

电路原理课程作业

Homework of Principles of Electric Circuits

丁毅

中国科学院大学，北京 100049

Yi Ding

University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China

2024.8 – 2025.1

序言

本文为笔者本科时的“电路原理”课程作业（Homework of Principles of Electric Circuits, 2024.9-2025.1）。由于个人学识浅陋，认识有限，文中难免有不妥甚至错误之处，望读者不吝指正，在此感谢。

我的邮箱是 dingyi233@mails.ucas.ac.cn。

目录

序言	I
目录	I
1 Homework 1: 2024.8.27 - 2024.9.2	1
2 Homework 2: 2024.9.3 - 2024.9.9	5
3 Homework 3: 2024.9.10 - 2024.9.18	8
4 Homework 4: 2024.9.19 - 2024.9.24	10
5 Homework 5: 2024.9.25 - 2024.10.8	12
6 Homework 6: 2024.10.9 - 2024.10.15	18
7 Simulate 1: 2024.9.10 - 2024.9.24	23
8 Simulate 2:	27
9 Laboratory 1: 2024.10.11 - 2024.	28
10 Laboratory 2:	29
11 第二次习题课课前练习	30
附录 A Matlab 代码	32

Homework 1: 2024.8.27 - 2024.9.2

1.1 习题集 1-2: 求题图各电路中的电压 U 和电流 I

- (a) 短路, 因此 $U = 0$, $I = \frac{U_s}{R_i}$
 (b) 开路, 因此 $U = U_s$, $I = 0$
 (c) 构成回路, 因此 $U = \frac{U_s R}{R + R_i}$, $I = \frac{U_s}{R + R_i}$

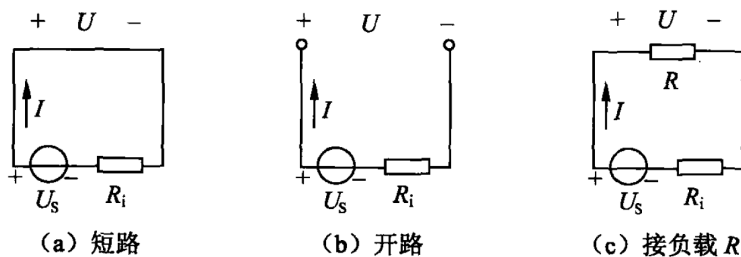


图 1.1: 1.1 习题集 1-2

1.2 习题集 1-9: 求题图 (a) 中的电压 U_{ab} , 图 (b) 中的电阻 R , 图 (c) 中的电压 U_s 和图 (d) 中的电流 I

- (a) $\varphi_a - 3\text{ V} + 2\text{ V} = \varphi_b \Rightarrow U_{ab} = 1\text{ V}$
 (b) $I = 1\text{ A}$, $3 - IR = -4 \Rightarrow R = 7\ \Omega$
 (c) $-3 + U_s = 1 \Rightarrow U_s = 4\text{ V}$
 (d) $R = 2\ \Omega$, $-IR + 2 = 3 \Rightarrow I = -0.5\text{ A}$

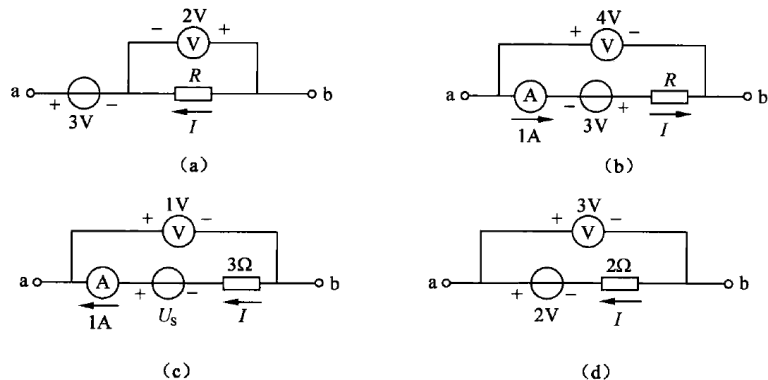


图 1.2: 1.2 习题集 1-9

1.3 习题集 1-10: 求题图电路中的电压 U_{ab}

- (a) 记参考点 a 的电势 $\varphi_a = 0$, 则 $\varphi_c = 2\text{ V}$, $\varphi_b = -2\text{ V}$, 因此 $U_{ab} = 2\text{ V}$
 (b) 记参考点 d 的电势 $\varphi_d = \varphi_b = 0$, 则 $\varphi_c = 6\text{ V}$, $\varphi_a = -2\text{ V}$, 因此 $U_{ab} = -2\text{ V}$

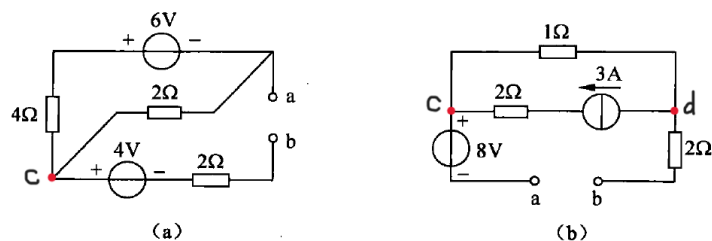


图 1.3: 1.3 习题集 1-10

后补: (b) 中电流源两端仍有电势差, $\varphi_c \neq 6\text{ V}$ 而是 $\varphi_c = -3\text{ V}$, 最终得 $U_{ab} = -5\text{ V}$ 。

1.4 习题集 1-15: 求题图各电路汇总所标出的电压和电流

- (a) $I = -\frac{U}{R} + 4\text{ A} = -2\text{ A}$
 (b) $U = 12\text{ V} + 3\Omega \times 4\text{ A} = 0$
 (c) $I = 8\text{ A} - 6\text{ A} = 2\text{ A}$, $U = 12\text{ V} + 3 \times 8\text{ V} = 36\text{ V}$
 (d) 取点 d 为参考点, 则 $\varphi_d = \varphi_c = 0$, $\varphi_b = \varphi_a = 9\text{ V}$, 于是 $U_1 = 9 + 2 \times 3 = 15\text{ V}$, $U_2 = 9 + 2 \times 2 = 13\text{ V}$, $I = 2 - (9 - 3) = -4\text{ A}$

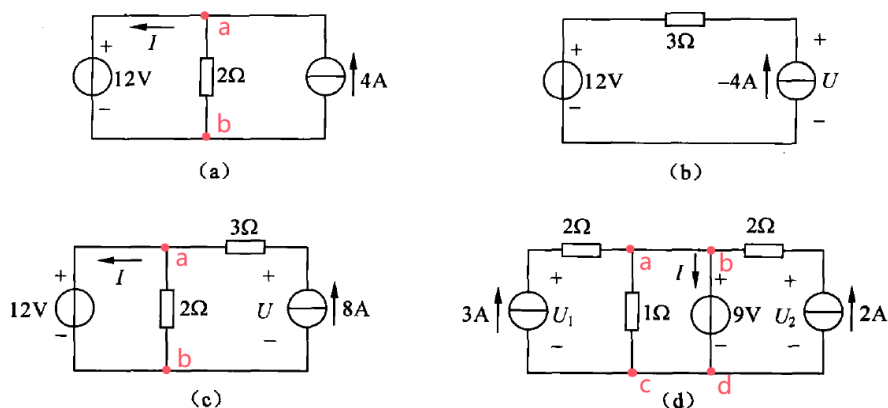


图 1.4: 1.4 习题集 1-15

1.5 习题集 1-29: 题图电路中流过 40Ω 电阻的电流为 2 A , 求电流源的电流值 I_S

取点 a 为参考点 $\varphi_a = 0$, 可得 $\varphi_b = 100U_1 - 80$, 于是在结点 a 有电流:

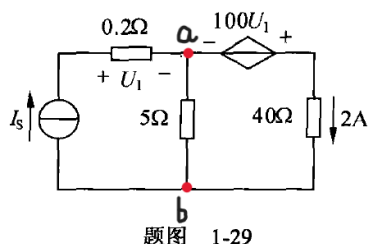
$$I_S + \frac{100U_1 - 80}{5} = 2$$

0.2Ω 电阻处又有 $U_1 = 0.2I_S$, 联立解得 $I_S = 3.6\text{ A}$, $U_1 = 7.2\text{ V}$ 。

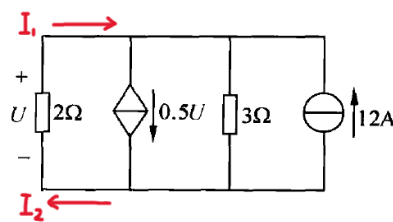
1.6 习题集 1-30: 求题图电路中独立电源的功率

这里要注意左二元器件是受控电流源, 因此 $0.5U$ 是指电流大小而非电压。 I_1 处可列出方程:

$$\frac{U}{2} + 12 - \frac{U}{3} = 0.5U \Rightarrow U = 36\text{ V} \Rightarrow P = UI = 432\text{ W}$$



题图 1-29



题图 1-30

图 1.5: 1.4 习题集 1-29 和 1.5 习题集 1-30

后补: 上面的方程列错了, 错将 I_1 的方向标为由左向右, 应该是由右向左。最后得到 $P = 108\text{ W}$ 。另外, 也可以直接将受控电流源看作是 2Ω 的电阻, 这样左侧三个电阻并联, 也可求出正确答案 108 W 。

1.7 讲义题 1-6: 关联参考方向下, 电阻的 $\alpha > 90^\circ$ 代表什么物理意义

$\alpha > 90^\circ$ 时, 电阻为“负电阻”。

1.8 讲义题 1-7: 充电电池的 1 C 是什么意思, 涓流充电是多少 C, 快速充电是多少 C

充放电倍率 C 的含义:

C (充放电倍率) 表示电池充放电时电流相对电池容量的大小数值, $C = \frac{\text{电池容量}}{\text{充放电所需时间}}$ 。例如, 1 C 电流充电表示电池需要 1 小时充满, 5 C 充电表示电池需要 0.2 小时充满。放电也是类似的, 一个 10 Ah 的电池以 2 C 放电, 表示以 20 A 的电流放电 0.5 h。

若倍率上升, 总时间就会下降, 若倍率下降, 总时间就会上升。通俗来讲, C 代表了电池的爆发力大小, 高倍率的动力电池瞬间放电电流大, 特别适合大电流放电产品使用, 如航模。

涓流充电:

涓流充电是指在电池接近完全充满电后, 采用非常小的电流进行充电, 以弥补电池自放电造成的容量损失。理论倍率 C 约为最大倍率 C_{\max} 的 $\frac{1}{100}$ 至 $\frac{1}{1000}$, 但由于倍率太小, 常常根本无法充电, 一个比较好的方法是脉冲式充电, 例如以 $\frac{C_{\max}}{10}$ 充电 6 s, 然后停止充电 54 s。

快速充电:

快速充电至少要求 1 C, 现阶段的快速充电多在 1.5 C 至 2 C 之间。

1.9 讲义题 1-8 (Multisim 仿真): 用 Multisim 实现课堂仿真中的 MOSFET。画出 U_{GS} 固定为 5 V, U_{DS} (横轴) 从 0 V 到 12 V 变化时 I_{DS} (纵轴) 的曲线; 以及 U_{DS} 固定为 10 V, U_{GS} (横轴) 从 0 至 10 V 变化时 I_{DS} (纵轴) 的曲线

仿真电路如图 1.6 所示,

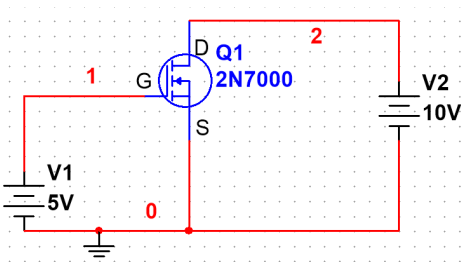


图 1.6: 仿真电路图

先固定 $U_{GS} = 5\text{ V}$ 不变 (即 $V_1 = 5\text{ V}$), 横坐标 $U_{DS} \in [0\text{ V}, 12\text{ V}]$, 画出 I_{DS} (即 I_2) 的变化曲线, 如图 1.7 所示。再固定 $U_{DS} = 10\text{ V}$ 不变 (即 $V_2 = 10\text{ V}$), 横坐标 $U_{GS} \in [0\text{ V}, 10\text{ V}]$, 画出 I_{DS} (即 I_2) 的变化曲线, 如图 1.8 所示。

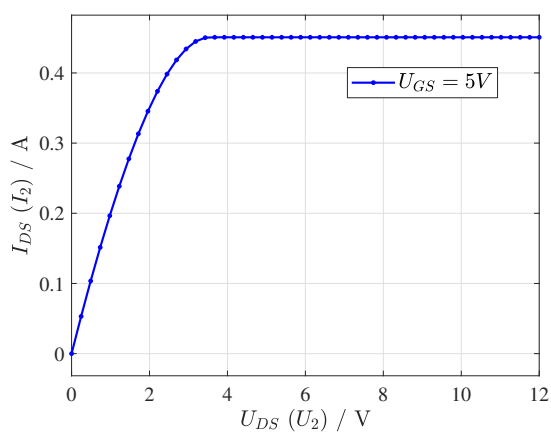


图 1.7: 仿真结果 1

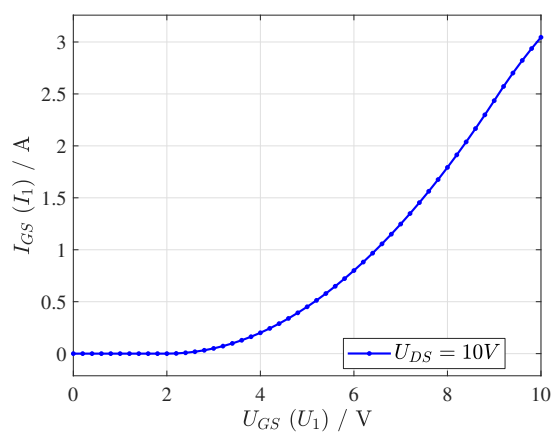


图 1.8: 仿真结果 2

Homework 2: 2024.9.3 - 2024.9.9

2.1 习题集 1-33: 题图电路中 $R_1 = 40$, $R_e = 27$, $R_b = 150$, $R_L = 1500$, 单位都为 Ω , $\alpha = 0.98$, 求电压增益 $\frac{u_2}{u_1}$ 和功率增益 $\frac{p_2}{p_1}$, 其中 p_1 是 u_1 输出的功率, p_2 是 R_L 吸收的功率

