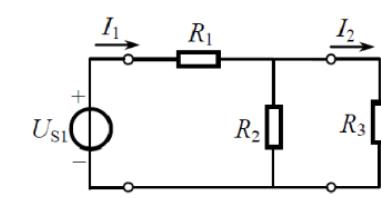
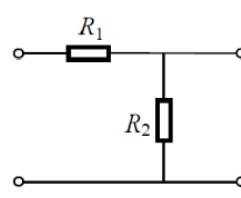
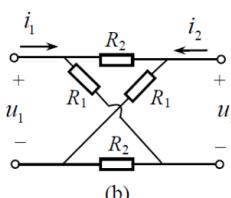
(1) 求 U_{S1} 和 I_1

$$(-i_2) = I_2 = 2 \text{ A}, \quad u_2 = I_2 R_3 = 40 \text{ V}, \quad \text{代入即得:}$$

$$\begin{bmatrix} U_{S1} \\ I_1 \end{bmatrix} = \mathbf{T} \cdot \begin{bmatrix} 40 \text{ V} \\ 2 \text{ A} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 70 \text{ V} \\ 3 \text{ A} \end{bmatrix} \quad (4.5)$$



(a) 讲义题 2-20 图



(b) 讲义题 2-21 图

图 4.1: 讲义题 2-20、讲义题 2-21

4.3 讲义题 2-22: 图示电路中二端口网络的 T 参数为 $T = \begin{bmatrix} 2 & 8 \Omega \\ 0.5 \text{ S} & 2.5 \end{bmatrix}$

(1) 求此二端口的等效电路

T 参数满足 $\det T = 5 - 4 = 1$, 也即满足互易条件, 因此可以等效为 T 型三电阻电路, 如图 4.2 所示。此时的电阻阻值为:

$$R_T = \frac{1}{T_{21}} = 2 \Omega, \quad R_a = R_T(T_{11} - 1) = 2 \Omega, \quad R_b = R_T(T_{22} - 1) = 3 \Omega \quad (4.6)$$

(1) R_2 为何值时其获得最大功率

R_2 吸收的功率为 $p = \frac{u_2^2}{R_2}$, 回路总电阻为 $2 + 2 + 2 \parallel (3 + R_2) = 4 + \frac{2(3+R_2)}{5+R_2}$, 由分压原理得到 u_2 :

$$u_2 = 6 \cdot \frac{\frac{2(3+R_2)}{5+R_2}}{4 + \frac{2(3+R_2)}{5+R_2}} \cdot \frac{R_2}{3 + R_2} = \frac{6}{3 + \frac{13}{R_2}} \quad (4.7)$$

于是 R_2 上的功率 p 为:

$$p = \frac{u_2^2}{R_2} = \frac{36}{\frac{13^2}{R_2} + 78 + 9R_2} \leq \frac{36}{2 \cdot 13 \cdot 3 + 78} \text{ W} = \frac{9}{39} \text{ W} = 0.2308 \text{ W} \quad (4.8)$$

当且仅当 $\frac{13^2}{R_2} = 9R_2$ 取等, 此时 $R_2 = \frac{13}{3} \Omega$ 。

事实上, 视 R_2 为负载, 视电路的剩余部分为电源, 可求得电源的内阻 (也即输出电阻) 为 $R_s = \frac{13}{3} \Omega$, 因此当 $R_2 = R_s = \frac{13}{3} \Omega$ 时, 外部电路 (也即负载 R_2) 有最大功率。

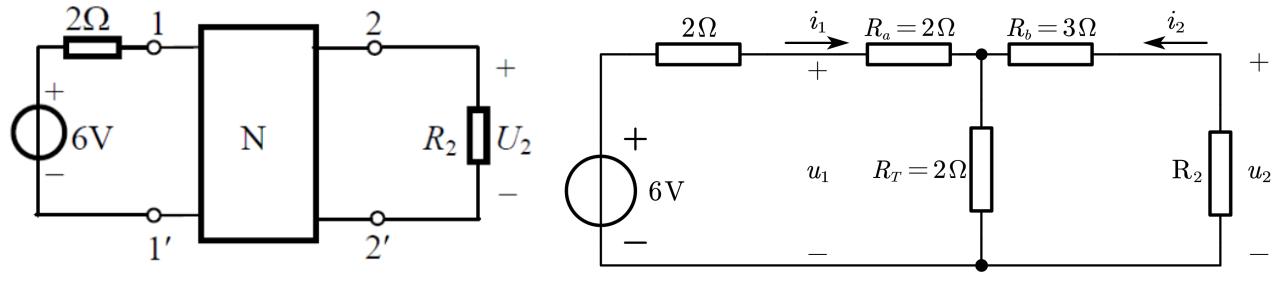


图 4.2: 讲义题 2-22

Homework 5: 2024.9.25 - 2024.10.8

5.1 教材 2-41: 求由 N-E MOS 构成的两输入 NAND 和两输入 NOR 的最大功率, 并指出何时有最大功率

对于 NAND, 仅当两输入都为 1 时有静态功率, 也即最大功率, 设 N-E MOS 的导通电阻为 R_{ON} , 外接电阻 R_L , 电源电压 U_S , 则功率为:

$$P_{\text{NAND}, \max} = \frac{U_S^2}{R_L + 2R_{ON}} \quad (5.1)$$

对于 NOR, 任一输入为 1 时都具有静态功率, 两输入都为 1 时有最大功率:

$$P_{\text{NOR}, \max} = \frac{U_S^2}{R_L + \frac{R_{ON}}{2}} \quad (5.2)$$

5.2 用两个 N-E MOS、两个 P-E MOS 和电源构成静态功率为零的 NAND

题意也即 C-MOS NAND, 我们不妨直接用 C-MOS 构成三种基本逻辑门 (反相器 NOT、或非门 NOR、与非门 NAND), 如图 5.1 所示, 其中红色表示 P-MOS, 蓝色表 N-MOS。

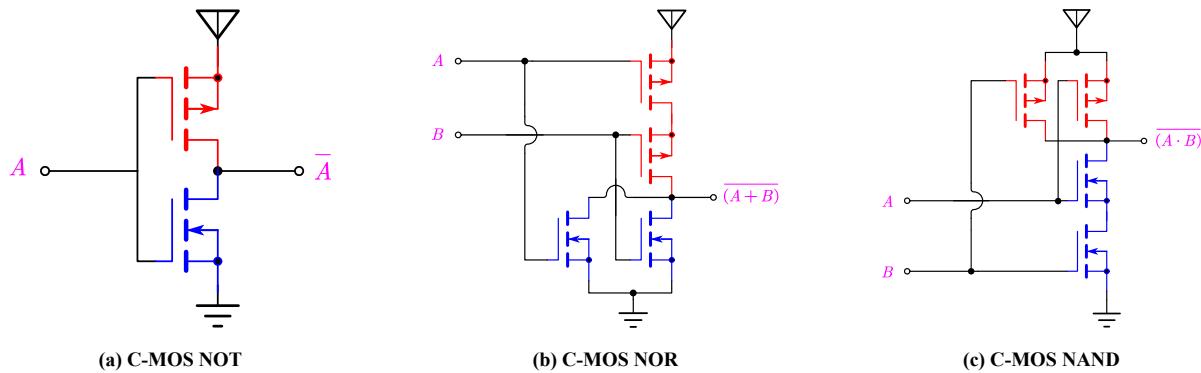


图 5.1: 由 C-MOS 构成三种基本逻辑门

5.3 半加器、全加器、四位加法器

(1) 教材 2-40: 用电源、N-E MOS (最多九个) 和电阻器构成一个半加器 HA

半加器是一种基本的逻辑电路, 用于将两个二进制数相加, 输出一个两位的二进制数, 表示相加的结果。输出的高位和低位分别称为“进位 C ”、“和位 S ”。也就是说, 半加器实际上是“一位加法器”, 能够处理两个一位二进制数的相加, 并输出一个两位二进制结果。设输入为 A 和 B , 则有:

$$Y = (CS)_{(2)} = A_{(2)} + B_{(2)} \quad (5.3)$$

$$C = A \cdot B, \quad S = A \oplus B \quad (5.4)$$

由于要求使用的 MOS 尽量少 (仅使用 N-MOS), 对半加器的逻辑表达式作处理, 利用下面式子可得最简半加器 (7 个 N-MOS), 其数字电路见图 5.2 (a), 实际电路见图 5.3 (a)。

$$C = \overline{(A \cdot B)}, \quad S = \overline{[(A \cdot B) + (A + B)]} \quad (5.5)$$

当然, 考虑到半加器的逻辑表达式, 也可以用异或门 XOR 和与门 AND 直接构成半加器, 我们采用经过优化的 6 MOS 异或门 XOR (三个 N-MOS 和三个 P-MOS), 它的静态功率为 0。由此构成的半加器数字电路见图 5.2 (b), 实际电路见图 5.3 (b)。

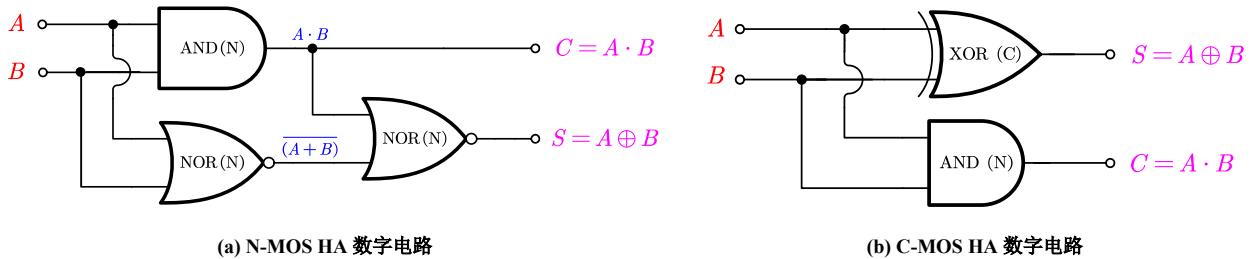


图 5.2: 半加器 HA 数字电路

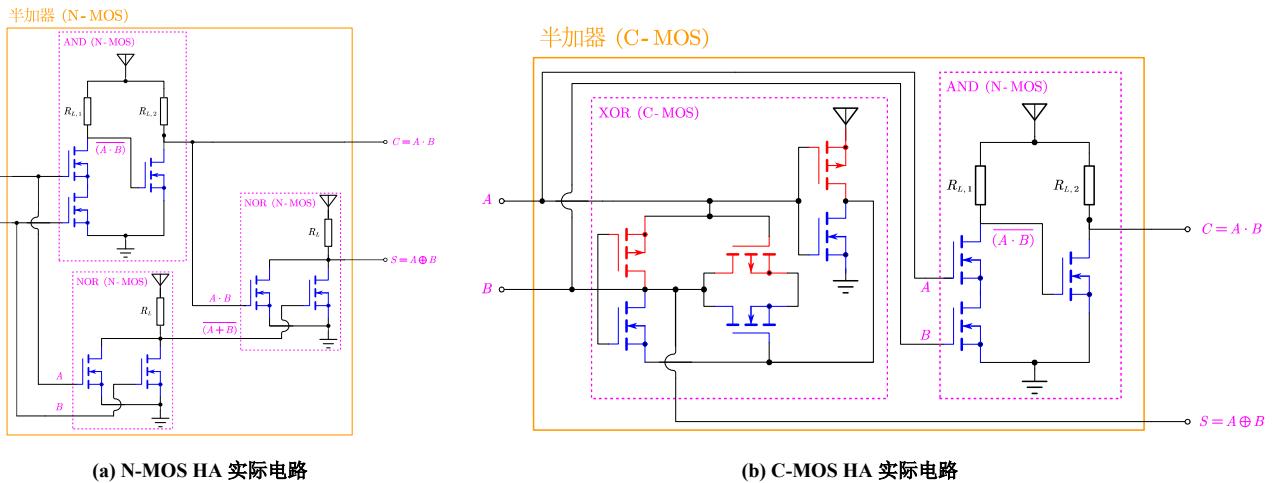


图 5.3: 半加器 HA 实际电路

(2) 用两个半加器 HA 和一个逻辑门构成一个全加器 FA

由半加器可以进一步构造全加器，全加器是一种能够处理三个一位二进制数相加的逻辑电路，输出一个两位的二进制数 $Y = (C_o S)_{(2)}$ ，表示相加的结果。输出的高位称为进位 C_o ，低位称为和位 S 。也就是说，全加器可以理解为“三输入一位加法器”。记全加器的三个输入为 A, B, C ，它们都是一位的二进制数，则全加器可写为：

$$Y = (C_o S)_{(2)} = A_{(2)} + B_{(2)} + C_{(2)} \quad (5.6)$$

$$C = A \cdot B + A \cdot C + B \cdot C, \quad S = A \oplus B \oplus C \quad (5.7)$$

角标 (2) 表示上式为二进制运算。由两个 HA 和一个 OR 即可构成全加器，数字电路如图 5.4。

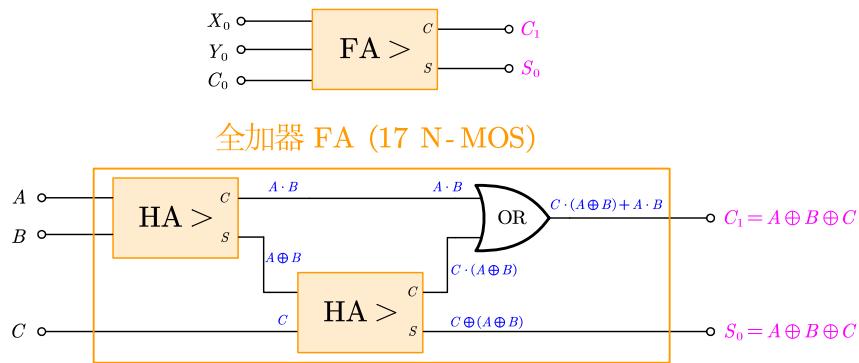


图 5.4: 全加器 FA

(3) 用四个全加器 FA 构成一个四位加法器

四位加法器, 输入两个四位二进制数 X 和 Y , 分别记作 $X = (X_3 X_2 X_1 X_0)_{(2)}$, $Y = (Y_3 Y_2 Y_1 Y_0)_{(2)}$, 输出一个五位二进制数 $Z = (CS_3 S_2 S_1 S_0)_{(2)}$, 代表两数相加的结果。原理及数字电路如图 5.5 所示。

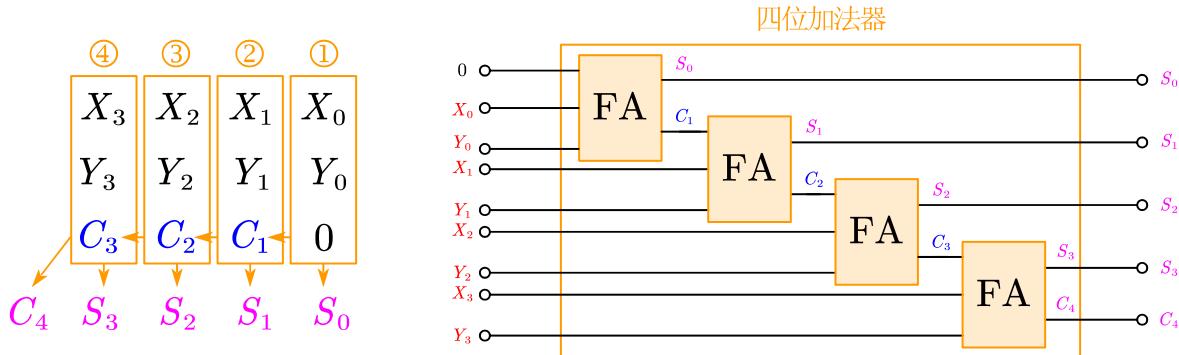


图 5.5: 四位加法器

5.4 习题集 3-20: 用节点法求图中电路的电流 I 和电流源两端电压 U

对电路作等效处理, 得到等效电路如图 5.6 (b) 所示, 则有节点电压方程组如下式左半边。再任意选取一个节点作为参考节点, 这里选择节点 3, 即 $U_3 = 0$, 可以解得:

$$\begin{cases} \text{节点 1: } \left(\frac{5}{8} + 1\right)U_1 - \frac{5}{8}U_2 - U_3 = -10.75 \\ \text{节点 2: } -\frac{5}{8}U_1 + \left(\frac{5}{8} + \frac{3}{5}\right)U_2 - \frac{3}{5}U_3 = +10.75 \\ \text{节点 3: } -U_1 - \frac{3}{5}U_2 + \left(1 + \frac{3}{5}\right)U_3 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{129}{32} \text{ V} \\ \frac{215}{32} \text{ V} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.8)$$

返回到原电路, 可得电流 I 和电流源两端电压 U :

$$I = \frac{U_2 - 8 - U_3}{2} = -\frac{41}{64} \text{ A} = -0.640625 \text{ A}, \quad U = U_2 - U_1 + 6 = \frac{67}{4} \text{ V} = 16.75 \text{ V} \quad (5.9)$$

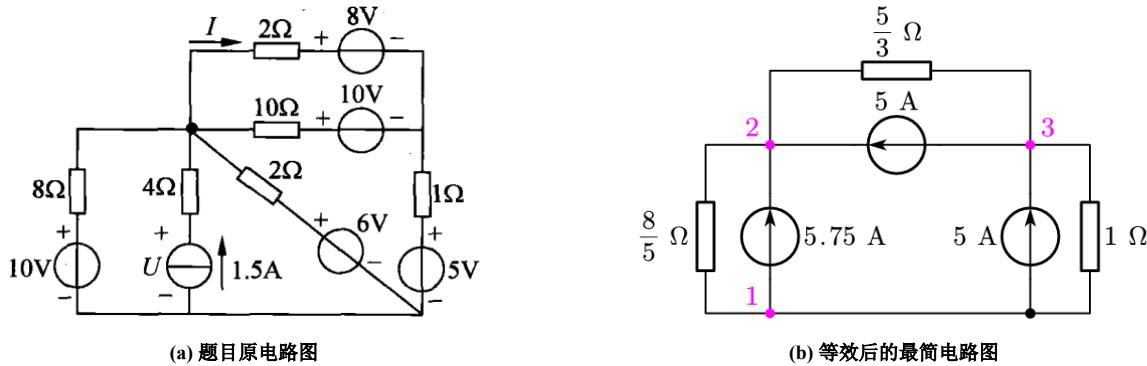


图 5.6: 5.4 习题集 3-20

5.5 习题集 3-21: 用节点法求电流源两端电压 U 和各支路电流

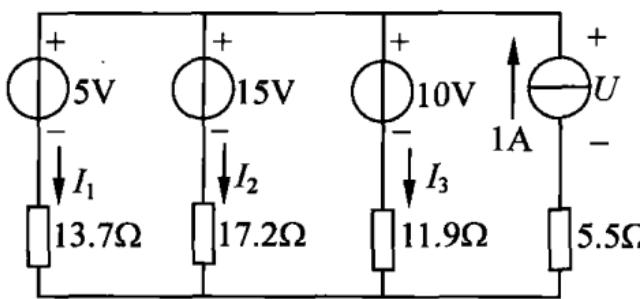
还是对电路作等效处理, 得到等效电路如图 5.7 (b) 所示。这次先选取参考节点再列方程, 以节点 0 为参考点, 得到:

$$\left(\frac{1}{13.7} + \frac{1}{17.2} + \frac{1}{11.9}\right)U_1 = \frac{5}{13.7} + \frac{15}{17.2} + \frac{10}{11.9} + 1 \Rightarrow U_1 = 14.3024 \text{ V} \quad (5.10)$$

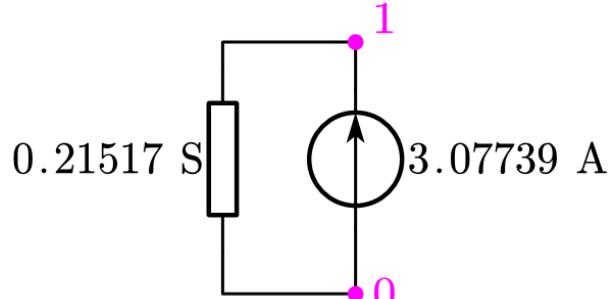
于是得到电压 U 和各支路电流:

$$U = U_1 + 5.5 = 19.8024 \text{ V}, \quad I_1 = \frac{U_1 - 5}{13.7} = 0.6790 \text{ A} \quad (5.11)$$

$$I_2 = \frac{U_1 - 15}{17.2} = -0.0406 \text{ A}, \quad I_3 = \frac{U_1 - 10}{11.9} = 0.3615 \text{ A} \quad (5.12)$$



(a) 题目原电路图



(b) 等效后的最简电路图

图 5.7: 5.5 习题集 3-21

5.6 (选做) 讲义题 3-4: 按指定的参考节点, 列出电路的节点电压方程

原题图和等效电路如图 5.8 所示, 电路中有 4 个节点 (不含无伴电压源) 和 2 个受控源控制变量, 需要列出 3 个节点方程和 2 个控制方程, 如下:

$$\begin{aligned} \text{节点 1: } & (1+2)U_1 - U_2 - 0 = 2u - 1 \\ \text{节点 2: } & -\frac{1}{2}U_1 + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right)U_2 - \frac{1}{4}U_3 = 3i \\ \text{节点 3: } & 0 - \frac{1}{4}U_2 + \left(1 + \frac{1}{4}\right)U_3 = 1 \\ \text{控制方程: } & i = \frac{U_1 - U_2}{2}, \quad u = U_3 \end{aligned} \quad (5.13)$$

代入化简并求解:

$$\begin{cases} 3U_1 - U_2 - 2U_3 = -1 \\ -8U_1 + 9U_2 - U_3 = 0 \\ 0 - U_2 + 5U_3 = 1 \end{cases} \implies \begin{cases} U_1 = -\frac{25}{76} = -0.3289 \\ U_2 = -\frac{21}{76} = -0.2763 \\ U_3 = \frac{11}{76} = 0.1447 \end{cases} \quad i = -\frac{1}{38} \text{ A} = -0.0263 \text{ A}, \quad u = \frac{11}{76} \text{ V} = 0.1447 \text{ V} \quad (5.14)$$

