

# 线性代数(2024春)(Linear Algebra)

## 作业15

1. 设 $\dot{p}, \dot{q}, \dot{r}, \dot{s}$ 是仿射空间 $(\mathbb{A}, V)$ 的4个不同的点。证明点 $\dot{q}, \dot{r}, \dot{s}$ 共线的充分必要条件是存在不全为零的元素 $a_1, a_2, a_3 \in \mathbb{F}$ 使得

$$a_1 \overrightarrow{\dot{p}\dot{q}} + a_2 \overrightarrow{\dot{p}\dot{r}} + a_3 \overrightarrow{\dot{p}\dot{s}} = 0, \quad a_1 + a_2 + a_3 = 0.$$

2. 用点和向量证明一个三角形的三条中线必相交于一点。

3. 设 $\varphi: \mathbb{A} \rightarrow \mathbb{A}'$ 和 $\psi: \mathbb{A}' \rightarrow \mathbb{A}''$ 是仿射映射。证明 $D(\psi\varphi) = D\psi \cdot D\varphi$ 。

4. 证明仿射空间 $(\mathbb{A}, V)$ 的仿射子空间 $\Pi(\dot{p}, U)$ 和 $\Pi(\dot{q}, W)$ 相交的充分必要条件是 $\overrightarrow{\dot{p}\dot{q}} \in U + W$ 。

5. 设 $X = \{\dot{p}_0, \dot{p}_1, \dots, \dot{p}_n\}$ 是仿射空间 $(\mathbb{A}, V)$ 的点集。证明 $X$ 的有限多个重心组合的重心组合仍然是一个重心组合。