左半边回路有:

$$u_1 - 67i_e - (1 - \alpha)i_e \cdot 150 = 0 \Rightarrow \frac{u_2}{u_1} = \frac{\alpha i_e R_L}{70i_e} = \frac{0.98 \times 1500}{70} = 21$$

$$p_2 = (\alpha i_e)^2 R_L, \quad p_1 = u_1 i_e \Rightarrow \frac{p_2}{p_1} = \frac{(\alpha i_e)^2 R_L}{70i_e^2} = 20.58$$

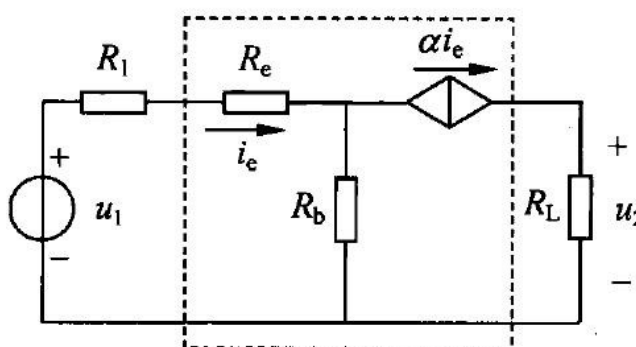


图 2.1: 习题集 1-33

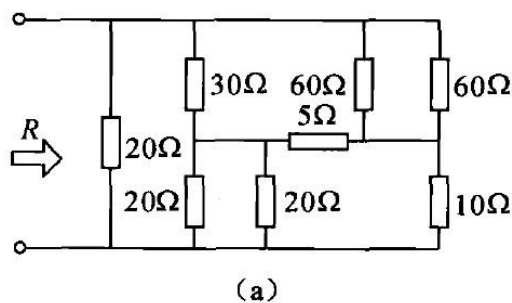
2.2 习题集 2-2: 求题图各电路的入端电阻 R

对图 (a), 化简并联后电桥平衡, 可以得到

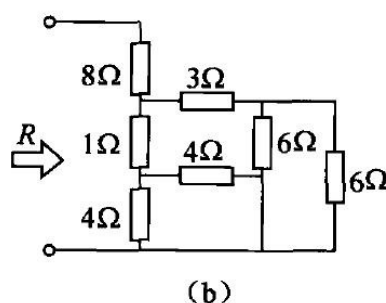
$$\frac{1}{R} = \frac{1}{20} + \frac{1}{40} + \frac{1}{40} \Rightarrow R = 10 \Omega$$

对图 (b), 经过多次并联化简, 可以得到:

$$R = 8 + \frac{3 \times 6}{3 + 6} = 10 \Omega \quad (2.1)$$



(a)



(b)

图 2.2: 习题集 2-2

2.3 习题集 2-6: 将题图中各电路化为最简电路

各电路的最简电路图如图 2.4 所示:

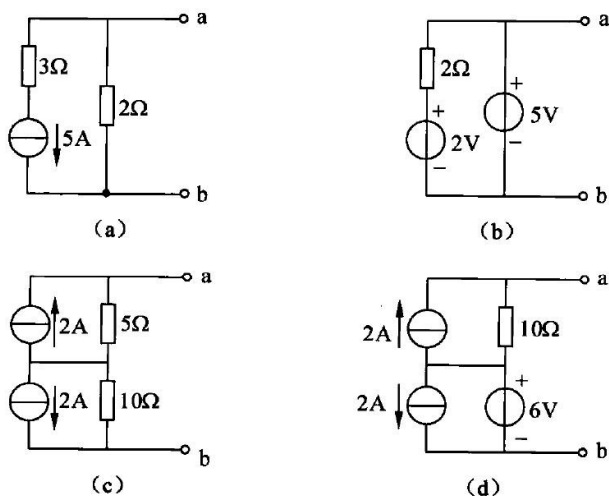


图 2.3: 习题集 2-6

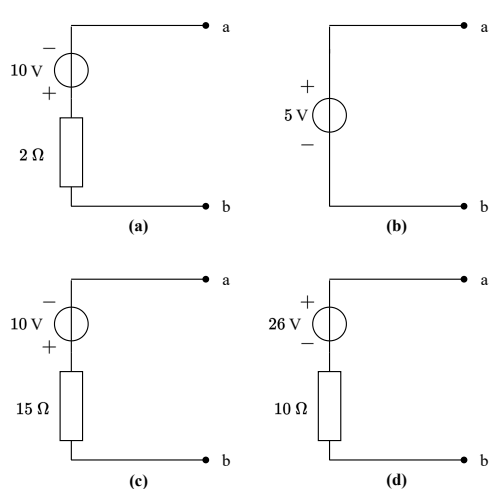


图 2.4: 习题集 2-6 解答

2.4 习题集 2-8: 用电源等效方法求题图中的电流 i

对原电路进行多次等效转换, 得到最简电路如图所示, 进而有:

$$I = \frac{3}{2 + 3 + 5} = 0.3 \text{ A}$$

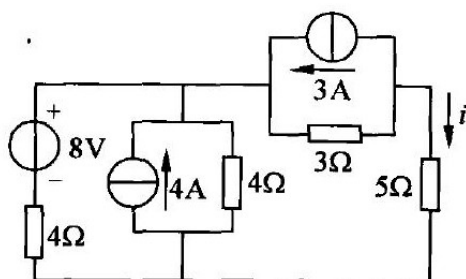


图 2.5: 习题集 2-8

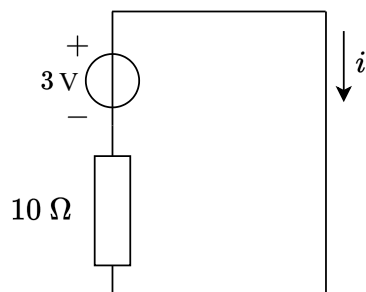


图 2.6: 习题集 2-8 等效电路

2.5 习题集 2-11: 求题图中的电流 I

等效电路图如图 2.8 所示, 由 KVL 得:

$$28 = 4I' + 4(I' - I), \quad 25 = -8I + 4(I' - I) \implies I' = 2.95 \text{ A}, \quad I = -1.1 \text{ A}$$

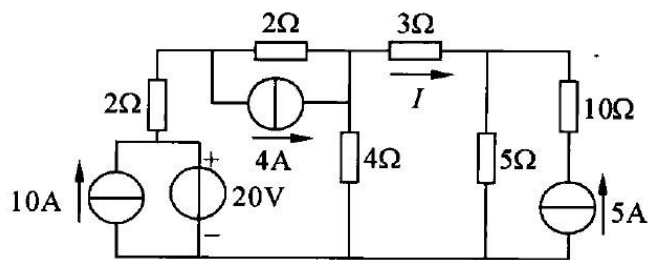


图 2.7: 习题集 2-11

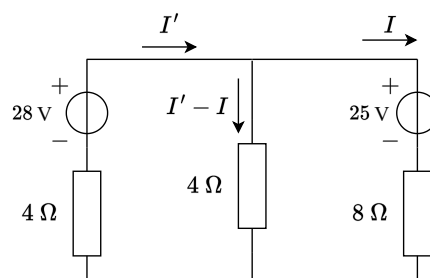


图 2.8: 习题集 2-11 等效电路

2.6 习题集 2-17: 求题图中的电压 U_{ab}

等效电路图如图 2.10 所示, 可以求得:

$$4I - 8 = 12(I - 1) \Rightarrow I = 0.5 \text{ A} \Rightarrow U_{ab} = 8 - 8I = 4 \text{ V}$$

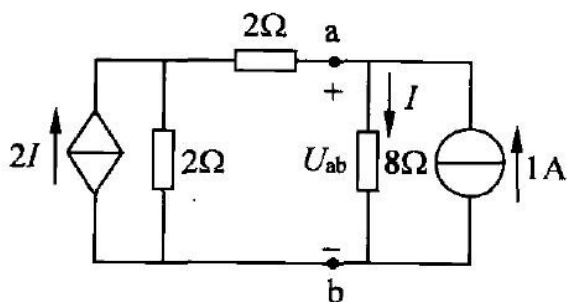


图 2.9: 习题集 2-17

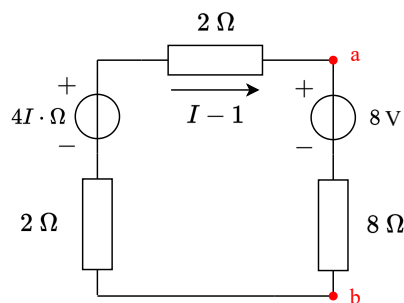


图 2.10: 习题集 2-17 等效电路

2.7 习题集 2-22: 求题图中的电压 U_1 , U_2 和电流源发出的功率

经过电源等效和 Δ -Y 变换, 等效电路图如图 2.12 所示, 回路总电阻 $R = 3 + \frac{4}{9} + \frac{14}{9} = 5 \Omega$, $I_1 = \frac{U}{R} = 1.2 \text{ A}$, 则有:

$$U_1 = 6 - 3 \times 1.2 = 2.4 \text{ V}, \quad U_2 = 2 \times \frac{I}{2} = 1.2 \text{ V}, \quad P = 2U_1 = 4.8 \text{ W}$$

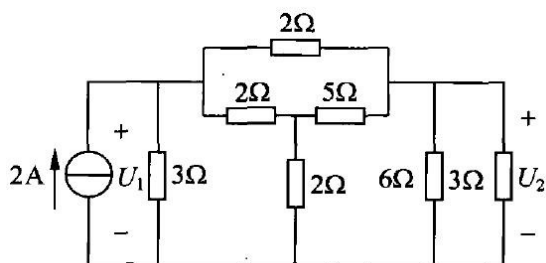


图 2.11: 习题集 2-22

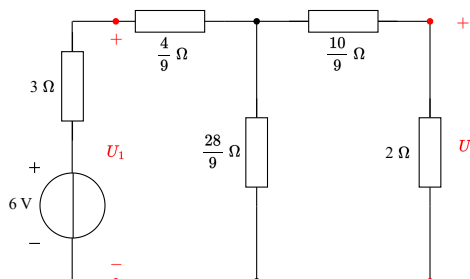


图 2.12: 习题集 2-22

Homework 3: 2024.9.10 - 2024.9.18

3.1 习题集 3-40 (书上答案不正确): 题图电路中, $u_s(t) = \sin 4t \text{ V}$, 电阻 $R_2 = 2R_1 = 1 \text{ k}\Omega$, 求电流 $i(t)$

由虚短和虚断, 可以得到 R_1 处电流为 $i_1 = \frac{u_s}{R_1}$ (从上至下), 于是输出电压 $u_o = 3u_s$, 右侧负载由三个电阻构成, 并联电阻分压 $2u_s$, 最后得电流 $i(t)$:

$$i(t) = \frac{2u_s}{6 \text{ k}\Omega} = \frac{u_s}{3} \text{ mA} \quad (3.1)$$

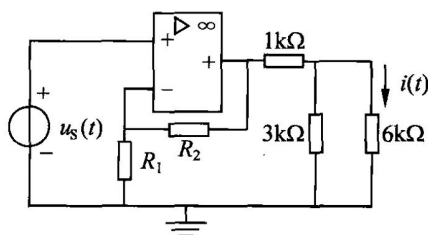


图 3.1: 习题集 3-40

3.2 习题集 3-45 (注意题目单位是 S): 对题图电路, 求电压增益 $\frac{U_o}{U_i}$ 和入端电阻 R_i

如图所示, 将电导全部转换为电阻。由虚断、虚短, 流经 $\frac{1}{10} \Omega$ 电阻的电流为 $i_1 = \frac{u_s}{0.1 \Omega} = 10u_s$ 。右下角两电阻分压, 再由虚短可得 $i_2 = 2U_o$, 于是 $i_3 = i_1 + i_2 = 10U_s + 2U_o$, 由 KVL:

$$0 - \frac{1}{3}(10U_s + 2U_o) = U_o \Rightarrow \frac{U_o}{U_s} = -2 \quad (3.2)$$

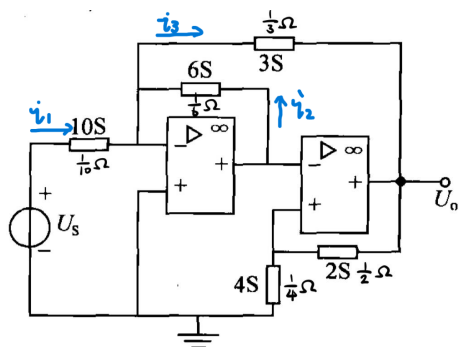
入端电阻 R_i :

$$i_1 = 10U_s \Rightarrow R_i = \frac{1}{10} \Omega \quad (3.3)$$

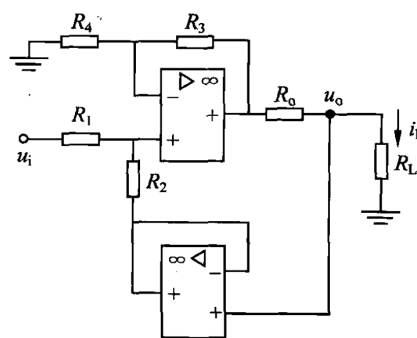
3.3 习题集 3-46: 题图电路中, $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_o = R_L$, 求在输入电压 u_i 作用下的负载电流 i_L

