光学课程作业

Homework of Optics

丁毅

中国科学院大学，北京 100049

Yi Ding

University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China

2024.9 – 2025.1

序言

本文为笔者本科时的“光学”课程作业（Homework of Optics, 2024.9-2025.1）。由于个人学识浅陋，认识有限，文中难免有不妥甚至错误之处，望读者不吝指正，在此感谢。

我的邮箱是 dingyi233@mails.ucas.ac.cn。

目录

Homework 1: 第一章

1.1 求入射到光纤的角度满足的条件

$$n_0 \sin i = n_g \sin i', \quad n_g \sin(\frac{\pi}{2} - i') = n_c \sin\frac{\pi}{2} \Longrightarrow i \leqslant \arcsin\left(\frac{n_g}{n_0}\sqrt{1 - \frac{n_c^2}{n_g^2}}\right) \tag{1.1}$$

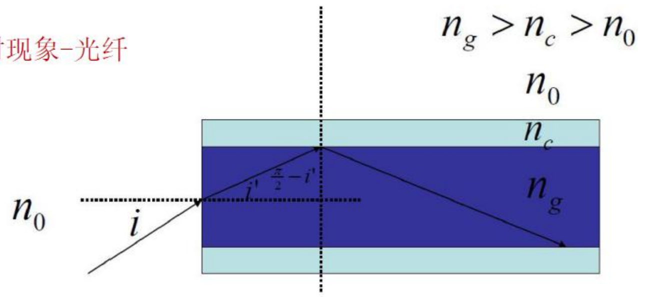


图 1.1: 求入射到光纤的角度满足的条件

1.2 推导光线轨迹方程

在 x-y 平面中，设 $y = y(x)$ 表示光线的轨迹方程，$n = n(y)$ 表示介质的折射率。由几何关系，我们有：

$$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = \tan\theta = \frac{1}{\tan i} = \frac{\sqrt{1 - \sin^2 i}}{\sin i} \tag{1.2}$$

由折射定律，记 $[n(y)\sin i(y)]_{y=0} = C$，则我们有：

$$n(y)\sin i(y) = C \Longrightarrow \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = \frac{\sqrt{n^2 - C^2}}{C^2}, \quad \left(\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}\right)^2 = \frac{n^2}{C^2} - 1 \tag{1.3}$$

两边同时对 x 求导，得到：

$$2\left(\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}\right)\left(\frac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}x^2}\right) = \frac{1}{C^2}\left(\frac{\mathrm{d}n^2}{\mathrm{d}y}\right)\left(\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}\right) \Longrightarrow \frac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}x^2} = \frac{1}{2C^2}\cdot\frac{\mathrm{d}n^2}{\mathrm{d}y} \tag{1.4}$$

也即

$$\frac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}x^2} = \frac{1}{2n_0^2\sin^2 i}\cdot\frac{\mathrm{d}n^2}{\mathrm{d}y} = \frac{1}{2n_0^2\cos^2\theta}\cdot\frac{\mathrm{d}n^2}{\mathrm{d}y} \quad \square \tag{1.5}$$

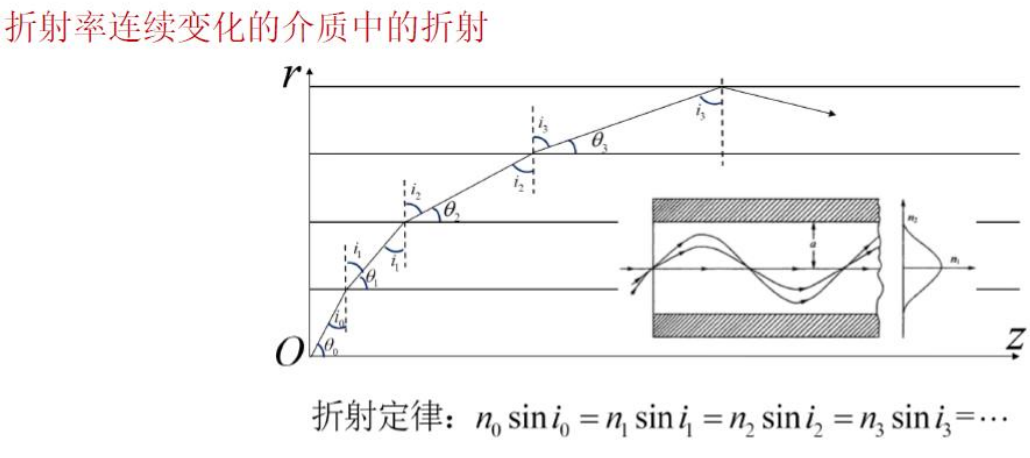


图 1.2: 推导光线轨迹方程

事实上，在三维坐标系中考虑上述过程，或者利用费马原理和变分法，又或考虑哈密顿光学，可以得到更一般的形式，称为光路方程，如下：

$$\nabla n = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}s}\left(n\frac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}s}\right) \tag{1.6}$$

