电路原理课程作业

Homework of Principles of Electric Circuits

丁毅

中国科学院大学，北京 100049

Yi Ding

University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China

2024.8 – 2025.1

序言

本文为笔者本科时的“电路原理”课程作业（Homework of Principles of Electric Circuits, 2024.9-2025.1）。由于个人学识浅陋，认识有限，文中难免有不妥甚至错误之处，望读者不吝指正，在此感谢。

我的邮箱是 dingyi233@mails.ucas.ac.cn。

目录

Homework 1: 2024.8.27 - 2024.9.2

1.1 习题集 1-2: 求题图各电路中的电压 U 和电流 I

(a) 短路，因此 $U = 0$, $I = \frac{U_S}{R_i}$
(b) 开路，因此 $U = U_s$, $I = 0$
(c) 构成回路，因此 $U = \frac{U_S R}{R+R_i}$, $I = \frac{U_S}{R+R_i}$

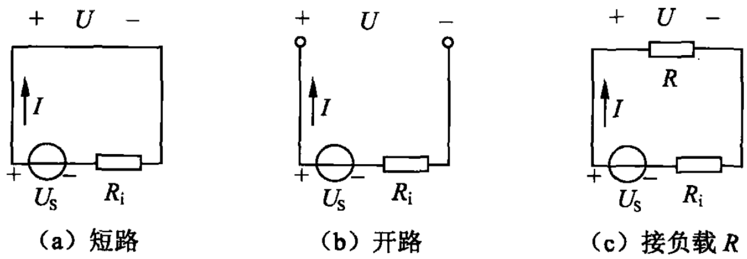


图 1.1: 1.1 习题集 1-2

1.2 习题集 1-9: 求题图 (a) 中的电压 U_{ab}，图 (b) 中的电阻 R，图 (c) 中的电压 U_S 和图 (d) 中的电流 I

(a) $\varphi_a - 3\,\mathrm{V} + 2\,\mathrm{V} = \varphi_b \Longrightarrow U_{ab} = 1\,\mathrm{V}$
(b) $I = 1\,\mathrm{A}$, $3 - IR = -4 \Longrightarrow R = 7\,\Omega$
(c) $-3 + U_S = 1 \Longrightarrow U_S = 4\,\mathrm{V}$
(d) $R = 2\,\Omega$, $-IR + 2 = 3 \Longrightarrow I = -0.5\,\mathrm{A}$

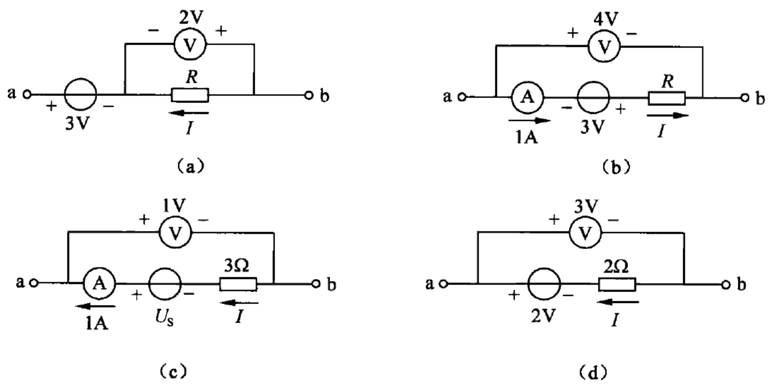


图 1.2: 1.2 习题集 1-9

1.3 习题集 1-10: 求题图电路中的电压 U_{ab}

(a) 记参考点 a 的电势 $\varphi_a = 0$，则 $\varphi_c = 2\,\mathrm{V}$, $\varphi_b = -2\,\mathrm{V}$，因此 $U_{ab} = 2\,\mathrm{V}$
(b) 记参考点 d 的电势 $\varphi_d = \varphi_b = 0$，则 $\varphi_c = 6\,\mathrm{V}$, $\varphi_a = -2\,\mathrm{V}$，因此 $U_{ab} = -2\,\mathrm{V}$

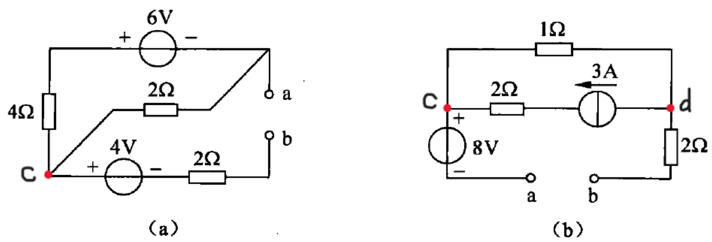


图 1.3: 1.3 习题集 1-10

后补：(b) 中电流源两端仍有电势差，$\varphi_c \neq 6$ V 而是 $\varphi_c = -3$ V，最终得 $U_{ab} = -5$ V。

1.4 习题集 1-15: 求题图各电路汇总所标出的电压和电流

(a) $I = -\frac{U}{R} + 4\text{ A} = -2\text{ A}$

(b) $U = 12\text{ V} + 3\,\Omega \times 4\text{ A} = 0$

(c) $I = 8\text{ A} - 6\text{ A} = 2\text{ A}$，$U = 12\text{ V} + 3 \times 8\text{ V} = 36\text{ V}$

(d) 取点 d 为参考点，则 $\varphi_d = \varphi_c = 0$，$\varphi_b = \varphi_a = 9$ V，于是 $U_1 = 9 + 2 \times 3 = 15$ V, $U_2 = 9 + 2 \times 2 = 13$ V, $I = 2 - (9 - 3) = -4$ A

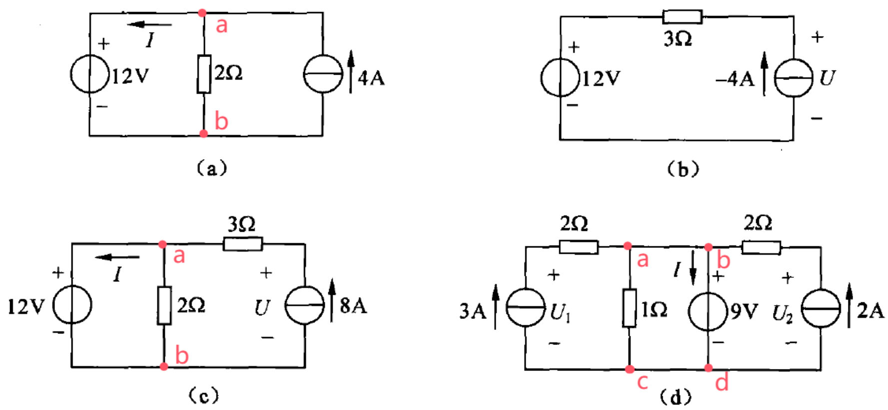


图 1.4: 1.4 习题集 1-15

1.5 习题集 1-29: 题图电路中流过 40 Ω 电阻的电流为 2 A，求电流源的电流值 I_S

取点 a 为参考点 $\varphi_a = 0$，可得 $\varphi_b = 100U_1 - 80$，于是在结点 a 有电流：

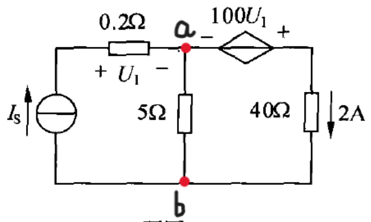
$$I_S + \frac{100U_1 - 80}{5} = 2$$

0.2 Ω 电阻处又有 $U_1 = 0.2I_S$，联立解得 $I_S = 3.6\text{ A}, U_1 = 7.2\text{ V}$。

1.6 习题集 1-30: 求题图电路中独立电源的功率

这里要注意左二元器件是受控电流源，因此 $0.5U$ 是指电流大小而非电压。I_1 处可列出方程：

$$\frac{U}{2} + 12 - \frac{U}{3} = 0.5U \Longrightarrow U = 36\text{ V} \Longrightarrow P = UI = 432\text{ W}$$



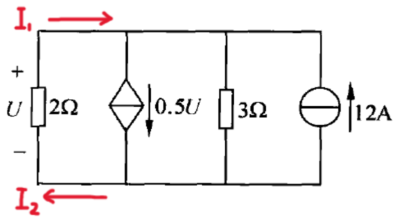


图 1.5: 1.4 习题集 1-29 和 1.5 习题集 1-30

后补：上面的方程列错了，错将 I_1 的方向标为由左向右，应该是由右向左。最后得到 $P = 108$ W。另外，也可以直接将受控电流源看作是 2 Ω 的电阻，这样左侧三个电阻并联，也可求出正确答案 108 W.

1.7 讲义题 1-6: 关联参考方向下，电阻的 $\alpha > 90°$ 代表什么物理意义

$\alpha > 90°$ 时，电阻为“负电阻”。

1.8 讲义题 1-7: 充电电池的 1 C 是什么意思，涓流充电是多少 C，快速充电是多少 C

充放电倍率 C 的含义：

C（充放电倍率）表示电池充放电时电流相对电池容量的大小数值，$\mathrm{C} = \frac{\text{电池容量}}{\text{充放电所需时间}}$。例如，1 C 电流充电表示电池需要 1 小时充满，5 C 充电表示电池需要 0.2 小时充满。放电也是类似的，一个 10 Ah 的电池以 2 C 放电，表示以 20 A 的电流放电 0.5 h。

若倍率上升，总时间就会下降，若倍率下降，总时间就会上升。通俗来讲，C 代表了电池的爆发力大小，高倍率的动力电池瞬间放电电流大，特别适合大电流放电产品使用，如航模。

涓流充电：

涓流充电是指在电池接近完全充满电后，采用非常小的电流进行充电，以弥补电池自放电造成的容量损失。理论倍率 C 约为最大倍率 $\mathrm{C_{max}}$ 的 $\frac{1}{100}$ 至 $\frac{1}{1000}$，但由于倍率太小，常常根本无法充电，一个比较好的方法是脉冲式充电，例如以 $\frac{\mathrm{C_{max}}}{10}$ 充电 6 s，然后停止充电 54 s。

快速充电：

快速充电至少要求 1 C，现阶段的快速充电多在 1.5 C 至 2 C 之间。

1.9 讲义题 1-8（Multisim 仿真）：用 Multisim 实现课堂仿真中的 MOSFET。画出 U_{GS} 固定为 5 V，U_{DS}（横轴）从 0 V 到 12 V 变化时 I_{DS}（纵轴）的曲线；以及 U_{DS} 固定为 10 V，U_{GS}（横轴）从 0 至 10 V 变化时 I_{DS}（纵轴）的曲线

仿真电路如图 1.6 所示，

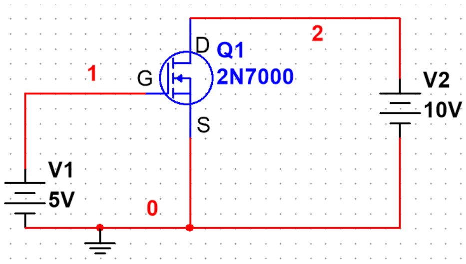


图 1.6: 仿真电路图

先固定 $U_{GS} = 5\text{ V}$ 不变（即 $V_1 = 5\text{ V}$），横坐标 $U_{DS} \in [0\text{ V},\ 12\text{ V}]$，画出 I_{DS}（即 I_2）的变化曲线，如图 1.7 所示。再固定 $U_{DS} = 10\text{ V}$ 不变（即 $V_2 = 10\text{ V}$），横坐标 $U_{GS} \in [0\text{ V},\ 10\text{ V}]$，画出 I_{DS}（即 I_2）的变化曲线，如图 1.8 所示。

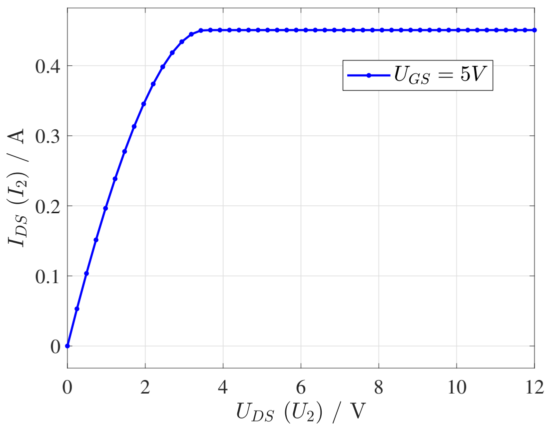


图 1.7: 仿真结果 1

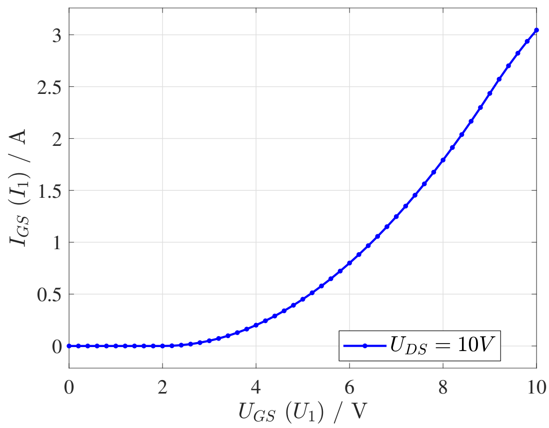


图 1.8: 仿真结果 2

Homework 2: 2024.9.3 - 2024.9.9

2.1 习题集 1-33: 题图电路中 $R_1 = 40$，$R_e = 27$，$R_b = 150$，$R_L = 1500$，单位都为 Ω，$\alpha = 0.98$，求电压增益 $\frac{u_2}{u_1}$ 和功率增益 $\frac{p_2}{p_1}$，其中 p_1 是 u_1 输出的功率，p_2 是 R_L 吸收的功率

