

电路原理课程作业

Homework of Principles of Electric Circuits

丁毅

中国科学院大学，北京 100049

Yi Ding

University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China

2024.8 – 2025.1

序言

本文为笔者本科时的“电路原理”课程作业 (Homework of Principles of Electric Circuits, 2024.9-2025.1)。所有作业课件已上传到网址 <https://www.123865.com/s/0y0pTd-R8Kj3> (包括 Homework, Simulation 和 Laboratory)。读者可在笔者的个人网站 <https://yidingg.github.io/YiDingg/#/Notes/MajorCourses/CircuitTheoryNotes> 上找到课程信息、教材、教辅和作业答案等相关资料。

由于个人学识浅陋, 认识有限, 文中难免有不妥甚至错误之处, 望读者不吝指正。读者可以将错误发送到我的邮箱 dingyi233@mails.ucas.ac.cn, 也可以到笔者的 [GitHub \(https://github.com/YiDingg/LatexNotes\)](https://github.com/YiDingg/LatexNotes) 上提 issue, 衷心感谢。

目录

序言	I
目录	II
Design (Buck Circuits): 2024.11.07 - 2024.12.31	1

Design (Buck Circuits): 2024.11.07 - 2024.12.31

Buck 电路是一种开关型 DC-DC 变换器, 用于将输入的 (高) 直流电压转换为输出 (低) 直流电压。在本次, 我们将设计一个开关频率和占空比可调的 Buck 电路。其中, 开关频率主要影响输出的正弦 (三角) 纹波大小, 占空比可以控制输出电压大小。

需要注意的是, 开关频率和占空比都可能影响电路的稳定性 (如抗噪性能), 实际使用时应做抗干扰测试, 或者进一步改进后再使用。

1.1 Buck 电路设计

(1) 设计要求

利用运算放大器 OPA 和 MOSFET 实现 Buck 电路, 下面是具体的设计要求:

- (1) 输出电压 3.3 V, 电压输出纹波比 $r = \frac{\Delta U_o}{U_{o,ave}} < 5\%$, $3.3 \text{ V} \times 5\% = 165 \text{ mV}$, 相当于 $\pm 82.2 \text{ mV}$;
- (2) 使用一个 +15 V 电源和一个 -15 V 电源供电;
- (3) MOSFET 型号为 2N7000;
- (4) 运放型号为 LM258N;
- (5) 整流二极管型号为 1N4001;
- (6) 电阻电容电感数量不限; 最后的滤波电容最大值不超过 $470 \mu\text{F}$, 电感最大值不超过 2 mH , 作为最后负载电阻不要小于 $2 \text{ K}\Omega$;
- (7) 电感非理想, 所以需要测试电感的 Q 值和 DCR (Direct Current Resistance), 仿真时将 DCR 考虑进去;
- (8) 电容非理想, 所以需要测试电容的 ESR (Equivalent Series Resistance) 和;
- (9) 实验报告里面包含原理说明、设计的电路图、仿真结果、实际电路照片、实际电路测试结果及分析。

(2) Buck 电路原理

图 ?? 是一个典型的 Buck 电路:

图 1.1: 典型 Buck 电路

我们只考虑电路达到稳定工作状态时的情况, 即输出电压在平均值附近小范围摆动。为了推导其工作原理, 先作出一些必要的假设:

- (1) 经过可接受的启动时间后, 电路能够达到稳定输出状态, 此时输出电压在均值附近小幅振荡;
- (2) MOSFET 可视为 Switch-Resistor Model, 且导通电阻极小 (相比于 $\text{K}\Omega$ 量级): 这意味着电路其它电阻在 $\text{K}\Omega$ 级别, 且 MOSFET 各级电压满足:

$$u_{GS} > U_T \quad \text{and} \quad u_{GD} > U_T \quad (1.1)$$

- (3) 二极管可视为 Switch-Source-Resistor Model, 且导通电阻极小 (相比于 $\text{K}\Omega$ 量级);
- (4) MOSFET 开关周期远小于电感时间常量 τ , 即 $T \ll \tau$, 这等价于开关频率 $f \gg \frac{1}{\tau}$, 此时输出纹波可近似视为三角波 (或正弦波);
- (5) MOSFET 开关频率不高于 500 KHz , 以避免高频状态下元件性能异常, 此时可不考虑高频效应。

设脉冲频率为 f , 占空比为 k , 一个周期 T 分为高电平 T_{ON} 和低电平 T_{OFF} 。下面作具体的推导。设 $t = 0$ 时, MOSFET 的 G 级接收到高电平脉冲信号, MOSFET 导通, 等效电路如图 ?? 所示。此时电感电流应为最小

