

光学作业

Homework of Optics

丁毅

中国科学院大学，北京 100049

Yi Ding

University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China

2024.9 – 2025.1

序言

本文为笔者本科时的“光学”课程作业（Homework of Optics, 2024.9-2025.1）。由于个人学识浅陋，认识有限，文中难免有不妥甚至错误之处，望读者不吝指正，在此感谢。

我的邮箱是 dingyi233@mailsucas.ac.cn。

目录

序言	I
目录	I
1 2024.9.2 - 2024.9.8	1
2 2024.9.2 - 2024.9.8	3
3 2024.9.9 - 2024.9.15	4
4 2024.9.16 - 2024.9.22	5
5 2024.9.23 - 2024.9.29	6
6 2024.9.30 - 2024.10.7	7
参考文献	10
附录 A	11

Homework 1: 2024.9.2 - 2024.9.8

1.1 求入射到光纤的角度满足的条件

$$n_0 \sin i = n_g \sin i', \quad n_g \sin\left(\frac{\pi}{2} - i'\right) = n_c \sin \frac{\pi}{2} \implies i \leq \arcsin \quad (1.1)$$

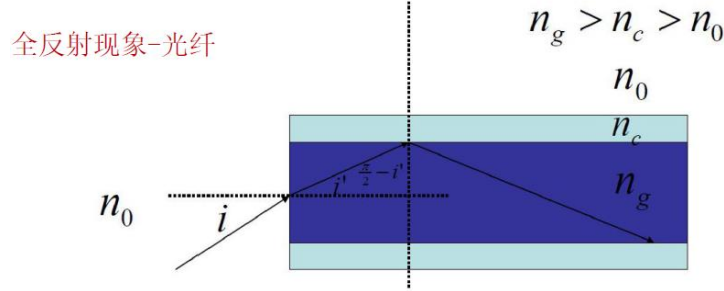


图 1.1: 求入射到光纤的角度满足的条件

1.2 推导光线轨迹方程

在 x - y 平面中, 设 $y = y(x)$ 表示光线的轨迹方程, $n = n(y)$ 表示介质的折射率。由几何关系, 我们有:

$$\frac{dy}{dx} = \tan \theta = \frac{1}{\tan i} = \frac{\sqrt{1 - \sin^2 i}}{\sin i} \quad (1.2)$$

由折射定律, 记 $[n(y) \sin i(y)]_{y=0} = C$, 则我们有:

$$n(y) \sin i(y) = C \implies \frac{dy}{dx} = \frac{\sqrt{n^2 - C^2}}{C^2}, \quad \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = \frac{n^2}{C^2} - 1 \quad (1.3)$$

两边同时对 x 求导, 得到:

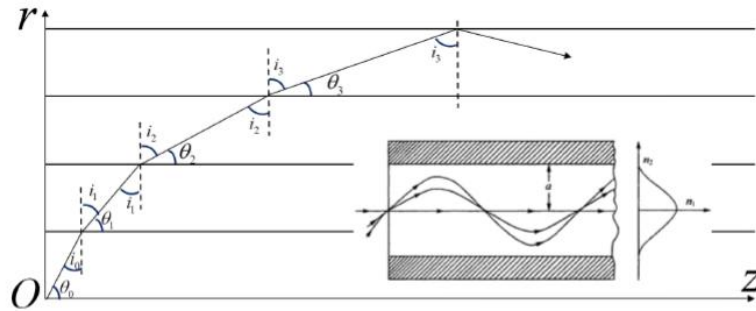
$$2 \left(\frac{dy}{dx}\right) \left(\frac{d^2y}{dx^2}\right) = \frac{1}{C^2} \left(\frac{dn^2}{dy}\right) \left(\frac{dy}{dx}\right) \implies \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{1}{2C^2} \cdot \frac{dn^2}{dy} \quad (1.4)$$

也即

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{1}{2n_0^2 \sin^2 i} \cdot \frac{dn^2}{dy} = \frac{1}{2n_0^2 \cos^2 \theta} \cdot \frac{dn^2}{dy} \quad (1.5)$$

证毕。 □

折射率连续变化的介质中的折射



$$\text{折射定律: } n_0 \sin i_0 = n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2 = n_3 \sin i_3 = \dots$$

图 1.2: 推导光线轨迹方程

事实上, 在三维坐标系中考虑上述过程, 或者利用费马原理和变分法, 又或考虑哈密顿光学, 可以得到更一般的形式, 称为光路方程:

$$\nabla n = \frac{d}{ds} \left(n \frac{d\vec{r}}{ds} \right) \quad (1.6)$$

1.3

1.4 利用费马原理给出物像关系

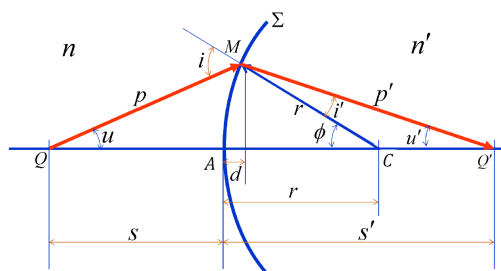


图 1.3: 折射球面物像关系

1.5 推导反射球面的物像公式

Homework 2: 2024.9.2 - 2024.9.8

Homework 3: 2024.9.9 - 2024.9.15

Homework 4: 2024.9.16 - 2024.9.22

Homework 5: 2024.9.23 - 2024.9.29

Homework 6: 2024.9.30 - 2024.10.7