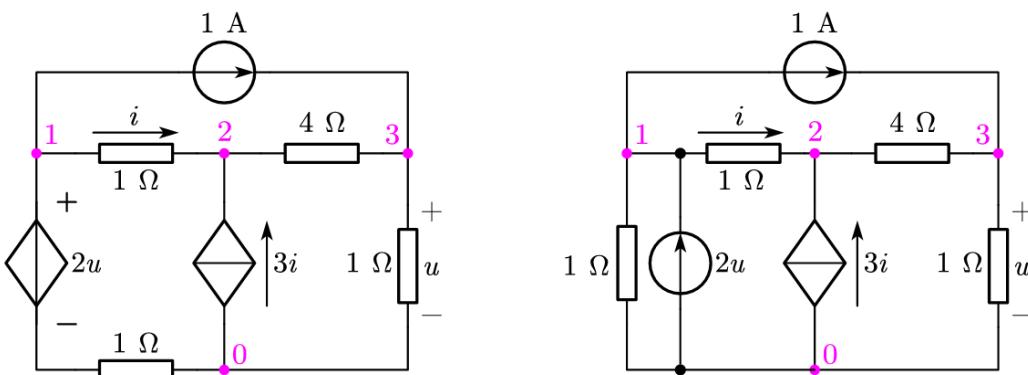


图 5.8: 5.6 讲义题 3-4

5.7 习题集 3-15: 用回路电流法求图中电路的独立电流源功率

原电路已无法继续化简, 电路中有 3 个网格 (含 2 个无伴电流源), 1 个受控源变量, 共需列出 $3+1=2$ 个方程。如图 5.9 (a), 先列出三个网格电流方程, 如下:

$$\text{网格 1: } 100i_1 - 20i_2 - 30i_3 = 0 \quad (5.15)$$

$$\text{网格 2: } i_2 = 1 \quad (5.16)$$

$$\text{网格 3: } i_3 = -0.02U \quad (5.17)$$

又有控制变量 U :

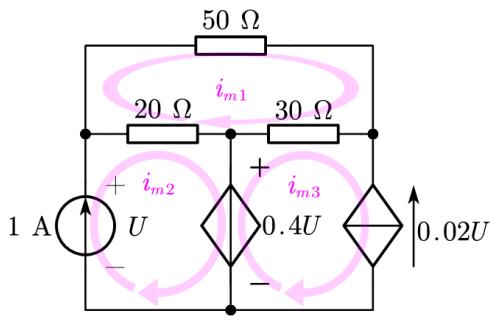
$$0 + U - 20(i_2 - i_1) - 0.4U = 0 \implies U = \frac{100}{3}(i_2 - i_1) \quad (5.18)$$

联立上面四个方程, 可以得到:

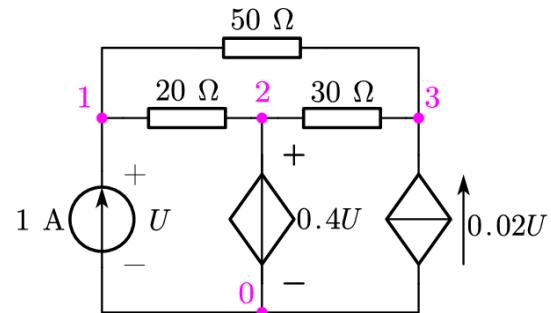
$$\begin{cases} \text{网格 1: } 100i_1 - 20i_2 - 30i_3 = 0 \\ \text{网格 2: } i_2 = 1 \\ \text{网格 3: } -2i_1 + 2i_2 + 3i_3 = 0 \end{cases} \implies \begin{cases} i_1 = 0 \text{ A} \\ i_2 = 1 \text{ A} \\ i_3 = -\frac{2}{3} \text{ A} \end{cases} \quad (5.19)$$

得到功率 P :

$$P = 1 \text{ A} \cdot U = \frac{100}{3}(i_2 - i_1) = \frac{100}{3} \text{ W} = 33.3333 \text{ W} \quad (5.20)$$



(a) 回路电流法



(b) 节点电压法

图 5.9: 5.7 习题集 3-15

不妨也用节点电压法求解一下此题。如图 5.9 (b), 电路中有 4 个节点 (含 1 个无伴电压源) 和 1 个 (受控源) 控制变量, 取节点 0 为参考节点, 共需列出 $(4-1-1)+0+2=4$ 个方程, 如下:

$$\text{节点 1: } \left(\frac{1}{50} + \frac{1}{20} \right) U_1 - \frac{1}{20} U_2 - \frac{1}{50} U_3 = 1 \quad (5.21)$$

$$\text{节点 2: } U_2 = 0.4U \quad (5.22)$$

$$\text{节点 3: } -\frac{1}{50} U_1 - \frac{1}{30} U_2 + \left(\frac{1}{50} + \frac{1}{30} \right) U_3 = 0.02U \quad (5.23)$$

$$\text{控制方程: } U = U_1 \quad (5.24)$$

联立上述四个方程, 可以得到:

$$\begin{cases} \text{节点 1: } \left(\frac{1}{50} + \frac{1}{20} \right) U_1 - \frac{1}{20} U_2 - \frac{1}{50} U_3 = 1 \\ \text{节点 2: } -0.4U_1 + U_2 = 0 \\ \text{节点 3: } -\frac{2}{50} U_1 - \frac{1}{30} U_2 + \left(\frac{1}{50} + \frac{1}{30} \right) U_3 = 0 \end{cases} \implies \begin{cases} U_1 = \frac{100}{3} \text{ V} \\ U_2 = \frac{40}{3} \text{ V} \\ U_3 = \frac{100}{3} \text{ V} \end{cases} \implies P = 1 \text{ A} \cdot U = \frac{100}{3} \text{ W} \quad (5.25)$$

5.8 (选做) 讲义题 3-8: 列出图中电路的网孔电流方程, 并计算受控源的吸收功率

如图, 电路共有 3 个网格 (内含 2 个无伴电流源) 和 1 个控制变量, 将 i_2 和 i_3 合并为超网格后, 共需要列出 2 个网格方程、1 个超网格内部方程和 1 个控制方程, 如下:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{网格 1: } i_1 = 2 \\ \text{网格 2,3: } -3i_1 + (2i_2 + 4i_3) = 4 \\ \text{网格 2,3 内部: } 2i = i_2 - i_3 \\ \text{控制方程: } i = i_3 - i_1 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} i_1 = 2 \\ -3i_1 + 2i_2 + 4i_3 = 4 \\ 2i_1 + i_2 - 3i_3 = 0 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} i_1 = 2 \text{ A} \\ i_2 = 1.4 \text{ A} \\ i_3 = 1.8 \text{ A} \\ i = -0.2 \text{ A} \end{array} \right. \quad (5.26)$$

于是得到吸收功率:

$$P_i = 2i \cdot [0 - (4 - 2(i_2 - i_1))] = -2.08 \text{ W} \quad (5.27)$$

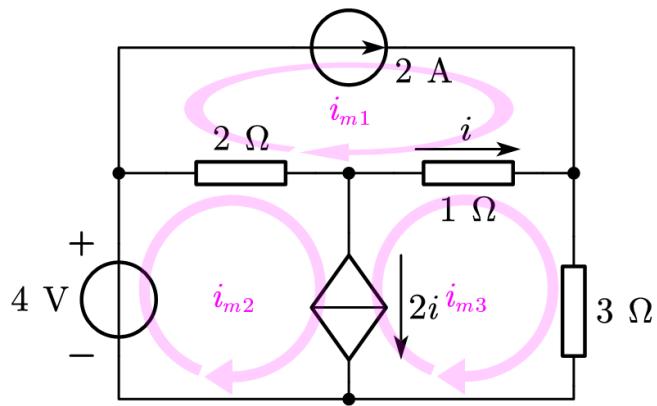


图 5.10: 5.8 讲义题 3-8

Homework 6: 2024.10.9 - 2024.10.15

6.1 习题集 4-10: 题图电路中电流源 $I_{S1} = 2 \text{ A}$, $I_{S2} = 3 \text{ A}$ 。断开 3 A 电流源, 则 2 A 电流源输出 28 W , $U = 8 \text{ V}$ 。断开 2 A 电流源, 则 3 A 的电流源输出 54 W , $U = 12 \text{ V}$ 。求两个电流源同时作用时, 每个电流源输出的功率。

仅有 2 A 电流源时, $U_1 = 14 \text{ V}$, $U_2 = 8 \text{ V}$; 仅有 3 A 电流源时, $U_1 = 12 \text{ V}$, $U_2 = 18 \text{ V}$ 。由叠加定理, 两电流源同时作用时:

$$\begin{cases} U_1 = 14 + 12 = 26 \text{ V} \\ U_2 = 8 + 18 = 26 \text{ V} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} P_{2\text{A}} = 2 \cdot 26 = 52 \text{ W} \\ P_{3\text{A}} = 3 \cdot 26 = 78 \text{ W} \end{cases} \quad (6.1)$$

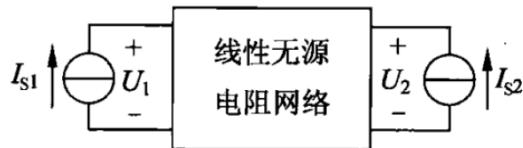


图 6.1: 6.1 习题集 4-10

6.2 习题集 4-24: 题图电路中, 已知 $U_{S1} = 24 \text{ V}$, $U_{S2} = 18 \text{ V}$, $R_1 = 2 \Omega$, $R_2 = 1 \Omega$, $R_3 = 3 \Omega$ 。

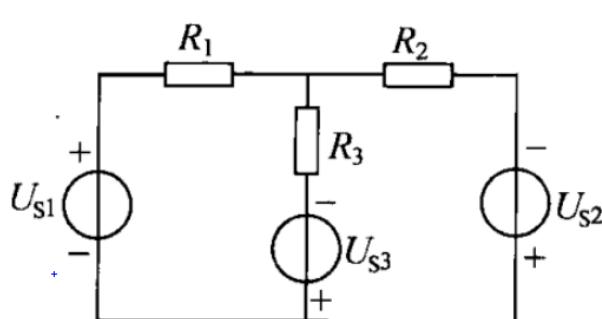
(1) 求 $U_{S3} = 15 \text{ V}$ 时, 通过 R_3 的电流

先求出激励为单个电压源时, 通过 R_3 的电流 (参考方向标在图 6.2 中):

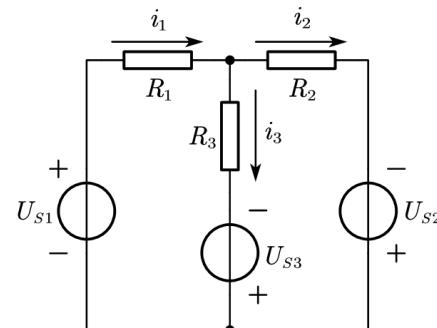
$$U_{S1} : I_{R3} = \frac{24}{11} \text{ A}, \quad U_{S2} : I_{R3} = -\frac{36}{11} \text{ A}, \quad U_{S3} : I_{R3} = \frac{3}{11} U_{S3} \quad (6.2)$$

由叠加定理, 通过 R_3 的电流为:

$$I_{R3} = \frac{24}{11} - \frac{36}{11} + \frac{3}{11} \cdot 15 = 3 \text{ A} \quad (6.3)$$



(a) 原题图



(b) 电流参考方向

图 6.2: 6.2 习题集 4-24

(2) R_3 为多大时可获得最大功率, 值是多少

此题表述有些问题, 既没有说明固定 U_{S3} 的值为多少, 也没有强调“功率”的主语, 是指“ R_3 的功率”还是“电路总功率”, 有些模糊不清。不论功率是前者还是后者, 必须先给定 U_{S3} 才可计算。所以, 我们在这里沿用第一问的条件, 假设 $U_{S1} = 15 \text{ V}$, 则各电源(激励)对电阻的电流为:

$$U_{S1}: I_{R_1} = \frac{U_{S1}}{R_1 + R_2 \parallel R_3}, \quad I_{R_2} = I_{R_1} \cdot \frac{R_3}{R_2 + R_3}, \quad I_{R_3} = I_{R_1} \cdot \frac{R_2}{R_2 + R_3} \quad (6.4)$$

$$U_{S2}: I_{R_1} = I_{R_2} \cdot \frac{R_3}{R_1 + R_3}, \quad I_{R_2} = \frac{U_{S2}}{R_2 + R_1 \parallel R_3}, \quad I_{R_3} = -I_{R_2} \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_3} \quad (6.5)$$

$$U_{S3}: I_{R_1} = I_{R_3} \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}, \quad I_{R_2} = -I_{R_3} \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}, \quad I_{R_3} = \frac{U_{S3}}{R_3 + R_1 \parallel R_2} \quad (6.6)$$

由叠加定理计算 R_3 的功率和电路总功率:

$$P_{R_3} = I_{R_3}^2 R_3, \quad P = I_{R_1}^2 R_1 + I_{R_2}^2 R_2 + I_{R_3}^2 R_3 \quad (6.7)$$

代入数据, 做数学上的化简和整理, 可得:

$$P_{R_3} = \frac{1089R_3}{(3R_3 + 2)^2} = \frac{1089}{9R_3 + \frac{4}{R_3} + 12}, \quad P = \frac{363}{3R_3 + 2} + 588 \quad (6.8)$$

于是:

当 $R_3 = \frac{2}{3} \Omega$ 时, R_3 有最大功率 $P_{R_3,\max} = \frac{363}{8} \text{ W} = 45.375 \text{ W}$

当 $R_3 = 0$ 时, 有最大电路总功率 $P_{\max} = \frac{1539}{2} \text{ W} = 769.5 \text{ W}$

(3) 求使 R_3 中电流为 0 的 U_{S3}

由叠加定理:

$$\frac{24}{11} - \frac{36}{11} + \frac{3}{11} \cdot U_{S3} = 0 \implies U_{S3} = 4 \text{ V} \quad (6.9)$$

6.3 习题集 4-36: 题图电路中网络 A 内含有独立电压源、电流源和线性电阻。在 (a) 图中测得 $U_{ab} = 10 \text{ V}$, (b) 图中测得 $U_{a'b'} = 4 \text{ V}$, 求 (c) 图中的电压 $U_{a''b''}$ 。

由戴维南定理, 可将网络 A 等效为一个电压源 U 串联一个电阻 R , 如图 6.4 (a) 所示。列出方程:

$$U = 10 - 0.5R, \quad U - 0.4R = 4 \implies R = \frac{20}{3} \Omega, \quad U = \frac{20}{3} \text{ V} \quad (6.10)$$

作电源等效如图 6.4 (b), 求得题图 (c) 中的 $U_{a''b''}$:

$$R_0 = R \parallel 10 \Omega \parallel 8 \Omega = \frac{8}{3} \Omega, \quad I_0 = \frac{U}{R} + 0.5 + 1 = 2.5 \text{ A} \implies U_{a''b''} = I_0 R_0 = \frac{20}{3} \text{ V} = 6.67 \text{ V} \quad (6.11)$$

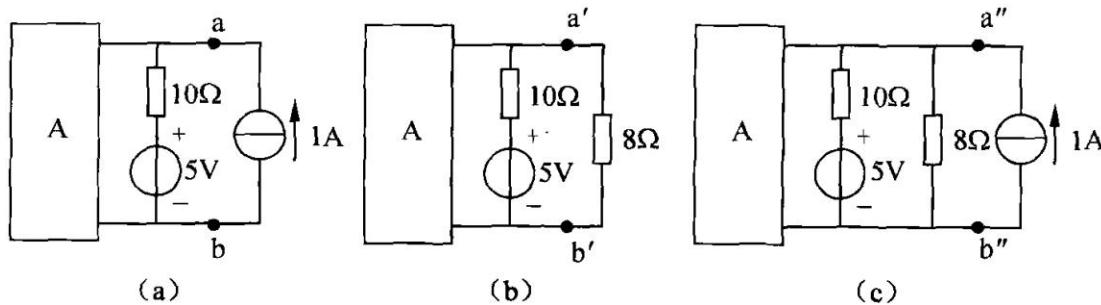


图 6.3: 6.3 习题集 4-36

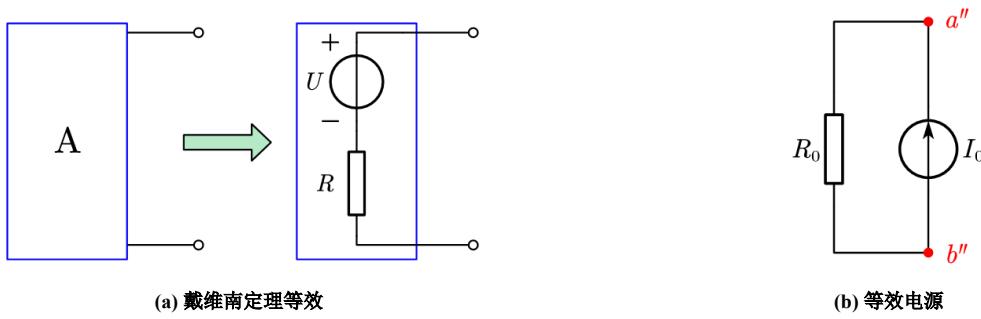


图 6.4: 6.3 习题集 4-36 的等效处理

6.4 习题集 4-37: 题图电路方框内为线性电阻网络, 测得 $U_S = 8 \text{ V}$, $R = 3 \Omega$ 时 $I = 0.5 \text{ A}$; $U_S = 18 \text{ V}$, $R = 4 \Omega$ 时 $I = 1 \text{ A}$ 。求 $U_S = 30 \text{ V}$, $R = 5 \Omega$ 时的电流 I 。

由戴维南定理, 将方框内的线性电阻网络与电压源 U_S 等效为一个电压源 U_0 串联一个电阻 R_0 , 如图 6.5 所示。当 U_S 从 8 V 变为 $18 = \frac{9}{4} \cdot 8 \text{ V}$ 时, 由齐性定理, 等效后的电压源 U_0 应变为 $\frac{9}{4}U_0$, 于是可求得 U_0 和 R_0 :

$$\begin{cases} U_0 = 0.5(R_0 + 3) \\ \frac{9}{4}U_0 = R_0 + 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} R_0 = 5\Omega \\ U_0 = 4 \text{ V} \end{cases} \Rightarrow I|_{R=5\Omega} = \left[\frac{\frac{30}{8}U_0}{R_0 + R} \right]_{R=5\Omega} = 1.5 \text{ A} \quad (6.12)$$

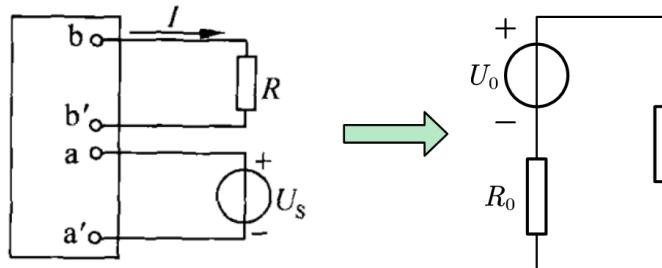


图 6.5: 6.4 习题集 4-37

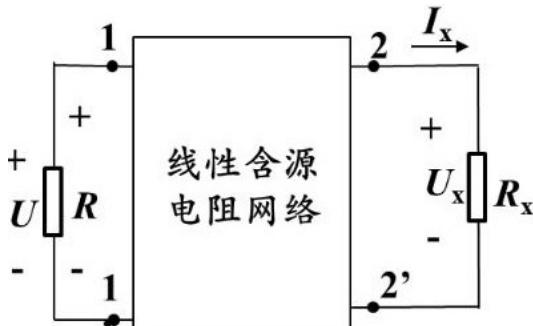
6.5 (选做) 讲义题 3-13: 题图电路中, $R_x = 0$ 时测得 $I_x = 8 \text{ A}$, $U = 12 \text{ V}$; $R_x = \infty$ 时测得 $U_x = 36 \text{ V}$, $U = 6 \text{ V}$ 。求出 $R_x = 9 \Omega$ 时的 U_x 和 U 。

先将除 R_x 外的电路等效为戴维南电路, 设戴维南电路的电压源为 U_1 , 电阻为 R_1 , 由题意可得:

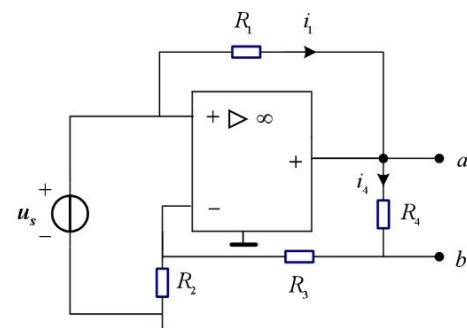
$$\begin{cases} U_1 = 36 \text{ V} \\ R_1 = \frac{36}{8} \Omega = 4.5 \Omega \end{cases} \Rightarrow U_x|_{R_x=9\Omega} = U_1 \cdot \frac{R_x}{R_1 + R_x} = 24 \text{ V} \quad (6.13)$$

然后用替代定理, 将 R_x 替换为电压源 U_x 。由叠加定理和齐性定理, 可得:

$$U = U' + kU_x \Rightarrow \begin{cases} U' = 12 \text{ V} \\ 6 = 12 + k \cdot 36 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} U' = 12 \text{ V} \\ k = -\frac{1}{6} \end{cases} \Rightarrow U|_{R_x=9\Omega} = 12 - \frac{1}{6} \cdot 24 = 8 \text{ V} \quad (6.14)$$



(a) 讲义 3-13 题图



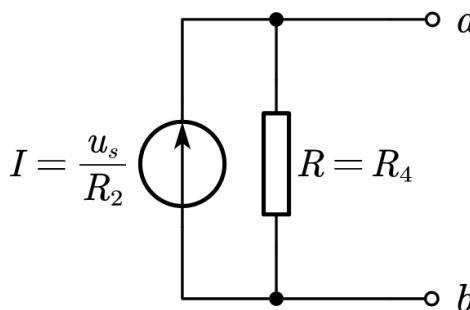
(b) 讲义 3-18 题图

图 6.6: 讲义题 3-13、讲义题 3-18

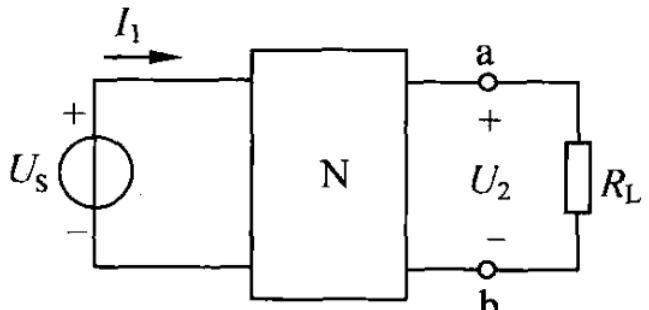
6.6 (选做) 讲义题 3-18: 题图电路中 OPA 理想, 求 ab 端口的诺顿等效电路, 以及电流之比 $\frac{i_1}{i_4}$ (设 ab 端开路)。

由虚短和虚断, $i_4 = \frac{u_s}{R_2} \Rightarrow U_{ab} = \frac{R_4}{R_2} u_s$, 将电压源置零, 可得戴维南等效电阻为 $R = R_4$, 于是诺顿等效电流为 $i = \frac{U}{R} = \frac{u_s}{R_2}$, 如图 6.7 (a) 所示。并且电流之比:

$$u_s - i_1 R_1 = u_s \left(1 + \frac{R_3 + R_4}{R_2}\right) \Rightarrow i_1 = -\frac{R_3 + R_4}{R_1 R_2} \cdot u_s, \quad \boxed{\frac{i_1}{i_4} = -\frac{R_3 + R_4}{R_1}} \quad (6.15)$$



(a) 6.6 讲义题 3-18 诺顿等效电路



(b) 6.7 习题集 4-47

图 6.7: 6.6 等效电路、6.7 题图

6.7 习题集 4-47: 图 6.7 (b) 中, N 为纯电阻网络, 已知 ab 端开路电压 $U_o = 8 V$, ab 端纽左端的戴维南等效电阻 $R = 3 \Omega$, 电压源 $U_s = 10 V$ 。若 ab 两端接上 $R_L = 2 \Omega$ 电阻时, 电压源 U_s 供出电流 I_1 。求当把 R_L 移走之后, 电流 I_1 变化多少?