左半边回路有：

$$u_1 - 67i_e - (1-\alpha)i_e \cdot 150 = 0 \Longrightarrow \frac{u_2}{u_1} = \frac{\alpha i_e R_L}{70 i_e} = \frac{0.98 \times 1500}{70} = 21$$

$$p_2 = (\alpha i_e)^2 R_L, \quad p_1 = u_1 i_e \Longrightarrow \frac{p_2}{p_1} = \frac{(\alpha i_e)^2 R_L}{70 i_e^2} = 20.58$$

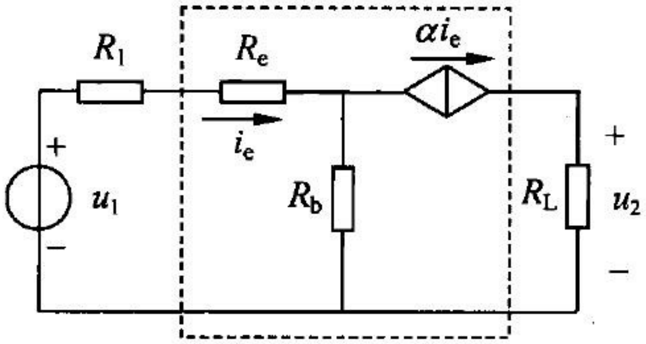


图 2.1: 习题集 1-33

2.2 习题集 2-2: 求题图各电路的入端电阻 R

对图 (a)，化简并联后电桥平衡，可以得到

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{20} + \frac{1}{40} + \frac{1}{40} \Longrightarrow R = 10\,\Omega$$

对图 (b)，经过多次并联化简，可以得到：

$$R = 8 + \frac{3 \times 6}{3 + 6} = 10\,\Omega \tag{2.1}$$

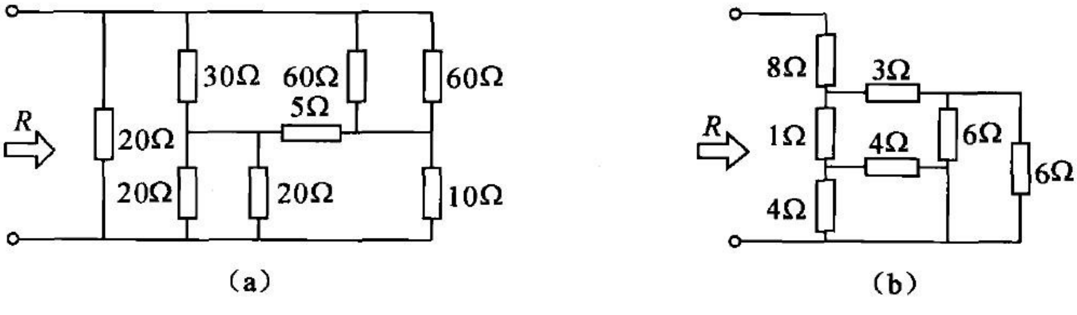


图 2.2: 习题集 2-2

2.3 习题集 2-6: 将题图中各电路化为最简电路

各电路的最简电路图如图 2.4 所示：

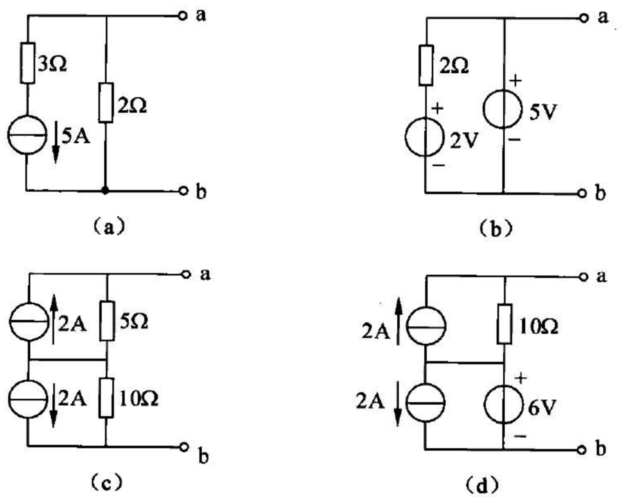


图 2.3: 习题集 2-6

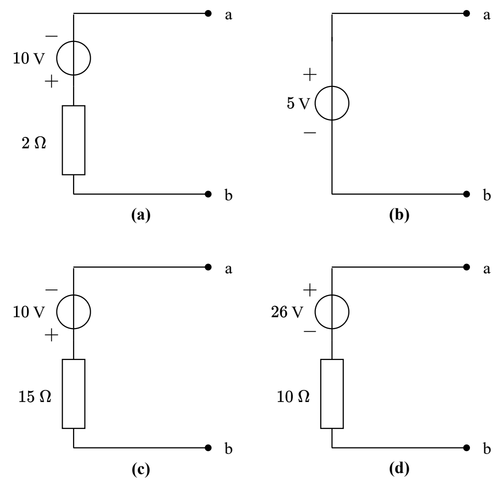


图 2.4: 习题集 2-6 解答

2.4 习题集 2-8: 用电源等效方法求题图中的电流 i

对原电路进行多次等效转换，得到最简电路如图所示，进而有：

$$
I = \frac{3}{2+3+5} = 0.3\ \mathrm{A}
$$

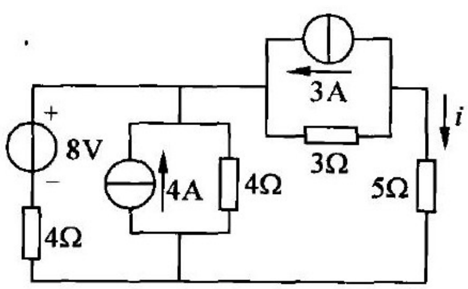


图 2.5: 习题集 2-8

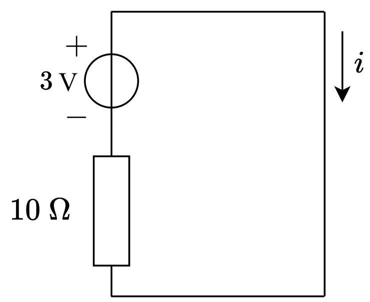


图 2.6: 习题集 2-8 等效电路

2.5 习题集 2-11: 求题图中的电流 I

等效电路图如图 2.8 所示，由 KVL 得：

$$
28 = 4I' + 4(I' - I), \quad 25 = -8I + 4(I' - I) \Longrightarrow I' = 2.95\ \mathrm{A},\ I = -1.1\ \mathrm{A}
$$

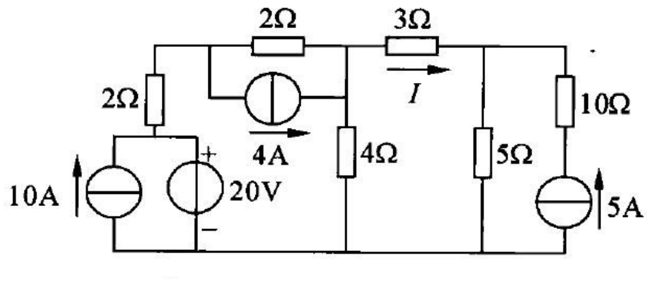


图 2.7: 习题集 2-11

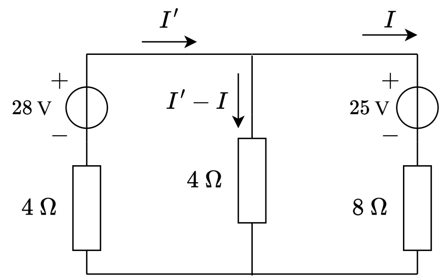


图 2.8: 习题集 2-11 等效电路

2.6 习题集 2-17: 求题图中的电压 U_{ab}

等效电路图如图 2.10 所示，可以求得：

$$4I - 8 = 12(I - 1) \Longrightarrow I = 0.5\text{ A} \Longrightarrow U_{ab} = 8 - 8I = 4\text{ V}$$

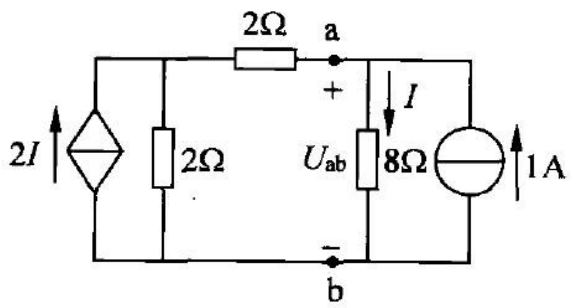


图 2.9: 习题集 2-17

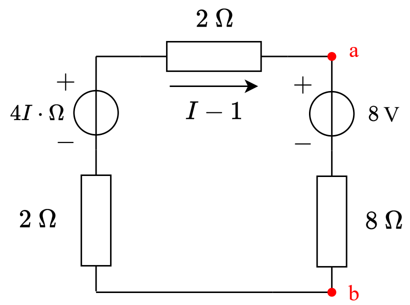


图 2.10: 习题集 2-17 等效电路

2.7 习题集 2-22: 求题图中的电压 U_1，U_2 和电流源发出的功率

经过电源等效和 Δ-Y 变换，等效电路图如图 2.12 所示，回路总电阻 $R = 3 + \frac{4}{9} + \frac{14}{9} = 5\,\Omega$，$I_1 = \frac{U}{R} = 1.2\text{ A}$，则有：

$$U_1 = 6 - 3 \times 1.2 = 2.4\text{ V},\ U_2 = 2 \times \frac{I}{2} = 1.2\text{ V},\quad P = 2U_1 = 4.8\text{ W}$$

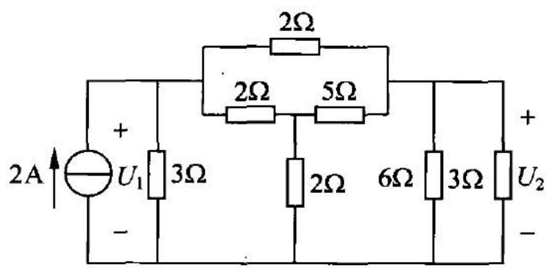


图 2.11: 习题集 2-22

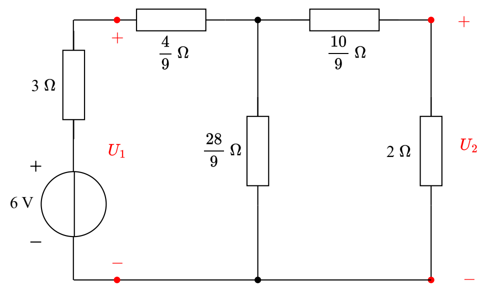


图 2.12: 习题集 2-22

Homework 3: 2024.9.10 - 2024.9.18

3.1 习题集 3-40（书上答案不正确）: 题图电路中，$u_s(t) = \sin 4t$ V，电阻 $R_2 = 2R_1 = 1$ KΩ，求电流 $i(t)$

由虚短和虚断，可以得到 R_1 处电流为 $i_1 = \frac{u_s}{R_1}$（从上至下），于是输出电压 $u_o = 3u_s$，右侧负载由三个电阻构成，并联电阻分压 $2u_s$，最后得电流 $i(t)$:

$$i(t) = \frac{2u_s}{6\ \text{K}\Omega} = \frac{u_s}{3}\ \text{mA} \tag{3.1}$$

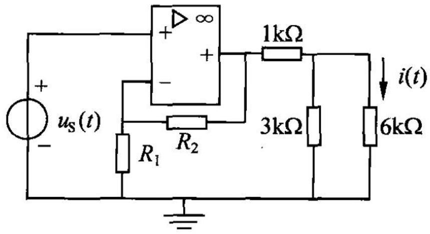


图 3.1: 习题集 3-40

3.2 习题集 3-45（注意题目单位是 S）: 对题图电路，求电压增益 $\frac{U_o}{U_i}$ 和入端电阻 R_i

如图所示，将电导全部转换为电阻。由虚断、虚短，流经 $\frac{1}{10}$ Ω 电阻的电流为 $i_1 = \frac{u_s}{0.1\ \Omega} = 10u_s$。右下角两电阻分压，再由虚短可得 $i_2 = 2U_o$，于是 $i_3 = i_1 + i_2 = 10U_s + 2U_o$，由 KVL:

$$0 - \frac{1}{3}(10U_s + 2U_o) = U_o \Longrightarrow \frac{U_o}{U_s} = -2 \tag{3.2}$$

