# 线性代数(秋)(Linear Algebra)

# 作业4

1. 计算

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 1 & 4 & 2 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 4 & 3 & 5 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

2. 将置换

$$\sigma = (1\,2\,3\,5\,7)(2\,3\,4\,5\,6\,7\,8\,9\,10)$$

分解成长度大于1的不相交的循环的乘积。

以下题目中$n$是大于2的整数且$X = \{1, 2, ..., n\}$。

3. 在$\mathcal{P}(X)$上定义关系：

$$S_1 \sim S_2 \ \text{ 如果存在 } \ \sigma \in S_n \ \text{ 使得 } \ \sigma(S_1) = S_2.$$

证明“$\sim$”是一个等价关系。找出$\mathcal{P}(X)/\sim$的元素的个数。

4. 找出集合$\{\nu \in S_n \mid \nu^2 = e_X\}$元素的个数。

5. 计算置换

$$\nu = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & \cdots & n-2 & n-1 & n \\ n & n-1 & n-2 & \cdots & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

的符号$\varepsilon_\nu$。

6. 计算:

$$(1) \qquad [(1\,2\,3\,4\,5\,6\,7\,8\,9\,10\,11\,12)]^3.$$

$$(2) \qquad (3\,10)(1\,2\,3\,4\,5\,6)(7\,8\,9\,10\,11\,12).$$

7. 设$\nu = (i_1\ i_2\ ...\ i_r) \in S_n$是一个$r$-循环。对任意$\sigma \in S_n$，证明

$$\sigma\nu\sigma^{-1} = (\sigma(i_1)\ \sigma(i_2)\ ...\ \sigma(i_r)).$$