由特勒根定理, 设电路总支路数为 b , 由特勒根定理:

$$\sum_{k=1}^2 u_k \hat{i}_k + \sum_{k=3}^b u_k \hat{i}_k = 0 = \sum_{k=1}^2 \hat{u}_k i_k + \sum_{k=3}^b \hat{u}_k i_k \quad (6.16)$$

其中支路 $3 \sim b$ 是网络 N 内部的支路, 由于 N 为纯电阻网络, 有:

$$\sum_{k=3}^b u_k \hat{i}_k = \sum_{k=3}^b i_k R_k \hat{i}_k = \sum_{k=3}^b \hat{u}_k i_k \quad (6.17)$$

于是内部项可以消去, 得到:

$$u_1 \hat{i}_1 + u_2 \hat{i}_2 = \hat{u}_1 i_1 + \hat{u}_2 i_2 \implies U_S I'_1 + 0 = U_S I_1 + U_o \frac{U_o}{R_L + R} \implies \quad (6.18)$$

$\Delta I_1 = \frac{U_o}{U_S} \cdot \frac{U_o}{R_L + R} = 1.28 \text{ A}$

(6.19)

6.8 (选做) 讲义题 3-20: 题图电路中, N_R 为只含线性电阻的网络, 试求解电压 U_R .

N_R 为线性电阻网络, 由特勒根定理:

$$u_1 \hat{i}_1 + u_2 \hat{i}_2 = \hat{u}_1 i_1 + \hat{u}_2 i_2 \implies (-5) \cdot U_R + 1 \cdot 10 = 10 \cdot \frac{U_R}{2} + 0 \implies [U_R = 1 \text{ V}] \quad (6.20)$$

无论有没有电源, 特勒根定理中对应支路的参考方向相同, 且都为关联参考方向。比如说, 无论有没有电源, 我们都令电压上正下负, 电流向下为正。

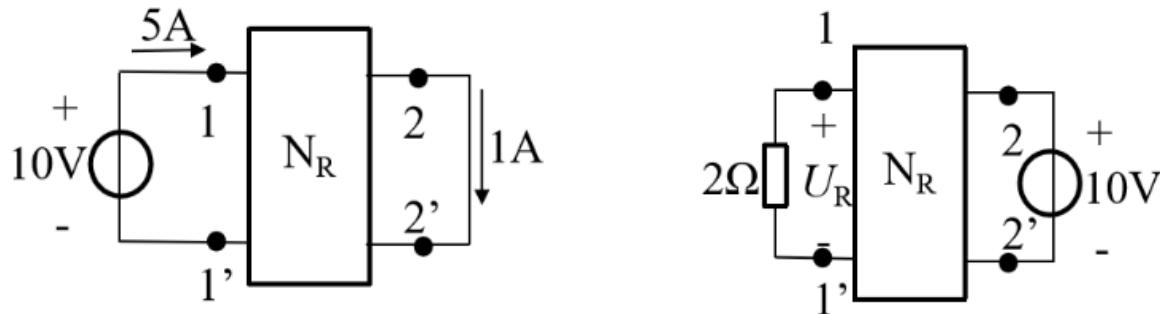


图 6.8: 6.8 讲义题 3-20

Homework 7: 2024.10.15 - 2024.10.22

7.1 习题集 5-1: 已知非线性电阻的 $u-i$ 关系为 $u = 2i + i^3$ (式中 u 的单位是 V, i 的单位是 A), 分别求 $i = 1 \text{ A}$ 、 $i = 2 \text{ A}$ 时的静态电阻和动态电阻

$i = 1 \text{ A}$ 时:

$$R_s = \frac{u}{i} = 2 + i^2 = 3 \Omega, \quad R_d = \frac{du}{di} = 2 + 3i^2 = 5 \Omega \quad (7.1)$$

$i = 2 \text{ A}$ 时:

$$R_s = \frac{u}{i} = 2 + i^2 = 6 \Omega, \quad R_d = \frac{du}{di} = 2 + 3i^2 = 14 \Omega \quad (7.2)$$

7.2 习题集 5-6: 题图 (a) 中非线性电阻的伏安特性如图 (b) 所示, 分别求 $i_s = 1 \text{ A}$ 和 $i_s = 2 \text{ A}$ 时的电压 u 。

两个非线性电阻两端电压 u 相同, 且电流满足 $i_1 + i_2 = i_s$ 。于是在同一坐标系中画出 $i_1 = i_1(u)$ 和 $i_2 = i_2(u)$ 的图像 ($u > 0$), 满足 $i_1 + i_2 = i_s$ 的点即为电路的解。由此得到:

$$i_s = 1 \text{ A} \Rightarrow u = 2 \text{ V}, \quad i_s = 2 \text{ A} \Rightarrow u = 3 \text{ V} \quad (7.3)$$

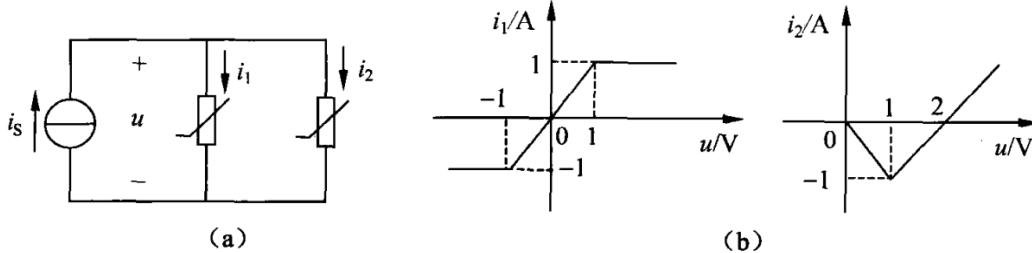


图 7.1: 7.3 习题集 5-11 原题图

7.3 习题集 5-11: 求题图电路中理想二极管 D 所在支路的电路 i

假设二极管导通, 即短路, 由 KCL:

$$\begin{cases} \frac{u-u_1}{40 \text{ K}} + \frac{0-u_1}{60 \text{ K}} - I = 0 \\ \frac{u-u_2}{60 \text{ K}} + \frac{0-u_2}{30 \text{ K}} + I = 0 \\ I = \frac{u_1-u_2}{2 \text{ K}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_1 = \frac{954}{23} \text{ V} = 41.4783 \text{ V} \\ u_2 = \frac{930}{23} \text{ V} = 40.4348 \text{ V} \\ I = \frac{12}{23} \text{ mA} = 0.52174 \text{ mA} \end{cases} \quad (7.4)$$

与假设相符, 因此上式即为所求。

7.4 讲义题 4-4: 用理想二极管模型分析题图电路, 要求安装题号顺序进行

(1) 每个二极管有两种状态 (开路、短路), 整个电路共有几种可能的状态?

不考虑电路是否导通的情况下, 4 个二极管, 每个二极管有 2 种状态, 因此共有 $2^4 = 16$ 种可能的状态。

(2) 电流 i 的方向是怎样的?

电流 i 始终从上至下流经负载电阻 R 。

(3) 沿 (2) 的思路, D1 ~ D4 是怎样的状态是 (可能不止一种) 才能实现 (2) 中的电流? 画出此时的等效电路图。

注意到此电路为全桥整流电路, 借助电流方向可以判断出电路共有 2 种可行状态。在激励的正半周期, D1、D4 导通而 D2、D3 截止; 在激励的负半周期, D2、D3 导通而 D1、D4 截止。

(4) 根据 (1) ~ (3) 的结果, 在坐标系中画出 u_s 和 u 随时间变化的曲线图

二极管理想, 因此有如下公式, 式中电压的单位是 V, 它们的图像如图 7.2 所示。

$$u_s = 12\sqrt{2} \sin(376.8t), \quad u = 12\sqrt{2} |\sin(376.8t)| \quad (7.5)$$

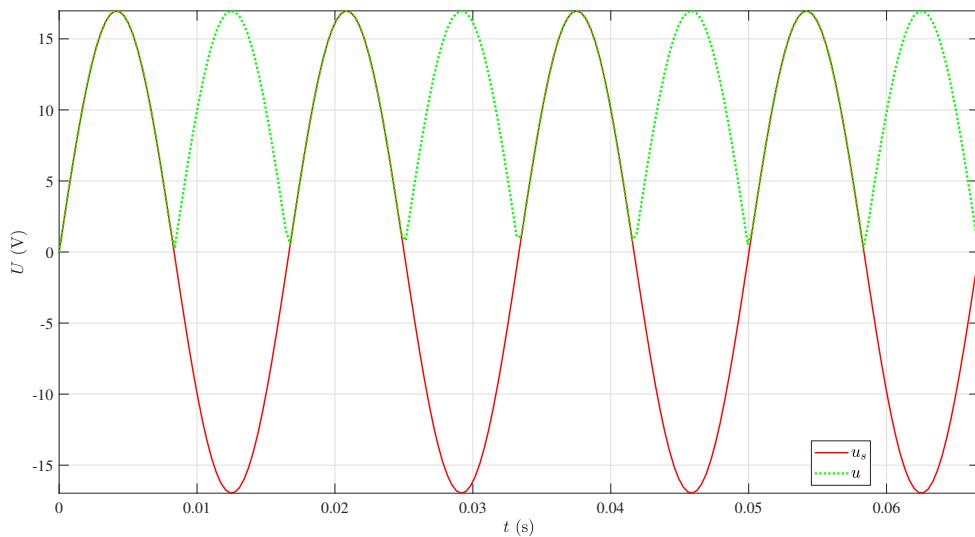


图 7.2: $u_s = u_s(t)$ 和 $u = u(t)$ 的图像

(5) 用 Multisim 仿真验证前面的分析, 要求: (a) 给出仿真电路; (b) 用示波器的两个通道分别显示 u_s 和 u ; (c) 分析示波器波形与第 (4) 问图像的区别。

仿真电路图和示波器波形见图 7.4。由图可知, u 的幅值比理想幅值要低, 这是因为我们在电路中选用了具有实际参数的二极管 SURS8105T3G, 电流通过实际二极管是有压降的, 这消耗了一部分功率, 因此 u 的幅值比理想值稍低。

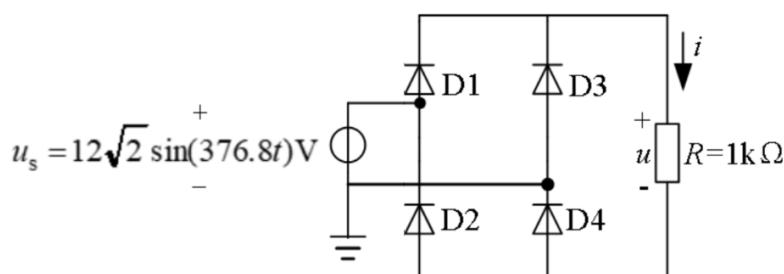
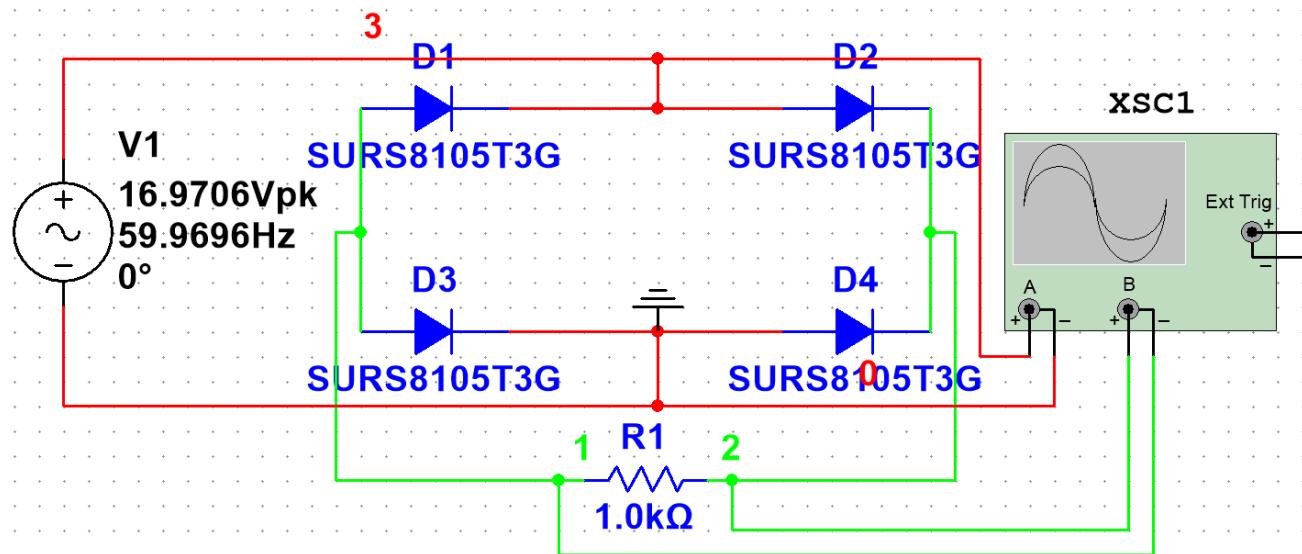
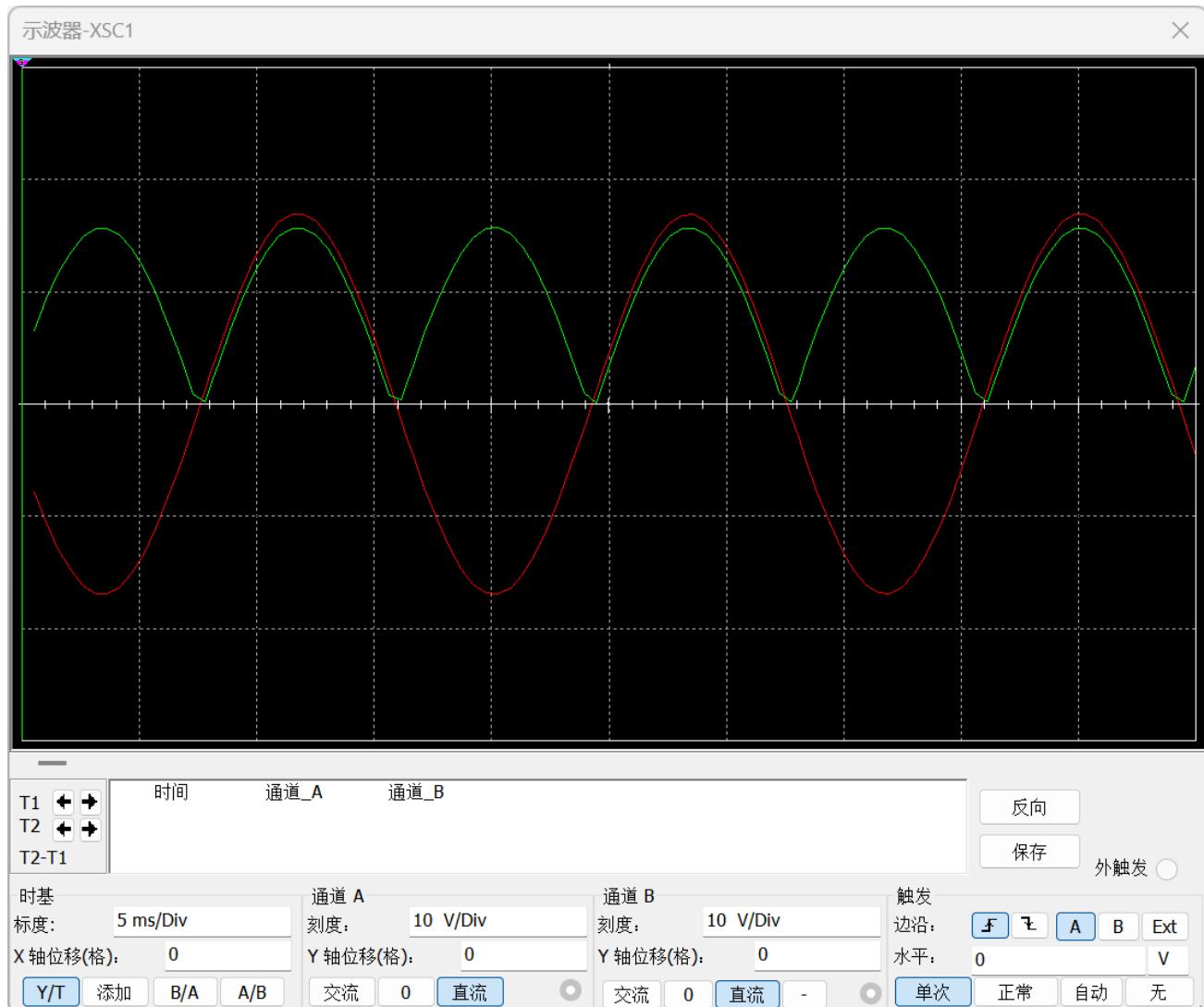


图 7.3: 7.4 讲义题 4-4 原题图



(a) 仿真电路



(b) 示波器波形

图 7.4: Multisim 仿真

(6) 习题集 5-15

电路原理习题集与所有作业课件已上传到网址 <https://www.123865.com/s/0y0pTd-L8Kj3>, 后文不再重复叙述题目。

先求电路的工作点 (U_0, I_0) , 当 $u_s(t) = 0$ 时, 由 KVL:

$$10 = I_0 \cdot 1 + \left(I_0 + \frac{2}{3}I_0^3 \right) \Rightarrow I_0 = 2.0650 \text{ A} \quad (7.6)$$

再考虑小信号带来的变化量, 在小信号电路中, 由 KVL:

$$\begin{cases} R_d = \left. \frac{du}{di} \right|_{i=I_0} = 1 + 2I_0^2 = 9.5281 \Omega \\ u_s(t) = (R + R_d)\Delta i \end{cases} \Rightarrow \Delta i = \frac{1}{10.5281} u_s(t) = 0.0095 \sin(10^3 t) \text{ A} \quad (7.7)$$

因此总电流为:

$$i = I_0 + \Delta i = 2.0650 \text{ A} + 0.0095 \sin(10^3 t) \text{ A} \quad (7.8)$$

7.5 讲义题 4-6

设二极管工作于截止区, 这等价于 $u_{GS} < U_T$ 。而此时 $u_o = 0 \Rightarrow u_{GS} = 2 \text{ V} > U_T = 1 \text{ V}$, 矛盾!