依据 KVL、KCL、虚短、虚断, 标出各节点电势, 如图所示。则有:

$$(u_i + u_o) - u_o = i_L R, \quad i_L = \frac{u_o}{R_L} \Rightarrow u_o = u_i, \quad i_L = \frac{u_o}{R_L} = \frac{u_i}{R_L} \quad (3.4)$$



(a) 习题集 3-45



(b) 习题集 3-46

图 3.2: 习题集 3-45 和习题集 3-46

3.4 讲义题 2-19: 求同相比例放大器和反向比例放大器的输入电阻和输出电阻, 放大器均理想, 根据求解结果讨论两种放大器的优劣

(1) 反相比例放大器

对输入电阻, $i_1 = \frac{u_i}{R_1} \Rightarrow R_i = R_1$ 。对输出电阻, 将输入电压源短路, 采用加流求压法, 在输出端接入电流源, 由 $u = iR$ 且 $u = 0$, 得 $R_o = 0$ 。也即:

$$R_i = R_1, R_o = 0 \quad (3.5)$$

(2) 同相比例放大器

对输入电阻, R_1 右端断路, 因此 $R_i = \infty$ 。对输出电阻, 将输入电压源短路, 采用加流求压法, 在输出端接入电流源, 由 $u = iR$ 且 $u = 0$, 得 $R_o = 0$ 。也即:

$$R_i = \infty, R_o = 0 \quad (3.6)$$

从输入输出电阻特性来看, 同相比例放大器电气特性更优秀。

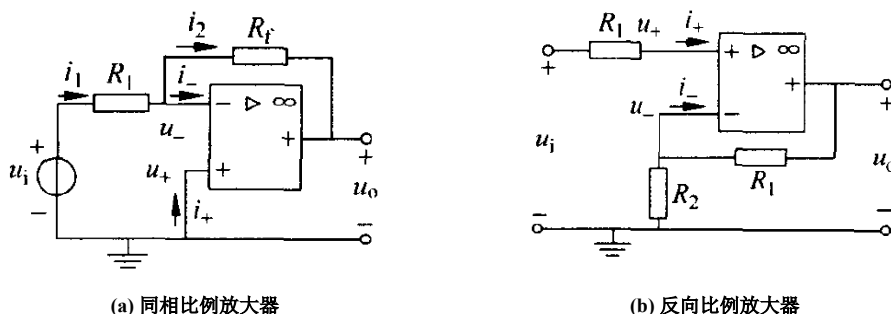


图 3.3: 讲义题 2-19

3.5 讲义题 2-20: 求题图各网络的 G 参数

(a) 由 KVL 有:

$$\begin{cases} u_1 = R_2(i_1 - i_2) \\ u_2 = R_1 i_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} i_1 = \frac{1}{R_2} u_1 + \frac{1}{R_1} u_2 \\ i_2 = \frac{1}{R_1} u_2 \end{cases}, G = \begin{bmatrix} \frac{1}{R_2} & \frac{1}{R_1} \\ \frac{1}{R_1} & 0 \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

(b) 由 KVL, KCL 有:

$$\begin{cases} u_1 = R_1 \left(i_1 - \frac{u_1 - u_2}{R_2} \right) \\ u_2 = R_1 \left(i_2 + \frac{u_1 - u_2}{R_2} \right) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} i_1 = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) u_1 - \frac{1}{R_2} u_2 \\ i_2 = -\frac{1}{R_2} u_1 + \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) u_2 \end{cases}, G = \begin{bmatrix} \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} & -\frac{1}{R_2} \\ -\frac{1}{R_2} & \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

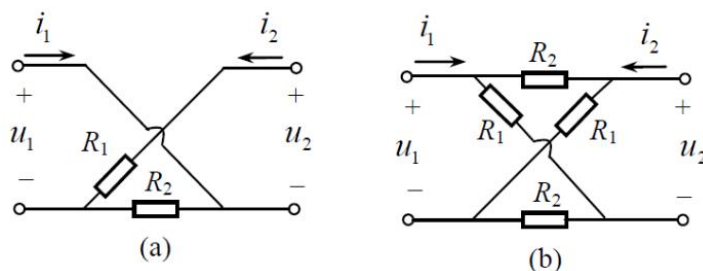


图 3.4: 讲义题 2-20

Homework 4: 2024.9.19 - 2024.9.24

4.1 讲义题 2-20: 求图示各网络的和 R 参数

如图 4.1 (a), 对 (a) 电路有:

$$\begin{cases} u_1 + u_2 = i_2 R_1 \\ u_1 = (i_1 - i_2) R_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_1 = R_2 i_1 + (-R_2) i_2 \\ u_2 = (-R_1) i_1 + (R_1 + R_2) i_2 \end{cases}, \mathbf{R} = \begin{bmatrix} R_2 & -R_2 \\ -R_1 & R_1 + R_2 \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

对 (b) 电路, 设 2 号端口的低电位为 u , 也即 $u_{2,-} = u$, 由 KCL:

$$\begin{cases} i_1 + \frac{u+u_2-u_1}{R_2} = \frac{u_1-u}{R_1} \\ \frac{u_1-u}{R_1} = i_2 + \frac{u}{R_2} \\ \frac{u+u_2}{R_1} + \frac{u}{R_2} = i_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_1 + u_2 = R_1 i_1 + R_1 i_2 \\ u_1 - u_2 = R_2 i_1 - R_2 i_2 \end{cases} \quad (4.2)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} u_1 = \frac{R_1+R_2}{2} i_1 + \frac{R_1-R_2}{2} i_2 \\ u_2 = \frac{R_1-R_2}{2} i_1 + \frac{R_1+R_2}{2} i_2 \end{cases}, \mathbf{R} = \begin{bmatrix} \frac{R_1+R_2}{2} & \frac{R_1-R_2}{2} \\ \frac{R_1-R_2}{2} & \frac{R_1+R_2}{2} \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

4.2 讲义题 2-21: 图示电路中 $R_1 = 10 \Omega$, $R_2 = 40 \Omega$, 求

(1) 此二端口网络的 T 参数:

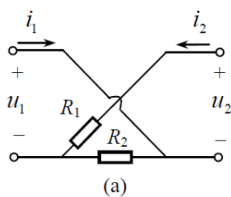
$i_1 = \frac{u_2}{R_2} + (-i_2)$, $u_1 = u_2 - R_1(i_2 - \frac{u_2}{R_2})$, 得到此二端口的 T 参数:

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 1 + \frac{R_1}{R_2} & R_1 \\ \frac{1}{R_2} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{5}{4} & 10 \Omega \\ \frac{1}{40} \text{ S} & 1 \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

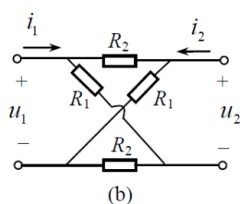
(1) 求 U_{S1} 和 I_1

$(-i_2) = I_2 = 2 \text{ A}$, $u_2 = I_2 R_3 = 40 \text{ V}$, 代入即得:

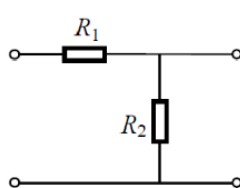
$$\begin{bmatrix} U_{S1} \\ I_1 \end{bmatrix} = \mathbf{T} \cdot \begin{bmatrix} 40 \text{ V} \\ 2 \text{ A} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 70 \text{ V} \\ 3 \text{ A} \end{bmatrix} \quad (4.5)$$



(a) 讲义题 2-20 图



(b)



(b) 讲义题 2-21 图

图 4.1: 讲义题 2-20、讲义题 2-21

4.3 讲义题 2-22: 图示电路中二端口网络的 T 参数为 $\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 2 & 8 \Omega \\ 0.5 \text{ S} & 2.5 \end{bmatrix}$

(1) 求此二端口的等效电路

T 参数满足 $\det T = 5 - 4 = 1$, 也即满足互易条件, 因此可以等效为 T 型三电阻电路, 如图 ?? 所示。此时的电阻阻值为:

$$R_T = \frac{1}{T_{21}} = 2 \Omega, \quad R_a = R_T(T_{11} - 1) = 2 \Omega, \quad R_b = R_T(T_{22} - 1) = 3 \Omega \quad (4.6)$$

(1) R_2 为何值时其获得最大功率

R_2 吸收的功率为 $p = \frac{u_2^2}{R_2}$, 回路总电阻为 $2 + 2 + 2 \parallel (3 + R_2) = 4 + \frac{2(3+R_2)}{5+R_2}$, 由分压原理得到 u_2 :

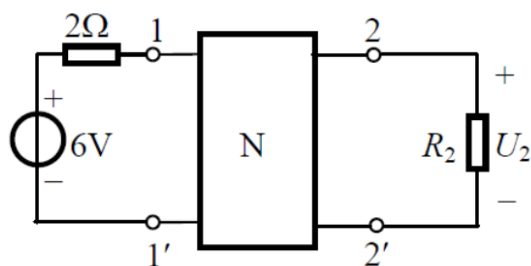
$$u_2 = 6 \cdot \frac{\frac{2(3+R_2)}{5+R_2}}{4 + \frac{2(3+R_2)}{5+R_2}} \cdot \frac{R_2}{3 + R_2} = \frac{6}{3 + \frac{13}{R_2}} \quad (4.7)$$

于是 R_2 上的功率 p 为:

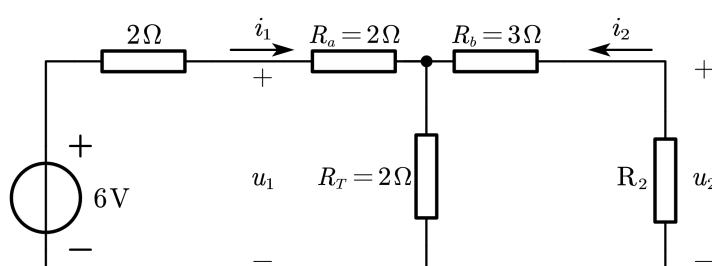
$$p = \frac{u_2^2}{R_2} = \frac{36}{\frac{13^2}{R_2} + 78 + 9R_2} \leq \frac{36}{2 \cdot 13 \cdot 3 + 78} \text{ W} = \frac{9}{39} \text{ W} = 0.2308 \text{ W} \quad (4.8)$$

当且仅当 $\frac{13^2}{R_2} = 9R_2$ 取等, 此时 $R_2 = \frac{13}{3} \Omega$ 。

事实上, 视 R_2 为负载, 视电路的剩余部分为电源, 可求得电源的内阻 (也即输出电阻) 为 $R_s = \frac{13}{3} \Omega$, 因此当 $R_2 = R_s = \frac{13}{3} \Omega$ 时, 外部电路 (也即负载 R_2) 有最大功率。



(a) 讲义题 2-22 图



(b) 讲义题 2-20 等效电路

图 4.2: 讲义题 2-22

Homework 5: 2024.9.25 - 2024.10.8

5.1 教材 2-41: 求由 N-E MOS 构成的两输入 NAND 和两输入 NOR 的最大功率, 并指出何时最大功率

对于 NAND, 仅当两输入都为 1 时有静态功率, 也即最大功率, 设 N-E MOS 的导通电阻为 R_{ON} , 外接电阻 R_L , 电源电压 U_S , 则功率为:

$$P_{\text{NAND, max}} = \frac{U_S^2}{R_L + 2R_{ON}} \quad (5.1)$$

对于 NOR, 任一输入为 1 时都具有静态功率, 两输入都为 1 时有最大功率:

$$P_{\text{NOR, max}} = \frac{U_S^2}{R_L + \frac{R_{ON}}{2}} \quad (5.2)$$

5.2 用两个 N-E MOS、两个 P-E MOS 和电源构成静态功率为零的 NAND

题意也即 C-MOS NAND, 我们不妨直接用 C-MOS 构成三种基本逻辑门 (反相器 NOT、或非门 NOR、与非门 NAND), 如图 5.1 所示, 其中红色表示 P-MOS, 蓝色表 N-MOS。