值, 设其为 $(i_L)_{\min}$, 稳态值是 $\frac{U_s}{R+R_L+R_{ON}}$, 由三要素法, 有:

$$i_L(t) = (i_L)_{\min} \cdot e^{-\frac{t}{\tau_{ON}}} + \frac{U_s}{R+R_L+R_{ON}} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_{ON}}}\right) \Rightarrow \quad (1.2)$$

$$i_L(t) = \left[(i_L)_{\min} - \frac{U_s}{R+R_L+R_{ON}}\right] \cdot e^{-\frac{t}{\tau_{ON}}} + \frac{U_s}{R+R_L+R_{ON}}, \quad \tau_{ON} = \frac{L}{R+R_L+R_{ON}} \quad (1.3)$$

经过 T_{ON} 时间, MOSFET 关断, 则 $[0, T_{ON}]$ 时间段内的电感电流增量为:

$$(\Delta i_L)_{ON} = \left[(i_L)_{\min} - \frac{U_s}{R+R_L+R_{ON}}\right] \cdot \left(1 - e^{-\frac{T_{ON}}{\tau_{ON}}}\right), \quad \tau_{ON} = \frac{L}{R+R_L+R_{ON}} \quad (1.4)$$

类似的思路, 设 $t = 0$ 时, MOSFET 的 G 级接收到低电平脉冲信号, MOSFET 关断, 等效电路如图 ?? 所示。此时电感电流应为最大值, 设其为 $(i_L)_{\max}$, 由于二极管存在导通压降 U_D , 电流“稳态值”是 $-\frac{U_D}{R+R_L+R_D}$, 由三要素法, 有:

$$i_L(t) = (i_L)_{\max} \cdot e^{-\frac{t}{\tau_{OFF}}} - \frac{U_D}{R+R_L+R_D} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_{OFF}}}\right) \Rightarrow \quad (1.5)$$

$$i_L(t) = \left[(i_L)_{\max} + \frac{U_D}{R+R_L+R_D}\right] \cdot e^{-\frac{t}{\tau_{OFF}}} - \frac{U_D}{R+R_L+R_D}, \quad \tau_{OFF} = \frac{L}{R+R_L+R_D} \quad (1.6)$$

经过 T_{OFF} 时间, MOSFET 又导通, 则 $[0, T_{OFF}]$ 时间段内的电感电流增量为:

$$(\Delta i_L)_{OFF} = \left[(i_L)_{\max} + \frac{U_D}{R+R_L+R_D}\right] \cdot \left(1 - e^{-\frac{T_{OFF}}{\tau_{OFF}}}\right) \quad (1.7)$$

电路输出达到稳态, 所以应有 $(\Delta i_L)_{ON} + (\Delta i_L)_{OFF} = 0$, 简记 $e_{ON} = e^{-\frac{T_{ON}}{\tau_{ON}}}$ 和 $e_{OFF} = e^{-\frac{T_{OFF}}{\tau_{OFF}}}$, 得到:

$$(i_L)_{\max} = \frac{U_s}{R+R_L+R_{ON}} \cdot \frac{1 - e_{ON}}{1 - e_{ON}e_{OFF}} - \frac{U_D}{R+R_L+R_D} \quad (1.8)$$

$$(i_L)_{\min} = e_{OFF} (i_L)_{\max} = \frac{U_s}{R+R_L+R_{ON}} \cdot \frac{e_{OFF} - e_{ON}e_{OFF}}{1 - e_{ON}e_{OFF}} - \frac{e_{OFF}U_D}{R+R_L+R_D} \quad (1.9)$$

$$\Delta i_L = (1 - e_{OFF}) (i_L)_{\max} = \frac{U_s}{R+R_L+R_{ON}} \cdot \frac{(1 - e_{ON})(1 - e_{OFF})}{1 - e_{ON}e_{OFF}} - \frac{U_D(1 - e_{OFF})}{R+R_L+R_D} \quad (1.10)$$

由于功率损耗发生在二极管导通电阻 R_D 、压降 U_D 和 MOSFET 导通电阻 R_{ON} 上, 我们可以进一步计算功率损耗和转化效率:

$$P_{\text{loss}} = k (i_L)_{\text{average}}^2 R_{ON} + (1 - k) (i_L)_{\text{average}}^2 R_D + (1 - k) (i_L)_{\text{average}} U_D \quad (1.11)$$

$$= (i_L)_{\text{average}}^2 [k R_{ON} + (1 - k) R_D] \quad (1.12)$$

$$\Rightarrow \eta = \frac{P_{\text{out}}}{P_{\text{out}} + P_{\text{loss}}} = \frac{(u_o)_{\text{average}}}{(u_o)_{\text{average}} + (i_o)_{\text{average}} [k R_{ON} + (1 - k) R_D + (1 - k) U_D]} \quad (1.13)$$