假设二极管工作于线性区, 这等价于 $u_{GS} > U_T$ 且 $u_{DS} < u_{GS} - U_T$ 。由题意, 二极管导通电阻为 $R_{ON} = 1 \text{ K}\Omega$, 因此 $u_o = 2.5 \text{ V} \Rightarrow u_{GS} = -0.5 \text{ V} < U_T$, 矛盾! 因此二极管只能工作在恒流区。

假设二极管工作于恒流区, 这等价于 $u_{GS} > U_T$ 且 $u_{DS} > u_{GS} - U_T$ 。则导通电流为 $i = \frac{K}{2} (u_{GS} - U_T)^2 = \frac{K}{2} (1 - u_o)^2$, 由 KVL:

$$u_o = iR_L = \frac{K}{2} (1 - u_o)^2 \cdot R_L \Rightarrow u_o = 0.6417 \text{ V}, 1.5583 \text{ V} \quad (7.9)$$

$u_o = 1.5583 \text{ V}$ 时 $u_{GS} = 0.4417 \text{ V} < U_T = 1 \text{ V}$, $u_{DS} = 3.4417 \text{ V}$, 不符合假设, 舍去; $u_o = 0.6417 \text{ V}$ 时 $u_{GS} = 1.3583 \text{ V}$, $u_{DS} = 4.3583 \text{ V}$, 符合假设。因此工作区为恒流区, 此时 $u_o = 0.6417 \text{ V}$ 。

7.6 讲义题 4-7

(1) 画出电路, 标明各参数

小信号电路如图 7.5 所示。

(2) 求小信号放大倍数

在 $\max |\Delta u_{GS}| = 2 \text{ mV}$ 的条件下, 容易验证二极管仍工作于恒流区。由 7.5 讲义题 4-6 可知二极管的工作点为 $u_{GS} = 1.3583 \text{ V}$, 则有:

$$i = \frac{K}{2} (u_{GS} - U_T)^2, \quad g_m = \left. \frac{di}{du_{GS}} \right|_{u_{GS}=1.3583 \text{ V}} = K \cdot (u_{GS} - U_T) = 3.583 \times 10^{-3} \text{ A} \cdot \text{V}^{-1} \quad (7.10)$$

$$\Rightarrow \Delta u_o = R_L \Delta i = R_L g_m \Delta u_{GS} \quad (7.11)$$

又 $\Delta u_{GS} = \Delta u_{in} - \Delta u_{out}$, 代入消去 Δu_{GS} , 得到:

$$\Delta u_{out} = R_L g_m (\Delta u_{in} - \Delta u_{out}) \Rightarrow \frac{\Delta u_{out}}{\Delta u_{in}} = \frac{R_L g_m}{1 + R_L g_m} = \frac{3.583}{4.583} = 0.7818 \quad (7.12)$$

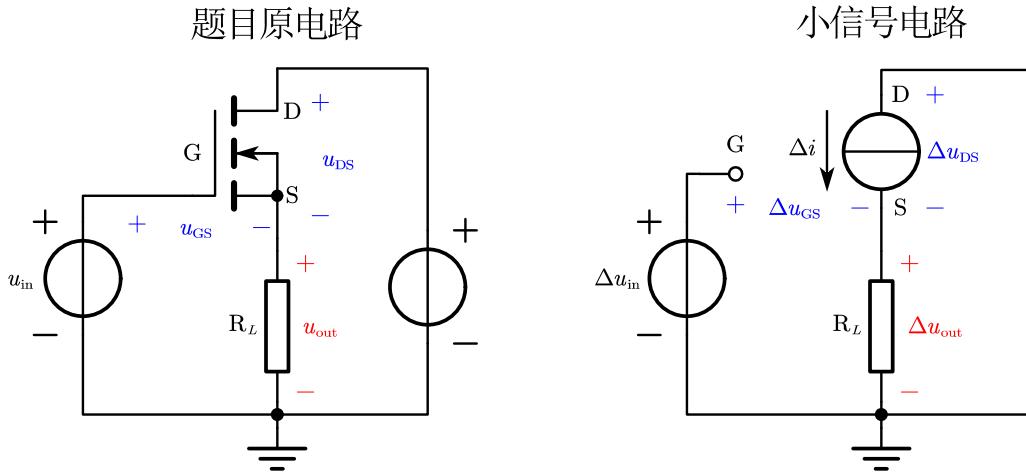


图 7.5: 7.6 讲义题 4-7 电路图

(3) 求小信号电路的输入电阻和输出电阻, 此 MOSFET 的作用是什么?

在小信号电路中, 求输入电阻时无需对输出端口作处理 (即保持开路), 由于 MOS 管 G 端流入的电流近似为 0, 而输入电压 Δu_{in} 非零, 因此输入电阻为 $R_i = \infty$ 无穷大。

求输出电阻时, 将 Δu_{in} 短路, 并在输出端口加极小的电压 u (以保证 MOSFET 仍在工作点附近), 于是 $\Delta u_{GS} = -u$, 有:

$$\begin{cases} \Delta u_{GS} = -u \\ i = \frac{u}{R_L} - \Delta i_{DS} = \frac{u}{R_L} - g_m \Delta u_{GS} \end{cases} \implies R_o = \frac{u}{i} = \frac{1}{\frac{1}{R_L} + g_m} = 218.1977 \Omega \quad (7.13)$$

综上有:

$$R_i = \infty, \quad R_o = \frac{1}{\frac{1}{R_L} + g_m} = 218.1977 \Omega \quad (7.14)$$

由 $\frac{\Delta u_{out}}{\Delta u_{in}} = 0.7818$ 可以看出, MOSFET 降低了激励的微小变化 (例如噪声) 对响应信号的影响, 使得电路更加稳定, 可用于构建差分放大器。

查阅资料知道, 这是一个共漏放大器, 其输出电阻比共源放大器的输出电阻要小。这样的一个放大倍数小于 1, 但输出电阻比较小的信号处理单元适合放在整个信号处理电路的最后一级, 以增强整个电路的带载能力。此外, 由于共漏放大器的输出在 MOSFET 的 S 极, 且在 g_m 较大的情况下输入和输出基本相同 (输出能够跟随输入), 因此该电路也称为源级跟随器。

Homework 8: 2024.10.23 - 2024.10.29

8.1 习题集 1-3

电容有 $q = Cu \Rightarrow i = C \frac{du}{dt}$, 于是:

$$i = i(t) = C \frac{du}{dt} = \begin{cases} 50 \mu\text{A} & , t \in [0, 1 \text{ s}) \\ -250 \mu\text{A} & , t \in [1 \text{ s}, 1.2 \text{ s}) \\ 0 & , t \in [1.2 \text{ s}, 2 \text{ s}) \\ 50 \mu\text{A} & , t \in [2 \text{ s}, 3 \text{ s}) \\ -250 \mu\text{A} & , t \in [3 \text{ s}, 3.2 \text{ s}) \\ 0 & , t \in [3.2 \text{ s}, +\infty) \end{cases} \quad (8.1)$$

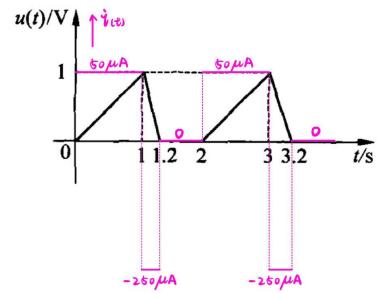


图 8.1: $i = i(t)$ 的图像

8.2 习题集 1-4

电感有 $\Psi = Li \Rightarrow u = L \frac{di}{dt} \Rightarrow i = i_0 \frac{1}{L} \int_0^t u dt$ 。又初始磁能为零, 即 $i_0 = 0$, 于是有:

$$i = i(t) = \begin{cases} 5t^2 \text{ A} & , t \in [0, 1 \text{ s}) \\ (-5t^2 + 20t - 10) \text{ A} & , t \in [1 \text{ s}, 2 \text{ s}) \\ 10 \text{ A} & , t \in [2 \text{ s}, +\infty) \end{cases} \quad (8.2)$$

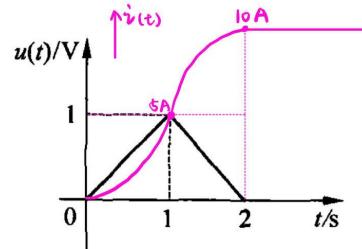


图 8.2: $i = i(t)$ 的图像

Homework 9: 2024.10.30 - 2024.11.05

9.1 习题集 7-6-a

为求 i_1 和 i_C 的初始值, 考虑 $t = 0^+$ 时的等效电路。 $u_{C,0+} = u_{C,0-} = 10 \text{ V}$, 因此 $t = 0^+$ 时电容 C 相当于一个 10 V 电压源, 有:

$$10 + ri_1 - 10 \text{ K}\Omega \cdot i_1 - 20 \text{ K}\Omega \cdot (i_1 + i_S) = 0 \quad (9.1)$$

$$\Rightarrow i_1(0^+) = \frac{10 - 1000}{30 \text{ K} - 50} \text{ A} = -33.0551 \text{ mA}, \quad i_C(0^+) = -(i_S + i_1) = -16.9449 \text{ mA} \quad (9.2)$$

不妨顺手求解一下 $u_C(t)$ 和 $i_C(t)$ 。对电路作戴维南等效以求解 u_C , 如图 9.1 (b) 所示, 有:

$$U_{\text{oc}} = 0 - (10 \text{ K}\Omega - r) \cdot 50 \text{ mA} = (2.5 - 500) \text{ V} = -497.5 \text{ V}, \quad R_{\text{eq}} = 30 \text{ K}\Omega - r = (30 \text{ K} - 50) \Omega \quad (9.3)$$

依据三要素方法, $u_{C,0+} = 10 \text{ V}$, $\tau = R_{\text{eq}}C$, $u_{C,\infty} = U_{\text{oc}} = -497.5 \text{ V}$, 可以得到:

$$u_C(t) = u_{C,0+} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + u_{C,\infty} \cdot \left[1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right] = 10 e^{-\frac{t}{\tau}} + U_{\text{oc}} \cdot \left[1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right] \quad (9.4)$$

$$i_C(t) = C \frac{du_C}{dt} = -\frac{10}{R_{\text{eq}}} e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{U_{\text{oc}}}{R_{\text{eq}}} e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (9.5)$$

$$\Rightarrow i_C(0^+) = \frac{U_{\text{oc}} - 10}{R_{\text{eq}}} = -16.9449 \text{ mA} \quad (9.6)$$

可以得到同样的结果。

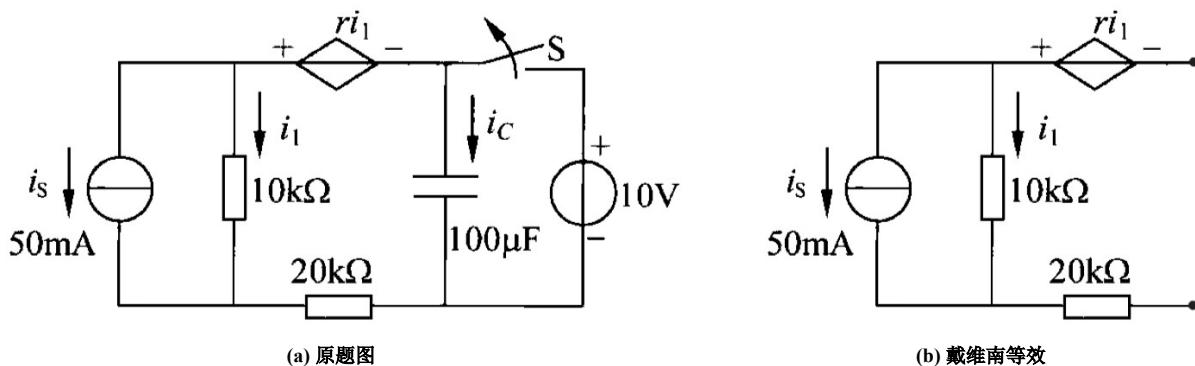


图 9.1: 9.1 习题集 7-6-a

9.2 习题集 7-10

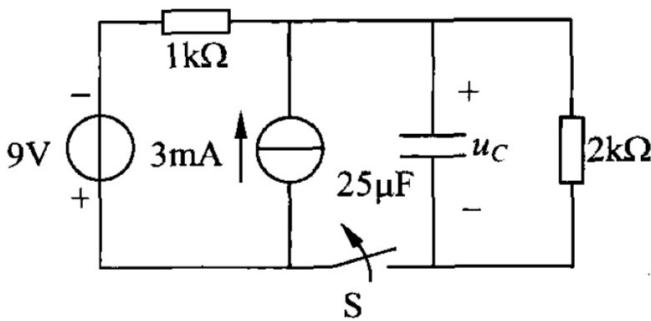
$t = 0$ 时开关断开, 于是:

$$u_{C,0+} = -4 \text{ V}, \quad u_{C,\infty} = 0, \quad \tau = 2 \text{ K}\Omega \cdot C = 50 \text{ ms} \quad (9.7)$$

$$\Rightarrow u_C(t) = u_{C,0+} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + u_{C,\infty} \cdot \left[1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right] = -4 e^{-\frac{1000}{50} t} \text{ V} \quad (9.8)$$

$$u_C(t) = -4 e^{-20t} \text{ V} \quad (9.9)$$

式中 t 的单位是秒 (s), 作出 $u_C(t)$ 的图像, 如图 9.2 (b) 所示。



(a) 原题图

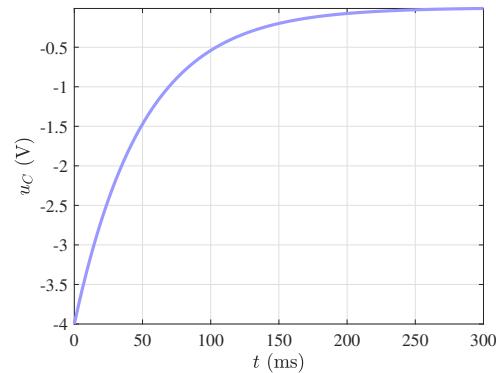
(b) $u_C = u_C(t)$ 的图像

图 9.2: 9.2 习题集 7-10

9.3 习题集 7-12

开关闭合前 ($t = 0^-$)，由电阻分压 $u_{C,0^-} = 18 \cdot \frac{2}{2+3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{18}{5}$ V， $t = 0^+$ 后开关闭合，两个 $3\text{ k}\Omega$ 电阻被短路，且电压源置零（零输入响应），只剩下两个 $3\text{ k}\Omega$ 电阻与电容并联，于是：

$$u_{C,0^+} = u_{C,0^-} = \frac{18}{5} \text{ V}, \quad u_{C,\infty} = 0, \quad \tau = R_{\text{eq}}C = 3 \text{ ms} \quad (9.10)$$

$$\Rightarrow u_C(t) = u_{C,0^+} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + u_{C,\infty} \cdot \left[1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right] = \frac{18}{5} e^{-\left(\frac{t}{3} \times 10^3\right)} \text{ V} \quad (9.11)$$

$$u_C(t) = 3.6 e^{-333.3t} \text{ V}, \quad i_1(t) = -\frac{1}{3\text{ K}} u_C(t) = -1.2 e^{-333.3t} \text{ mA} \quad (9.12)$$

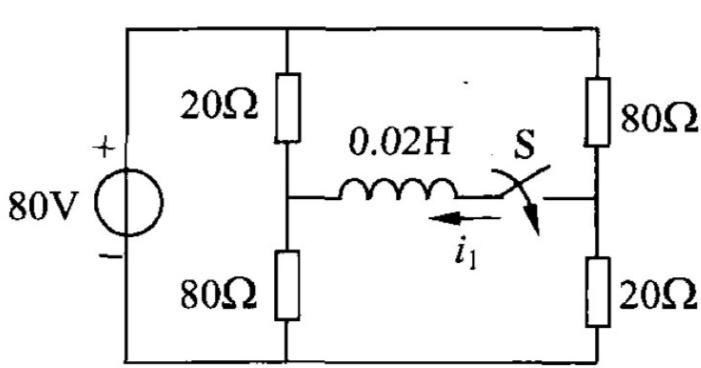
9.4 习题集 7-17

作戴维南等效可得 $U_{\text{oc}} = 80 \cdot \left(\frac{1}{5} - \frac{4}{5} \right) = -48 \text{ V}$ ， $R_{\text{eq}} = (20 \parallel 80) + (20 \parallel 80) = 32 \Omega$ 。因为是零状态响应， $i_{L,0} = 0$ ，于是有：

$$i_{L,0} = 0, \quad i_{L,\infty} = \frac{U_{\text{oc}}}{R_{\text{eq}}} = -1.5 \text{ A}, \quad \tau = \frac{L}{R} = \frac{5}{8} \text{ ms} = 0.625 \text{ ms} \quad (9.13)$$

$$\Rightarrow i_L = -1.5 \cdot \left[1 - e^{-\left(\frac{8t}{5} \times 10^3\right)} \text{ A} \right] = -1.5 + 1.5 e^{-1600t} \text{ A} \quad (9.14)$$

作出图像，如图 9.3 (b) 所示。



(a) 原题图

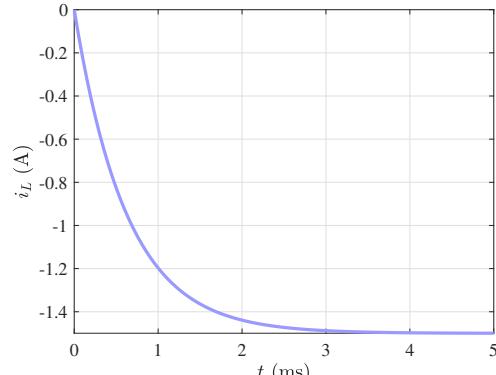
(b) $i_L = i_L(t)$ 的图像

图 9.3: 9.4 习题集 7-17

9.5 习题集 7-28

由电压关系可以发现, 对电感而言, 2 H、5 Ω 和 5 V 三个元件构成一个 RL 电路, 因此有:

$$i_{L,0^+} = \frac{10 \text{ V}}{20 \Omega} = 0.5 \text{ A}, \quad i_{L,\infty} = \frac{5 \text{ V}}{5 \Omega} = 1 \text{ A}, \quad \tau = \frac{L}{R} = \frac{2}{5} \text{ s} = 0.4 \text{ s} \quad (9.15)$$

$$\Rightarrow i_L(t) = 0.5 e^{-2.5t} + 1 \cdot [1 - e^{-2.5t}] \text{ A} = 1 - 0.5 e^{-2.5t} \text{ A} \quad (9.16)$$

对电容而言, 两个有伴电压源与其并联 (注意有一个 5 Ω 电阻不起作用), 戴维南等效得到 $U_{\text{oc}} = \frac{20}{3} \text{ V}$, $R_{\text{eq}} = \frac{10}{3} \Omega$, 由于 $u_{C,0^+} = 5 \text{ V}$, 可以得到:

$$i_{C,0^+} = \frac{\frac{20}{3} - 5}{\frac{10}{3}} = 0.5 \text{ A}, \quad i_{L,\infty} = 0, \quad \tau = R_{\text{eq}} C = \frac{10}{3} \text{ s} = 0.333 \text{ s} \quad (9.17)$$

$$\Rightarrow i_C(t) = 0.5 e^{-0.3t} \text{ A} \quad (9.18)$$

设流经 10 V 电压源的电流为 I , 由 KVL 可得 $10 - 10I - 5(I - i_C) = 5 \Rightarrow I = \frac{1}{3}i_C + \frac{1}{3}$, 于是:

$$i(t) = I - i_C - i_L = -\frac{2}{3}i_C - i_L + \frac{1}{3} = -\frac{2}{3} - \frac{1}{3}e^{-0.3t} + 0.5e^{-2.5t} \text{ A} \quad (9.19)$$

$$\Rightarrow \boxed{i(t) = -0.6667 - 0.3333e^{-0.3t} + 0.5e^{-2.5t} \text{ A}} \quad (9.20)$$

9.6 习题集 7-35

1. S_1 闭合前瞬间 ($t = 0^-$): $u_C = 1 \text{ V}$
2. S_1 闭合后瞬间 ($t = 0^+$): $u_C = 1 \text{ V}$, $i_C = 1 \text{ A}$ 。对电路作戴维南等效, 得 $U_{\text{oc}} = 5 \text{ V}$, $R_{\text{eq}} = 4 \Omega$ 。
3. $t \in (0, 1 \text{ s})$ 的三要素:

$$\begin{cases} \frac{1}{\tau} = \frac{1}{R_{\text{eq}} C} = 1 \text{ Hz} \\ u_{C,0^+} = 1 \text{ V}, u_{C,\infty} = 5 \text{ V} \\ i_{C,0^+} = 1 \text{ A}, i_{C,\infty} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_C(t) = 5 + (1 - 5) \cdot e^{-t} = 5 - 4e^{-t} \text{ V} \\ i_C(t) = 1 \cdot e^{-t} \text{ A} = e^{-t} \text{ A} \end{cases} \quad (9.21)$$

4. S_2 闭合前瞬间 ($t = 1^-$): $u_C = 5 - \frac{4}{e} \text{ V}$, 记其为 $U_1 = 5 - \frac{4}{e} \text{ V} = 3.5285 \text{ V}$ 。
5. S_2 闭合后瞬间 ($t = 1^+$): $u_C = U_1$, 对电路作戴维南等效, 得 $U_{\text{oc}} = 4.5 \text{ V}$, $R_{\text{eq}} = 2 \Omega$ 。于是 $i_C = \frac{4.5 - U_1}{2}$, 记作 $I_1 = \frac{4.5 - U_1}{2} = 0.4858 \text{ A}$ 。
6. $t \in (1 \text{ s}, +\infty)$ 的三要素:

$$\begin{cases} \frac{1}{\tau} = \frac{1}{R_{\text{eq}} C} = 2 \text{ Hz} \\ u_{C,0^+} = U_1 = 3.5285 \text{ V}, u_{C,\infty} = 4.5 \text{ V} \\ i_{C,0^+} = I_1 = 0.4858 \text{ A}, i_{C,\infty} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_C(t) = 4.5 - 0.9715e^{-t} \text{ V} \\ i_C(t) = i_1 \cdot e^{-2(t-1)} \text{ A} = 0.4858e^{-t} \text{ A} \end{cases} \quad (9.22)$$

综上, 我们有:

$$\boxed{u_C(t) = \begin{cases} 5 - 4e^{-t} \text{ V} & , t \in [0, 1 \text{ s}] \\ 4.5 - 0.9715e^{-2(t-1)} \text{ V} & , t \in [1 \text{ s}, +\infty) \end{cases}, \quad i_C(t) = \begin{cases} e^{-t} \text{ A} & , t \in [0, 1 \text{ s}] \\ 0.4858e^{-2(t-1)} \text{ A} & , t \in (1 \text{ s}, +\infty) \end{cases}} \quad (9.23)$$