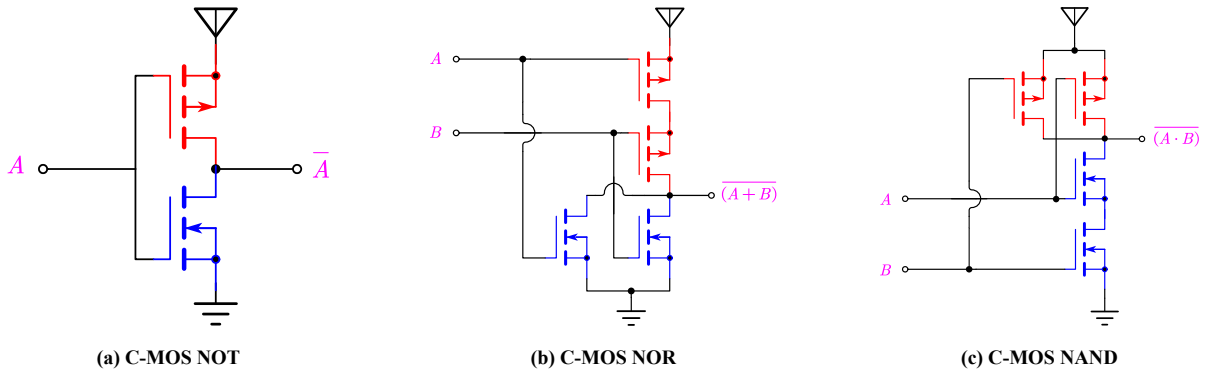


图 5.1: 由 C-MOS 构成三种基本逻辑门

5.3 半加器、全加器、四位加法器

(1) 教材 2-40: 用电源、N-E MOS (最多九个) 和电阻器构成一个半加器 HA

半加器是一种基本的逻辑电路, 用于将两个二进制数相加, 输出一个两位的二进制数, 表示相加的结果。输出的高位和低位分别称为“进位 C ”、“和位 S ”。也就是说, 半加器实际上是“一位加法器”, 能够处理两个一位二进制数的相加, 并输出一个两位二进制结果。设输入为 A 和 B , 则有:

$$Y = (CS)_{(2)} = A_{(2)} + B_{(2)} \quad (5.3)$$

$$C = A \cdot B, \quad S = A \oplus B \quad (5.4)$$

由于要求使用的 MOS 尽量少 (仅使用 N-MOS), 对半加器的逻辑表达式作处理, 利用下面式子可得最简半加器 (7 个 N-MOS), 其数字电路见图 5.2 (a), 实际电路见图 5.3 (a)。

$$C = \overline{(A \cdot B)}, \quad S = \overline{[(A \cdot B) + (A + B)]} \quad (5.5)$$

当然, 考虑到半加器的逻辑表达式, 也可以用异或门 XOR 和与门 AND 直接构成半加器, 我们采用经过优化的 6 MOS 异或门 XOR (三个 N-MOS 和三个 P-MOS), 它的静态功率为 0。由此构成的半加器数字电路见图 5.2 (b), 实际电路见图 5.3 (b)。

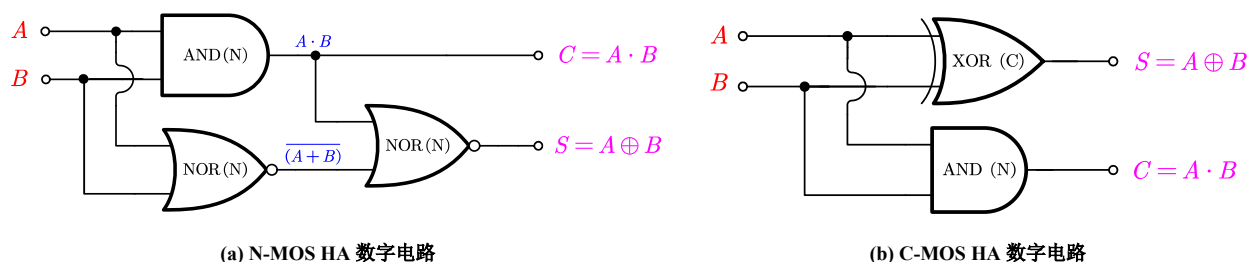


图 5.2: 半加器 HA 数字电路

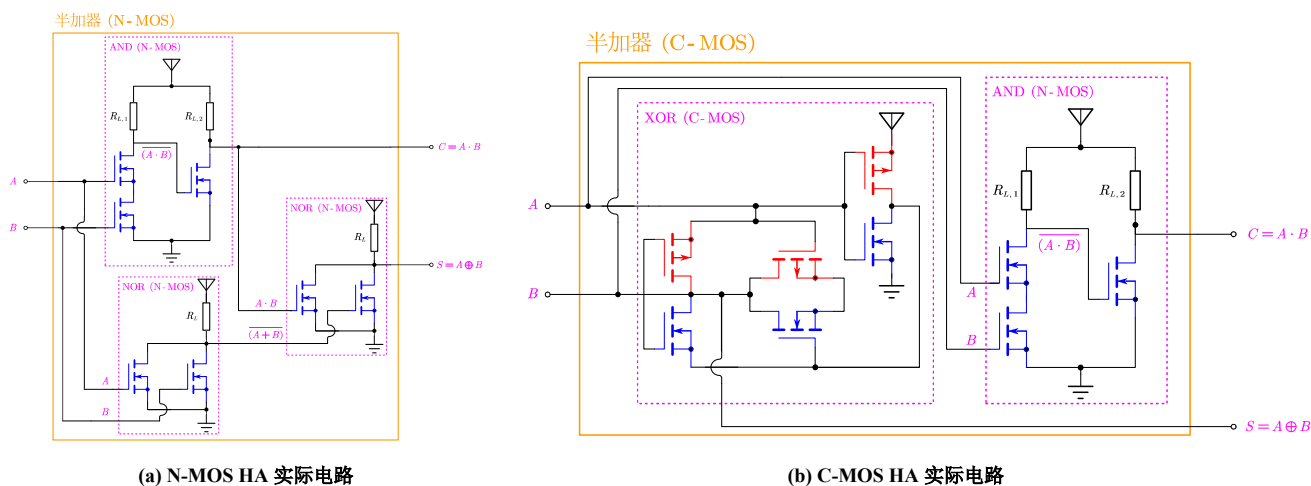


图 5.3: 半加器 HA 实际电路

(2) 用两个半加器 HA 和一个逻辑门构成一个全加器 FA

由半加器可以进一步构造全加器，全加器是一种能够处理三个一位二进制数相加的逻辑电路，输出一个两位的二进制数 $Y = (C_o S)_{(2)}$ ，表示相加的结果。输出的高位称为进位 C_o ，低位称为和位 S 。也就是说，全加器可以理解“三输入一位加法器”。记全加器的三个输入为 A, B, C ，它们都是一位的二进制数，则全加器可写为：

$$Y = (C_o S)_{(2)} = A_{(2)} + B_{(2)} + C_{(2)} \quad (5.6)$$

$$C = A \cdot B + A \cdot C + B \cdot C, \quad S = A \oplus B \oplus C \quad (5.7)$$

角标 (2) 表示上式为二进制运算。由两个 HA 和一个 OR 即可构成全加器，数字电路如图 5.4。

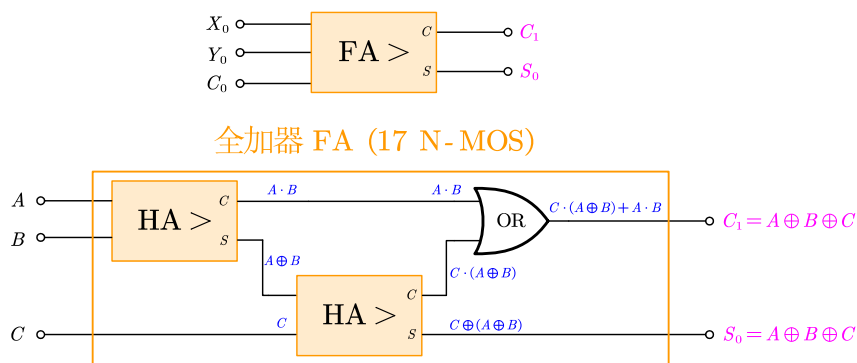


图 5.4: 全加器 FA

(3) 用四个全加器 FA 构成一个四位加法器

四位加法器，输入两个四位二进制数 X 和 Y ，分别记作 $X = (X_3X_2X_1X_0)_{(2)}$ ， $Y = (Y_3Y_2Y_1Y_0)_{(2)}$ ，输出一个五位二进制数 $Z = (CS_3S_2S_1S_0)_{(2)}$ ，代表两数相加的结果。原理及数字电路如图 5.5 所示。

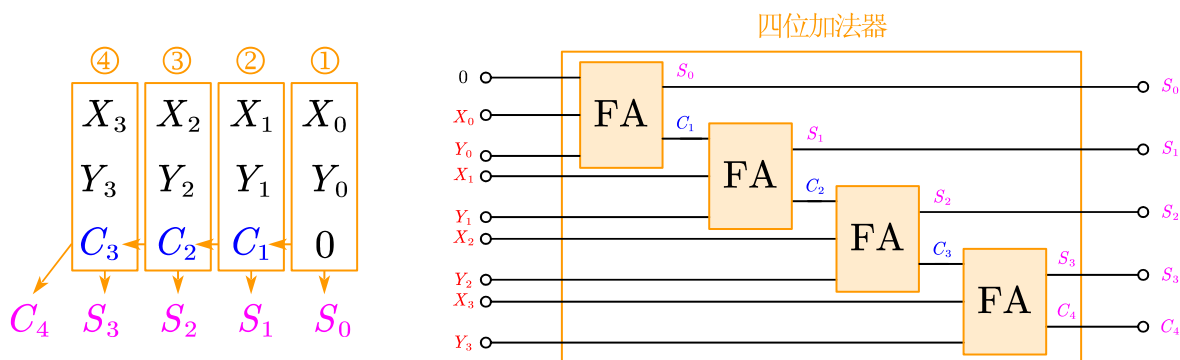


图 5.5: 四位加法器

5.4 习题集 3-20: 用节点法求图中电路的电流 I 和电流源两端电压 U

对电路作等效处理，得到等效电路如图 5.6 (b) 所示，则有节点电压方程组如下式左半边。再任意选取一个节点作为参考节点，这里选择节点 3，即 $U_3 = 0$ ，可以解得：

$$\begin{cases} \text{节点 1: } (\frac{5}{8} + 1)U_1 - \frac{5}{8}U_2 - U_3 = -10.75 \\ \text{节点 2: } -\frac{5}{8}U_1 + (\frac{5}{8} + \frac{3}{5})U_2 - \frac{3}{5}U_3 = +10.75 \\ \text{节点 3: } -U_1 - \frac{3}{5}U_2 + (1 + \frac{3}{5})U_3 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{129}{32} \text{ V} \\ \frac{215}{32} \text{ V} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.8)$$

返回到原电路，可得电流 I 和电流源两端电压 U ：

$$I = \frac{U_2 - 8 - U_3}{2} = -\frac{41}{64} \text{ A} = -0.640625 \text{ A}, \quad U = U_2 - U_1 + 6 = \frac{67}{4} \text{ V} = 16.75 \text{ V} \quad (5.9)$$

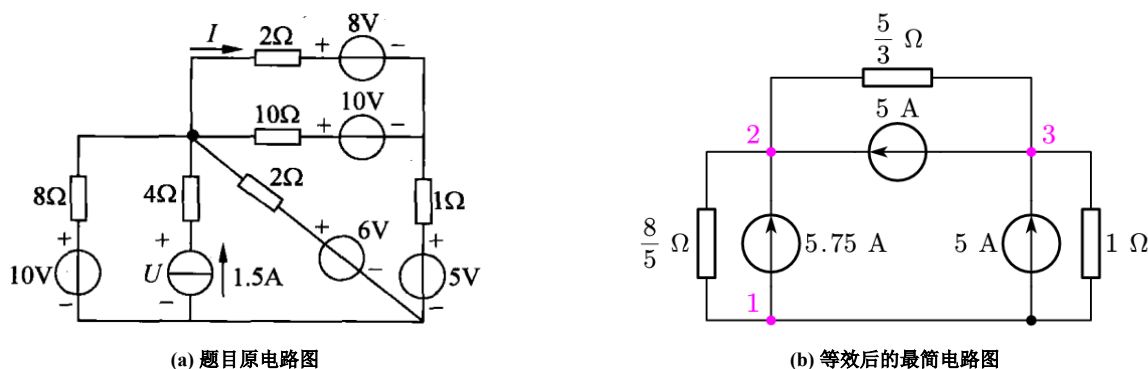


图 5.6: 5.4 习题集 3-20

5.5 习题集 3-21: 用节点法求电流源两端电压 U 和各支路电流

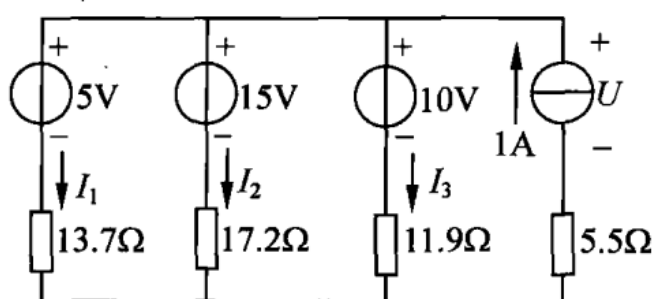
还是对电路作等效处理，得到等效电路如图 5.7 (b) 所示。这次先选取参考节点再列方程，以节点 0 为参考点，得到：

$$\left(\frac{1}{13.7} + \frac{1}{17.2} + \frac{1}{11.9} \right) U_1 = \frac{5}{13.7} + \frac{15}{17.2} + \frac{10}{11.9} + 1 \Rightarrow U_1 = 14.3024 \text{ V} \quad (5.10)$$

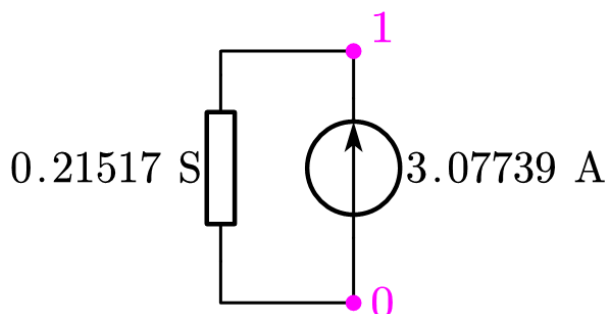
于是得到电压 U 和各支路电流:

$$U = U_1 + 5.5 = 19.8024 \text{ V}, \quad I_1 = \frac{U_1 - 5}{13.7} = 0.6790 \text{ A} \quad (5.11)$$

$$I_2 = \frac{U_1 - 15}{17.2} = -0.0406 \text{ A}, \quad I_3 = \frac{U_1 - 10}{11.9} = 0.3615 \text{ A} \quad (5.12)$$