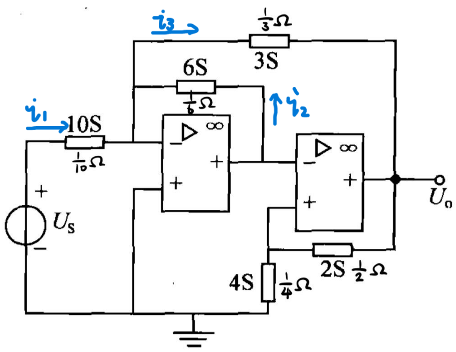
入端电阻 R_i:

$$i_1 = 10U_s \Longrightarrow R_i = \frac{1}{10}\ \Omega \tag{3.3}$$

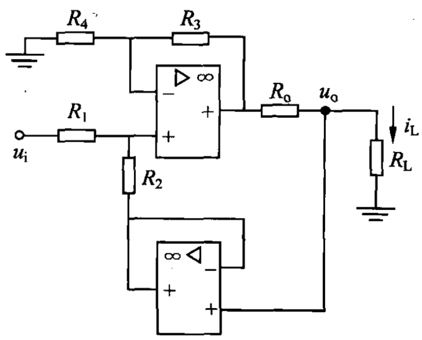
3.3 习题集 3-46: 题图电路中，$R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_o = R_L$，求在输入电压 u_i 作用下的负载电流 i_L

依据 KVL、KCL、虚短、虚断，标出各节点电势，如图所示。则有:

$$(u_i + u_o) - u_o = i_L R,\ i_L = \frac{u_o}{R_L} \Longrightarrow u_o = u_i,\ i_L = \frac{u_o}{R_L} = \frac{u_i}{R_L} \tag{3.4}$$



(a) 习题集 3-45



(b) 习题集 3-46

图 3.2: 习题集 3-45 和习题集 3-46

3.4 讲义题 2-19: 求同相比例放大器和反向比例放大器的输入电阻和输出电阻，放大器均理想，根据求解结果讨论两种放大器的优劣

(1) 反相比例放大器

对输入电阻，$i_1 = \frac{u_i}{R_1} \Longrightarrow R_i = R_1$。对输出电阻，将输入电压源短路，采用加流求压法，在输出端接入电流源，由 $u = iR$ 且 $u = 0$，得 $R_o = 0$。也即：

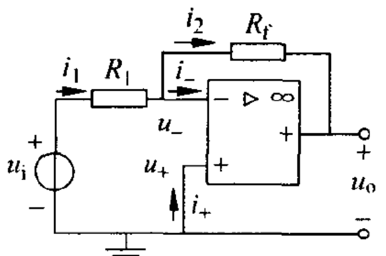
$$R_i = R_1,\ R_o = 0 \tag{3.5}$$

(2) 同相比例放大器

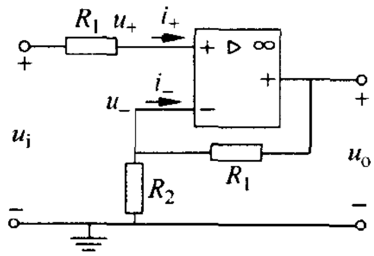
对输入电阻，R_1 右端断路，因此 $R_i = \infty$。对输出电阻，将输入电压源短路，采用加流求压法，在输出端接入电流源，由 $u = iR$ 且 $u = 0$，得 $R_o = 0$。也即：

$$R_i = \infty,\ R_o = 0 \tag{3.6}$$

从输入输出电阻特性来看，同相比例放大器电气特性更优秀。



(a) 同相比例放大器



(b) 反向比例放大器

图 3.3: 讲义题 2-19

3.5 讲义题 2-20: 求题图各网络的 G 参数

(a) 由 KVL 有：

$$\begin{cases} u_1 = R_2(i_1 - i_2) \\ u_2 = R_1 i_2 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} i_1 = \frac{1}{R_2}u_1 + \frac{1}{R_1}u_2 \\ i_2 = \frac{1}{R_1}u_2 \end{cases},\ \boldsymbol{G} = \begin{bmatrix} \frac{1}{R_2} & \frac{1}{R_1} \\ \frac{1}{R_1} & 0 \end{bmatrix} \tag{3.7}$$

(b) 由 KVL, KCL 有：

$$\begin{cases} u_1 = R_1\left(i_1 - \frac{u_1-u_2}{R_2}\right) \\ u_2 = R_1\left(i_2 + \frac{u_1-u_2}{R_2}\right) \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} i_1 = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)u_1 - \frac{1}{R_2}u_2 \\ i_2 = -\frac{1}{R_2}u_1 + \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)u_2 \end{cases},\ \boldsymbol{G} = \begin{bmatrix} \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} & -\frac{1}{R_2} \\ -\frac{1}{R_2} & \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \end{bmatrix} \tag{3.8}$$

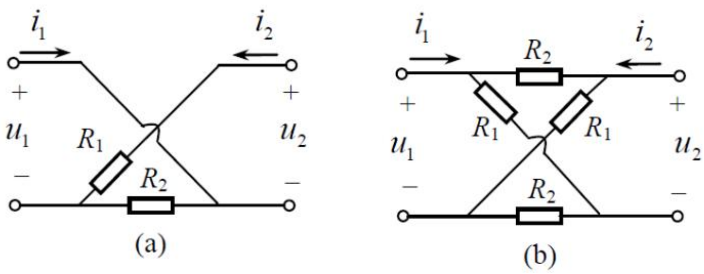
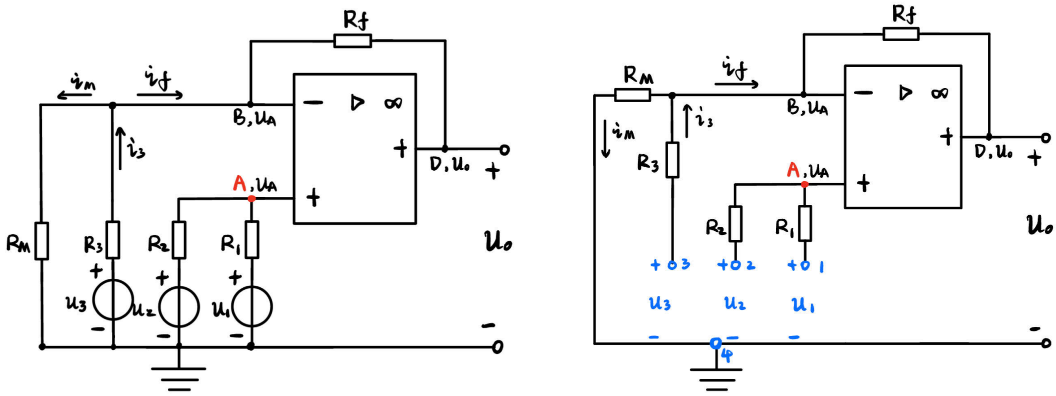


图 3.4: 讲义题 2-20

3.6 仿真 2-1: 题目详见图 3.8 (b)

(1) 单 OPA 实现电压运算

电路如图 3.5 (a) 所示，接线端示意图见图 3.5 (b)。



(a) 电路示意图　　(b) 接线端示意图

图 3.5: 单 OPA 实现电压运算

下面分析其输出特性。由虚断，在 u_1 和 u_2 构成的回路中，设正向流经 u_2 的电流为 i_2，则有：

$$i_2 = \frac{u_2 - u_1}{R_1 + R_2} \Longrightarrow u_A = u_2 - i_2 R_2 = \frac{R_2 u_1 + R_1 u_2}{R_1 + R_2} \tag{3.9}$$

由虚短，B 点的电势也为 u_A，于是：

$$i_3 = \frac{u_3 - u_A}{R_3},\ i_M = \frac{u_A}{R_M} \Longrightarrow i_f = i_3 - i_M = \frac{u_3 - u_A}{R_3} - \frac{u_A}{R_M} = \frac{u_3}{R_3} - (\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_M})u_A \tag{3.10}$$

由虚断和 KVL:

$$u_o = u_A - i_f R_f = u_A - \frac{R_f}{R_3}u_3 + (\frac{R_f}{R_3} + \frac{R_f}{R_M})u_A = \left(1 + \frac{R_f}{R_3} + \frac{R_f}{R_M}\right)u_A - \frac{R_f}{R_3}u_3 \tag{3.11}$$

将 u_A 的表达式代入，最终得到：

$$\boxed{u_o = \left(1 + \frac{R_f}{R_3} + \frac{R_f}{R_M}\right)\frac{1}{\frac{R_1}{R_2} + 1}u_1 + \left(1 + \frac{R_f}{R_3} + \frac{R_f}{R_M}\right)\frac{\frac{R_1}{R_2}}{\frac{R_1}{R_2} + 1}u_2 - \frac{R_f}{R_3}u_3} \tag{3.12}$$

我们需要 u_1, u_2, u_3 前的系数分别为 3, 2, -0.5，于是有：

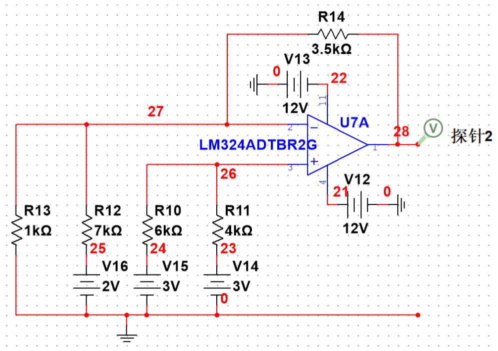
$$\begin{cases} \left(1 + \frac{R_f}{R_3} + \frac{R_f}{R_M}\right)\frac{1}{\frac{R_1}{R_2}+1} = 3 \\ \left(1 + \frac{R_f}{R_3} + \frac{R_f}{R_M}\right)\frac{\frac{R_1}{R_2}}{\frac{R_1}{R_2}+1} = 2 \\ -\frac{R_f}{R_3} = -0.5 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} R_1 = \frac{2}{3}R_2 & ,\ R_2 > 0 \\ R_3 = 2R_f,\ R_M = \frac{2}{7}R_f & ,\ R_f > 0 \end{cases} \tag{3.13}$$

为了保持 OPA 的理想性，我们应选择 KΩ 量级的电阻，同时，为了降低电路的整体功率，减少消耗，电阻阻值应该尽量大。综合下来，不妨选取 $R_2 = 6\ \text{K}\Omega$，$R_f = 3.5\ \text{K}\Omega$，此时所有电阻阻值为：

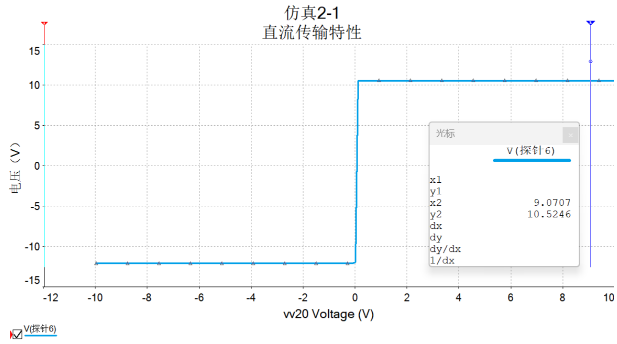
$$R_1 = 4\ \text{K}\Omega,\ R_2 = 6\ \text{K}\Omega,\ R_3 = 7\ \text{K}\Omega,\ R_M = 1\ \text{K}\Omega,\ R_f = 3.5\ \text{K}\Omega \tag{3.14}$$

如图 3.6 (a)，在 Multisim 中进行仿真，得到的结果如下表所示：

项目	1			2			3			4		
	$x,\ u_1$	$y,\ u_2$	$z,\ u_3$	$x,\ u_1$	$y,\ u_2$	$z,\ u_3$	$x,\ u_1$	$y,\ u_2$	$z,\ u_3$	$x,\ u_1$	$y,\ u_2$	$z,\ u_3$
	1	1	1	1	3	2	-2	2	0	3	3	2
理论输出 (V)	$3+2-0.5=4.5$			$3+6-1=8$			$-6+4-0=-2$			$9+6-1=14$		
仿真输出 (V)	4.50			8.00			-2.00			10.494		



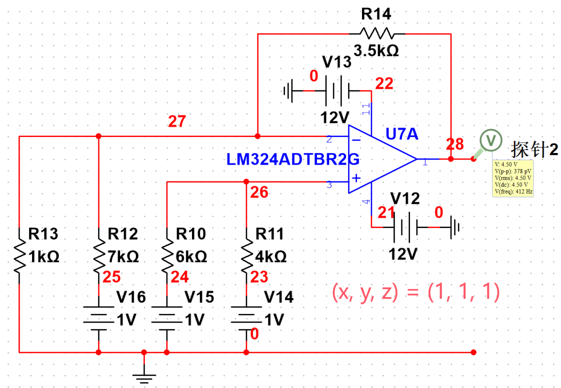
(a) 单 OPA 实现电压运算



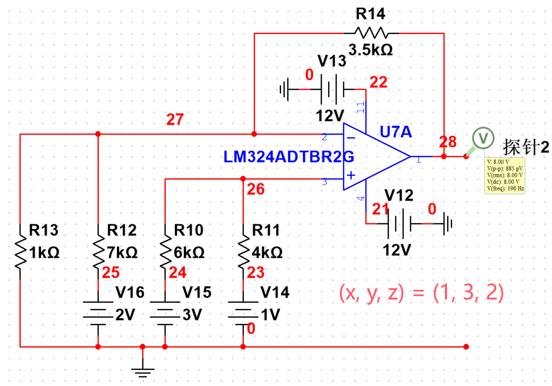
(b) OPA 饱和电压

图 3.6: 仿真电路图与 OPA 饱和电压

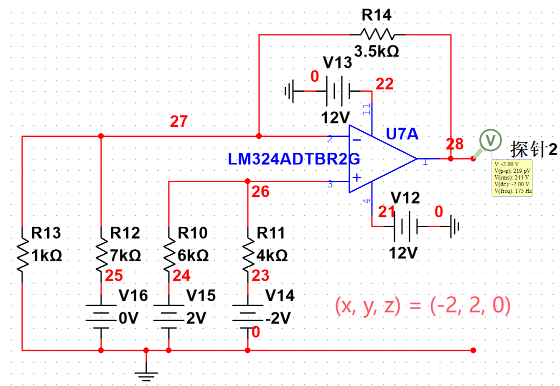
由表可见，除了最后一组数据，仿真结果与理论结果完全一致。最后一组之所以不同，是因为输出电压 u_o 超出了此 OPA 的饱和电压 U_{sat}，导致输出电压 $u_o = U_{\text{sat}} = 10.494\text{V}$。如图 3.6 (b) 所示，此 OPA (LM324ADTBR2G) 的饱和电压为 10.525V，与解释相符。具体仿真时的结果见图 3.7。