作出图像, 如图 9.4 所示。

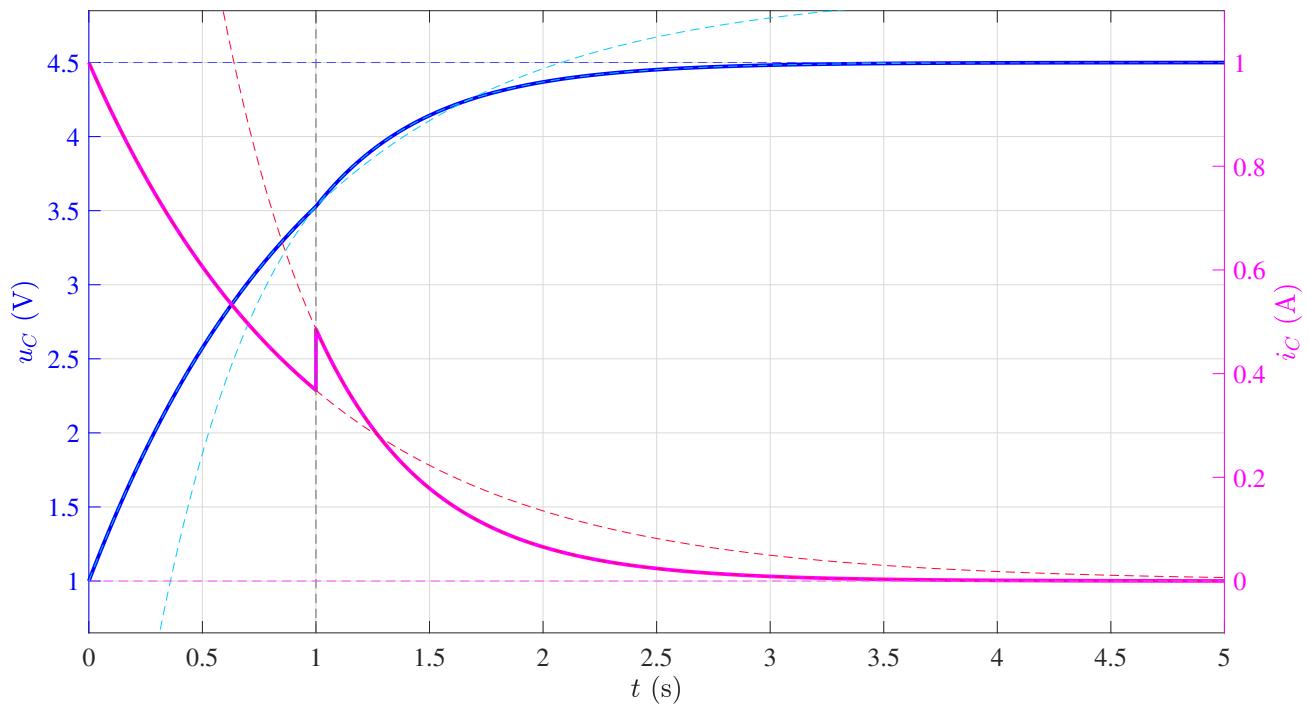


图 9.4: $u_C = u_C(t)$ 和 $i_C = i_C(t)$ 的图像

由于时间安排和 L^AT_EX 计划调整, 后续的几次作业都将在 Notability 上手写, 导出为 PDF 后插入到这里。插入前会对 PDF 进行极致压缩, 以尽量减小文件体积。

由于时间安排和 L^AT_EX 计划调整, 后续的几次作业都将在 Notability 上手写, 导出为 PDF 后插入到这里。插入前会对 PDF 进行极致压缩, 以尽量减小文件体积。

由于时间安排和 L^AT_EX 计划调整, 后续的几次作业都将在 Notability 上手写, 导出为 PDF 后插入到这里。插入前会对 PDF 进行极致压缩, 以尽量减小文件体积。

Homework 10 : 2024.11.06 - 2024.11.12

1. 习题集 8-9

(a) 两电容并联得 $C = 1.5 \text{ F}$, 如图:

以 U_c 为变量, 将激励置零后列方程.

由图, 有:

$$U_L + R i_L + U_C = 0$$

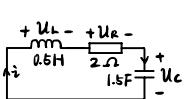
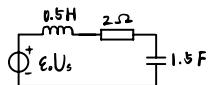
$$LC \ddot{U}_L + RC \dot{U}_L + \dot{i}_L = 0$$

$$\ddot{i}_L + \frac{R}{L} \dot{i}_L + \frac{1}{LC} i_L = 0$$

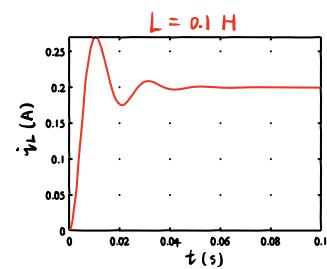
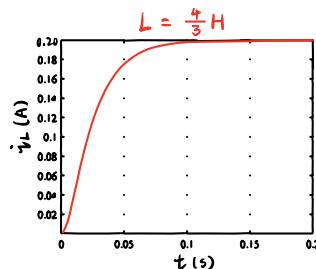
衰减系数 $\beta = \frac{R}{2L} = 2 \text{ Hz}$, 固有频率 $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 1.155 \text{ Hz}$

$\beta > \omega_0$, 因此为过阻尼.

典型 RLC 串联



分别作出 (1) 和 (2) 的图像:



(b) 如图, 仍以 U_C 为变量, 有:

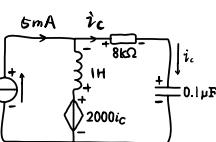
$$LC \ddot{U}_C + RC \dot{U}_C + U_C - 2000i_C = 0$$

$$LC \ddot{U}_C + (R-2000)C \dot{U}_C + U_C = 0$$

衰减系数 $\beta = \frac{R-2000}{2L} = 3000 \text{ Hz}$, 固有角频率 $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 3162.28$

$\beta < \omega_0$, 为欠阻尼, 振荡角频率 $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$

$$\Rightarrow \omega = \sqrt{10^7 - 9 \times 10^6} = 1000 \text{ rad/s}$$



2. 习题集 8-10

先列零输入方程:

$$U_C + R(i_L + i_C) = 0$$

$$\ddot{U}_C + \frac{1}{RC} \dot{U}_C + \frac{1}{LC} U_C = 0$$

衰减系数 $\beta = \frac{1}{2RC} = 100$, 固有角频率 $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

求变量初值: $U_C(0^+) = 0$, $\dot{U}_C(0^+) = \frac{1}{C} i_C(0^+) = \frac{1}{C} \cdot \frac{U_s}{R} = 2000 \text{ V/s}$

(1) $L = \frac{4}{3} \text{ H}$, $\beta > \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 86.6025$, 为过阻尼.

$$\omega = \sqrt{\beta^2 - \omega_0^2} = 100 \cdot \sqrt{1 - \frac{3}{4}} = 50, \text{ 过阻尼时齐次解为:}$$

$$y = e^{-\beta t} (A e^{\omega t} + B e^{-\omega t})$$

$$\text{其中 } A = \frac{1}{2\omega} [(\beta + \omega) y_{(0)} + y'_{(0)}], B = \frac{1}{2\omega} [(-\beta + \omega) y_{(0)} - y'_{(0)}]$$

$$\text{于是 } A = \frac{y_{(0)}}{2\omega} = 20, B = -A = -20$$

$$\Rightarrow U_C(t) = 20 [e^{-50t} - e^{-150t}] \text{ V}$$

$$i_L(t) = \frac{1}{L} [i_L(0^+) + \int_0^t U_C(t) dt] = 0.1 e^{-150t} - 0.3 e^{-50t} + 0.2 \text{ A}$$

(2) $L = 0.1 \text{ H}$, $\beta < \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 316.23$, 为欠阻尼.

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} = 100 \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{316.23^2}} = 300, \text{ 欠阻尼时齐次解为:}$$

$$y = A e^{-\beta t} \sin(\omega t + \phi)$$

$$\text{其中 } A = y_{(0)} \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{\beta^2}}, \phi = \arctan(t), t = \frac{\omega}{\beta + \frac{y'_{(0)}}{\omega}}$$

$$\text{于是 } A = \frac{y_{(0)}}{\omega} = \frac{20}{3}, \phi = 0$$

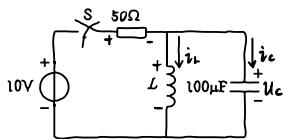
$$\Rightarrow U_C(t) = \frac{20}{3} e^{-100t} \sin(300t) \text{ V}$$

$$i_L(t) = \frac{1}{L} [i_L(0^+) + \int_0^t U_C(t) dt] = -\frac{1}{15} e^{-100t} \cdot (300 \cos 300t + 300 \sin 300t) + \frac{1}{5} = -\frac{40}{15} e^{-100t} \sin(300t + \arctan 3) + \frac{1}{5} \text{ A}$$

写成数值形式, $i_L(t) = -0.2108 e^{-100t} \cdot \sin(300t + 1.2490) + 0.2 \text{ A}$

其中 $\phi = \arctan 3 = 1.2490 = 71.5651^\circ$

典型 RLC 并联



3. 习题集 8-17

将电源置零, 为串联 RLC 电路, 有:

$$LC \ddot{U}_C + RC \dot{U}_C + U_C = 0$$

$$\beta = \frac{R}{2L} = 5, \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 3$$

$\beta > \omega_0$, 为过阻尼, 角频率 $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} = 4$

先求 $t=0^+$ 初值:

$$U_C(0^+) = 150 \text{ V}, \dot{U}_C(0^+) = \frac{1}{C} i_C(0^+) = 108 \text{ V/s}$$

齐次解 $y = e^{-\beta t} (A e^{\omega t} + B e^{-\omega t})$, 其中 $\beta=5$, $\omega=4$

$$\text{全解 } U_C(t) = A e^{-t} + B e^{-9t} + 150 \text{ V}$$

$$\begin{cases} U_C(0^+) = A + B + 150 = 150 \\ U_C'(0^+) = -A - 9B = 108 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = 13.5 \\ B = -13.5 \end{cases}$$

$$\text{故 } U_C(t) = 150 + 13.5 (e^{-t} - e^{-9t}) \text{ V}$$

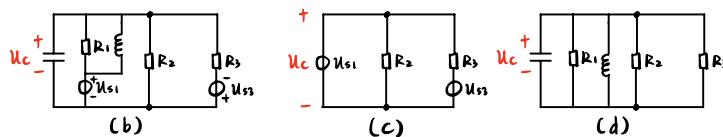
4. 习题集 8-18

先求初始值, $U_C(0^+) = U_C(0^-) = 1 \text{ V}$,

$$U_C'(0^+) = \frac{1}{C} i_C(0^+) = -\frac{15}{4} \text{ V/s}.$$

考虑稳态解, 等效电路如图 (c), 则:

$U_C(\infty) = U_{S1} = 1 \text{ V}$. 将电源置零, 如图 (d), 可知是 RLC 并联电路.



等效电阻 $R = R_1 // R_2 // R_3 = 1 \Omega$, $C = \frac{1}{5} \text{ F}$, $L = \frac{5}{6} \text{ H}$, 列出齐次方程:

$$U_C'' + \frac{1}{RC} U_C' + \frac{1}{LC} U_C = 0, \beta = \frac{1}{2\sqrt{LC}} = 2.5, \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \sqrt{6}.$$

$\beta > \omega_0$, 因此为过阻尼, $\omega = \sqrt{\beta^2 - \omega_0^2} = 0.5$, 全解为:

$$U_C(t) = e^{-2.5t} (A e^{0.5t} + B e^{-0.5t}) + 1 \text{ (V)}$$

$$= A e^{-2t} + B e^{-3t} + 1 \text{ (V)}$$

$$U_C(0^+) = A + B + 1 = 1, U_C'(0^+) = -2A - 3B = -\frac{15}{4}$$

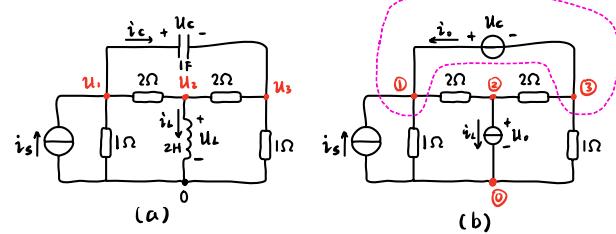
$$\Rightarrow A = -\frac{15}{4}, B = \frac{15}{4}, \text{ 因此:}$$

$$U_C(t) = 1 - 3.75 e^{-2t} + 3.75 e^{-3t} \text{ (V)}$$

5. 习题集 9-5

参考方向如图(a), 用替代法, 将C视为电压源 U_C , L视为电流源 i_L

求解 i_s, U_o 即可.



(a)

(b)

超节点

选取参考节点如图(b), 由节点电压法:

$$\begin{cases} U_1 - U_3 = U_C \\ -\frac{1}{2}U_1 + (\frac{1}{2} + \frac{1}{2})U_2 - \frac{1}{2}U_3 = -i_L \\ (1 + \frac{1}{2})U_1 - (\frac{1}{2} + \frac{1}{2})U_2 + (1 + \frac{1}{2})U_3 = i_s \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ \frac{1}{2} & -1 & \frac{1}{2} \\ \frac{3}{2} & -1 & \frac{3}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_C \\ i_L \\ i_s \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ \frac{1}{2} & -1 & \frac{1}{2} \\ \frac{3}{2} & -1 & \frac{3}{2} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} U_C \\ i_L \\ i_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & -\frac{3}{2} & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_C \\ i_L \\ i_s \end{bmatrix}$$

$$\text{而 } U_L = U_2 = -\frac{3}{2}i_L + \frac{1}{2}i_s$$

$$\text{由节点①的KCL: } i_s = U_1 + \frac{1}{2}(U_1 - U_2) + i_C$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow i_C &= i_s - \frac{3}{2}U_1 + \frac{1}{2}U_2 \\ &= i_s - \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{2}(U_C - i_L + i_s) + \frac{1}{4} \cdot (-3i_L + i_s) \\ &= -\frac{3}{4}U_C + \frac{1}{2}i_s \end{aligned}$$

写成标准形式 $\frac{dx}{dt} = AX + BS$, 为:

$$\begin{cases} L\dot{i}_L = \frac{3}{2}i_L + \frac{1}{2}i_s \\ C\dot{U}_C = -\frac{3}{4}U_C + \frac{1}{2}i_s \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2\dot{i}_L = \frac{3}{2}i_L + \frac{1}{2}i_s \\ \dot{U}_C = -\frac{3}{4}U_C + \frac{1}{2}i_s \end{cases}$$

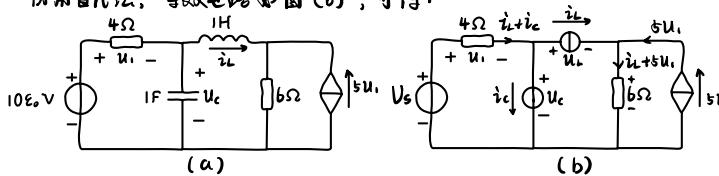
$$\Rightarrow \begin{bmatrix} \dot{U}_C \\ \dot{i}_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{3}{4} & 0 \\ 0 & -\frac{3}{4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_C \\ i_L \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{1}{4} \end{bmatrix} i_s, \text{ 对输出变量有:}$$

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & -3 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_C \\ i_L \\ i_s \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & -3 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_C \\ i_L \end{bmatrix} + \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} i_s$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.5 & -0.5 \\ 0 & -1.5 \\ -0.5 & -0.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_C \\ i_L \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0.5 \\ 0.5 \end{bmatrix} i_s$$

6. 习题集 9-13

仍用替代法, 等效电路如图(b), 可得:



(a)

(b)

$$\begin{cases} U_C - U_L - 6[i_L + 5 \cdot 4(i_C + i_L)] = 0 \\ U_s - 4(i_C + i_L) - U_C = 0 \\ i_C = -\frac{1}{4}U_C - i_L + \frac{1}{4}U_s \\ U_L = 31U_C - 6i_L - 30U_s \end{cases} \Rightarrow \begin{bmatrix} U_C \\ i_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{4} & -1 \\ 31 & -6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_C \\ i_L \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{4} \\ -30 \end{bmatrix} U_s$$

特别地, $t \rightarrow 0$ 时 $U_s = 10V$, 写成数值形式为:

$$\begin{bmatrix} U_C \\ i_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.25 & -1 \\ 31 & -6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_C \\ i_L \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2.5 \\ -300 \end{bmatrix}$$

Simulation 1: 2024.9.10 - 2024.9.24

10.1 仿真 2-1: 题目详见图 10.4 (b)

(1) 单 OPA 实现电压运算

电路如图 10.1 (a) 所示, 接线端示意图见图 10.1 (b)。

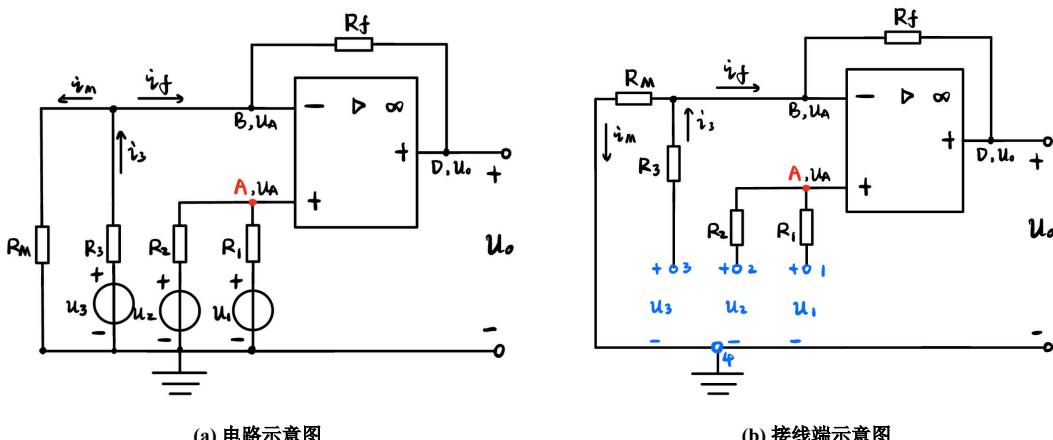


图 10.1: 单 OPA 实现电压运算

下面分析其输出特性。由虚断, 在 u_1 和 u_2 构成的回路中, 设正向流经 u_2 的电流为 i_2 , 则有:

$$i_2 = \frac{u_2 - u_1}{R_1 + R_2} \implies u_A = u_2 - i_2 R_2 = \frac{R_2 u_1 + R_1 u_2}{R_1 + R_2} \quad (10.1)$$

由虚短, B 点的电势也为 u_A , 于是:

$$i_3 = \frac{u_3 - u_A}{R_3}, i_M = \frac{u_A}{R_M} \implies i_f = i_3 - i_M = \frac{u_3 - u_A}{R_3} - \frac{u_A}{R_M} = \frac{u_3}{R_3} - \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_M} \right) u_A \quad (10.2)$$

由虚断和 KVL:

$$u_o = u_A - i_f R_f = u_A - \frac{R_f}{R_3} u_3 + \left(\frac{R_f}{R_3} + \frac{R_f}{R_M} \right) u_A = \left(1 + \frac{R_f}{R_3} + \frac{R_f}{R_M} \right) u_A - \frac{R_f}{R_3} u_3 \quad (10.3)$$

将 u_A 的表达式代入, 最终得到:

$$u_o = \left(1 + \frac{R_f}{R_3} + \frac{R_f}{R_M} \right) \frac{1}{\frac{R_1}{R_2} + 1} u_1 + \left(1 + \frac{R_f}{R_3} + \frac{R_f}{R_M} \right) \frac{\frac{R_1}{R_2}}{\frac{R_1}{R_2} + 1} u_2 - \frac{R_f}{R_3} u_3 \quad (10.4)$$

我们需要 u_1, u_2, u_3 前的系数分别为 3, 2, -0.5, 于是有:

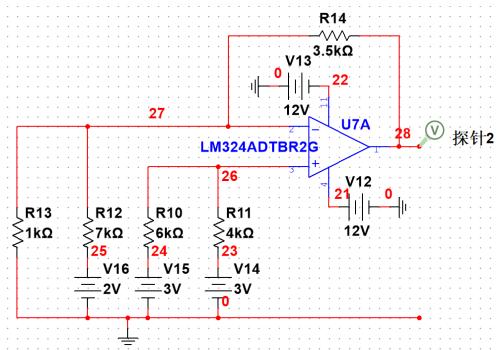
$$\begin{cases} \left(1 + \frac{R_f}{R_3} + \frac{R_f}{R_M} \right) \frac{1}{\frac{R_1}{R_2} + 1} = 3 \\ \left(1 + \frac{R_f}{R_3} + \frac{R_f}{R_M} \right) \frac{\frac{R_1}{R_2}}{\frac{R_1}{R_2} + 1} = 2 \\ -\frac{R_f}{R_3} = -0.5 \end{cases} \implies \begin{cases} R_1 = \frac{2}{3} R_2, & R_2 > 0 \\ R_3 = 2R_f, R_M = \frac{2}{7} R_f, & R_f > 0 \end{cases} \quad (10.5)$$

为了保持 OPA 的理想性, 我们应选择 $\text{K}\Omega$ 量级的电阻, 同时, 为了降低电路的整体功率, 减少消耗, 电阻阻值应该尽量大。综合下来, 不妨选取 $R_2 = 6 \text{ K}\Omega$, $R_f = 3.5 \text{ K}\Omega$, 此时所有电阻阻值为:

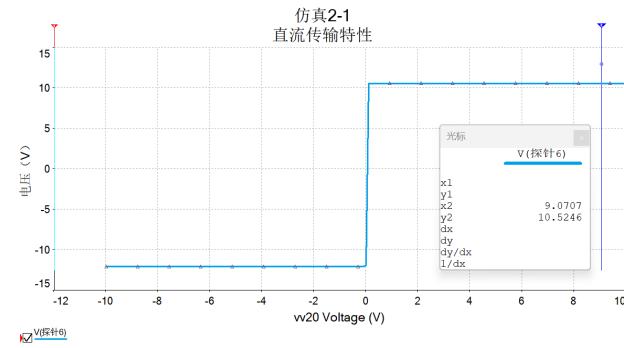
$$R_1 = 4 \text{ K}\Omega, R_2 = 6 \text{ K}\Omega, R_3 = 7 \text{ K}\Omega, R_M = 1 \text{ K}\Omega, R_f = 3.5 \text{ K}\Omega \quad (10.6)$$