如果取近似 $(u_o)_{\text{average}} = k U_s$, $(i_o)_{\text{average}} = \frac{k U_s}{R}$, 则转化效率为:

$$\eta = \frac{R}{R + k R_{ON} + (1 - k) R_D + \frac{(1 - k) U_D}{k U_s}} \quad (1.14)$$

(3) Buck 改进方案 1

一方面, 上面的电路, 输出电压纹波比 $r = \frac{\Delta U_o}{U_{o, \text{ave}}}$ 可能较大; 另一方面, 二极管的导通压降 U_D 可能使电路效率明显降低 (尤其在输出低电平时)。改进方案如下图:

图 1.2

在图 ?? 中, 一方面, 我们在输出加一个较大的电容 C , 这可以明显降低输出纹波幅度; 另一方面, 我们用另一个 MOSFET 来替代二极管 D , 此 MOSFET 的 G 级由脉冲信号经过反相器得到, 这样相当于将二极管的导通压降 U_D 降低为 0, 同时将 R_D 换为 R_{ON} , 既可以避免压降 U_D 带来的占空比失调, 也可以提高电路的转化效率。

另外, 我们在输出端串联了一个 0Ω 电阻, 这使得我们可以方便地串入小电阻 (示波器测电压) 或电流表来测量输出电流。

改进之后, 开关 MOS 导通与不导通时的等效电路如下图:

(a) (b)

图 1.3

稳定工作时, 可分为两种状态。记开关 MOS 为下面以输出负端 $u_{o,-}$ 为电压参考点, 定性地分析两种状态下的电路行为:

- (1) 开关 MOS (T_1) 导通: 此时二极管 MOS (T_2) 截止, 电路如图 ?? (a)。 $u_{L,-}$ 维持在 u_{out} 附近, 电感正端 (即 T_2 D 极) $u_{L,+} = u_{2,DS}$ 在 U_S 附近小幅下降 (近似线性), 这使得 T_1 的 DS 电压 $u_{1,DS}$ 在 0 附近小幅线性上升 (从负到正);
- (2) 开关 MOS (T_1) 截止: 此时二极管 MOS (T_2) 导通, 电路如图 ?? (b)。 $u_{L,-}$ 仍维持在 u_{out} 附近, 电感正端 (即 T_2 D 极) $u_{L,+} = u_{2,DS}$ 在 0 附近小幅线性上升 (从负到正), T_1 的 DS 电压 $u_{1,DS}$ 在 U_S 附近小幅线性下降;

作出两种状态下的各元件电压情况, 如下图所示:

(4) Buck 改进方案 2

如果想进一步降低输出纹波, 可考虑下图所示的改进方案:

图 1.4

与第一种方案相比, 这种方案只是将 LC 滤波换为了 CLC π 型滤波, 看似变化不大, 实则从原理层面作了改变。由于二极管 MOS (用于替代二极管的 N-MOSFET) 两端并联了较大的电容 C , 它 DS 间的电压 u_{DS} 无法发生突变, 经过半定量推导可知 u_{DS} 会在 u_{out} 附近以锯齿波形小幅振荡, 这便需要 MOSFET 在 $u_{DS} = u_{out}$ 附近能正常工作, 对元件的要求比较高, 2N7000 不能满足此要求, 需要另选其他型号。

在此改进方案中, 开关 MOS 导通与不导通时的等效电路如下图:

(5) 脉冲发生器原理

为了能产生提供给 MOSFET 的脉冲电压, 我们考虑脉冲发生器 (Pulse Generator), 典型的脉冲发生器如下图所示:

图 1.5

为 OPA 提供 $+15V$ 和 $-15V$ 电压, 记 OPA 饱和电压为 $\pm U_{sat}$ 。设 $t = 0$ 时 $u_C < 0$ 位于最小值, 处于上升阶段, 则此时 $U_o = +U_{sat}$, 当 u_C (也即 u_-) 上升到 $u_+ = \frac{R_f}{R_f + R_1} U_{sat}$ 并超过它的瞬间, OPA 输出突变为 $-U_{sat}$, u_C 进入下降阶段。

同理, 在下降阶段, $U_o = -U_{\text{sat}}$ 。当 u_C 下降到 $u_+ = -\frac{R_f}{R_f+R_1}U_{\text{sat}}$ 并低于它的瞬间, OPA 输出突变为 $+U_{\text{sat}}$, u_C 进入上升阶段。如此循环往复, 即可得到脉冲信号。由于上升和下降过程完全对称, 脉冲占空比恒为 50 % 不变, 且周期为:

$$T = 2R_2C_f \ln \left(1 + \frac{2R_f}{R_1} \right), \quad f = \frac{1}{T} \quad (1.15)$$