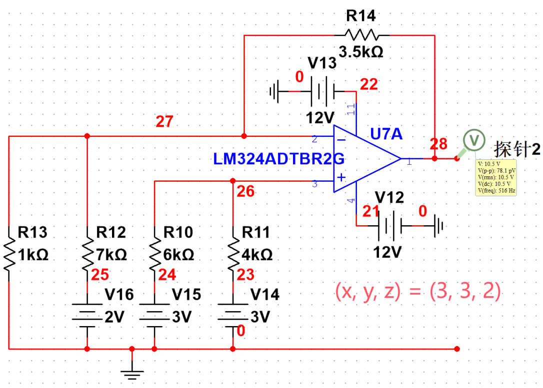
(a) $(x, y, z) = (1, 1, 1)$



(b) $(x, y, z) = (1, 3, 2)$



(c) $(x, y, z) = (-2, 2, 0)$



(d) $(x, y, z) = (3, 3, 2)$

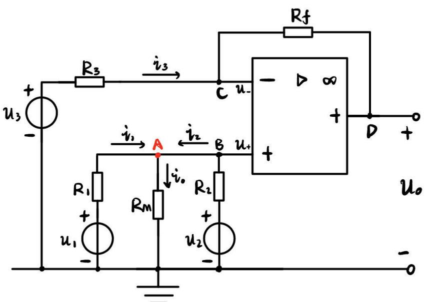
图 3.7: 仿真具体结果图

(2) 一些失败的例子

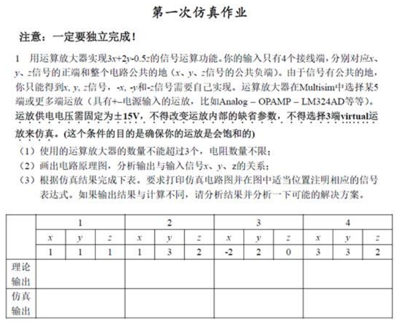
注意到，减法器是在反相加法器的基础上，串联入电压源（和电阻）改变了 u_+ 端的电压。这样，在最终的输出电压 u_o 中，u_- 端的电源电压会带负号，u_+ 端的电源电压带正号。用类似的思想，我们可以对减法器进行改造，最终仅用一个 OPA 便实现 $3x+2y-0.5z$ 的电压运算。

一种方法是向 u_+ 端再串联一个电压源，使得输出 u_o 中两正一负，然后通过电阻值来调整系数，但是，这样不满足接线端的要求（三正一共地）。另一种方法是向 u_- 端再并联一个电压源，使得输出 u_o 中两负一正（$-u_1$，$-u_2$，$+u_3$），最后通过电阻值来调整系数，但是，这样得到的是两负一正而不是两正一负，虽满足了接线端要求，却不是我们需要的结果。

其实，我们只需要向 u_+ 端的电压源再并联一个电压源即可，如图所示。下面分析其输出特性。



(a) 失败的例子



第一次仿真作业

注意：一定要独立完成！

1 用运算放大器实现3x+2y-0.5z的信号运算功能。你的输入只有4个接线端，分别对应x、y、z信号的正端和整个电路公共的地（x、y、z信号的公共负端）。由于信号有公共的地，你只能得到x, y, z信号，-x, -y和-z信号需要自己实现。运算放大器在Multisim中选择某5端或更多端运放（具有+–电源输入的运放，比如Analog – OPAMP – LM324AD等等）。**运放供电电压需固定为±15V，不得改变运放内部的缺省参数，不得选择3端virtual运放来仿真。(这个条件的目的是确保你的运放是会饱和的)**

（1）使用的运算放大器的数量不能超过3个，电阻数量不限；

（2）画出电路原理图，分析输出与输入信号x、y、z的关系；

（3）根据仿真结果完成下表。要求打印仿真电路图并在图中适当位置注明相应的信号表达式。如果输出结果与计算不同，请分析结果并分析一下可能的解决方案。

	1			2			3			4		
	x	y	z	x	y	z	x	y	z	x	y	z
	1	1	1	1	3	2	-2	2	0	3	3	2
理论输出												
仿真输出												

(b) 仿真作业 2-1

图 3.8: 示意图

在 u_1, R_1, u_2, R_2 和 R_M 构成的局部电路中，由 KVC:

$$\begin{cases} u_1 - R_1 i_1 - R_M(i_1+i_2) = 0 \\ u_2 - R_2 i_2 - R_M(i_1+i_2) = 0 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} i_1 = \frac{(R_2+R_M)u_1 - R_M u_2}{R_1R_2+R_1R_M+R_2R_M} \\ i_2 = \frac{(R_1+R_M)u_2 - R_M u_1}{R_1R_2+R_1R_M+R_2R_M} \end{cases} \tag{3.15}$$

由此得点 A 处的电势 u_A:

$$u_A = \frac{R_2R_Mu_1 + R_1R_Mu_2}{R_1R_2+R_1R_M+R_2R_M} \tag{3.16}$$

也即点 B 和非反相输入端的电势 $u_+ = u_B = u_A$。由虚短，$u_- = u_+$，可得电流 i_3:

$$i_3 = \frac{u_3 - u_-}{R_3} = \frac{1}{R_3}(u_3 - \frac{R_2R_Mu_1 + R_1R_Mu_2}{R_1R_2+R_1R_M+R_2R_M}) \tag{3.17}$$

由虚断，经过电阻 R_f 求得 D 点电势，也即输出电压 u_o:

$$u_o = u_A - i_3R_f = (1+\frac{R_f}{R_3})u_A - \frac{R_f}{R_3}u_3 \tag{3.18}$$

$$= (1+\frac{R_f}{R_3}) \cdot \frac{\frac{R_M}{R_1}u_1 + \frac{R_M}{R_2}u_2}{1+\frac{R_M}{R_1}+\frac{R_M}{R_2}} - \frac{R_f}{R_3}u_3 \tag{3.19}$$

$$= \frac{1+\frac{R_f}{R_3}}{1+\frac{R_M}{R_1}+\frac{R_M}{R_2}}\left(\frac{R_M}{R_1}u_1 + \frac{R_M}{R_2}u_2\right) - \frac{R_f}{R_3}u_3 \tag{3.20}$$

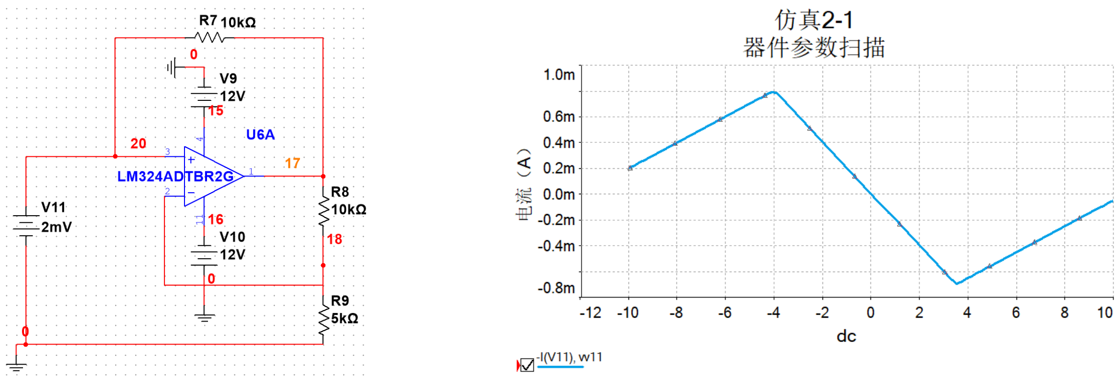
最后调整电阻阻值。为了保持 OPA 的理想性，电阻需要在 KΩ 量级，令电阻比例如下：

$$\begin{cases} \frac{R_f}{R_3} = 0.5 \\ \frac{1+\frac{R_f}{R_3}}{1+\frac{R_M}{R_1}+\frac{R_M}{R_2}} \cdot \frac{R_M}{R_1} = 3 \\ \frac{1+\frac{R_f}{R_3}}{1+\frac{R_M}{R_1}+\frac{R_M}{R_2}} \cdot \frac{R_M}{R_2} = 2 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} R_f = \frac{1}{2}R_3 \\ R_1 = -2R_M \\ R_2 = -\frac{4}{3}R_M \end{cases} \tag{3.21}$$

显然，这不可能实现，舍弃。

3.7 仿真 2-2

仿真电路如图 3.9 (a) 所示，对输入电压进行参数扫描，输出通过电压源的电流，得到图 3.9 (b)。这里需要注意，在 Multisim 中，电流的参考方向始终是高电势指向低电势（包括电压源），因此，仿真输出中的 I(V11) 是从上往下通过 V11 的电流（而不是从下至上），电压源 V11 的实际电流为 $i = -I(V11)$。



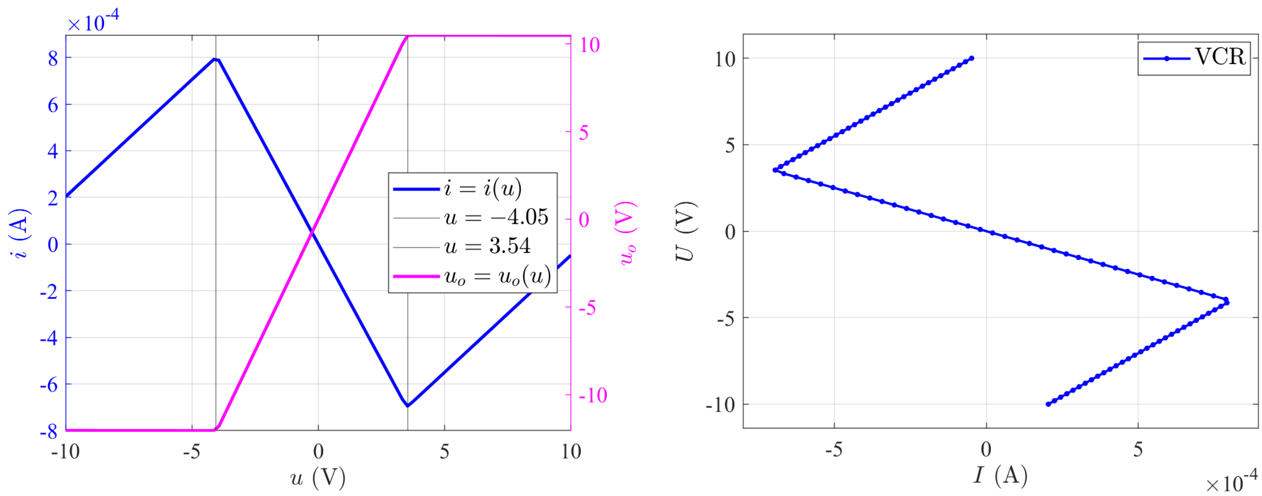
(a) 负电阻仿真电路 (b) I（纵轴）U（横轴）关系

图 3.9: 负电阻仿真

简记电压源 V11 的电压为 u，继续仿真输出电压 u_o 关于输入电压 u 的变化，将数据导出后在 Matlab 中绘制曲线，如图 3.10 (a)。再将 $I-U$ 关系转化为 $U-I$ 关系，如图 3.10 (b)。可以发现，在线性工作区内，电路表现为负阻。而线性区外的两段折线位于 OPA 的饱和区，此时 u_o 始终为饱和电压，电路呈现正电阻，且阻值为:

$$\begin{cases} i = \frac{u-U_{\text{sat}}}{R_1} & , u > 3.54 \text{ V} \\ i = \frac{u+U_{\text{sat}}}{R_1} & , u < -4.05 \text{ V} \end{cases} \Longrightarrow R_{\text{sat}} = R_1 = 10 \text{ K}\Omega \tag{3.22}$$

这与图 3.10 (b) 中曲线的斜率是相符的。而在线性区，负电阻 $R = -\frac{10 \text{ K}\Omega}{10 \text{ K}\Omega} \cdot 5 \text{ K}\Omega = -5 \text{ K}\Omega$，这也是符合的。