如图 10.2 (a), 在 Multisim 中进行仿真, 得到的结果如下表所示:

项目	1			2			3			4		
	x, u_1	y, u_2	z, u_3	x, u_1	y, u_2	z, u_3	x, u_1	y, u_2	z, u_3	x, u_1	y, u_2	z, u_3
	1	1	1	1	3	2	-2	2	0	3	3	2
理论输出 (V)	$3 + 2 - 0.5 = 4.5$			$3 + 6 - 1 = 8$			$-6 + 4 - 0 = -2$			$9 + 6 - 1 = 14$		
仿真输出 (V)	4.50			8.00			-2.00			10.494		



(a) 单 OPA 实现电压运算



(b) OPA 饱和电压

图 10.2: 仿真电路图与 OPA 饱和电压

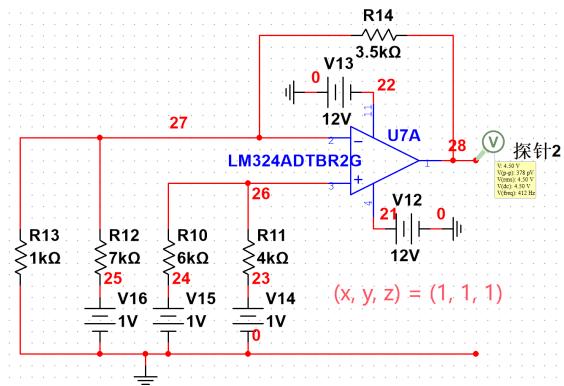
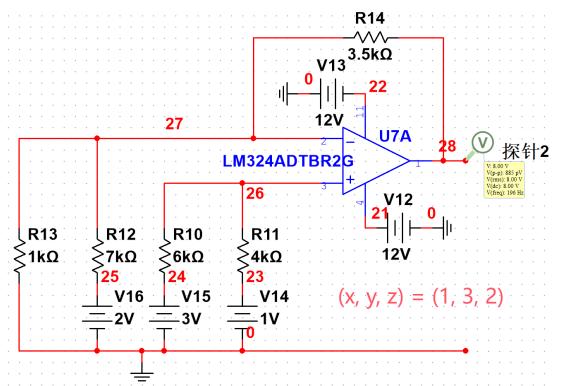
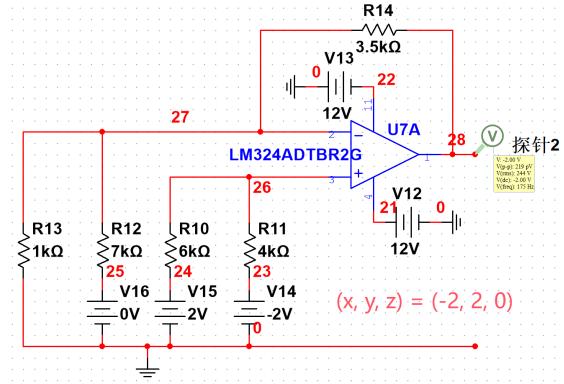
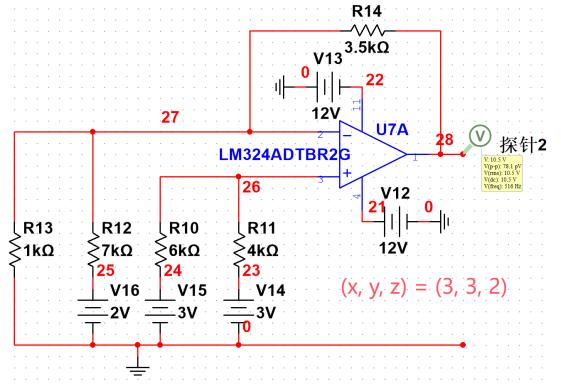
(a) $(x, y, z) = (1, 1, 1)$ (b) $(x, y, z) = (1, 3, 2)$ (c) $(x, y, z) = (-2, 2, 0)$ (d) $(x, y, z) = (3, 3, 2)$

图 10.3: 仿真具体结果图

由表可见, 除了最后一组数据, 仿真结果与理论结果完全一致。最后一组之所以不同, 是因为输出电

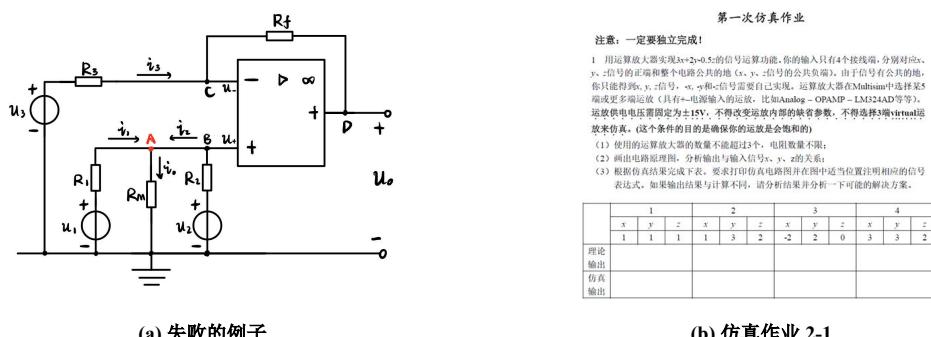
压 u_o 超出了此 OPA 的饱和电压 U_{sat} , 导致输出电压 $u_o = U_{\text{sat}} = 10.494\text{V}$ 。如图 10.2 (b) 所示, 此 OPA (LM324ADTBR2G) 的饱和电压为 10.525V , 与解释相符。具体仿真时的结果见图 10.3。

(2) 一些失败的例子

注意到, 减法器是在反相加法器的基础上, 串联入电压源(和电阻)改变了 u_+ 端的电压。这样, 在最终的输出电压 u_o 中, u_- 端的电源电压会带负号, u_+ 端的电源电压带正号。用类似的思想, 我们可以对减法器进行改造, 最终仅用一个 OPA 便实现 $3x + 2y - 0.5z$ 的电压运算。

一种方法是向 u_+ 端再串联一个电压源, 使得输出 u_o 中两正一负, 然后通过电阻值来调整系数, 但是, 这样不满足接线端的要求(三正一地)。另一种方法是向 u_- 端再并联一个电压源, 使得输出 u_o 中两负一正($-u_1, -u_2, +u_3$), 最后通过电阻值来调整系数, 但是, 这样得到的是两负一正而不是两正一负, 虽满足了接线端要求, 却不是我们需要的结果。

其实, 我们只需要向 u_+ 端的电压源再并联一个电压源即可, 如图所示。下面分析其输出特性。



(a) 失败的例子

(b) 仿真作业 2-1

图 10.4: 示意图

在 u_1, R_1, u_2, R_2 和 R_M 构成的局部电路中, 由 KVC 得点 A 处的电势 u_A :

$$\begin{cases} u_1 - R_1 i_1 - R_M(i_1 + i_2) = 0 \\ u_2 - R_2 i_2 - R_M(i_1 + i_2) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} i_1 = \frac{(R_2 + R_M)u_1 - R_M u_2}{R_1 R_2 + R_1 R_M + R_2 R_M} \\ i_2 = \frac{(R_1 + R_M)u_2 - R_M u_1}{R_1 R_2 + R_1 R_M + R_2 R_M} \end{cases} \Rightarrow u_A = \frac{R_2 R_M u_1 + R_1 R_M u_2}{R_1 R_2 + R_1 R_M + R_2 R_M}$$

也即点 B 和非反相输入端的电势 $u_+ = u_B = u_A$ 。由虚短, $u_- = u_+$, 可得电流 i_3 。再由虚断, 经过电阻 R_f 求得 D 点电势, 也即输出电压 u_o 。

$$i_3 = \frac{u_3 - u_-}{R_3} = \frac{1}{R_3} \left(u_3 - \frac{R_2 R_M u_1 + R_1 R_M u_2}{R_1 R_2 + R_1 R_M + R_2 R_M} \right) \quad (10.7)$$

$$u_o = u_A - i_3 R_f = \left(1 + \frac{R_f}{R_3} \right) u_A - \frac{R_f}{R_3} u_3 \quad (10.8)$$

$$= \left(1 + \frac{R_f}{R_3} \right) \cdot \frac{\frac{R_M}{R_1} u_1 + \frac{R_M}{R_2} u_2}{1 + \frac{R_M}{R_1} + \frac{R_M}{R_2}} - \frac{R_f}{R_3} u_3 \quad (10.9)$$

$$= \frac{1 + \frac{R_f}{R_3}}{1 + \frac{R_M}{R_1} + \frac{R_M}{R_2}} \left(\frac{R_M}{R_1} u_1 + \frac{R_M}{R_2} u_2 \right) - \frac{R_f}{R_3} u_3 \quad (10.10)$$

最后调整电阻阻值。为了保持 OPA 的理想性, 电阻需要在 $\text{K}\Omega$ 量级, 令电阻比例例如下:

$$\begin{cases} \frac{R_f}{R_3} = 0.5 \\ \frac{1 + \frac{R_f}{R_3}}{1 + \frac{R_M}{R_1} + \frac{R_M}{R_2}} \cdot \frac{R_M}{R_1} = 3 \\ \frac{1 + \frac{R_f}{R_3}}{1 + \frac{R_M}{R_1} + \frac{R_M}{R_2}} \cdot \frac{R_M}{R_2} = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} R_f = \frac{1}{2} R_3 \\ R_1 = -2 R_M \\ R_2 = -\frac{4}{3} R_M \end{cases} \quad (10.11)$$

显然这不可能实现, 舍弃。

10.2 仿真 2-2

仿真电路如图 10.5 (a) 所示, 对输入电压进行参数扫描, 输出通过电压源的电流, 得到图 10.5 (b)。这里需要注意, 在 Multisim 中, 电流的参考方向始终是高电势指向低电势 (包括电压源), 因此, 仿真输出中的 $I(V11)$ 是从上往下通过 V11 的电流 (而不是从下至上), 电压源 V11 的实际电流为 $i = -I(V11)$ 。

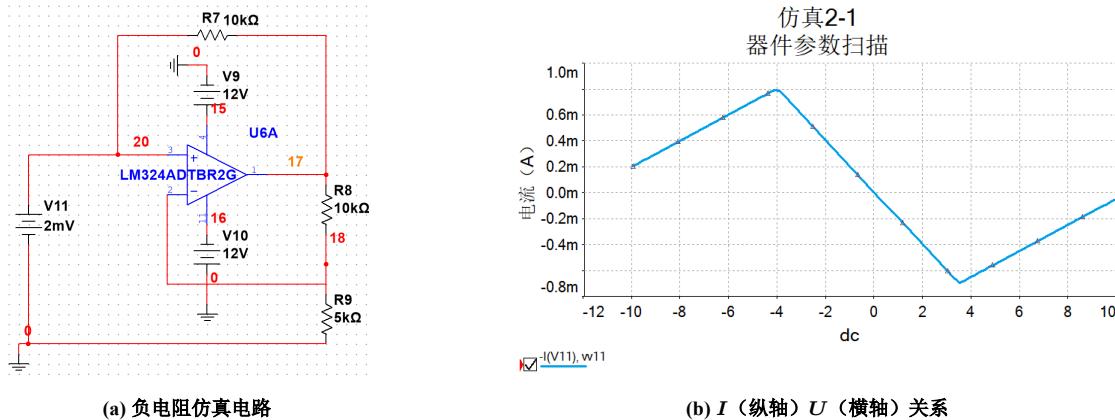


图 10.5: 负电阻仿真

简记电压源 V11 的电压为 u , 继续仿真输出电压 u_o 关于输入电压 u 的变化, 将数据导出后在 Matlab 中绘制曲线, 如图 10.6 (a)。再将 $I-U$ 关系转化为 $U-I$ 关系, 如图 10.6 (b)。可以发现, 在线性区内, 电路表现为负阻。而线性区外的两段折线位于 OPA 的饱和区, 此时 u_o 始终为饱和电压, 电路呈现正电阻, 且阻值为:

$$\begin{cases} i = \frac{u - U_{\text{sat}}}{R_1} & , u > 3.54 \text{ V} \\ i = \frac{u + U_{\text{sat}}}{R_1} & , u < -4.05 \text{ V} \end{cases} \implies R_{\text{sat}} = R_1 = 10 \text{ k}\Omega \quad (10.12)$$

这与图 10.6 (b) 中曲线的斜率是相符的。而在线性区, 负电阻 $R = -\frac{10 \text{ k}\Omega}{10 \text{ k}\Omega} \cdot 5 \text{ k}\Omega = -5 \text{ k}\Omega$, 这也是符合的。

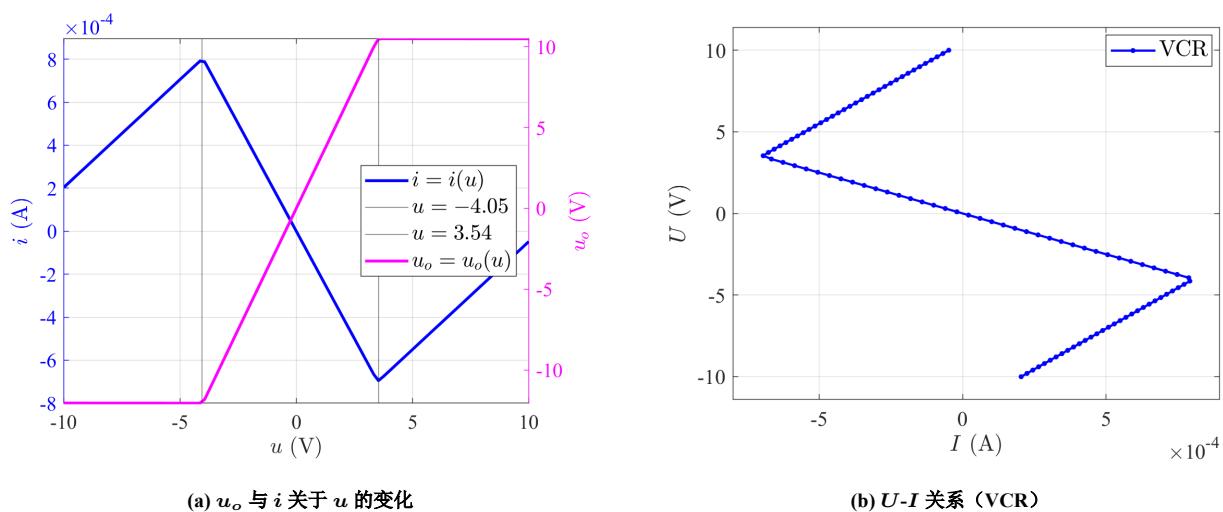


图 10.6: 仿真结果分析

Simulation 2: 2024.10.22 - 2024.11.7

11.1 放大器设计

考虑如图 11.1 (a) 所示的共源放大器, 图 11.1 (b) 是其等效电路图和小信号电路 (已默认 MOSFET 工作在恒流区)。我们需要 MOSFET 工作在恒流区, 因此有第一个限制条件:

$$u_{DS} > u_{GS} - U_T > 0 \quad (11.1)$$

为了确保 MOSFET 不在截止区, 不妨将上面的限制改为 $u_{DS} > u_{GS} - 1.3 U_T > 0$ 。设输入信号的直流偏置为 U_0 (GS 端的直流电压), 即输入信号 $u_{in} = U_0 + U_m \sin(\omega t + \varphi)$, 小信号放大倍数为 A , 则有:

$$\begin{cases} g_m = \left[\frac{di_{DS}}{du_{GS}} \right]_{u_{GS}=U_0} = K(U_0 - U_T) \\ \Delta u_{DS} = -g_m R_L \Delta u_{GS} \end{cases} \implies A = \frac{\Delta u_{DS}}{\Delta u_{GS}} = -KR_L(U_0 - U_T) \quad (11.2)$$

这是第二个限制条件。对图 11.1 (a), 设右侧电压源的电压为 U_S (在本题中是 12 V), 则有:

$$u_{DS} = U_S - i_{DS} R_L \quad (11.3)$$

三个限制条件联立, 可以得到:

$$R_L = \frac{|A|}{K(U_0 - U_T)}, \quad U_0 \in \left(1.3 U_T, U_T + \frac{2}{2+A} U_S \right) \quad (11.4)$$

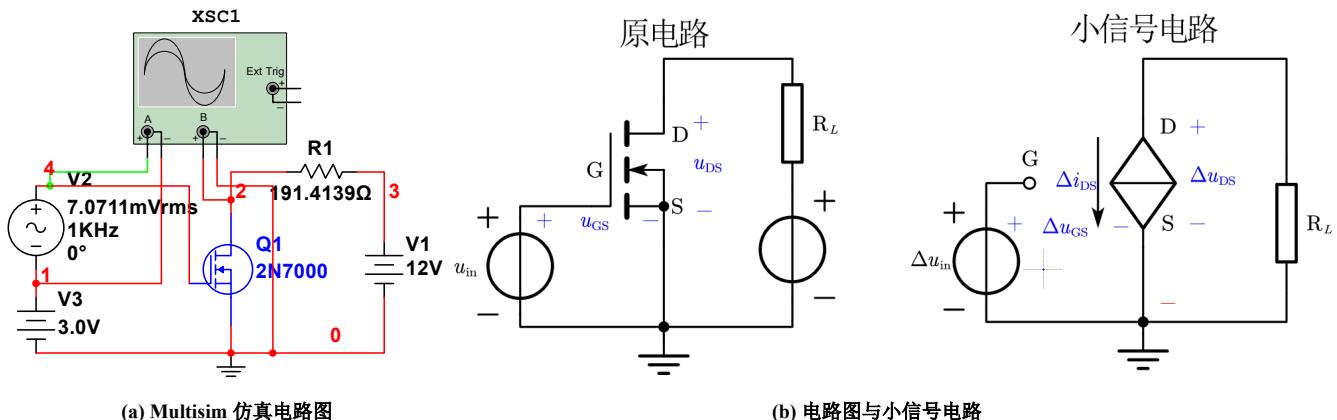


图 11.1: 共源放大器

基于上面的理论, 可以为电路中各参数选择合适的值。在两周前的 Lab 1 实验中, 我们已经得到了 N 沟道增强型 MOSFET 2N7000 的阈值电压 $U_T = 2.003$ V 以及 $K = 0.1048 \text{ A} \cdot \text{V}^{-2}$ 。本次实验的放大倍数为 $A = 20$, 还需要确定电阻 R_L 和输入信号的直流偏置 U_0 的值。代入已知数据, 可以得到:

$$R_L = \frac{190.8397}{U_0 - 2.003}, \quad U_0 \in (2.6039 \text{ V}, 3.0939 \text{ V}) \quad (11.5)$$

不妨分别令 $U_0 = 2.8 \text{ V}, 2.9 \text{ V}, 3.0 \text{ V}$, 计算对应的 R_L 电阻值, 并在 Multisim 中进行三次仿真, 得到的示波器结果如图 11.2 所示。其中绿色是输入信号, 红色是放大后的输出信号。需要注意, Multisim 中的 AC Source 的“电压”参数是指有效值而非幅度值, 因此, 若要使输入小信号幅度为 10 mV, 应设置“电压”参数为 $\frac{10}{\sqrt{2}} \text{ mV} = 7.0711 \text{ mV}$ 。

由表和图可以知道, 理论与实际符合得较好。

表 11.1: 不同参数下的放大倍数

U_0 (V)	R_L (Ω)	Δu_{in} (mV)	Δu_{out} (mV)	$ A $
2.8	239.4475	- 9.9700	184.0440	18.4598
2.9	212.7533	- 9.9560	202.3830	20.3277
3.0	191.4139	- 9.9700	213.9680	21.4612