(a) 题目原电路图



(b) 等效后的最简电路图

图 5.7: 5.5 习题集 3-21

5.6 (选做) 讲义题 3-4: 按指定的参考节点, 列出电路的节点电压方程

原题图和等效电路如图 5.8 所示, 电路中有 4 个节点 (不含无伴电压源) 和 2 个受控源控制变量, 需要列出 3 个节点方程和 2 个控制方程, 如下:

$$\begin{aligned} \text{节点 1:} \quad & (1+1)U_1 - U_2 - 0 = 2u - 1 \\ \text{节点 2:} \quad & -U_1 + (1 + \frac{1}{4})U_2 - \frac{1}{4}U_3 = 3i \\ \text{节点 3:} \quad & 0 - \frac{1}{4}U_2 + (1 + \frac{1}{4})U_3 = 1 \\ \text{控制方程:} \quad & i = U_1 - U_2, \quad u = U_3 \end{aligned} \quad (5.13)$$

代入化简并求解:

$$\begin{cases} 2U_1 - U_2 - 2U_3 = -1 \\ -16U_1 + 17U_2 - U_3 = 0 \\ 0 - U_2 + 5U_3 = 1 \end{cases} \Rightarrow U_1 = U_2 = U_3 = 1 \text{ V}, \quad i = 0, \quad u = 1 \text{ V} \quad (5.14)$$

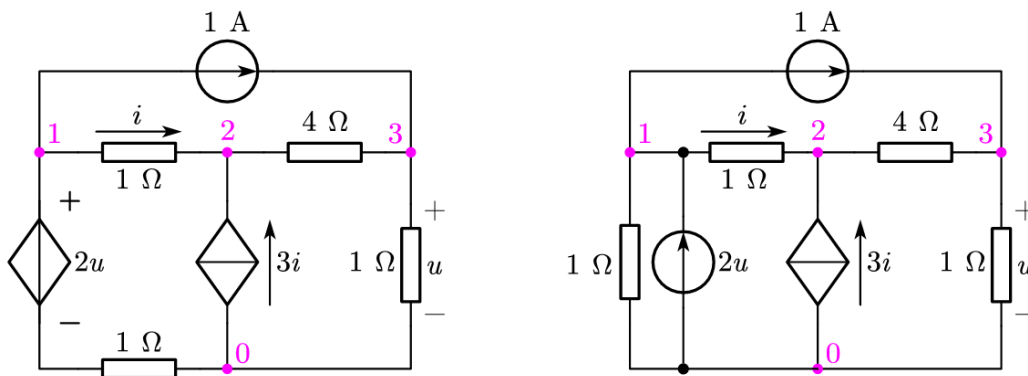


图 5.8: 5.6 讲义题 3-4

5.7 习题集 3-15: 用回路电流法求图中电路的独立电流源功率

原电路已无法继续化简, 电路中有 3 个网格 (含 2 个无伴电流源), 1 个受控源变量, 共需列出 $3 + 1 = 2$ 个方程。如图 5.9 (a), 先列出三个网格电流方程, 如下:

$$\text{网格 1: } 100i_1 - 20i_2 - 30i_3 = 0 \quad (5.15)$$

$$\text{网格 2: } i_2 = 1 \quad (5.16)$$

$$\text{网格 3: } i_3 = -0.02U \quad (5.17)$$

又有控制变量 U :

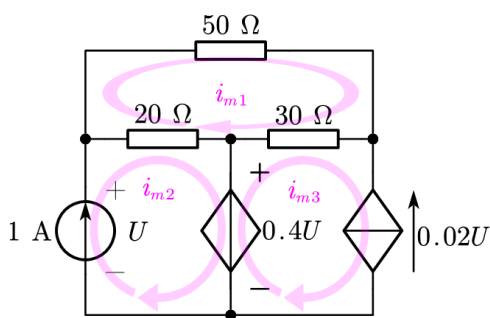
$$0 + U - 20(i_2 - i_1) - 0.4U = 0 \Rightarrow U = \frac{100}{3}(i_2 - i_1) \quad (5.18)$$

联立上面四个方程, 可以得到:

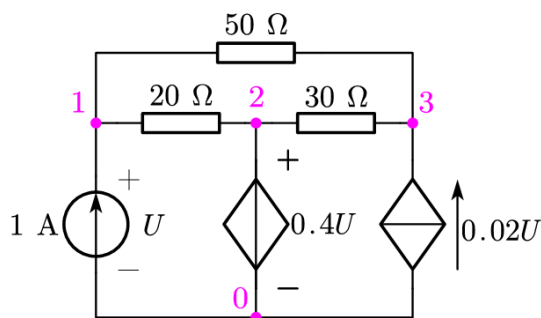
$$\begin{cases} \text{网格 1: } 100i_1 - 20i_2 - 30i_3 = 0 \\ \text{网格 2: } i_2 = 1 \\ \text{网格 3: } -2i_1 + 2i_2 + 3i_3 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} i_1 = 0 \text{ A} \\ i_2 = 1 \text{ A} \\ i_3 = -\frac{2}{3} \text{ A} \end{cases} \quad (5.19)$$

得到功率 P :

$$P = 1 \text{ A} \cdot U = \frac{100}{3}(i_2 - i_1) = \frac{100}{3} \text{ W} = 33.3333 \text{ W} \quad (5.20)$$



(a) 回路电流法



(b) 节点电压法

图 5.9: 5.7 习题集 3-15

不妨也用节点电压法求解一下此题。如图 5.9 (b), 电路中有 4 个节点 (含 1 个无伴电压源) 和 1 个 (受控源) 控制变量, 取节点 0 为参考节点, 共需列出 $(4 - 1 - 1) + 0 + 2 = 4$ 个方程, 如下:

$$\text{节点 1: } \left(\frac{1}{50} + \frac{1}{20}\right)U_1 - \frac{1}{20}U_2 - \frac{1}{50}U_3 = 1 \quad (5.21)$$

$$\text{节点 2: } U_2 = 0.4U \quad (5.22)$$

$$\text{节点 3: } -\frac{1}{50}U_1 - \frac{1}{30}U_2 + \left(\frac{1}{50} + \frac{1}{30}\right)U_3 = 0.02U \quad (5.23)$$

$$\text{控制方程: } U = U_1 \quad (5.24)$$

联立上述四个方程, 可以得到:

$$\begin{cases} \text{节点 1: } \left(\frac{1}{50} + \frac{1}{20}\right)U_1 - \frac{1}{20}U_2 - \frac{1}{50}U_3 = 1 \\ \text{节点 2: } -0.4U_1 + U_2 = 0 \\ \text{节点 3: } -\frac{2}{50}U_1 - \frac{1}{30}U_2 + \left(\frac{1}{50} + \frac{1}{30}\right)U_3 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} U_1 = \frac{100}{3} \text{ V} \\ U_2 = \frac{40}{3} \text{ V} \\ U_3 = \frac{100}{3} \text{ V} \end{cases} \Rightarrow P = 1 \text{ A} \cdot U = \frac{100}{3} \text{ W} \quad (5.25)$$

5.8 （选做）讲义题 3-8: 列出图中电路的网孔电流方程，并计算受控源的吸收功率

如图，电路共有 3 个网孔（内含 2 个无伴电流源）和 1 个控制变量，将 i_2 和 i_3 合并为超网路后，共需要列出 2 个网路方程、1 个超网路内部方程和 1 个控制方程，如下：

$$\left\{ \begin{array}{ll} \text{网路 1:} & i_1 = 2 \\ \text{网路 2,3:} & -3i_1 + (2i_2 + 4i_3) = 4 \\ \text{网路 2,3 内部:} & 2i = i_2 - i_3 \\ \text{控制方程:} & i = i_3 - i_1 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} i_1 = 2 \\ -3i_1 + 2i_2 + 4i_3 = 4 \\ 2i_1 + i_2 - 3i_3 = 0 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} i_1 = 2 \text{ A} \\ i_2 = 1.4 \text{ A} \\ i_3 = 1.8 \text{ A} \\ i = -0.2 \text{ A} \end{array} \right. \quad (5.26)$$

于是得到吸收功率：

$$P = 2i \cdot [0 - (4 - 2(i_2 - i_1))] = 2.8 \text{ W} \quad (5.27)$$

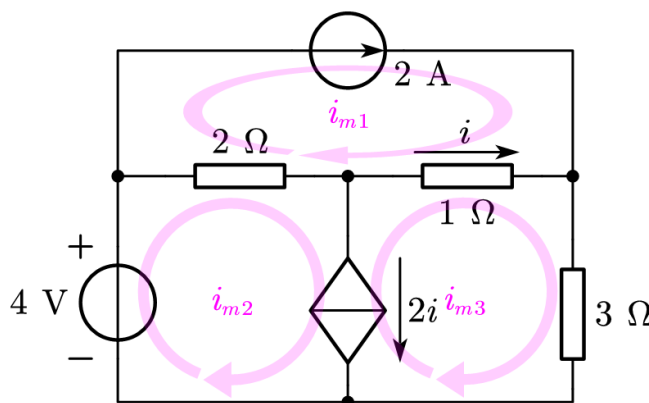


图 5.10: 5.8 讲义题 3-8

Homework 6: 2024.10.9 - 2024.10.15

6.1 习题集 4-10: 题图电路中电流源 $I_{S1} = 2\text{ A}$, $I_{S2} = 3\text{ A}$ 。断开 3 A 电流源, 则 2 A 电流源输出 28 W , $U = 8\text{ V}$ 。断开 2 A 电流源, 则 3 A 的电流源输出 54 W , $U = 12\text{ V}$ 。求两个电流源同时作用时, 每个电流源输出的功率。

仅有 2 A 电流源时, $U_1 = 14\text{ V}$, $U_2 = 8\text{ V}$; 仅有 3 A 电流源时, $U_1 = 12\text{ V}$, $U_2 = 18\text{ V}$ 。由叠加定理, 两电流源同时作用时:

$$\begin{cases} U_1 = 14 + 12 = 26\text{ V} \\ U_2 = 8 + 18 = 26\text{ V} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} P_{2A} = 2 \cdot 26 = 52\text{ W} \\ P_{3A} = 3 \cdot 26 = 78\text{ W} \end{cases} \quad (6.1)$$

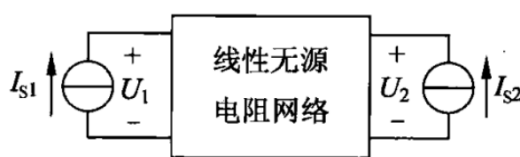


图 6.1: 6.1 习题集 4-10

6.2 习题集 4-24: 题图电路中, 已知 $U_{S1} = 24\text{ V}$, $U_{S2} = 18\text{ V}$, $R_1 = 2\ \Omega$, $R_2 = 1\ \Omega$, $R_3 = 3\ \Omega$ 。

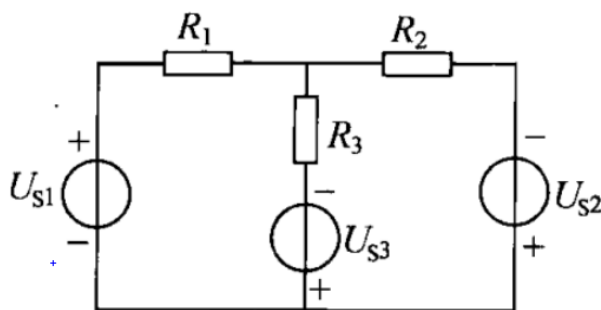
(1) 求 $U_{S3} = 15\text{ V}$ 时, 通过 R_3 的电流

先求出激励为单个电压源时, 通过 R_3 的电流 (参考方向标在图 6.2 中):

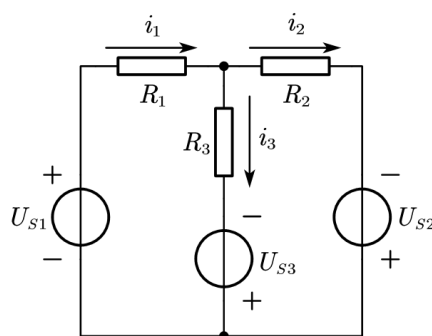
$$U_{S1}: I_{R3} = \frac{24}{11}\text{ A}, \quad U_{S2}: I_{R3} = -\frac{36}{11}\text{ A}, \quad U_{S3}: I_{R3} = \frac{3}{11}U_{S3} \quad (6.2)$$

由叠加定理, 通过 R_3 的电流为:

$$I_{R3} = \frac{24}{11} - \frac{36}{11} + \frac{3}{11} \cdot 15 = 3\text{ A} \quad (6.3)$$