(a) u_o 与 i 关于 u 的变化 (b) U-I 关系（VCR）

图 3.10: 仿真结果分析

第二次习题课课前练习

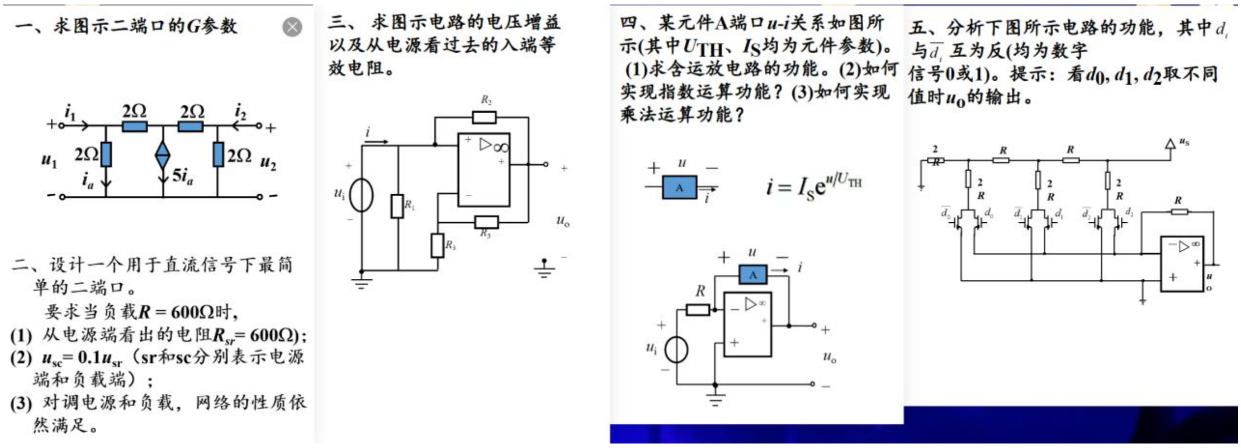


图 3.11: 第二次习题课课前练习

3.8 求图示二端口的 G 参数

由 KVL 和广义 KCL，得到:

$$\begin{cases} (i_1 - 0.5u_1) + (i_2 - 0.5u_2) = 5(0.5u_1) \\ 3u_1 + 0.5u_2 = 2i_1 + 2i_2 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} i_1 = \frac{9}{8}u_1 + \frac{5}{8}u_2 \\ i_2 = \frac{15}{8}u_1 - \frac{1}{8}u_2 \end{cases}, \quad \boldsymbol{G} = \begin{bmatrix} \frac{8}{9} & \frac{8}{5} \\ \frac{8}{15} & -8 \end{bmatrix} \mathrm{S} \tag{3.23}$$

3.9 设计一个用于直流信号下的最简二端口（略）

3.10 求图示电路的电压增益与入端电阻

容易得到：

$$u_o = 2u_i, \quad i = (\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2})u_i \Longrightarrow A = 2, \quad R_i = \frac{1}{\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}} = \frac{R_1R_2}{R_2 - R_1} \tag{3.24}$$

3.11 根据图示电路回答问题

(1) 这是一个（反相）对数运算电路，$u_o = -U_{\mathrm{TH}} \ln\left(\frac{u_i}{I_S R}\right)$
(2) 将二极管与电阻 R 的位置互换
(3) 依次复合对数运算、线性运算和指数运算，或者依次复合指数运算、线性运算和对数运算

3.12 分析下图所示电路的功能

图示电路是一个简易的 DAC（Digital-Anolog Converter），将数字信号转为模拟信号。考虑到无论输入的数字信号是多少，中间三条支路中的电阻都是接地的，因此各三条支路的电流值是不变的，MOS 管的作用仅是调节电流是否输入到运放，也即是否通过运放上侧的电阻 $R_f = R$，依次调节输出电压 $u_o = -i_f R_f$。

列出方程如下：

$$\begin{cases} 2i_2R = u_s \\ 2i_2R - (i + i_0 + i_1)R = 2i_1R \\ 2i_1R - (i + i_0)R = 2i_0R \\ 2i_0R - i(2R) = 0 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} i_2 = \frac{1}{8R}4u_s \\ i_1 = \frac{1}{8R}2u_s \\ i_0 = i = \frac{1}{8R}u_s \end{cases} \tag{3.25}$$

$$\Longrightarrow u_o = -(d_0i_0 + d_1i_1 + d_2i_2)R = -\frac{u_s}{8}\left(d_2 \cdot 2^2 + d_1 \cdot 2^1 + d_0 \cdot 2^0\right) \tag{3.26}$$

Homework 4: 2024.9.19 - 2024.9.24

4.1 讲义题 2-20: 求图示各网络的和 $\boldsymbol{R}$ 参数

如图 4.1 (a)，对 (a) 电路有：

$$\begin{cases} u_1 + u_2 = i_2 R_1 \\ u_1 = (i_1 - i_2) R_2 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} u_1 = R_2 i_1 + (-R_2) i_2 \\ u_2 = (-R_1) i_1 + (R_1 + R_2) i_2 \end{cases}, \ \boldsymbol{R} = \begin{bmatrix} R_2 & -R_2 \\ -R_1 & R_1 + R_2 \end{bmatrix} \tag{4.1}$$

对 (b) 电路，设 2 号端口的低电位为 u，也即 $u_{2,-} = u$，由 KCL:

$$\begin{cases} i_1 + \frac{u+u_2-u_1}{R_2} = \frac{u_1-u}{R_1} \\ \frac{u_1-u}{R_1} = i_2 + \frac{u}{R_2} \\ \frac{u+u_2}{R_1} + \frac{u}{R_2} = i_1 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} u_1 + u_2 = R_1 i_1 + R_1 i_2 \\ u_1 - u_2 = R_2 i_1 - R_2 i_2 \end{cases} \tag{4.2}$$

$$\Longrightarrow \begin{cases} u_1 = \frac{R_1+R_2}{2} i_1 + \frac{R_1-R_2}{2} i_2 \\ u_2 = \frac{R_1-R_2}{2} i_1 + \frac{R_1+R_2}{2} i_2 \end{cases}, \ \boldsymbol{R} = \begin{bmatrix} \frac{R_1+R_2}{2} & \frac{R_1-R_2}{2} \\ \frac{R_1-R_2}{2} & \frac{R_1+R_2}{2} \end{bmatrix} \tag{4.3}$$

4.2 讲义题 2-21: 图示电路中 $R_1 = 10\ \Omega$，$R_2 = 40\ \Omega$，求

(1) 此二端口网络的 $\boldsymbol{T}$ 参数:

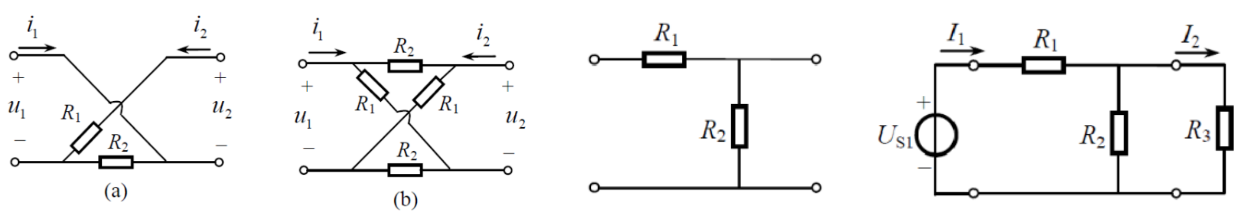
$i_1 = \frac{u_2}{R_2} + (-i_2)$, $\quad u_1 = u_2 - R_1(i_2 - \frac{u_2}{R_2})$，得到此二端口的 $\boldsymbol{T}$ 参数：

$$\boldsymbol{T} = \begin{bmatrix} 1 + \frac{R_1}{R_2} & R_1 \\ \frac{1}{R_2} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{5}{4} & 10\ \Omega \\ \frac{1}{40}\ \mathrm{S} & 1 \end{bmatrix} \tag{4.4}$$

(1) 求 U_{S1} 和 I_1

$(-i_2) = I_2 = 2\ \mathrm{A}$, $\quad u_2 = I_2 R_3 = 40\ \mathrm{V}$，代入即得：

$$\begin{bmatrix} U_{S1} \\ I_1 \end{bmatrix} = \boldsymbol{T} \cdot \begin{bmatrix} 40\ \mathrm{V} \\ 2\ \mathrm{A} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 70\ \mathrm{V} \\ 3\ \mathrm{A} \end{bmatrix} \tag{4.5}$$



(a) 讲义题 2-20 图 (b) 讲义题 2-21 图

图 4.1: 讲义题 2-20、讲义题 2-21

4.3 讲义题 2-22: 图示电路中二端口网络的 $\boldsymbol{T}$ 参数为 $\boldsymbol{T} = \begin{bmatrix} 2 & 8\ \Omega \\ 0.5\ \mathrm{S} & 2.5 \end{bmatrix}$

(1) 求此二端口的等效电路

$\boldsymbol{T}$ 参数满足 $\det \boldsymbol{T} = 5 - 4 = 1$，也即满足互易条件，因此可以等效为 T 型三电阻电路，如图 **??** 所示。此时的电阻阻值为：

$$R_T = \frac{1}{T_{21}} = 2\,\Omega, \quad R_a = R_T(T_{11} - 1) = 2\,\Omega, \quad R_b = R_T(T_{22} - 1) = 3\,\Omega \tag{4.6}$$

(1) R_2 为何值时其获得最大功率

R_2 吸收的功率为 $p = \frac{u_2^2}{R_2}$，回路总电阻为 $2 + 2 + 2 \parallel (3 + R_2) = 4 + \frac{2(3+R_2)}{5+R_2}$，由分压原理得到 u_2:

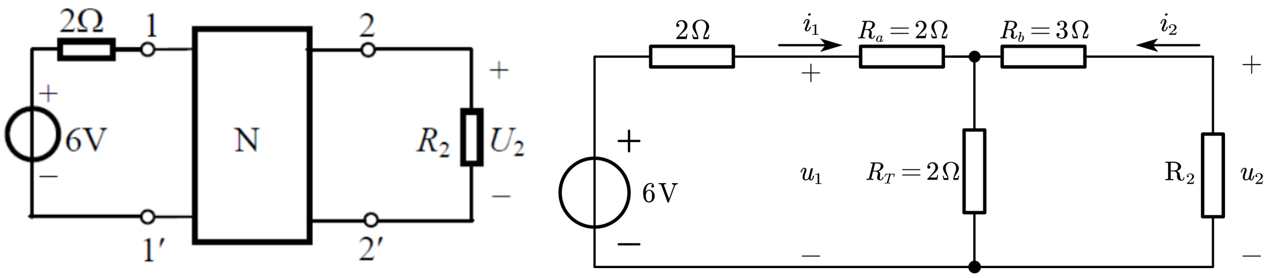
$$u_2 = 6 \cdot \frac{\frac{2(3+R_2)}{5+R_2}}{4 + \frac{2(3+R_2)}{5+R_2}} \cdot \frac{R_2}{3 + R_2} = \frac{6}{3 + \frac{13}{R_2}} \tag{4.7}$$

于是 R_2 上的功率 p 为：

$$p = \frac{u_2^2}{R_2} = \frac{36}{\frac{13^2}{R_2} + 78 + 9R_2} \leqslant \frac{36}{2 \cdot 13 \cdot 3 + 78}\,\mathrm{W} = \frac{9}{39}\,\mathrm{W} = 0.2308\,\mathrm{W} \tag{4.8}$$

当且仅当 $\frac{13^2}{R_2} = 9R_2$ 取等，此时 $R_2 = \frac{13}{3}\,\Omega$。

事实上，视 R_2 为负载，视电路的剩余部分为电源，可求得电源的内阻（也即输出电阻）为 $R_s = \frac{13}{3}\,\Omega$，因此当 $R_2 = R_s = \frac{13}{3}\,\Omega$ 时，外部电路（也即负载 R_2）有最大功率。



(a) 讲义题 2-22 图 (b) 讲义题 2-20 等效电路

图 4.2: 讲义题 2-22

Homework 5: 2024.9.25 - 2024.10.8

5.1 教材 2-41: 求由 N-E MOS 构成的两输入 NAND 和两输入 NOR 的最大功率，并指出何时有最大功率

对于 NAND，仅当两输入都为 1 时有静态功率，也即最大功率，设 N-E MOS 的导通电阻为 R_{ON}，外接电阻 R_L，电源电压 U_S，则功率为：

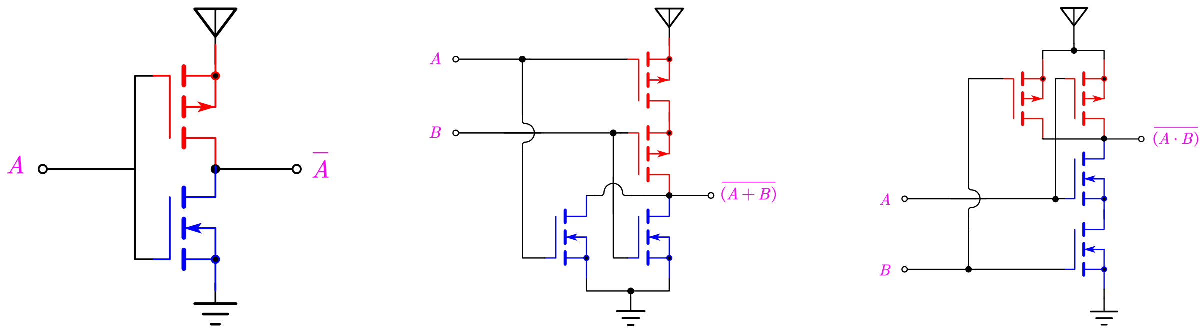
$$P_{\text{NAND, max}} = \frac{U_S^2}{R_L + 2R_{\text{ON}}} \tag{5.1}$$