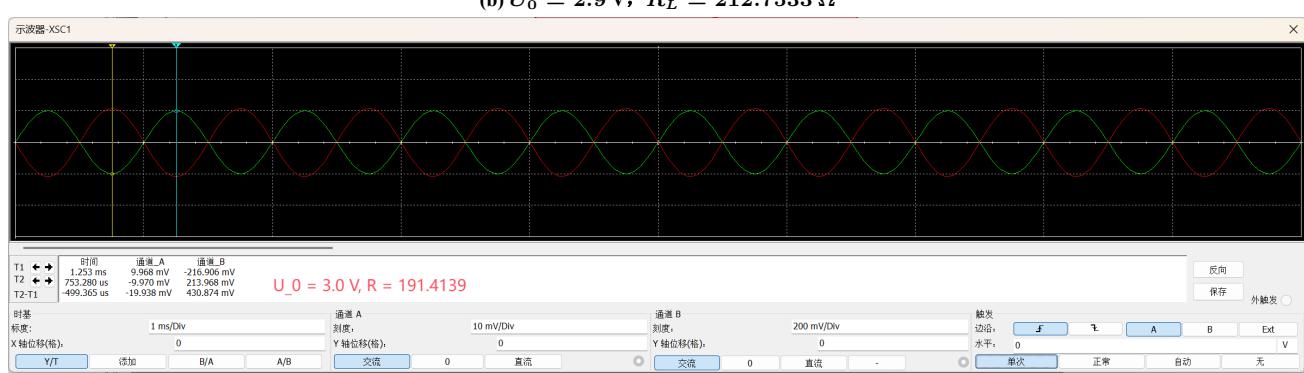
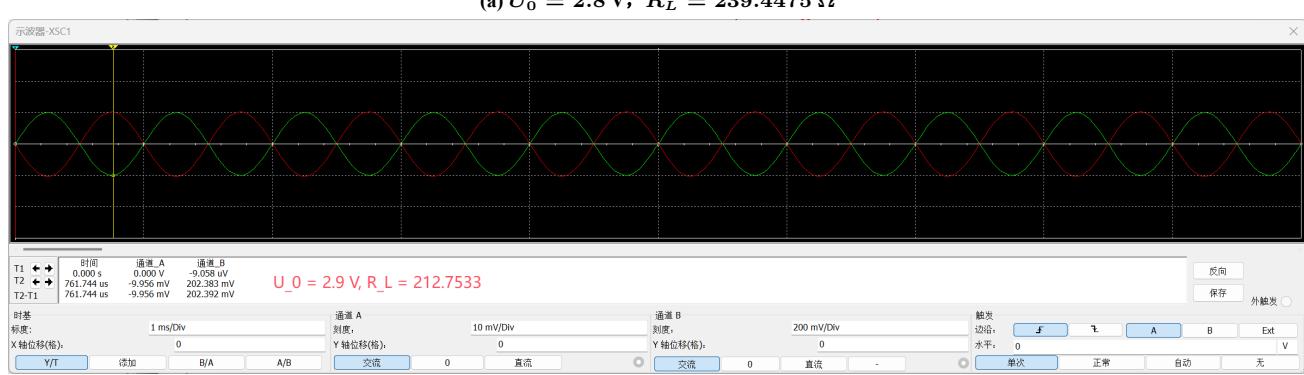
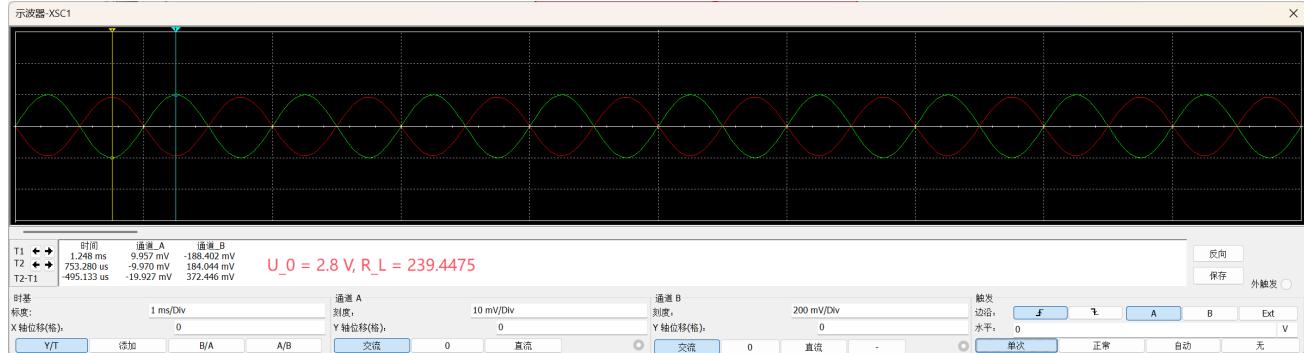


图 11.2: 不同参数下的小信号放大仿真结果

经过多次尝试, 发现使理论值和仿真结果符合得极好的一组参数值为 $U_T = 2.35 \text{ V}$ 和 $K = 0.17 \text{ A} \cdot \text{V}^{-2}$, Multisim 中的 2N7000 模型的参数如图 11.3 所示, 我似乎并没有找到与之关联的参数。具体原因有待进一步的探究。



图 11.3: Multisim 中 2N7000 的仿真参数

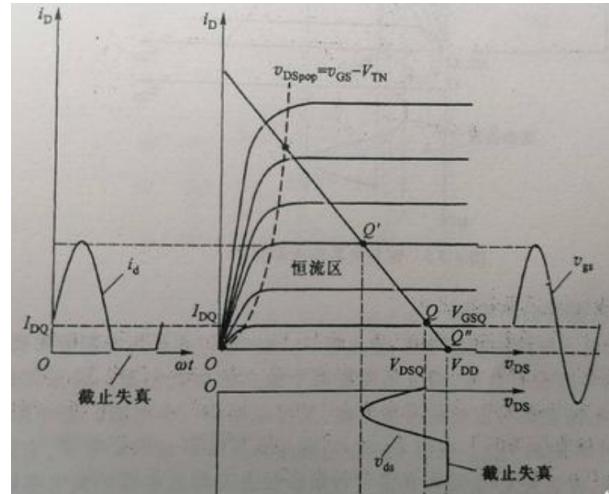


图 11.4: 输出信号发生截止失真的原因

11.2 放大波形失真的原因

题目中的波形发生了截止失真，这是信号幅度过大和 u_{DS} 直流偏置过大共同造成的，如图 11.4 所示。当小信号幅度较大，且 u_{DS} 的直流偏置也较大时，工作点的振动范围内可能部分包含截止区，此时输出信号呈水平直线，称为“截止失真”，最大不失真输出电压为：

$$U_{\text{out,max}} = U_S - \left(U_S - \frac{K}{2} (U_0 - U_T)^2 \cdot R_L \right) = \frac{K}{2} (U_0 - U_T)^2 \cdot R_L \quad (11.6)$$

其中 U_0 是输入信号的直流偏置电压。在我们的设计中， $R_L = \frac{|A|}{K(U_0 - U_T)}$ ，代入即得 $U_{\text{out,max}} = 10 \text{ V}$ ，而 $U_0 = 3.0 \text{ V}$ 时的输出电压范围在 5.5 V 到 6.0 V 之间（由 i_{DS} 的范围即可算出），因此不会出现截止失真。

对本题而言，不存在输入输出信号幅度过大的说法，因此题目中的问题电路可以通过适当调小 u_{DS} 的直流偏置来改善或避免信号失真。由于直流工作点的 u_{DS} 满足：

$$U_{DS} = U_S - i_{DS} R_L = U_S - \frac{KR_L}{2} (u_{GS} - U_T)^2 \quad (11.7)$$

所以调小 u_{DS} 等价于调大 u_{GS} ，也即调大输入信号的直流电压值 U_0 。

Laboratory 1: 2024.10.11 - 2024.10.31

所有 Lab 实验课件（以及作业、仿真课件）见网址 <https://www.123865.com/s/0y0pTd-L8Kj3>, 后文不再重复实验要求和实验题目。

12.1 Pre-Lab

(1) The Thevenin and Norton equivalents of the network:

$$U_{\text{The}} = \frac{R_3 U}{R_1 + R_3}, \quad R = R_2 + R_1 \parallel R_3 \quad (12.1)$$

$$I_{\text{Nor}} = \frac{U}{R_1 \left(1 + \frac{R_2}{R_1 \parallel R_3} \right)}, \quad R = R_2 + R_1 \parallel R_3 \quad (12.2)$$

(2) Evaluate the results via $R_1 = 50 \Omega$, $R_2 = 1.5 \text{ K}\Omega$, $R_3 = 2.2 \text{ K}\Omega$:

$$U_{\text{The}} = 4.8889 \text{ V}, \quad I_{\text{Nor}} = 0.003156 \text{ A}, \quad R = 1548.8889 \Omega \quad (12.3)$$

(3) With $U_s = 5 \text{ V}$, $R_{\text{ON}} = 4 \Omega$ and $R_D = 1 \text{ K}\Omega$, the output voltage of all combinations of input voltage are shown as below :

Table 12.1: The output voltage u_o of In-Lab (3)

Gate	Input voltage u_i	Logic input	Output voltage u_o (V)	Logic output
NOT	$< U_T$	0	$U_s = 5$	1
NOT	$> U_T$	1	$\frac{R_{\text{ON}} U_s}{R_{\text{ON}} + R_D} = 0.0199$	0
NOR	$u_1 < U_T, u_2 < U_T$	(0, 0)	$U_s = 5$	1
NOR	$u_1 > U_T, u_2 < U_T$	(1, 0)	$\frac{R_{\text{ON}} U_s}{R_{\text{ON}} + R_D} = 0.0199$	0
NOR	$u_1 < U_T, u_2 > U_T$	(0, 1)	$\frac{R_{\text{ON}} U_s}{R_{\text{ON}} + R_D} = 0.0199$	0
NOR	$u_1 > U_T, u_2 > U_T$	(1, 1)	$\frac{R_{\text{ON}} U_s}{R_{\text{ON}} + 2R_D} = 0.0010$	0
NAND	$u_1 < U_T, u_2 < U_T$	(0, 0)	$U_s = 5$	1
NAND	$u_1 > U_T, u_2 < U_T$	(1, 0)	$U_s = 5$	1
NAND	$u_1 < U_T, u_2 > U_T$	(0, 1)	$U_s = 5$	1
NAND	$u_1 > U_T, u_2 > U_T$	(1, 1)	$\frac{2R_{\text{ON}} U_s}{2R_{\text{ON}} + R_D} = 0.0397$	0

(4, 5) The truth tabel and the circuit diagram are as below:

Table 12.2: Input-output truth table

Logic input (A, B, C)	Logic output
(0, 0, 0)	1
(0, 0, 1)	1
(0, 1, 0)	1
(0, 1, 1)	1
(1, 0, 0)	0
(1, 0, 1)	1
(1, 1, 0)	1
(1, 1, 1)	1

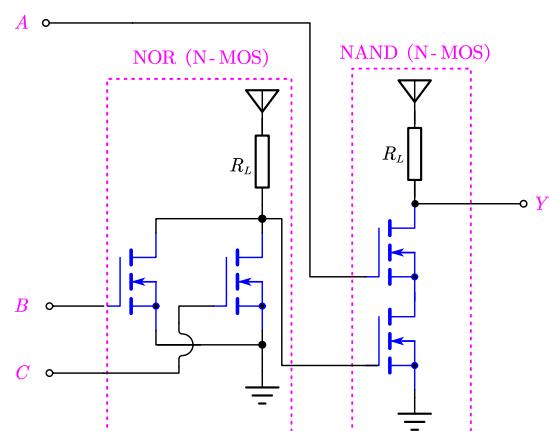
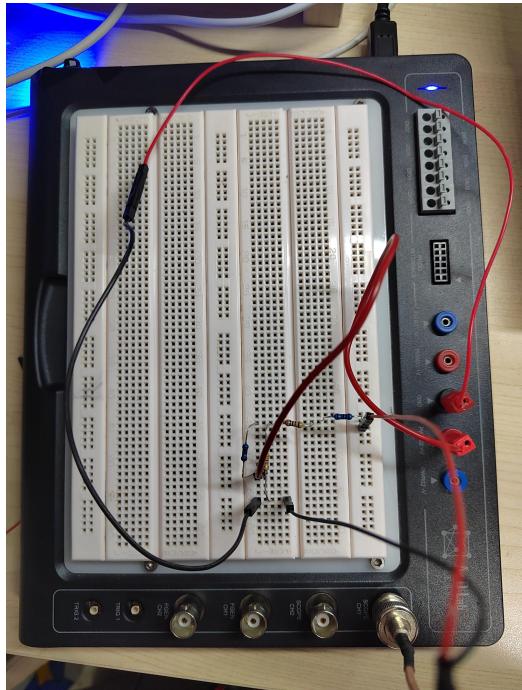


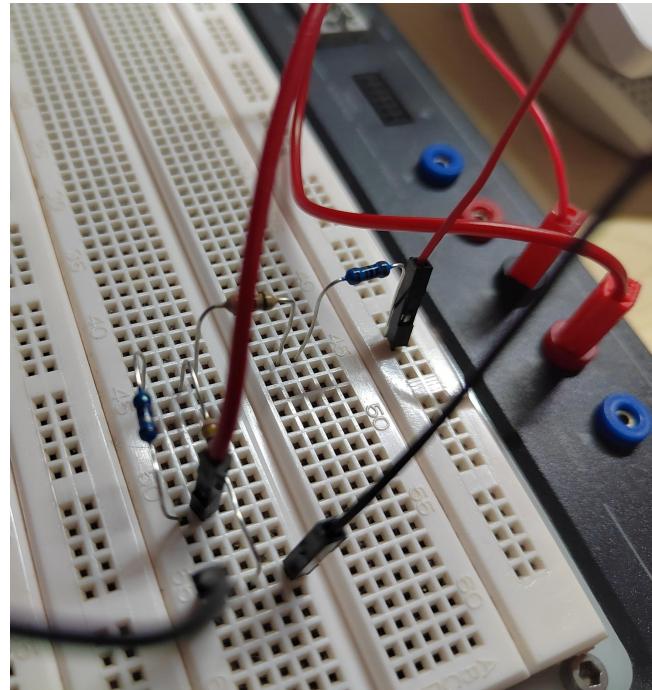
Figure 12.1: The circuit diagram

12.2 In-Lab

- (1) The wire connection is shown in the Figure 12.2, with $R_1 = 51.0 \Omega$ (51.0 Ω), $R_2 = 1.50 \text{ K}\Omega$ (1.47 $\text{K}\Omega$) and $R_3 = 2.40 \text{ K}\Omega$ (2.36 $\text{K}\Omega$). Outside parentheses is the original value and the actual measured value is in parentheses.



(a) Global view



(b) Partial view

Figure 12.2: The actual circuit connection of In-Lab (1)

- (2) Use the multi-meter and the open-circuit voltage is 4.89 V and the short-circuit current is 3.17 mA.



(a) Open-circuit voltage



(b) Short-circuit current

Figure 12.3: Measure the short-circuit current and open-circuit voltage

- (3) Connect the resistor and measure the port voltage, the results are as below:

Table 12.3: The port voltage

Resistance (Ω)	561 (560)	1.00 K (0.99 K)	2.20 K (2.19 K)
Voltage (V)	1.30	1.92	2.89

(4) We use the signal generator to provide the voltage u_{GS} , and the oscilloscope to measure the output voltage u_{DS} .

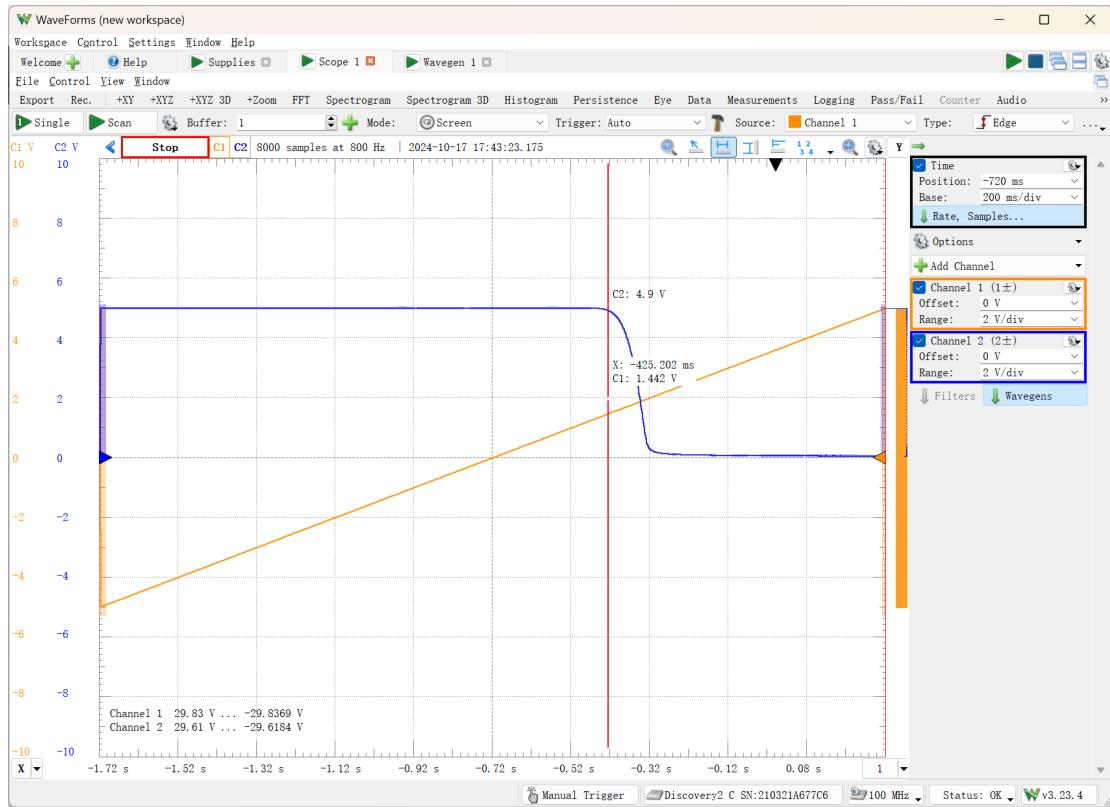


Figure 12.4: u_{DS} starts to fall

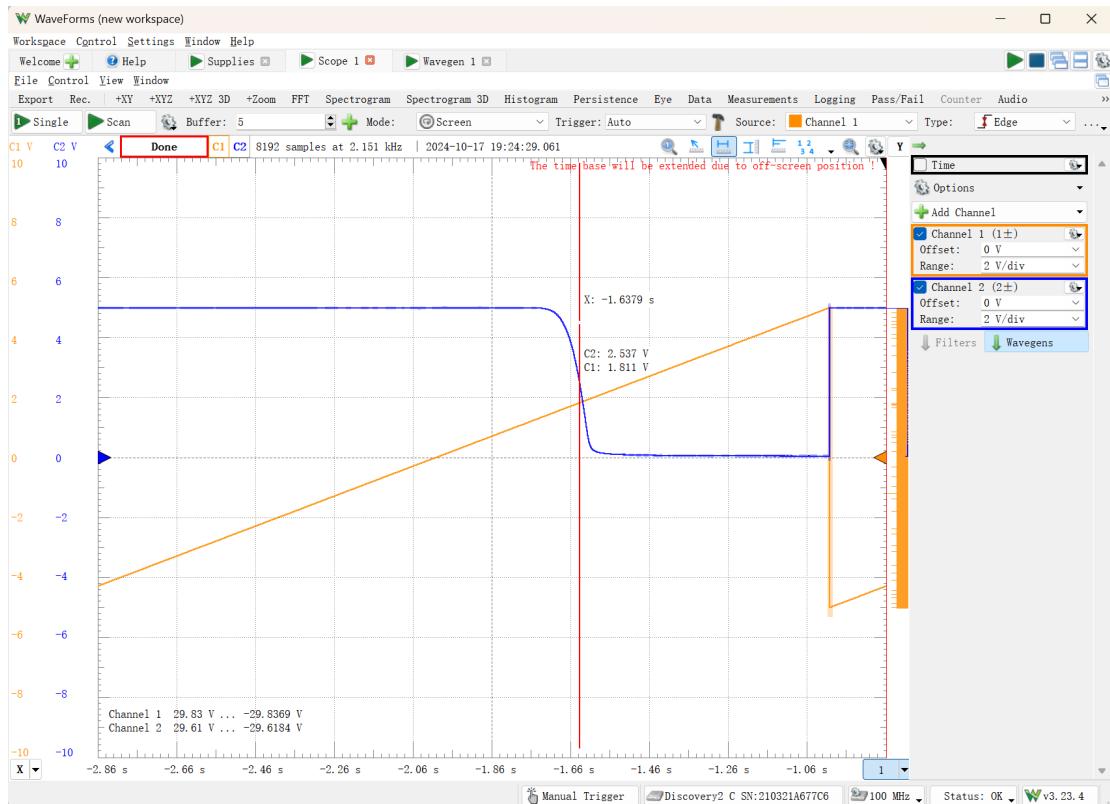


Figure 12.5: u_{DS} is reduced to half its original value

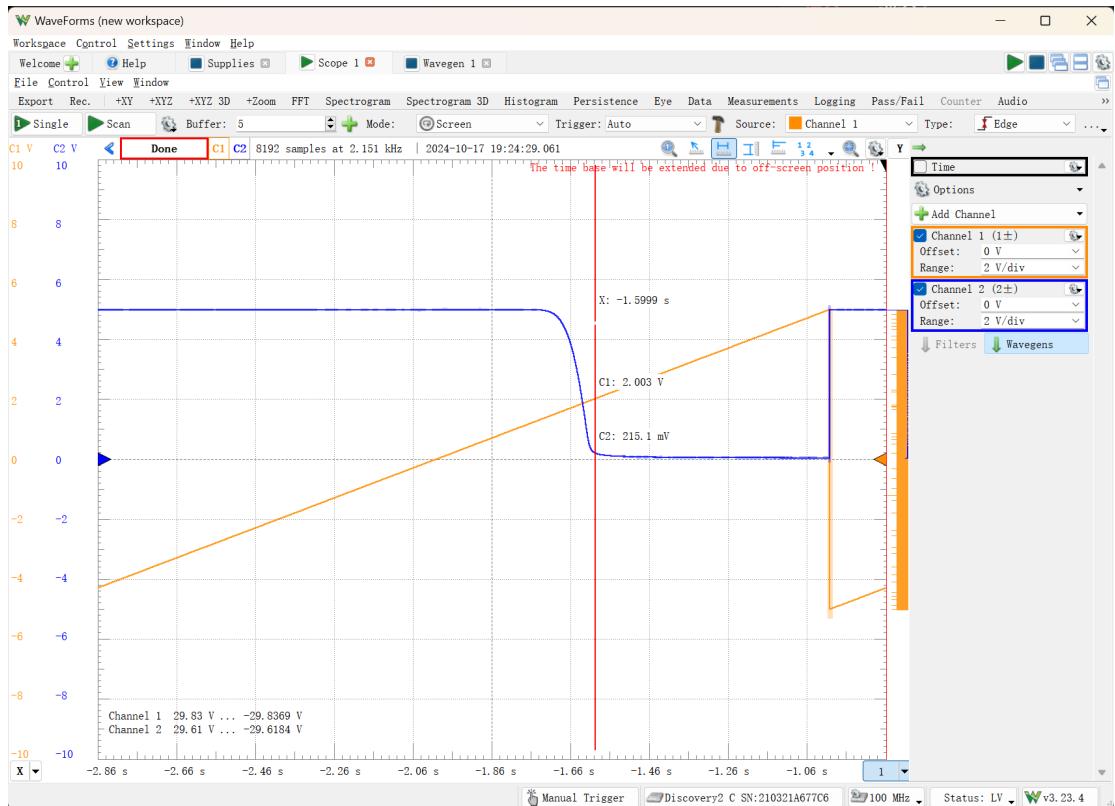
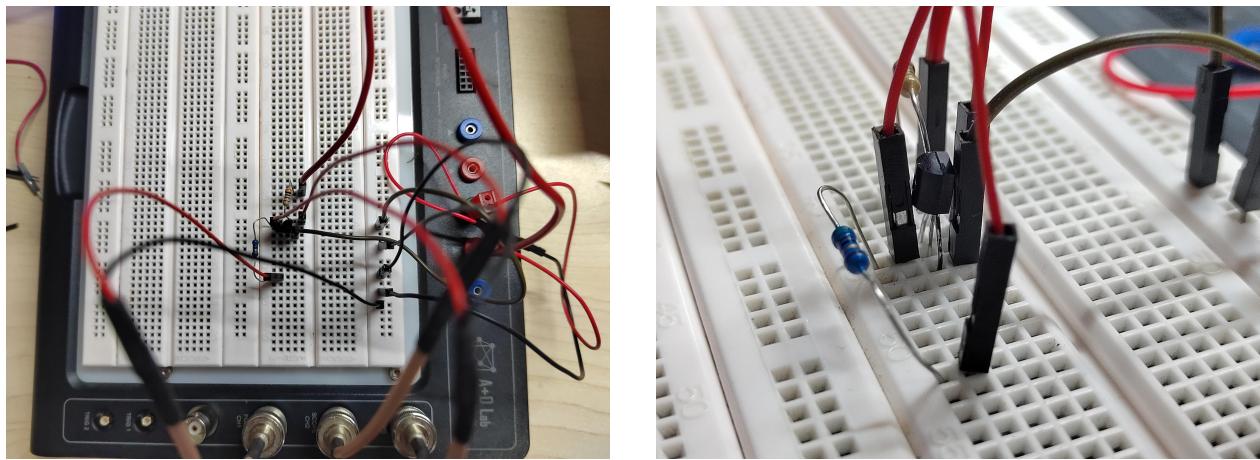


Figure 12.6: u_{DS} is almost approaching zero

The results are shown in the three figures above. It is $u_{GS} = 1.442$ V when u_{DS} starts to fall, $u_{GS} = 1.811$ V when the u_{DS} is reduced to half its original value, and $u_{GS} = 2.003$ V when u_{DS} is almost approaching zero. To ensure MOSFET is fully on, the threshold voltage should be $U_T = 2.003$ V.