(a) 原题图



(b) 电流参考方向

图 6.2: 6.2 习题集 4-24

(2) R_3 为多大时可获得最大功率, 值是多少

此题表述有些问题, 既没有说明固定 U_{S3} 的值为多少, 也没有强调“功率”的主语, 是指“ R_3 的功率”还是“电路总功率”, 有些模糊不清。不论功率是前者还是后者, 必须先给定 U_{S3} 才可计算。所以, 我们在这里沿用第一问的条件, 假设 $U_{S1} = 15 \text{ V}$, 则各电源(激励)对电阻的电流为:

$$U_{S1}: I_{R1} = \frac{U_{S1}}{R_1 + R_2 \parallel R_3}, \quad I_{R2} = I_{R1} \cdot \frac{R_3}{R_2 + R_3}, \quad I_{R3} = I_{R1} \cdot \frac{R_2}{R_2 + R_3} \quad (6.4)$$

$$U_{S2}: I_{R1} = I_{R2} \cdot \frac{R_3}{R_1 + R_3}, \quad I_{R2} = \frac{U_{S2}}{R_2 + R_1 \parallel R_3}, \quad I_{R3} = -I_{R2} \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_3} \quad (6.5)$$

$$U_{S3}: I_{R1} = I_{R3} \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}, \quad I_{R2} = -I_{R3} \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}, \quad I_{R3} = \frac{U_{S3}}{R_3 + R_1 \parallel R_2} \quad (6.6)$$

由叠加定理计算 R_3 的功率和电路总功率:

$$P_{R3} = I_{R3}^2 R_3, \quad P = I_{R1}^2 R_1 + I_{R2}^2 R_2 + I_{R3}^2 R_3 \quad (6.7)$$

代入数据, 做数学上的化简和整理, 可得:

$$P_{R3} = \frac{1089R_3}{(3R_3 + 2)^2} = \frac{1089}{9R_3 + \frac{4}{R_3} + 12}, \quad P = \frac{363}{3R_3 + 2} + 588 \quad (6.8)$$

于是:

当 $R_3 = \frac{2}{3} \Omega$ 时, R_3 有最大功率 $P_{R3, \max} = \frac{363}{8} \text{ W} = 45.375 \text{ W}$
 当 $R_3 = 0$ 时, 有最大电路总功率 $P_{\max} = \frac{1539}{2} \text{ W} = 769.5 \text{ W}$

(3) 求使 R_3 中电流为 0 的 U_{S3}

由叠加定理:

$$\frac{24}{11} - \frac{36}{11} + \frac{3}{11} \cdot U_{S3} = 0 \implies U_{S3} = 4 \text{ V}$$

(6.9)

6.3 习题集 4-36: 题图电路中网络 A 内含有独立电压源、电流源和线性电阻。在 (a) 图中测得 $U_{ab} = 10 \text{ V}$, (b) 图中测得 $U_{a'b'} = 4 \text{ V}$, 求 (c) 图中的电压 $U_{a''b''}$ 。

由戴维南定理, 可将网络 A 等效为一个电压源 U 串联一个电阻 R , 如图 6.4 (a) 所示。列出方程:

$$U = 10 - 0.5R, \quad U - 0.4R = 4 \implies R = \frac{20}{3} \Omega, \quad U = \frac{20}{3} \text{ V} \quad (6.10)$$

作电源等效如图 6.4 (b), 求得题图 (c) 中的 $U_{a''b''}$:

$$R_0 = R \parallel 10 \Omega \parallel 8 \Omega = \frac{8}{3} \Omega, \quad I_0 = \frac{U}{R} + 0.5 + 1 = 2.5 \text{ A} \implies U_{a''b''} = I_0 R_0 = \frac{20}{3} \text{ V} = 6.67 \text{ V} \quad (6.11)$$

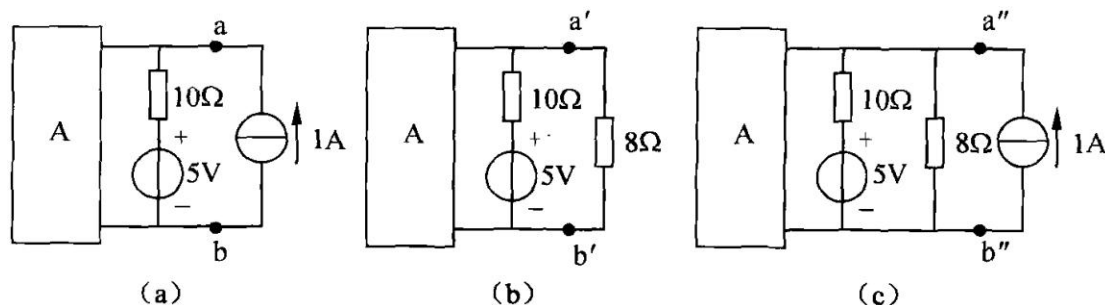


图 6.3: 6.3 习题集 4-36

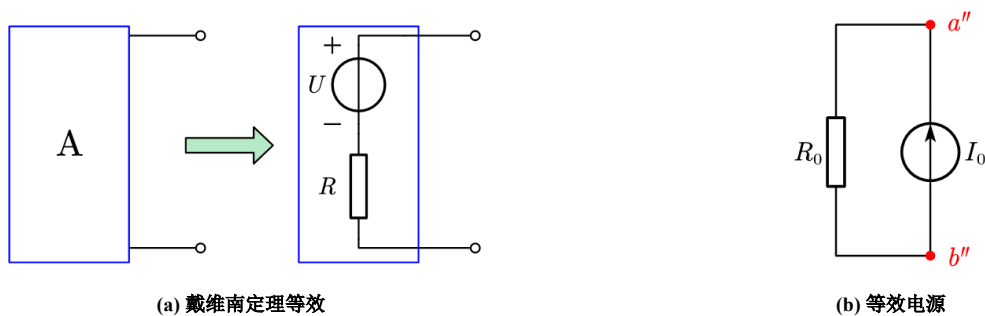


图 6.4: 6.3 习题集 4-36 的等效处理

6.4 习题集 4-37: 题图电路方框内为线性电阻网络，测得 $U_S = 8\text{ V}$, $R = 3\ \Omega$ 时 $I = 0.5\text{ A}$;
 $U_S = 18\text{ V}$, $R = 4\ \Omega$ 时 $I = 1\text{ A}$ 。求 $U_S = 30\text{ V}$, $R = 5\ \Omega$ 时的电流 I 。

由戴维南定理，将方框内的线性电阻网络与电压源 U_S 等效为一个电压源 U_0 串联一个电阻 R_0 ，如图 6.5 所示。当 U_S 从 8 V 变为 $18 = \frac{9}{4} \cdot 8\text{ V}$ 时，由齐性定理，等效后的电压源 U_0 应变为 $\frac{9}{4}U_0$ ，于是可求得 U_0 和 R_0 ：

$$\begin{cases} U_0 = 0.5(R_0 + 3) \\ \frac{9}{4}U_0 = R_0 + 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} R_0 = 5\ \Omega \\ U_0 = 4\text{ V} \end{cases} \Rightarrow I|_{R=5\ \Omega} = \left[\frac{\frac{30}{8}U_0}{R_0 + R} \right]_{R=5\ \Omega} = 1.5\text{ A} \quad (6.12)$$

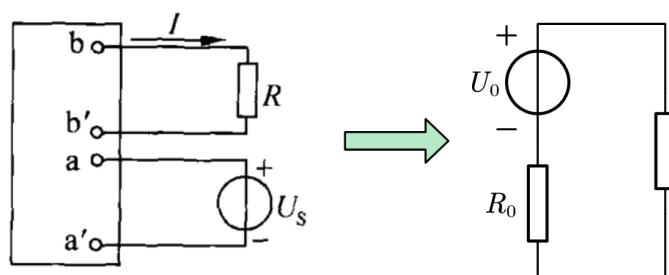


图 6.5: 6.4 习题集 4-37

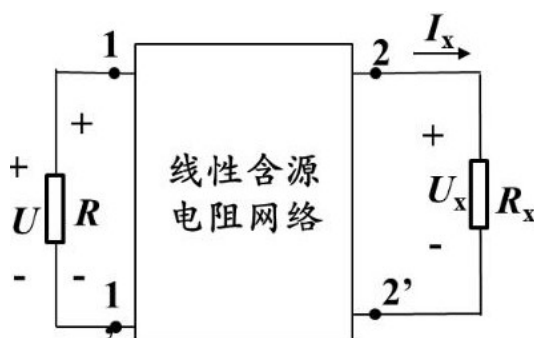
6.5 （选做）讲义题 3-13: 题图电路中， $R_x = 0$ 时测得 $I_x = 8\text{ A}$, $U = 12\text{ V}$ ； $R_x = \infty$ 时测得 $U_x = 36\text{ V}$, $U = 6\text{ V}$ 。求出 $R_x = 9\ \Omega$ 时的 U_x 和 U 。

先将除 R_x 外的电路等效为戴维南电路，设戴维南电路的电压源为 U_1 ，电阻为 R_1 ，由题意可得：

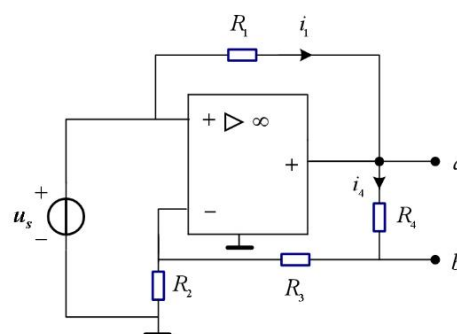
$$\begin{cases} U_1 = 36\text{ V} \\ R_1 = \frac{36}{8}\ \Omega = 4.5\ \Omega \end{cases} \Rightarrow U_x|_{R_x=9\ \Omega} = U_1 \cdot \frac{R_x}{R_1 + R_x} = 24\text{ V} \quad (6.13)$$

然后用替代定理，将 R_x 替换为电压源 U_x 。由叠加定理和齐性定理，可得：

$$U = U' + kU_x \Rightarrow \begin{cases} U' = 12\text{ V} \\ 6 = 12 + k \cdot 36 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} U' = 12\text{ V} \\ k = -\frac{1}{6} \end{cases} \Rightarrow U|_{R_x=9\ \Omega} = 12 - \frac{1}{6} \cdot 24 = 8\text{ V} \quad (6.14)$$



(a) 讲义 3-13 题图



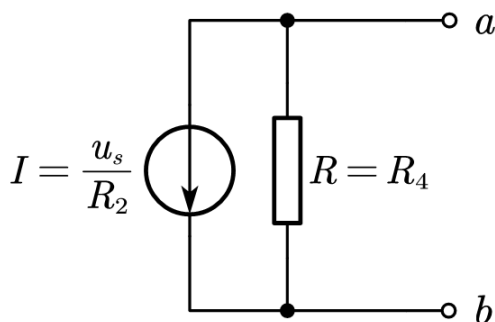
(b) 讲义 3-18 题图

图 6.6: 讲义题 3-13、讲义题 3-18

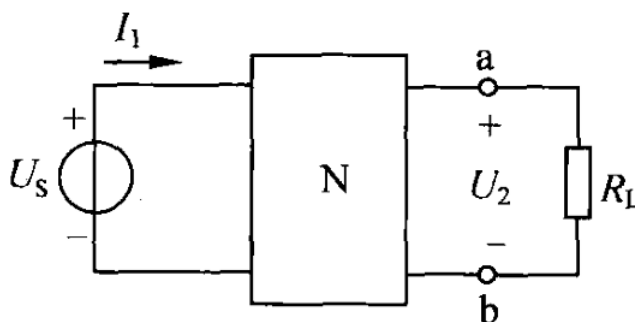
6.6 (选做) 讲义题 3-18: 题图电路中 OPA 理想, 求 ab 端口的诺顿等效电路, 以及电流之比 $\frac{i_1}{i_4}$ (设 ab 端开路)。

由虚短和虚断, $i_4 = -\frac{u_s}{R_2} \Rightarrow U_{ab} = -\frac{R_4}{R_2}u_s$, 将电压源置零, 可得戴维南等效电阻为 $R = R_4$, 于是诺顿等效电流为 $i = \frac{U}{R} = -\frac{u_s}{R_2}$, 也即大小 $\frac{u_s}{R_2}$, 由 a 指向 b, 如图 6.7 (a) 所示。并且电流之比:

$$u_s - i_1 R_1 = \left(1 - \frac{R_3 + R_4}{R_2}u_s\right) \Rightarrow \boxed{\frac{i_1}{i_4} = -\frac{R_3 + R_4}{R_2}} \quad (6.15)$$



(a) 6.6 讲义题 3-18 诺顿等效电路



(b) 6.7 习题集 4-47

图 6.7: 6.6 等效电路、6.7 题图

6.7 习题集 4-47: 图 6.7 (b) 中, N 为纯电阻网络, 已知 ab 端开路电压 $U_o = 8 \text{ V}$, ab 端左端的戴维南等效电阻 $R = 3 \Omega$, 电压源 $U_s = 10 \text{ V}$ 。若 ab 两端接上 $R_L = 2 \Omega$ 电阻时, 电压源 U_s 供出电流 I_1 。求当把 R_L 移走之后, 电流 I_1 变化多少?