对于 NOR，任一输入为 1 时都具有静态功率，两输入都为 1 时有最大功率：

$$P_{\text{NOR, max}} = \frac{U_S^2}{R_L + \frac{R_{\text{ON}}}{2}} \tag{5.2}$$

5.2 用两个 N-E MOS、两个 P-E MOS 和电源构成静态功率为零的 NAND

题意也即 C-MOS NAND，我们不妨直接用 C-MOS 构成三种基本逻辑门（反相器 NOT、或非门 NOR、与非门 NAND），如图 5.1 所示，其中红色表示 P-MOS，蓝色表 N-MOS。



(a) C-MOS NOT (b) C-MOS NOR (c) C-MOS NAND

图 5.1: 由 C-MOS 构成三种基本逻辑门

5.3 半加器、全加器、四位加法器

(1) 教材 2-40: 用电源、N-E MOS (最多九个) 和电阻器构成一个半加器 HA

半加器是一种基本的逻辑电路，用于将两个二进制数相加，输出一个两位的二进制数，表示相加的结果。输出的高位和低位分别称为“进位 C”、“和位 S”。也就是说，半加器实际上是“一位加法器”，能够处理两个一位二进制数的相加，并输出一个两位二进制结果。设输入为 A 和 B，则有：

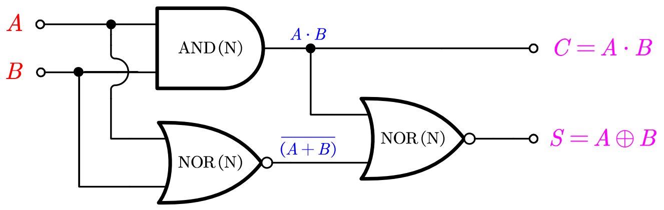
$$Y = (CS)_{(2)} = A_{(2)} + B_{(2)} \tag{5.3}$$

$$C = A \cdot B, \quad S = A \oplus B \tag{5.4}$$

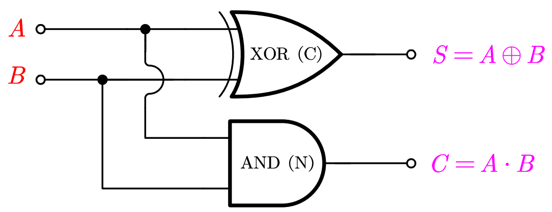
由于要求使用的 MOS 尽量少（仅使用 N-MOS），对半加器的逻辑表达式作处理，利用下面式子可得最简半加器（7 个 N-MOS），其数字电路见图 5.2 (a)，实际电路见图 5.3 (a)。

$$C = \overline{\overline{(A \cdot B)}}, \quad S = \overline{\left[(A \cdot B) + \overline{(A+B)}\right]} \tag{5.5}$$

当然，考虑到半加器的逻辑表达式，也可以用异或门 XOR 和与门 AND 直接构成半加器，我们采用经过优化的 6 MOS 异或门 XOR（三个 N-MOS 和三个 P-MOS），它的静态功率为 0。由此构成的半加器数字电路见图 5.2 (b)，实际电路见图 5.3 (b)。

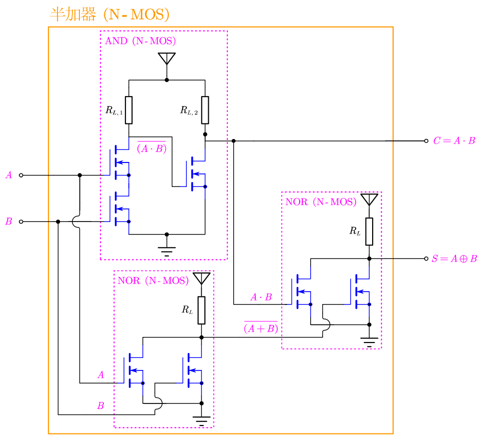


(a) N-MOS HA 数字电路

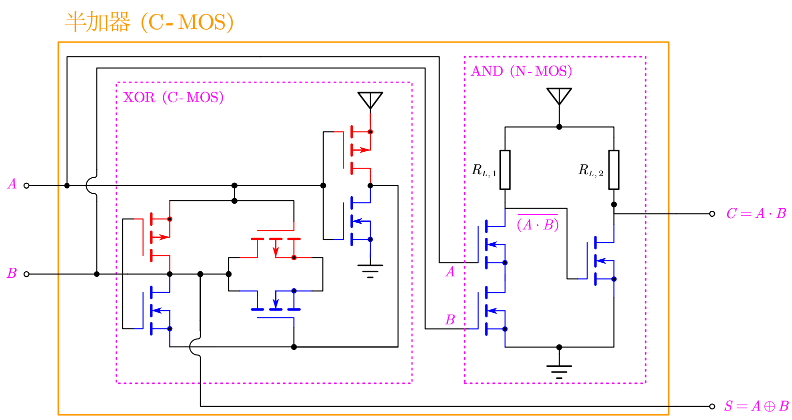


(b) C-MOS HA 数字电路

图 5.2: 半加器 HA 数字电路



(a) N-MOS HA 实际电路



(b) C-MOS HA 实际电路

图 5.3: 半加器 HA 实际电路

(2) 用两个半加器 HA 和一个逻辑门构成一个全加器 FA

由半加器可以进一步构造全加器，全加器是一种能够处理三个一位二进制数相加的逻辑电路，输出一个两位的二进制数 $Y = (C_oS)_{(2)}$，表示相加的结果。输出的高位称为进位 C_o，低位称为和位 S。也就是说，全加器可以理解为"三输入一位加法器"。记全加器的三个输入为 A，B，C，它们都是一位的二进制数，则全加器可写为：

$$Y = (C_oS)_{(2)} = A_{(2)} + B_{(2)} + C_{(2)} \tag{5.6}$$

$$C = A \cdot B + A \cdot C + B \cdot C, \quad S = A \oplus B \oplus C \tag{5.7}$$

角标 (2) 表示上式为二进制运算。由两个 HA 和一个 OR 即可构成全加器，数字电路如图 5.4。

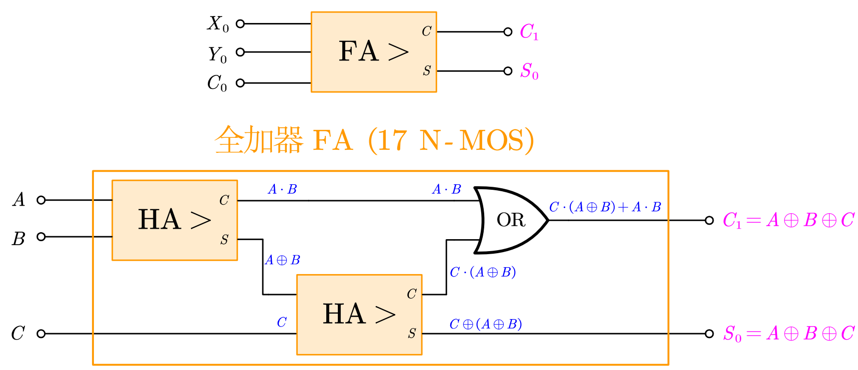


图 5.4: 全加器 FA

(3) 用四个全加器 FA 构成一个四位加法器

四位加法器，输入两个四位二进制数 X 和 Y，分别记作 $X=(X_3X_2X_1X_0)_{(2)}$，$Y=(Y_3Y_2Y_1Y_0)_{(2)}$，输出一个五位二进制数 $Z=(CS_3S_2S_1S_0)_{(2)}$，代表两数相加的结果。原理及数字电路如图 5.5 所示。

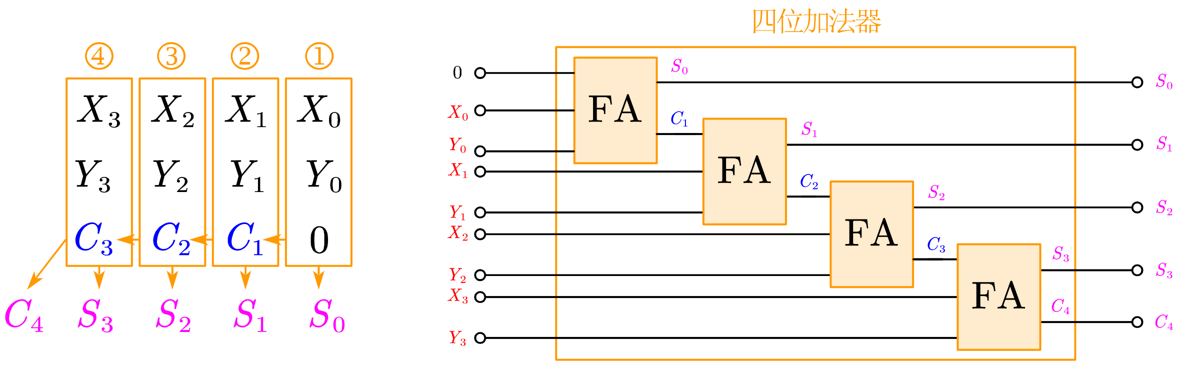


图 5.5: 四位加法器

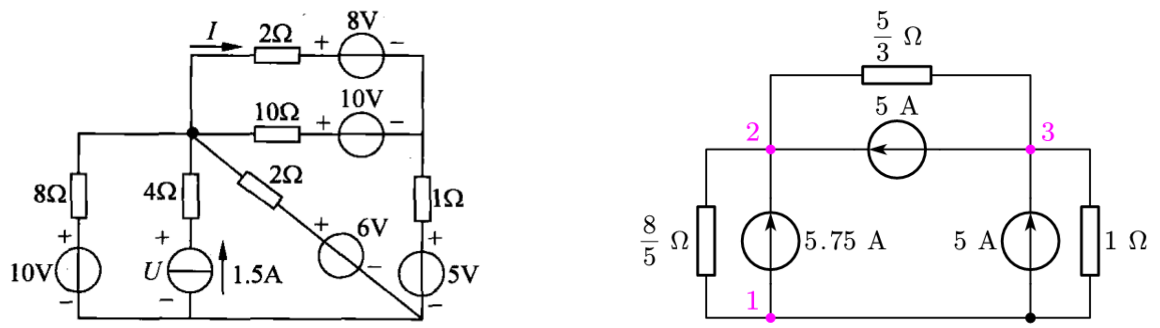
5.4 习题集 3-20: 用节点法求图中电路的电流 I 和电流源两端电压 U

对电路作等效处理，得到等效电路如图 5.6 (b) 所示，则有节点电压方程组如下式左半边。再任意选取一个节点作为参考节点，这里选择节点 3，即 $U_3=0$，可以解得：

$$\begin{cases} \text{节点 1:} & \left(\frac{5}{8}+1\right)U_1-\frac{5}{8}U_2-U_3=-10.75 \\ \text{节点 2:} & -\frac{5}{8}U_1+\left(\frac{5}{8}+\frac{3}{5}\right)U_2-\frac{3}{5}U_3=+10.75 \\ \text{节点 3:} & -U_1-\frac{3}{5}U_2+\left(1+\frac{3}{5}\right)U_3=0 \end{cases} \Longrightarrow \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} -\frac{129}{32}\text{ V} \\ \frac{215}{32}\text{ V} \\ 0 \end{bmatrix} \tag{5.8}$$

返回到原电路，可得电流 I 和电流源两端电压 U:

$$I=\frac{U_2-8-U_3}{2}=-\frac{41}{64}\text{ A}=-0.640625\text{ A},\quad U=U_2-U_1+6=\frac{67}{4}\text{ V}=16.75\text{ V} \tag{5.9}$$



(a) 题目原电路图 **(b) 等效后的最简电路图**

图 5.6: 5.4 习题集 3-20

5.5 习题集 3-21: 用节点法求电流源两端电压 U 和各支路电流

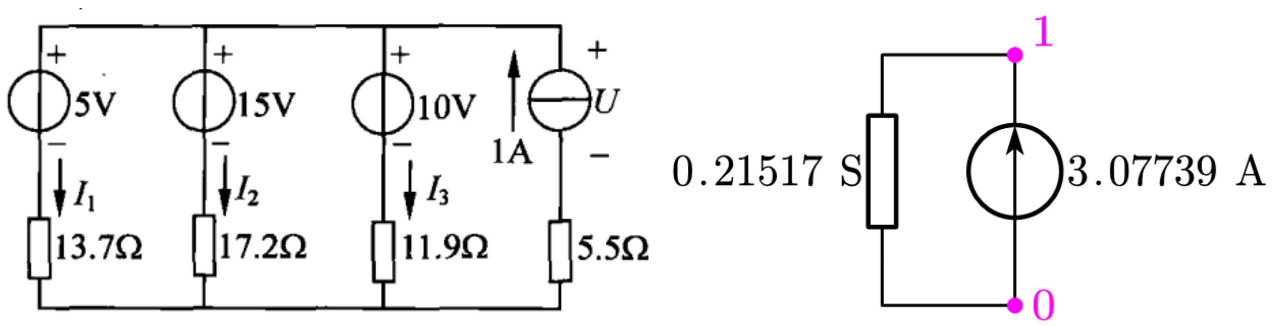
还是对电路作等效处理，得到等效电路如图 5.7 (b) 所示。这次先选取参考节点再列方程，以节点 0 为参考点，得到：

$$\left(\frac{1}{13.7}+\frac{1}{17.2}+\frac{1}{11.9}\right)U_1=\frac{5}{13.7}+\frac{15}{17.2}+\frac{10}{11.9}+1 \Longrightarrow U_1=14.3024\text{ V} \tag{5.10}$$