(5) The actual wire connection is shown as below. $R_{DS} = 2.8 \Omega$ when $U_{GS} = 5$ V and $R_{DS} = 8.7 \Omega$ when $U_{GS} = 2$ V.

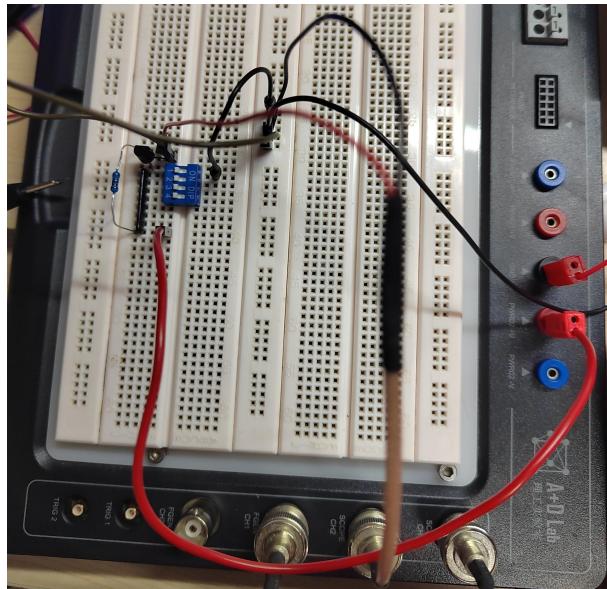


(a) The actual wire connection of In-Lab (5)

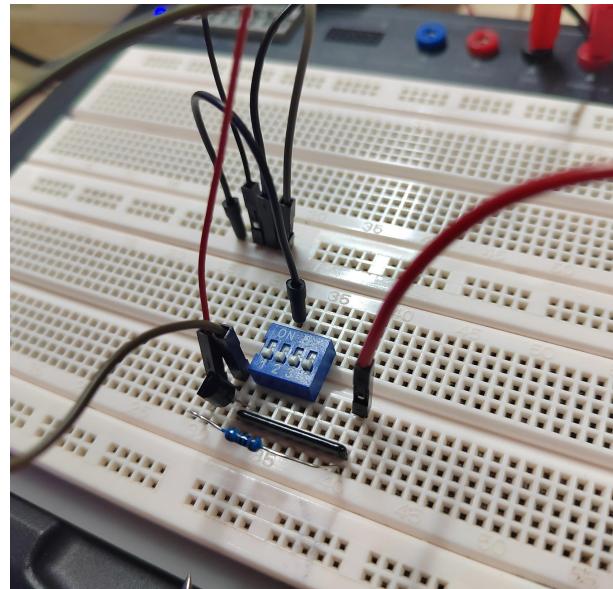
(b) The actual wire connection of In-Lab (5)

Figure 12.7

(6) The actual wire connection is shown as below. $u_o = 4.989$ V when the switch is closed (logic input 0) and $u_o = 0.018$ V when the switch is opened (logic input 1).



(a) Global view



(b) Partial view

Figure 12.8: The actual wire connection of In-Lab (6)

(7, 8) Construct the NOR Gate and NAND, measure their output voltage u_o of all combinations of switch positions respectively. The results are as below:

Table 12.4: The output voltage u_o results of In-Lab (7, 8)

Gate	Switch positon	Logic Input	Output voltage (V)
NOR	(closed, closed)	(0, 0)	4.989
NOR	(opened, closed)	(0, 1)	0.018
NOR	(closed, opened)	(1, 0)	0.018
NOR	(opened, opened)	(1, 1)	0.00874
NAND	(closed, closed)	(0, 0)	4.989
NAND	(opened, closed)	(0, 1)	4.989
NAND	(closed, opened)	(1, 0)	4.989
NAND	(opened, opened)	(1, 1)	0.03212

(9) The actual wire connection is shown as below.

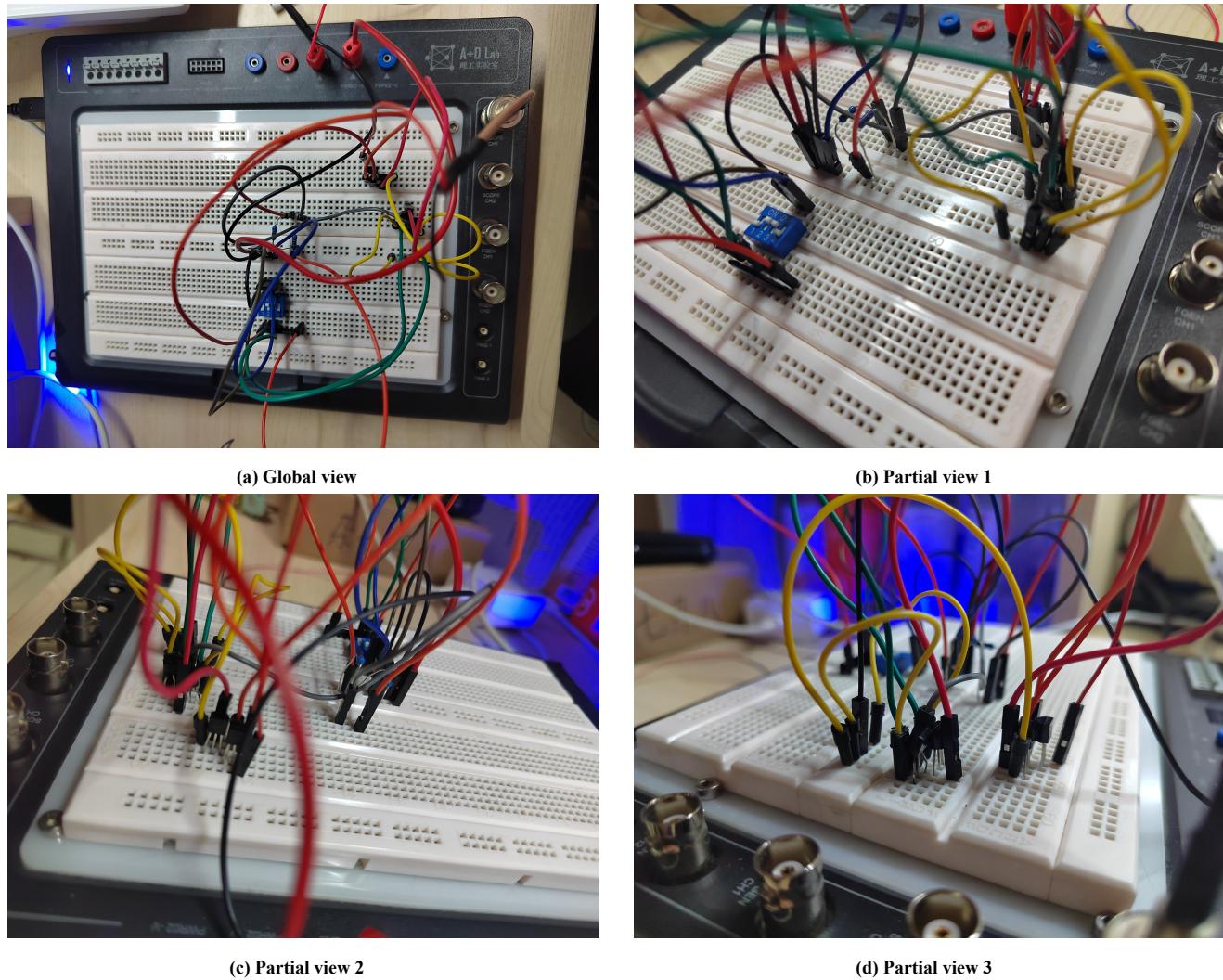
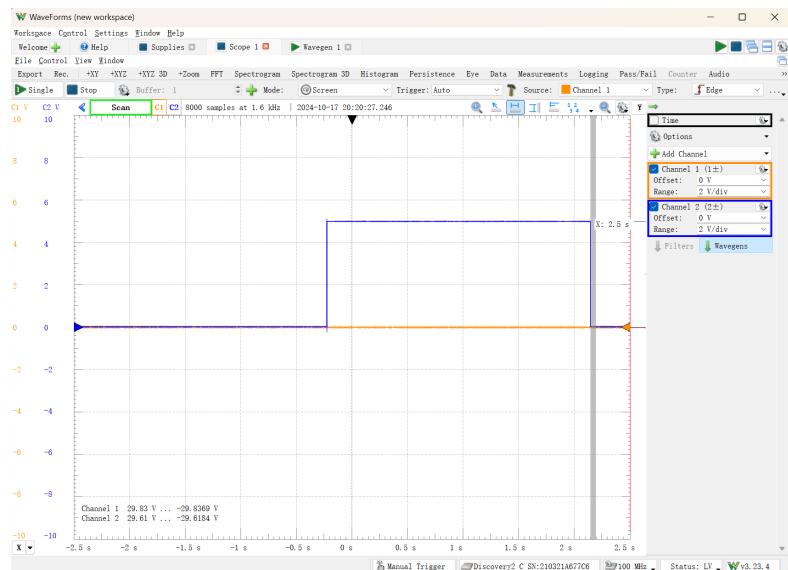


Figure 12.9: The actual wire connection of In-Lab (9)

And the measurement results are:

Table 12.5: u_o results of In-Lab (9)

(A, B, C)	u_o (V)
(0, 0, 0)	4.991
(0, 0, 1)	4.987
(0, 1, 0)	4.987
(0, 1, 1)	4.987
(1, 0, 0)	0.01962
(1, 0, 1)	4.987
(1, 1, 0)	4.987
(1, 1, 1)	4.987

Figure 12.10: u_o becomes 19.62 mV only when (A, B, C) = (1, 0, 0)

12.3 Post-Lab

(1) The Experimental parameters and their actual values is:

Table 12.6: Comparison of the values bewteen Pre-Lab (2) and In-Lab (2)

Parameter	Theoretical	Experimental	Percentage error
$U_{\text{The}} (\text{V})$	4.8889	4.89	+ 0.02 %
$I_{\text{Nor}} (\text{mA})$	3.156	3.17	+ 0.44 %
R	1548.8889	1542.5868	- 0.41 %

Percentage error = $\frac{|y - \hat{y}|}{y}$ standing for "Absolute Percentage Error", where y is the experimental value and \hat{y} is the theoretical value.

In Pre-Lab (2), the given theoretical resistance is $R_1 = 50 \Omega$, $R_2 = 2.2 \text{ K}\Omega$, $R_3 = 1.5 \text{ K}\Omega$. However, the actual resistance we used in In-Lab (2) was $R_1 = 51.0 \Omega$, $R_2 = 1.47 \text{ K}\Omega$ and $R_3 = 2.40 \text{ K}\Omega$. Reevaluate the related parameters as below and these should be more realistic results.

Table 12.7: Comparison under the actual values

Parameter	Actual theoretical	Experimental	Percentage error
$U_{\text{The}} (\text{V})$	4.8942	4.89	- 0.09 %
$I_{\text{Nor}} (\text{mA})$	3.220	3.17	- 1.58 %
R	1519.921	1542.5868	+ 1.47 %

When using multi-meter as a voltage-meter, as it is not ideal, the experimental voltage should be slightly lower the theoretical value. Also, the experimental current should be higher than the theoretical. These exactly matches the results in Table 12.7.

(2) According to Table 12.3, the corresponding port current (with the actual resistance) is:

Table 12.8: The port current

Resistance (Ω)	561 (560)	1.00 K (0.99 K)	2.20 K (2.19 K)
Voltage (V)	1.30	1.92	2.89
current (mA)	2.3214	1.9394	1.3196

(3) The port's $i-u$ relationship and the data obtained during In-Lab (3) are shown in the Figure 12.11 on the top of the next page.

(4) According to the data sheet of N-MOSFET 2N7000, R_{DS-ON} is typically 1.7Ω and not exceeding 7.5Ω when $U_{GS} = 5 \text{ V}$. Our experimental data is 2.8Ω , which is within the range of the data sheet.

We can know the threshold voltage U_T of 2N7000 is about 2.0 V according to the Figure 12.12 from the data sheet. The comparison of MOSFET data is shown in Table 12.9.

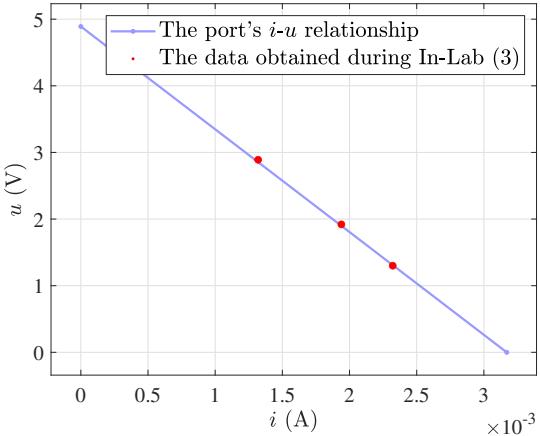
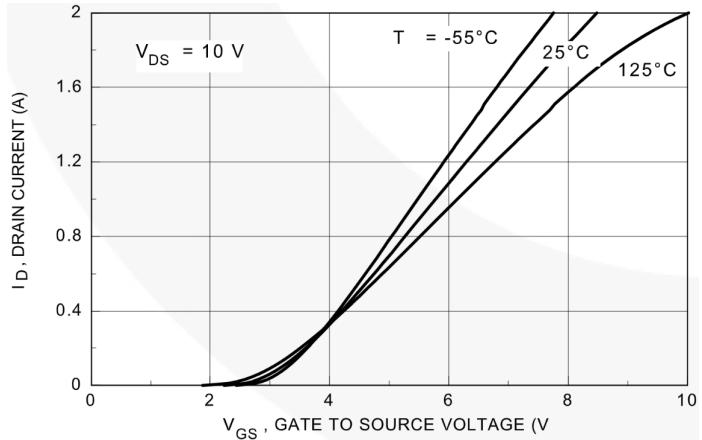
Figure 12.11: The port's i - u relationship

Figure 12.12: The threshold voltage of 2N7000

Table 12.9: Comparison of MOSFET data

Type	R_{DS-ON} (Ω)	U_T (V)
Data sheet	typical 1.7 and max 7.2	between 1.85 and 2.5
Experiment	2.8	2.003

(5) With $R_{ON} = 2.8 \Omega$ measured during In-Lab (5), we can get the theoretical output voltage of different switch positions, comparing with the experimental values in Table 12.10.

Table 12.10: The output voltage u_o using R_{ON} measured during In-Lab (5)

Gate	Input voltage u_i	Logic input	Theoretical output u_o (V)	Experimental output (V)
NOT	$< U_T$	0	$U_s = 5$	4.989
NOT	$> U_T$	1	$\frac{R_{ON}U_s}{R_{On}+R_D} = 0.0140$	0.018
NOR	$u_1 < U_T, u_2 < U_T$	(0, 0)	$U_s = 5$	4.989
NOR	$u_1 > U_T, u_2 < U_T$	(1, 0)	$\frac{R_{ON}U_s}{R_{On}+R_D} = 0.014$	0.018
NOR	$u_1 < U_T, u_2 > U_T$	(0, 1)	$\frac{R_{ON}U_s}{R_{On}+R_D} = 0.014$	0.018
NOR	$u_1 > U_T, u_2 > U_T$	(1, 1)	$\frac{R_{ON}U_s}{R_{On}+2R_D} = 0.0070$	0.009
NAND	$u_1 < U_T, u_2 < U_T$	(0, 0)	$U_s = 5$	4.989
NAND	$u_1 > U_T, u_2 < U_T$	(1, 0)	$U_s = 5$	4.989
NAND	$u_1 < U_T, u_2 > U_T$	(0, 1)	$U_s = 5$	4.989
NAND	$u_1 > U_T, u_2 > U_T$	(1, 1)	$\frac{2R_{ON}U_s}{2R_{On}+R_D} = 0.0278$	0.032

(6) Suppose the supply voltage is 5 V, to achieve the best symmetric noise margins, we specify the voltage parameters of MOSFET as below:

Table 12.11: Voltage parameters of MOSFET

	Input	Output
Low	$U_{IL} = 1.442 \text{ V}$	$U_{OL} = 5 \text{ V}$
High	$U_{IH} = 2.003 \text{ V}$	$U_{OH} = 0 \text{ V}$

When the input voltage is lower than $U_{LI} = 1.442$ V (logic 0), the MOSFET is off so that the inverter produce a high voltage closed to $U_{OH} = 5$ V (logic 1). On the contrary, when the input voltage is higher than $U_{HI} = 2.003$ V (logic 1), the MOSFET is on so that the inverter produce a low voltage closed to $U_{OL} = 0$ V (logic 0).

Laboratory 2:

实验课件见网址 <https://www.123865.com/s/0y0pTd-KRKj3>。

* 第二次习题课前练习

一、求图示二端口的 G 参数

三、求图示电路的电压增益以及从电源看过去的入端等效电阻。

四、某元件 A 端口 $u-i$ 关系如图所示(其中 U_{TH} 、 I_S 均为元件参数)。(1)求含运放电路的功能。(2)如何实现指数运算功能? (3)如何实现乘法运算功能?

$i = I_S e^{u/U_{TH}}$

五、分析下图所示电路的功能, 其中 d_0 与 d_1 互为反(均为数字信号 0 或 1)。提示: 看 d_0 , d_1 , d_2 取不同值时 u_o 的输出。

Figure 13.1: 第二次习题课前练习

13.1 求图示二端口的 G 参数

由 KVL 和广义 KCL, 得到:

$$\begin{cases} (i_1 - 0.5u_1) + (i_2 - 0.5u_2) = 5(0.5u_1) \\ 3u_1 + 0.5u_2 = 2i_1 + 2i_2 \end{cases} \implies \begin{cases} i_1 = \frac{9}{8}u_1 + \frac{5}{8}u_2 \\ i_2 = \frac{15}{8}u_1 - \frac{1}{8}u_2 \end{cases}, \quad G = \begin{bmatrix} \frac{8}{9} & \frac{8}{5} \\ \frac{8}{15} & -8 \end{bmatrix} S \quad (13.1)$$

13.2 设计一个用于直流信号下的最简二端口 (略)

13.3 求图示电路的电压增益与入端电阻

容易得到:

$$u_o = 2u_i, \quad i = \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)u_i \implies A = 2, \quad R_i = \frac{1}{\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}} = \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1} \quad (13.2)$$

13.4 根据图示电路回答问题

- (1) 这是一个(反相)对数运算电路, $u_o = -U_{TH} \ln\left(\frac{u_i}{I_S R}\right)$
- (2) 将二极管与电阻 R 的位置互换
- (3) 依次复合对数运算、线性运算和指数运算, 或者依次复合指数运算、线性运算和对数运算

13.5 分析下图所示电路的功能

图示电路是一个简易的 DAC (Digital-Analog Converter), 将数字信号转为模拟信号。考虑到无论输入的数字信号是多少, 中间三条支路中的电阻都是接地的, 因此各三条支路的电流值是不变的, MOS 管的作用仅是调节电流是否输入到运放, 也即是否通过运放上侧的电阻 $R_f = R$, 依次调节输出电压 $u_o = -i_f R_f$ 。

列出方程如下:

$$\begin{cases} 2i_2R = u_s \\ 2i_2R - (i + i_0 + i_1)R = 2i_1R \\ 2i_1R - (i + i_0)R = 2i_0R \\ 2i_0R - i(2R) = 0 \end{cases} \implies \begin{cases} i_2 = \frac{1}{8R}4u_s \\ i_1 = \frac{1}{8R}2u_s \\ i_0 = i = \frac{1}{8R}u_s \end{cases} \quad (13.3)$$

$$\implies u_o = -(d_0i_0 + d_1i_1 + d_2i_2)R = -\frac{u_s}{8} (d_2 \cdot 2^2 + d_1 \cdot 2^1 + d_0 \cdot 2^0) \quad (13.4)$$