由特勒根定理, 设电路总支路数为 b, 由特勒根定理:

$$\sum_{k=1}^2 u_k \hat{i}_k + \sum_{k=3}^b u_k \hat{i}_k = 0 = \sum_{k=1}^2 \hat{u}_k i_k + \sum_{k=3}^b \hat{u}_k i_k \quad (6.16)$$

其中支路 3 ~ b 是网络 N 内部的支路, 由于 N 为纯电阻网络, 有:

$$\sum_{k=3}^b u_k \hat{i}_k = \sum_{k=3}^b i_k R_k \hat{i}_k = \sum_{k=3}^b \hat{u}_k i_k \quad (6.17)$$

于是内部项可以消去, 得到:

$$u_1 \hat{i}_1 + u_2 \hat{i}_2 = \hat{u}_1 i_1 + \hat{u}_2 i_2 \Rightarrow U_S I'_1 + 0 = U_S I_1 + U_o \frac{U_o}{R_L + R} \Rightarrow \quad (6.18)$$

$$\Delta I_1 = \frac{U_o}{U_S} \cdot \frac{U_o}{R_L + R} = 1.28 \text{ A} \quad (6.19)$$

6.8 (选做) 讲义题 3-20: 题图电路中, N_R 为只含线性电阻的网络, 试求解电压 U_R 。

N_R 为线性电阻网络, 由互易定理:

$$u_1 \hat{i}_1 + u_2 \hat{i}_2 = \hat{u}_1 i_1 + \hat{u}_2 i_2 \Rightarrow 10 \cdot \left(-\frac{U_R}{2}\right) + 0 = U_R \cdot 5 + 10 \cdot 1 \Rightarrow U_R = -1 \text{ V} \quad (6.20)$$

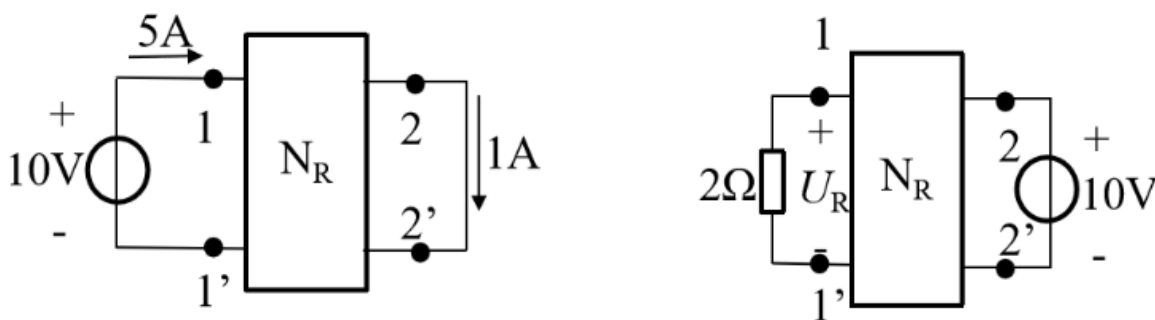


图 6.8: 6.8 讲义题 3-20

Simulate 1: 2024.9.10 - 2024.9.24

7.1 仿真 2-1: 题目详见图 7.4 (b)

(1) 单 OPA 实现电压运算

电路如图 7.1 (a) 所示, 接线端示意图见图 7.1 (b)。

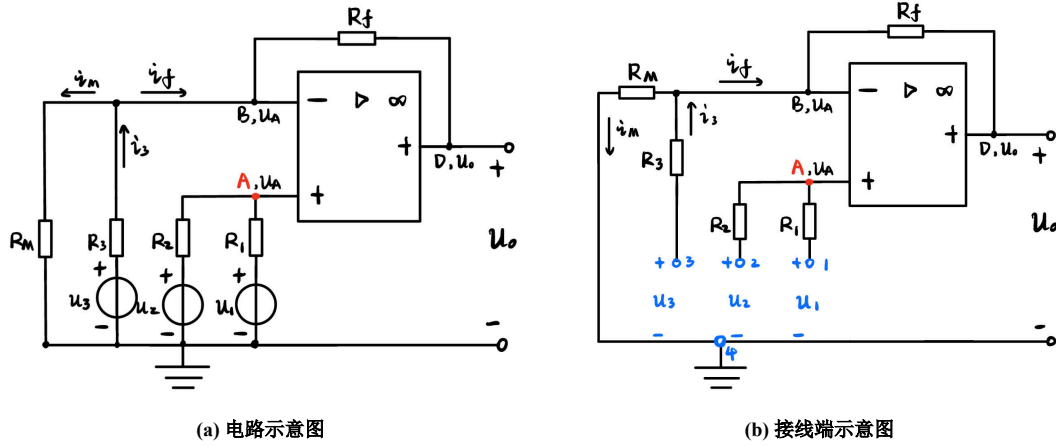


图 7.1: 单 OPA 实现电压运算

下面分析其输出特性。由虚断, 在 u_1 和 u_2 构成的回路中, 设正向流经 u_2 的电流为 i_2 , 则有:

$$i_2 = \frac{u_2 - u_1}{R_1 + R_2} \Rightarrow u_A = u_2 - i_2 R_2 = \frac{R_2 u_1 + R_1 u_2}{R_1 + R_2} \quad (7.1)$$

由虚短, B 点的电势也为 u_A , 于是:

$$i_3 = \frac{u_3 - u_A}{R_3}, i_M = \frac{u_A}{R_M} \Rightarrow i_f = i_3 - i_M = \frac{u_3 - u_A}{R_3} - \frac{u_A}{R_M} = \frac{u_3}{R_3} - \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_M} \right) u_A \quad (7.2)$$

由虚断和 KVL:

$$u_o = u_A - i_f R_f = u_A - \frac{R_f}{R_3} u_3 + \left(\frac{R_f}{R_3} + \frac{R_f}{R_M} \right) u_A = \left(1 + \frac{R_f}{R_3} + \frac{R_f}{R_M} \right) u_A - \frac{R_f}{R_3} u_3 \quad (7.3)$$

将 u_A 的表达式代入, 最终得到:

$$u_o = \left(1 + \frac{R_f}{R_3} + \frac{R_f}{R_M} \right) \frac{1}{\frac{R_1}{R_2} + 1} u_1 + \left(1 + \frac{R_f}{R_3} + \frac{R_f}{R_M} \right) \frac{\frac{R_1}{R_2}}{\frac{R_1}{R_2} + 1} u_2 - \frac{R_f}{R_3} u_3 \quad (7.4)$$

我们需要 u_1, u_2, u_3 前的系数分别为 3, 2, -0.5, 于是有:

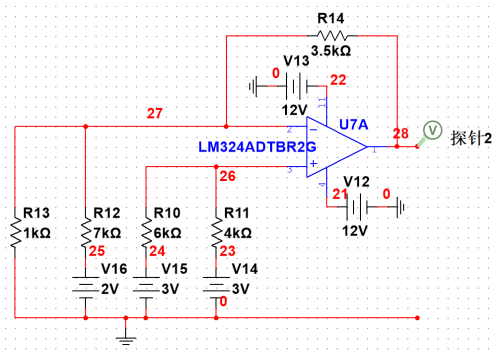
$$\begin{cases} \left(1 + \frac{R_f}{R_3} + \frac{R_f}{R_M} \right) \frac{1}{\frac{R_1}{R_2} + 1} = 3 \\ \left(1 + \frac{R_f}{R_3} + \frac{R_f}{R_M} \right) \frac{\frac{R_1}{R_2}}{\frac{R_1}{R_2} + 1} = 2 \\ -\frac{R_f}{R_3} = -0.5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} R_1 = \frac{2}{3} R_2 \\ R_3 = 2 R_f, R_M = \frac{2}{7} R_f \end{cases}, \begin{matrix} R_2 > 0 \\ R_f > 0 \end{matrix} \quad (7.5)$$

为了保持 OPA 的理想性, 我们应选择 $\text{K}\Omega$ 量级的电阻, 同时, 为了降低电路的整体功率, 减少消耗, 电阻阻值应该尽量大。综合下来, 不妨选取 $R_2 = 6 \text{ K}\Omega$, $R_f = 3.5 \text{ K}\Omega$, 此时所有电阻阻值为:

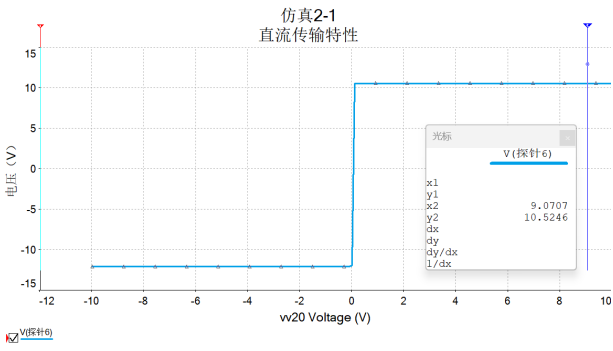
$$R_1 = 4 \text{ K}\Omega, R_2 = 6 \text{ K}\Omega, R_3 = 7 \text{ K}\Omega, R_M = 1 \text{ K}\Omega, R_f = 3.5 \text{ K}\Omega \quad (7.6)$$

如图 7.2 (a), 在 Multisim 中进行仿真, 得到的结果如下表所示:

项目	1			2			3			4		
	x, u_1	y, u_2	z, u_3	x, u_1	y, u_2	z, u_3	x, u_1	y, u_2	z, u_3	x, u_1	y, u_2	z, u_3
	1	1	1	1	3	2	-2	2	0	3	3	2
理论输出 (V)	$3 + 2 - 0.5 = 4.5$			$3 + 6 - 1 = 8$			$-6 + 4 - 0 = -2$			$9 + 6 - 1 = 14$		
仿真输出 (V)	4.50			8.00			-2.00			10.494		

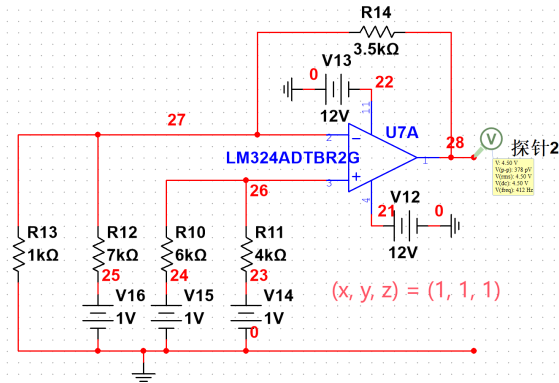


(a) 单 OPA 实现电压运算

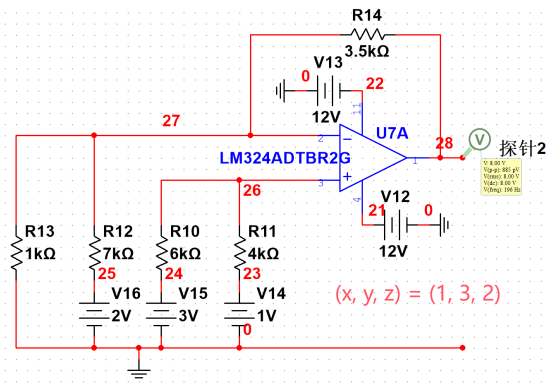


(b) OPA 饱和电压

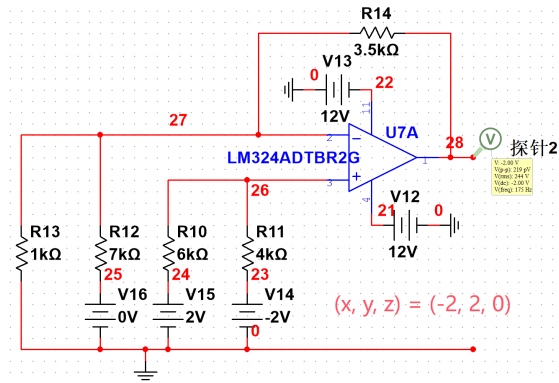
图 7.2: 仿真电路图与 OPA 饱和电压



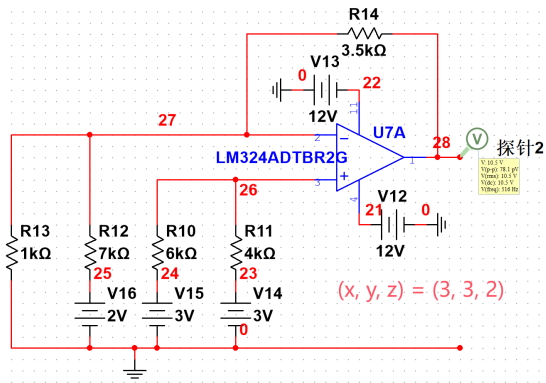
(a) $(x, y, z) = (1, 1, 1)$



(b) $(x, y, z) = (1, 3, 2)$



(c) $(x, y, z) = (-2, 2, 0)$



(d) $(x, y, z) = (3, 3, 2)$

图 7.3: 仿真具体结果图

由表可见, 除了最后一组数据, 仿真结果与理论结果完全一致。最后一组之所以不同, 是因为输出电

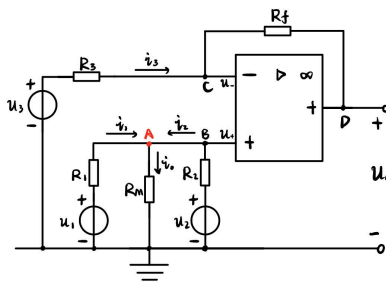
压 u_o 超出了此 OPA 的饱和电压 U_{sat} , 导致输出电压 $u_o = U_{\text{sat}} = 10.494\text{V}$ 。如图 7.2 (b) 所示, 此 OPA (LM324ADTBR2G) 的饱和电压为 10.525V , 与解释相符。具体仿真时的结果见图 7.3。

(2) 一些失败的例子

注意到, 减法器是在反相加法器的基础上, 串联入电压源 (和电阻) 改变了 u_+ 端的电压。这样, 在最终的输出电压 u_o 中, u_- 端的电源电压会带负号, u_+ 端的电源电压带正号。用类似的思想, 我们可以对减法器进行改造, 最终仅用一个 OPA 便实现 $3x + 2y - 0.5z$ 的电压运算。

一种方法是向 u_+ 端再串联一个电压源, 使得输出 u_o 中两正一负, 然后通过电阻值来调整系数, 但是, 这样不满足接线端的要求 (三正一共地)。另一种方法是向 u_- 端再并联一个电压源, 使得输出 u_o 中两负一正 ($-u_1, -u_2, +u_3$), 最后通过电阻值来调整系数, 但是, 这样得到的是两负一正而不是两正一负, 虽满足了接线端要求, 却不是我们需要的结果。

其实, 我们只需要向 u_+ 端的电压源再并联一个电压源即可, 如图所示。下面分析其输出特性。



(a) 失败的例子

第一次仿真作业

注意: 一定要独立完成!