为了方便参考, 我们也给出 OPA 正负电源分别接 V_{DD} 和 V_{SS} 时的脉冲周期:

$$T = 2R_2C_f \ln \left(\frac{1 - \frac{V_{\text{SS}}}{V_{\text{DD}}} \cdot \frac{R_f}{R_f+R_1}}{1 - \frac{R_f}{R_f+R_1}} \right), \quad f = \frac{1}{T} \quad (1.16)$$

(6) 脉冲发生器改进方案

显然, 占空比恒为 50 % 会使 Buck 电路输出电压恒为 $0.5U_S$, 这无法满足我们的需求, 需要改进脉冲发生器。改进方案如下图所示:

图 1.6

在图 ?? 中, 我们将 R_f 换为滑动变阻器 (可调电阻), 并在 R_2 与电容之间加入二极管与滑动变阻器 R_k 的并联, 这样便可以通过 R_f 调节电容电压振荡的幅度, 从而调节脉冲频率, 同时又能通过 R_k 与二极管的并联, 实现上升下降阶段有不同的时间常量 τ , 以此来调节脉冲占空比。

经过改进的脉冲发生器占空比 k 和周期 T 为 (为 OPA 提供 $+15V$ 和 $-15V$ 电压):

$$k = \frac{1}{1 + \frac{R_2+R_D \parallel R_k}{R_2+R_k}}, \quad T = (2R_2 + R_k + R_D \parallel R_k) C_f \ln \left(1 + \frac{2R_2}{R_1} \right) \quad (1.17)$$

为了直观感受 R_k 对占空比的调节作用和 R_f 对频率的调节作用, 我们分别作出 $k = k(R_k)$ 的图像。令 $R_2 = 1 \text{ K}\Omega$, $R_D = 10 \Omega$, 则占空比如图 ?? 所示, 再令 $R_k = 2 \text{ K}\Omega$, 作出频率变化如图 ?? 所示。

(a)

(b)

图 1.7

1.2 仿真电路性能测试

如图 ?? 搭建仿真电路, 各元件的参数见图中标注。下面进行仿真电路的性能测试。

3.3 V 工作点性能测试:

- (1) 输出电压: $3.308 \text{ V} (\pm 0.766 \text{ mV}, r = 0.0232 \%)$, 见图 ??, 此时 $R_k = 2520 \Omega$ 、 $R_f = 3.2 \text{ K}\Omega$;
- (2) 转化效率: 95.2 %;
- (3) 各参数对 R_k 的灵敏度: 包括输出电压、波纹比和转化效率见表 ??;
- (4) 各参数对 R_f 的灵敏度: 见表 ??;
- (5) 各参数对 R 的灵敏度: 见表 ??;

极限性能测试:

- (1) 最小输出电压: $1.895 \text{ V} (\pm 0.27 \text{ mV}, r = 0.0451 \%)$, 见图 ??, 此时 $R_k = 0$ 、 $R_f = 5 \text{ K}\Omega$;
- (2) 最大输出电压: $4.252 \text{ V} (\pm 8.87 \text{ mV}, r = 0.2086 \%)$, 见图 ??, 此时 $R_k = 10 \text{ K}\Omega$ 、 $R_f = 2.6 \text{ K}\Omega$;
- (3) 最小输出电压纹波比: 0.5 %;
- (4) 最大输出电压纹波比: 4.5 %;

(a) 最小输出电压及波纹比

(b) 最大输出电压及波纹比

图 1.8

1.3 仿真设计检查

查找各元件的 Data Sheet, 依据仿真结果, 对照 Data Sheet 判断元件是否能正常工作, 如果不能, 需要修改设计参数以保证元件正常工作。

- (1) 开关 MOS : 仿真测得的 u_{GS} 和 u_{DS} 如图 ?? 所示, u_{DS} 在 1.9 V 左右小幅振荡。可以大致分为两种情况, 第一种, $u_{GS} = 10$ V, MOS 管导通, 依据 Data Sheet, 此时 2N7000 的 $I_D = 1.45$ A 超过了 Absolute Maximun Ratings 中规定的 Maximum Drain Current (Pulsed) 500 mA。

表 1.1: 元件工作状态检查

	峰值电压	平均电压	峰值电流	平均电流
开关 MOS				

表 1.2: 元件 Data Sheet 参数

开关 MOS

1.4 实际电路性能测试

1.5 最终成品电路

1.6 总结