于是得到电压 U 和各支路电流：

$$U = U_1 + 5.5 = 19.8024\ \text{V}, \quad I_1 = \frac{U_1 - 5}{13.7} = 0.6790\ \text{A} \tag{5.11}$$

$$I_2 = \frac{U_1 - 15}{17.2} = -0.0406\ \text{A}, \quad I_3 = \frac{U_1 - 10}{11.9} = 0.3615\ \text{A} \tag{5.12}$$



(a) 题目原电路图

(b) 等效后的最简电路图

图 5.7: 5.5 习题集 3-21

5.6 （选做）讲义题 3-4: 按指定的参考节点，列出电路的节点电压方程

原题图和等效电路如图 5.8 所示，电路中有 4 个节点（不含无伴电压源）和 2 个受控源控制变量，需要列出 3 个节点方程和 2 个控制方程，如下：

$$\begin{array}{rc}
\text{节点 1:} & (1+1)U_1 - U_2 - 0 = 2u - 1 \\
\text{节点 2:} & -U_1 + \left(1 + \frac{1}{4}\right) U_2 - \frac{1}{4} U_3 = 3i \\
\text{节点 3:} & 0 - \frac{1}{4} U_2 + \left(1 + \frac{1}{4}\right) U_3 = 1 \\
\text{控制方程:} & i = U_1 - U_2, \quad u = U_3
\end{array} \tag{5.13}$$

代入化简并求解：

$$\begin{cases} 2U_1 - U_2 - 2U_3 = -1 \\ -16U_1 + 17U_2 - U_3 = 0 \\ 0 - U_2 + 5U_3 = 1 \end{cases} \Longrightarrow U_1 = U_2 = U_3 = 1\ \text{V}, \quad i = 0, \quad u = 1\ \text{V} \tag{5.14}$$

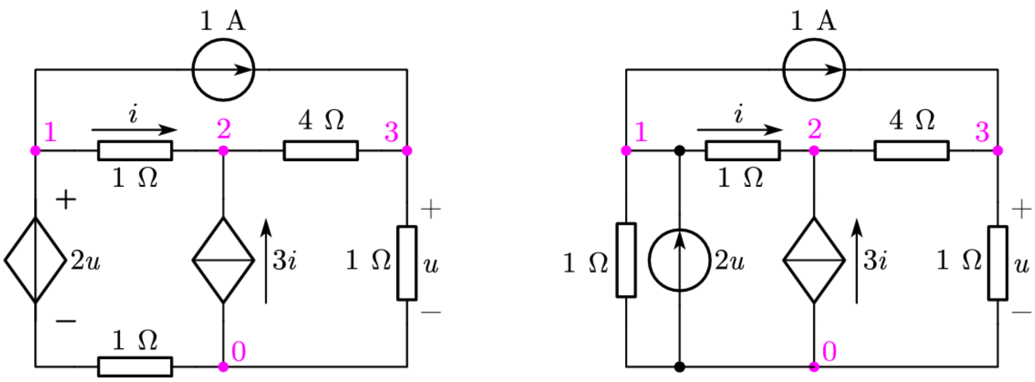


图 5.8: 5.6 讲义题 3-4

5.7 习题集 3-15: 用回路电流法求图中电路的独立电流源功率

原电路已无法继续化简，电路中有 3 个网格（含 2 个无伴电流源），1 个受控源变量，共需列出 $3+1=2$ 个方程。如图 5.9 (a)，先列出三个网格电流方程，如下：

$$\text{网格 1: } 100i_1 - 20i_2 - 30i_3 = 0 \tag{5.15}$$

$$\text{网格 2: } i_2 = 1 \tag{5.16}$$

$$\text{网格 3: } i_3 = -0.02U \tag{5.17}$$

又有控制变量 U:

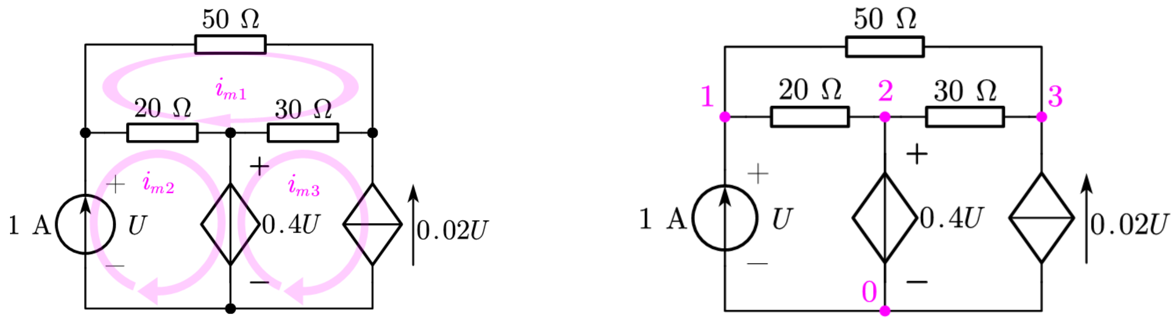
$$0 + U - 20(i_2 - i_1) - 0.4U = 0 \Longrightarrow U = \frac{100}{3}(i_2 - i_1) \tag{5.18}$$

联立上面四个方程，可以得到：

$$\begin{cases} \text{网格 1:} & 100i_1 - 20i_2 - 30i_3 = 0 \\ \text{网格 2:} & i_2 = 1 \\ \text{网格 3:} & -2i_1 + 2i_2 + 3i_3 = 0 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} i_1 = 0\ \text{A} \\ i_2 = 1\ \text{A} \\ i_3 = -\frac{2}{3}\ \text{A} \end{cases} \tag{5.19}$$

得到功率 P:

$$P = 1\ \text{A} \cdot U = \frac{100}{3}(i_2 - i_1) = \frac{100}{3}\ \text{W} = 33.3333\ \text{W} \tag{5.20}$$



(a) 回路电流法 **(b) 节点电压法**

图 5.9: 5.7 习题集 3-15

不妨也用节点电压法求解一下此题。如图 5.9 (b)，电路中有 4 个节点（含 1 个无伴电压源）和 1 个（受控源）控制变量，取节点 0 为参考节点，共需列出 $(4-1-1)+0+2=4$ 个方程，如下：

$$\text{节点 1: } \left(\frac{1}{50}+\frac{1}{20}\right)U_1 - \frac{1}{20}U_2 - \frac{1}{50}U_3 = 1 \tag{5.21}$$

$$\text{节点 2: } U_2 = 0.4U \tag{5.22}$$

$$\text{节点 3: } -\frac{1}{50}U_1 - \frac{1}{30}U_2 + \left(\frac{1}{50}+\frac{1}{30}\right)U_3 = 0.02U \tag{5.23}$$

$$\text{控制方程: } U = U_1 \tag{5.24}$$

联立上述四个方程，可以得到：

$$\begin{cases} \text{节点 1:} & \left(\frac{1}{50}+\frac{1}{20}\right)U_1 - \frac{1}{20}U_2 - \frac{1}{50}U_3 = 1 \\ \text{节点 2:} & -0.4U_1 + U_2 = 0 \\ \text{节点 3:} & -\frac{2}{50}U_1 - \frac{1}{30}U_2 + \left(\frac{1}{50}+\frac{1}{30}\right)U_3 = 0 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} U_1 = \frac{100}{3}\ \text{V} \\ U_2 = \frac{40}{3}\ \text{V} \\ U_3 = \frac{100}{3}\ \text{V} \end{cases} \Longrightarrow P = 1\ \text{A} \cdot U = \frac{100}{3}\ \text{W} \tag{5.25}$$

5.8 （选做）讲义题 3-8: 列出图中电路的网孔电流方程，并计算受控源的吸收功率

如图，电路共有 3 个网格（内含 2 个无伴电流源）和 1 个控制变量，将 i_2 和 i_3 合并为超网格后，共需要列出 2 个网格方程、1 个超网格内部方程和 1 个控制方程，如下：

$$\begin{cases} \text{网格 1:} & i_1 = 2 \\ \text{网格 2,3:} & -3i_1 + (2i_2 + 4i_3) = 4 \\ \text{网格 2,3 内部:} & 2i = i_2 - i_3 \\ \text{控制方程:} & i = i_3 - i_1 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} i_1 = 2 \\ -3i_1 + 2i_2 + 4i_3 = 4 \\ 2i_1 + i_2 - 3i_3 = 0 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} i_1 = 2\ \text{A} \\ i_2 = 1.4\ \text{A} \\ i_3 = 1.8\ \text{A} \\ i = -0.2\ \text{A} \end{cases} \tag{5.26}$$

于是得到吸收功率：

$$P = 2i \cdot [0 - (4 - 2(i_2 - i_1))] = 2.8\ \text{W} \tag{5.27}$$

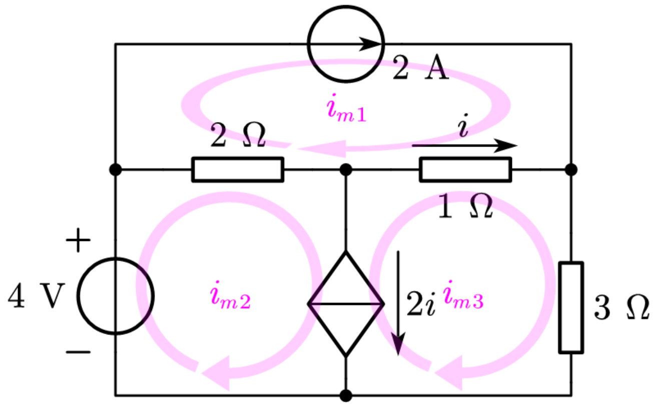


图 5.10: 5.8 讲义题 3-8

Homework 6: 2024.10.9 - 2024.10.15

6.1 习题集 4-10: 题图电路中电流源 $I_{S1} = 2$ A，$I_{S2} = 3$ A。断开 3 A 电流源，则 2 A 电流源输出 28 W，$U = 8$ V。断开 2 A 电流源，则 3 A 的电流源输出 54 W，$U = 12$ V。求两个电流源同时作用时，每个电流源输出的功率。

仅有 2 A 电流源时，$U_1 = 14$ V，$U_2 = 8$ V；仅有 3 A 电流源时，$U_1 = 12$ V，$U_2 = 18$ V。由叠加定理，两电流源同时作用时：

$$\begin{cases} U_1 = 14 + 12 = 26 \text{ V} \\ U_2 = 8 + 18 = 26 \text{ V} \end{cases} \Longrightarrow \boxed{\begin{cases} P_{2\text{A}} = 2 \cdot 26 = 52 \text{ W} \\ P_{3\text{A}} = 3 \cdot 26 = 78 \text{ W} \end{cases}} \tag{6.1}$$

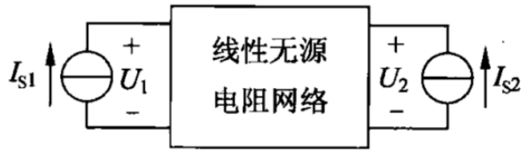


图 6.1: 6.1 习题集 4-10

6.2 习题集 4-24: 题图电路中，已知 $U_{S1} = 24$ V, $U_{S2} = 18$ V, $R_1 = 2\,\Omega$, $R_2 = 1\,\Omega$, $R_3 = 3\,\Omega$。

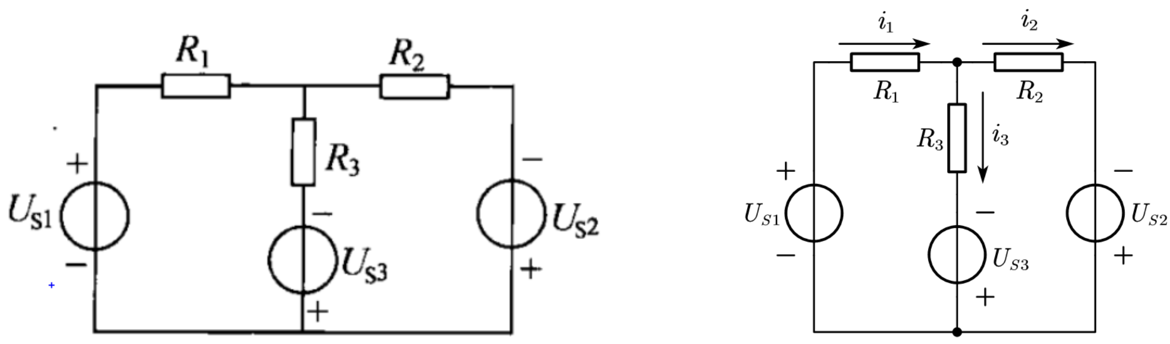
(1) 求 $U_{S3} = 15$ V 时，通过 R_3 的电流

先求出激励为单个电压源时，通过 R_3 的电流（参考方向标在图 6.2 中）：

$$U_{S1}: \ I_{R_3} = \frac{24}{11} \text{ A}, \quad U_{S2}: \ I_{R_3} = -\frac{36}{11} \text{ A}, \quad U_{S3}: \ I_{R_3} = \frac{3}{11} U_{S3} \tag{6.2}$$