1. 用运算放大器实现 $3x + 2y - 0.5z$ 的信号运算功能, 你的输入只有 4 个接线端, 分别对应 x, y, z 信号的正当端和整个电路公共的地 (x, y, z 信号的公共负端)。由于信号有公共的地, 你只能得到 x, y, z 信号, $-x, -y$ 和 $-z$ 信号需要自己实现。运算放大器在 Multisim 中选择某 5 端或更多端运放 (具有 \pm 电源输入的运放, 比如 Analog - OPAMP - LM324AD 等等), 运放供电电压需固定为 $\pm 15\text{V}$, 不得改变运放内部的缺省参数, 不得选择 3 端 virtual 运放来仿真。(这个条件的目的是确保你的运放是会饱和的)

(2) 画出电路原理图, 分析输出与输入信号 x, y, z 的关系;

(3) 根据仿真结果完成下表, 要求打印仿真电路图并在图中适当位置注明相应的信号表达式, 如果输出结果与计算不同, 请分析结果并分析一下可能的解决方案。

	1	2	3	4
理论输出	$3x + 2y - 0.5z$	$3x + 2y - 0.5z$	$3x + 2y - 0.5z$	$3x + 2y - 0.5z$
仿真输出	$3x + 2y - 0.5z$	$3x + 2y - 0.5z$	$3x + 2y - 0.5z$	$3x + 2y - 0.5z$

(b) 仿真作业 2-1

图 7.4: 示意图

在 u_1, R_1, u_2, R_2 和 R_M 构成的局部电路中, 由 KVC 得点 A 处的电势 u_A :

$$\begin{cases} u_1 - R_1 i_1 - R_M (i_1 + i_2) = 0 \\ u_2 - R_2 i_2 - R_M (i_1 + i_2) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} i_1 = \frac{(R_2 + R_M)u_1 - R_M u_2}{R_1 R_2 + R_1 R_M + R_2 R_M} \\ i_2 = \frac{(R_1 + R_M)u_2 - R_M u_1}{R_1 R_2 + R_1 R_M + R_2 R_M} \end{cases} \Rightarrow u_A = \frac{R_2 R_M u_1 + R_1 R_M u_2}{R_1 R_2 + R_1 R_M + R_2 R_M}$$

也即点 B 和非反相输入端的电势 $u_+ = u_B = u_A$ 。由虚短, $u_- = u_+$, 可得电流 i_3 。再由虚断, 经过电阻 R_f 求得 D 点电势, 也即输出电压 u_o 。

$$i_3 = \frac{u_3 - u_-}{R_3} = \frac{1}{R_3} \left(u_3 - \frac{R_2 R_M u_1 + R_1 R_M u_2}{R_1 R_2 + R_1 R_M + R_2 R_M} \right) \quad (7.7)$$

$$u_o = u_A - i_3 R_f = \left(1 + \frac{R_f}{R_3} \right) u_A - \frac{R_f}{R_3} u_3 \quad (7.8)$$

$$= \left(1 + \frac{R_f}{R_3} \right) \cdot \frac{\frac{R_M}{R_1} u_1 + \frac{R_M}{R_2} u_2}{1 + \frac{R_M}{R_1} + \frac{R_M}{R_2}} - \frac{R_f}{R_3} u_3 \quad (7.9)$$

$$= \frac{1 + \frac{R_f}{R_3}}{1 + \frac{R_M}{R_1} + \frac{R_M}{R_2}} \left(\frac{R_M}{R_1} u_1 + \frac{R_M}{R_2} u_2 \right) - \frac{R_f}{R_3} u_3 \quad (7.10)$$

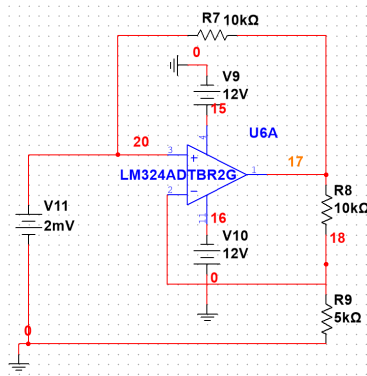
最后调整电阻阻值。为了保持 OPA 的理想性, 电阻需要在 $\text{K}\Omega$ 量级, 令电阻比例如下:

$$\begin{cases} \frac{R_f}{R_3} = 0.5 \\ \frac{1 + \frac{R_f}{R_3}}{1 + \frac{R_M}{R_1} + \frac{R_M}{R_2}} \cdot \frac{R_M}{R_1} = 3 \\ \frac{1 + \frac{R_f}{R_3}}{1 + \frac{R_M}{R_1} + \frac{R_M}{R_2}} \cdot \frac{R_M}{R_2} = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} R_f = \frac{1}{2} R_3 \\ R_1 = -2 R_M \\ R_2 = -\frac{4}{3} R_M \end{cases} \quad (7.11)$$

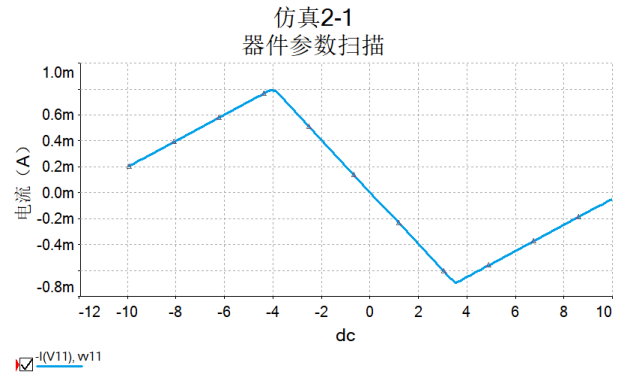
显然这不可能实现，舍弃。

7.2 仿真 2-2

仿真电路如图 7.5 (a) 所示，对输入电压进行参数扫描，输出通过电压源的电流，得到图 7.5 (b)。这里需要注意，在 Multisim 中，电流的参考方向始终是高电势指向低电势（包括电压源），因此，仿真输出中的 $I(V11)$ 是从上往下通过 V11 的电流（而不是从下至上），电压源 V11 的实际电流为 $i = -I(V11)$ 。



(a) 负电阻仿真电路



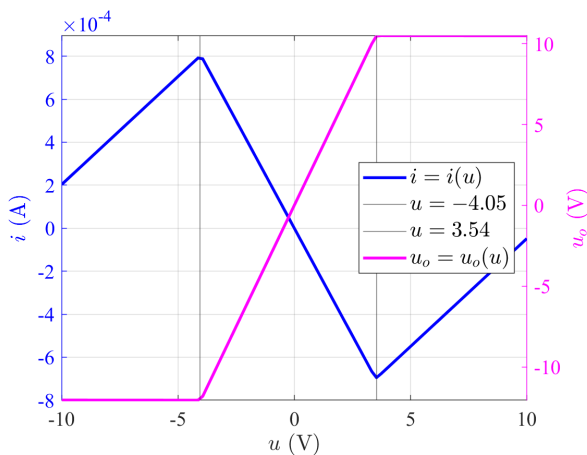
(b) I (纵轴) U (横轴) 关系

图 7.5: 负电阻仿真

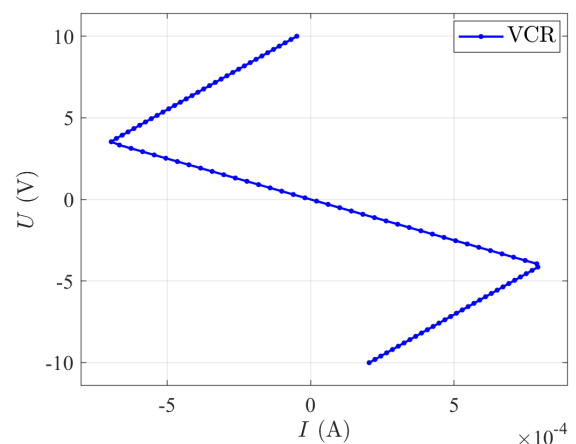
简记电压源 V11 的电压为 u ，继续仿真输出电压 u_o 关于输入电压 u 的变化，将数据导出后在 Matlab 中绘制曲线，如图 7.6 (a)。再将 $I-U$ 关系转化为 $U-I$ 关系，如图 7.6 (b)。可以发现，在线性工作区内，电路表现为负阻。而线性区外的两段折线位于 OPA 的饱和区，此时 u_o 始终为饱和电压，电路呈现正电阻，且阻值为：

$$\begin{cases} i = \frac{u - U_{\text{sat}}}{R_1} & , u > 3.54 \text{ V} \\ i = \frac{u + U_{\text{sat}}}{R_1} & , u < -4.05 \text{ V} \end{cases} \implies R_{\text{sat}} = R_1 = 10 \text{ K}\Omega \quad (7.12)$$

这与图 7.6 (b) 中曲线的斜率是相符的。而在线性区，负电阻 $R = -\frac{10 \text{ K}\Omega}{10 \text{ K}\Omega} \cdot 5 \text{ K}\Omega = -5 \text{ K}\Omega$ ，这也是符合的。



(a) u_o 与 i 关于 u 的变化



(b) $U-I$ 关系 (VCR)

图 7.6: 仿真结果分析

Simulate 2:

Laboratory 1: 2024.10.11 - 2024.

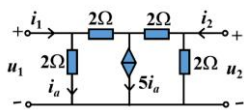
实验课件见网址 <https://www.123865.com/s/0y0pTd-KRKj3>。

Laboratory 2:

实验课件见网址 <https://www.123865.com/s/0y0pTd-KRKj3>。

第二次习题课课前练习

一、求图示二端口的G参数

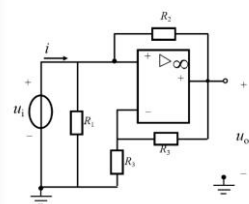


二、设计一个用于直流信号下最简单的二端口。

要求当负载 $R = 600\Omega$ 时,

- (1) 从电源端看出的电阻 $R_{sr} = 600\Omega$;
- (2) $u_{sc} = 0.1u_{sr}$ (sr 和 sc 分别表示电源端和负载端);
- (3) 对调电源和负载, 网络的性质依然满足。

三、求图示电路的电压增益以及从电源看过去的入端等效电阻。

四、某元件A端口 u - i 关系如图所示(其中 U_{TH} 、 I_S 均为元件参数)。(1)求含运放电路的功能。(2)如何实现指数运算功能? (3)如何实现乘法运算功能?

$$i = I_S e^{u/U_{TH}}$$

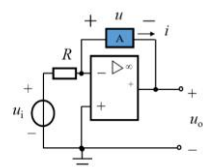
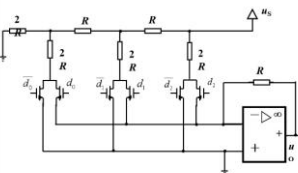
五、分析下图所示电路的功能, 其中 d_i 与 \bar{d}_i 互为反(均为数字信号0或1)。提示: 看 d_0, d_1, d_2 取不同值时 u_o 的输出。

图 11.1: 第二次习题课课前练习

11.1 求图示二端口的 G 参数

由 KVL 和广义 KCL, 得到:

$$\begin{cases} (i_1 - 0.5u_1) + (i_2 - 0.5u_2) = 5(0.5u_1) \\ 3u_1 + 0.5u_2 = 2i_1 + 2i_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} i_1 = \frac{9}{8}u_1 + \frac{5}{8}u_2 \\ i_2 = \frac{15}{8}u_1 - \frac{1}{8}u_2 \end{cases}, \quad G = \begin{bmatrix} \frac{8}{9} & \frac{8}{5} \\ \frac{8}{15} & -8 \end{bmatrix} S \quad (11.1)$$

11.2 设计一个用于直流信号下的最简二端口 (略)

11.3 求图示电路的电压增益与入端电阻

容易得到:

$$u_o = 2u_i, \quad i = \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)u_i \Rightarrow A = 2, \quad R_i = \frac{1}{\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}} = \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1} \quad (11.2)$$

11.4 根据图示电路回答问题

- (1) 这是一个 (反相) 对数运算电路, $u_o = -U_{TH} \ln\left(\frac{u_i}{I_S R}\right)$
- (2) 将二极管与电阻 R 的位置互换
- (3) 依次复合对数运算、线性运算和指数运算, 或者依次复合指数运算、线性运算和对数运算

11.5 分析下图所示电路的功能

图示电路是一个简易的 DAC (Digital-Analog Converter), 将数字信号转为模拟信号。考虑到无论输入的数字信号是多少, 中间三条支路中的电阻都是接地的, 因此各三条支路的电流值是不变的, MOS 管的作用仅是调节电流是否输入到运放, 也即是否通过运放上侧的电阻 $R_f = R$, 依次调节输出电压 $u_o = -i_f R_f$ 。

列出方程如下:

$$\begin{cases} 2i_2R = u_s \\ 2i_2R - (i + i_0 + i_1)R = 2i_1R \\ 2i_1R - (i + i_0)R = 2i_0R \\ 2i_0R - i(2R) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} i_2 = \frac{1}{8R}4u_s \\ i_1 = \frac{1}{8R}2u_s \\ i_0 = i = \frac{1}{8R}u_s \end{cases} \quad (11.3)$$

$$\Rightarrow u_o = -(d_0i_0 + d_1i_1 + d_2i_2)R = -\frac{u_s}{8} (d_2 \cdot 2^2 + d_1 \cdot 2^1 + d_0 \cdot 2^0) \quad (11.4)$$

附录 A Matlab 代码

A.1 图 ?? 源码