由叠加定理，通过 R_3 的电流为：

$$\boxed{I_{R_3} = \frac{24}{11} - \frac{36}{11} + \frac{3}{11} \cdot 15 = 3 \text{ A}} \tag{6.3}$$



(a) 原题图 (b) 电流参考方向

图 6.2: 6.2 习题集 4-24

(2) R_3 为多大时可获得最大功率，值是多少

此题表述有些问题，既没有说明固定 U_{S3} 的值为多少，也没有强调“功率”的主语，是指“R_3 的功率”还是“电路总功率”，有些模糊不清。不论功率是前者还是后者，必须先给定 U_{S3} 才可计算。所以，我们在这里沿用第一问的条件，假设 $U_{S1} = 15\text{ V}$，则各电源（激励）对电阻的电流为：

$$U_{S1}:\quad I_{R_1} = \frac{U_{S1}}{R_1 + R_2 \parallel R_3},\quad I_{R_2} = I_{R_1}\cdot\frac{R_3}{R_2+R_3},\quad I_{R_3} = I_{R_1}\cdot\frac{R_2}{R_2+R_3} \tag{6.4}$$

$$U_{S2}:\quad I_{R_1} = I_{R_2}\cdot\frac{R_3}{R_1+R_3},\quad I_{R_2} = \frac{U_{S2}}{R_2 + R_1 \parallel R_3},\quad I_{R_3} = -I_{R_2}\cdot\frac{R_1}{R_1+R_3} \tag{6.5}$$

$$U_{S3}:\quad I_{R_1} = I_{R_3}\cdot\frac{R_2}{R_1+R_2},\quad I_{R_2} = -I_{R_3}\cdot\frac{R_1}{R_1+R_2},\quad I_{R_3} = \frac{U_{S3}}{R_3 + R_1 \parallel R_2} \tag{6.6}$$

由叠加定理计算 R_3 的功率和电路总功率：

$$P_{R_3} = I_{R_3}^2 R_3,\quad P = I_{R_1}^2 R_1 + I_{R_2}^2 R_2 + I_{R_3}^2 R_3 \tag{6.7}$$

代入数据，做数学上的化简和整理，可得：

$$P_{R_3} = \frac{1089R_3}{(3R_3+2)^2} = \frac{1089}{9R_3 + \frac{4}{R_3} + 12},\quad P = \frac{363}{3R_3+2} + 588 \tag{6.8}$$

于是：

$$\boxed{\begin{array}{c}\text{当 } R_3 = \frac{2}{3}\Omega \text{ 时，} R_3 \text{ 有最大功率 } P_{R_3,\max} = \frac{363}{8}\text{ W} = 45.375\text{ W} \\ \text{当 } R_3 = 0 \text{ 时，有最大电路总功率 } P_{\max} = \frac{1539}{2}\text{ W} = 769.5\text{ W}\end{array}}$$

(3) 求使 R_3 中电流为 0 的 U_{S3}

由叠加定理：

$$\boxed{\frac{24}{11} - \frac{36}{11} + \frac{3}{11}\cdot U_{S3} = 0 \Longrightarrow U_{S3} = 4\text{ V}} \tag{6.9}$$

6.3 习题集 4-36: 题图电路中网络 A 内含有独立电压源、电流源和线性电阻。在 (a) 图中测得 $U_{ab} = 10$ V，(b) 图中测得 $U_{a'b'} = 4$ V，求 (c) 图中的电压 $U_{a''b''}$。

由戴维南定理，可将网络 A 等效为一个电压源 U 串联一个电阻 R，如图 6.4 (a) 所示。列出方程：

$$U = 10 - 0.5R,\quad U - 0.4R = 4 \Longrightarrow R = \frac{20}{3}\ \Omega,\quad U = \frac{20}{3}\text{ V} \tag{6.10}$$

作电源等效如图 6.4 (b)，求得题图 (c) 中的 $U_{a''b''}$:

$$R_0 = R \parallel 10\ \Omega \parallel 8\ \Omega = \frac{8}{3}\ \Omega,\quad I_0 = \frac{U}{R} + 0.5 + 1 = 2.5\text{ A} \Longrightarrow \boxed{U_{a''b''} = I_0 R_0 = \frac{20}{3}\text{ V} = 6.67\text{ V}} \tag{6.11}$$

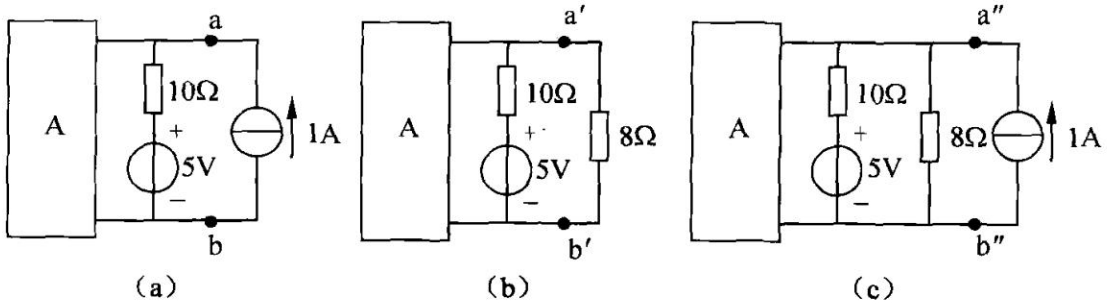
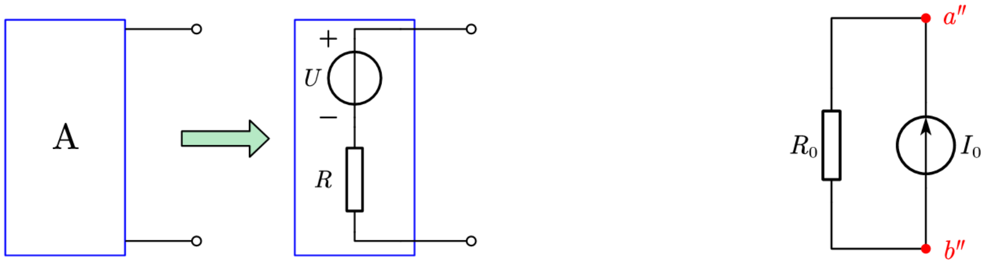


图 6.3: 6.3 习题集 4-36



(a) 戴维南定理等效　　(b) 等效电源

图 6.4: 6.3 习题集 4-36 的等效处理

6.4 习题集 4-37: 题图电路方框内为线性电阻网络，测得 $U_S = 8\text{ V}$，$R = 3\,\Omega$ 时 $I = 0.5\text{ A}$；$U_S = 18\text{ V}$，$R = 4\,\Omega$ 时 $I = 1\text{ A}$。求 $U_S = 30\text{ V}$，$R = 5\,\Omega$ 时的电流 I。

由戴维南定理，将方框内的线性电阻网络与电压源 U_S 等效为一个电压源 U_0 串联一个电阻 R_0，如图 6.5 所示。当 U_S 从 8 V 变为 $18 = \frac{9}{4}\cdot 8\text{ V}$ 时，由齐性定理，等效后的电压源 U_0 应变为 $\frac{9}{4}U_0$，于是可求得 U_0 和 R_0:

$$\begin{cases} U_0 = 0.5(R_0+3) \\ \frac{9}{4}U_0 = R_0 + 4 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} R_0 = 5\Omega \\ U_0 = 4\text{ V} \end{cases} \Longrightarrow \boxed{I\mid_{R=5\Omega} = \left[\frac{\frac{30}{8}U_0}{R_0+R}\right]_{R=5\Omega} = 1.5\text{ A}} \tag{6.12}$$

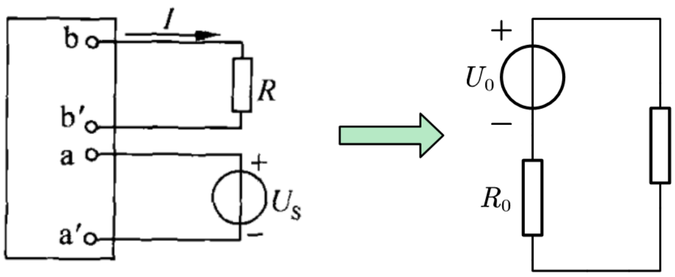


图 6.5: 6.4 习题集 4-37

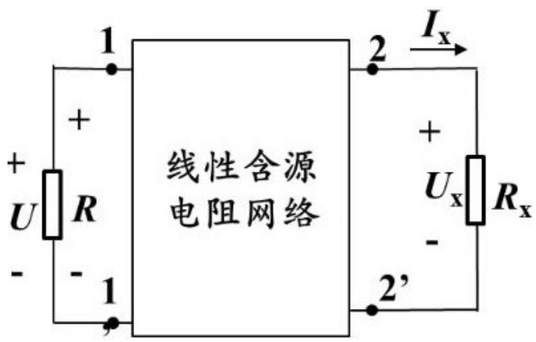
6.5 （选做）讲义题 3-13: 题图电路中，$R_x = 0$ 时测得 $I_x = 8\text{ A}$，$U = 12\text{ V}$；$R_x = \infty$ 时测得 $U_x = 36\text{ V}$，$U = 6\text{ V}$。求出 $R_x = 9\,\Omega$ 时的 U_x 和 U。

先将除 R_x 外的电路等效为戴维南电路，设戴维南电路的电压源为 U_1，电阻为 R_1，由题意可得：

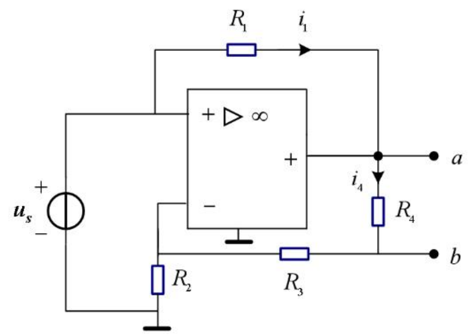
$$\begin{cases} U_1 = 36\text{ V} \\ R_1 = \frac{36}{8}\,\Omega = 4.5\,\Omega \end{cases} \Longrightarrow \boxed{U_x\mid_{R_x=9\Omega} = U_1\cdot\frac{R_x}{R_1+R_x} = 24\text{ V}} \tag{6.13}$$

然后用替代定理，将 R_x 替换为电压源 U_x。由叠加定理和齐性定理，可得：

$$U = U' + kU_x \Longrightarrow \begin{cases} U' = 12\text{ V} \\ 6 = 12 + k\cdot 36 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} U' = 12\text{ V} \\ k = -\frac{1}{6} \end{cases} \Longrightarrow \boxed{U\mid_{R_x=9\Omega} = 12 - \frac{1}{6}\cdot 24 = 8\text{ V}} \tag{6.14}$$



(a) 讲义 3-13 题图



(b) 讲义 3-18 题图

图 6.6: 讲义题 3-13、讲义题 3-18

6.6 （选做）讲义题 3-18: 题图电路中 OPA 理想，求 ab 端口的诺顿等效电路，以及电流之比 $\frac{i_1}{i_4}$（设 ab 端开路）。

由虚短和虚断，$i_4 = -\frac{u_s}{R_2} \Longrightarrow U_{ab} = -\frac{R_4}{R_2}u_s$，将电压源置零，可得戴维南等效电阻为 $R = R_4$，于是诺顿等效电流为 $i = \frac{U}{R} = -\frac{u_s}{R_2}$，也即大小 $\frac{u_s}{R_2}$，由 a 指向 b，如图 6.7 所示。并且电流之比：

$$u_s - i_1 R_1 = \left(1 - \frac{R_3 + R_4}{R_2} u_s\right) \Longrightarrow \boxed{\frac{i_1}{i_4} = -\frac{R_3 + R_4}{R_2}} \tag{6.15}$$

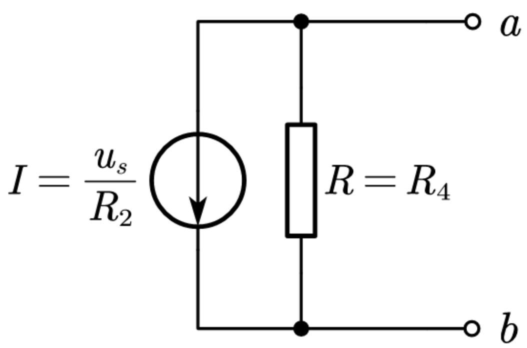


图 6.7: 6.6 讲义题 3-18 诺顿等效电路

附录 A Matlab 代码

A.1 图 ?? 源码