1.3 （已被删去）

1.4 利用费马原理给出物像关系

折射球面如图，由余弦定理可知：

$$\mathrm{OPL} = np + n'p' = n\sqrt{r^2+(s+r)^2 - 2r(s+r)\cos\phi} + n'\sqrt{r^2+(s'-r)^2 + 2r(s'-r)\cos\phi} \tag{1.7}$$

由费马原理，$\frac{\mathrm{dOPL}}{\mathrm{d}\phi}=0$，于是：

$$\frac{-nr(s+r)\sin\phi}{p} + \frac{n'r(s'-r)\sin\phi}{p'} = 0 \Longrightarrow \frac{n}{p}+\frac{n'}{p'} = \frac{1}{R}\left(\frac{n's'}{p'} - \frac{ns}{p}\right) \tag{1.8}$$

在傍轴条件下，有 $s\approx p$，$s'\approx p'$，于是：

$$\frac{n}{s}+\frac{n'}{s'} = \frac{n'-n}{R} \quad \square \tag{1.9}$$

证毕。

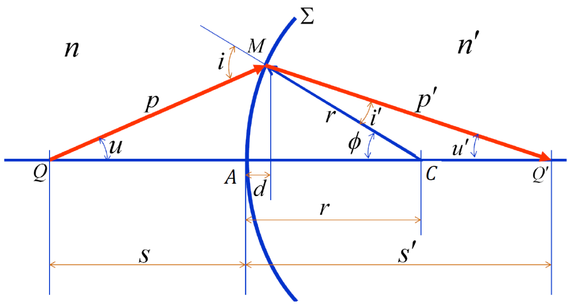


图 1.3: 折射球面物像关系

1.5 推导反射球面的物像公式

这里要注意，由于像是虚像，l_2 贡献虚光程（为负），且 $s_2<0$，因此圆心到像点的距离为 $r+s_2$ 而非 $r-s_2$。同由余弦定理，写出光程 OPL，有：

$$\mathrm{OPL} = n_1l_1 - n_2l_2 = n_1\sqrt{r^2+(r+s_1)^2-2r(r+s_1)\cos\phi} - n_2\sqrt{r^2+(r+s_2)^2-2r(r+s_2)\cos\phi} \tag{1.10}$$

由费马原理，$\frac{\mathrm{dOPL}}{\mathrm{d}\phi}=0$，于是有：

$$\frac{-n_1r(r+s_1)\sin\phi}{l_1} + \frac{n_2r(r+s_2)\sin\phi}{l_2} = 0 \Longrightarrow \frac{n_2}{l_2} - \frac{n_1}{l_1} = \frac{1}{r}\left(\frac{n_1s_1}{l_1} - \frac{n_2s_2}{l_2}\right) \tag{1.11}$$

傍轴时，有 $s_1\approx l_1$，$s_2\approx -l_2$，于是：

$$-\frac{n_2}{l_2} - \frac{n_1}{l_1} = \frac{1}{r}(n_1+n_2) \tag{1.12}$$

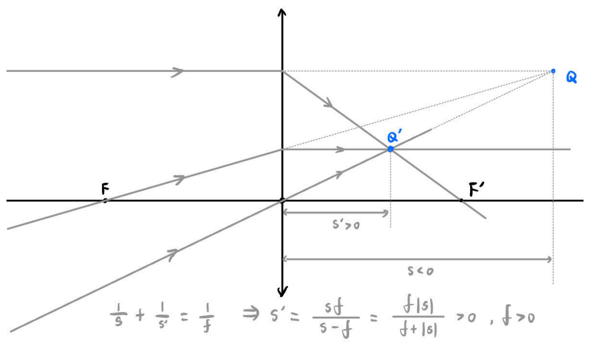
当反射球面两侧为相同介质时，$n_1=n_2$，则：

$$\frac{1}{s_1}+\frac{1}{s_2} = -\frac{2}{r} \quad \square \tag{1.13}$$

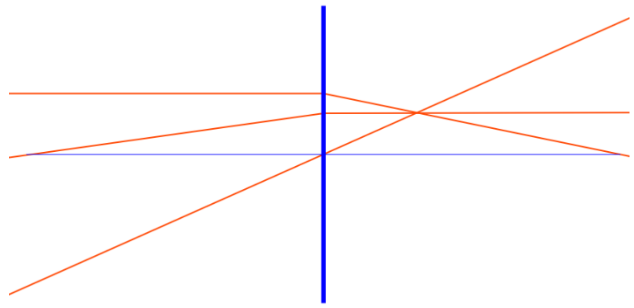
证毕。

1.6 画出图中的像点

如下图所示，左侧为手绘图，右侧为光路仿真软件 Optico 效果图。

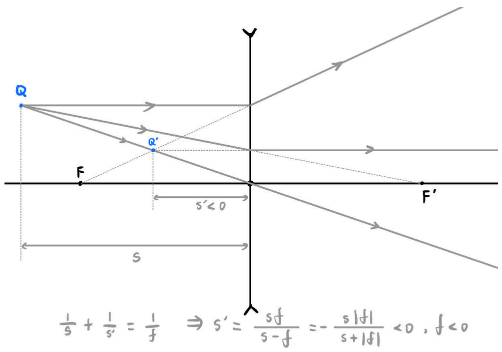


(a) 手绘图

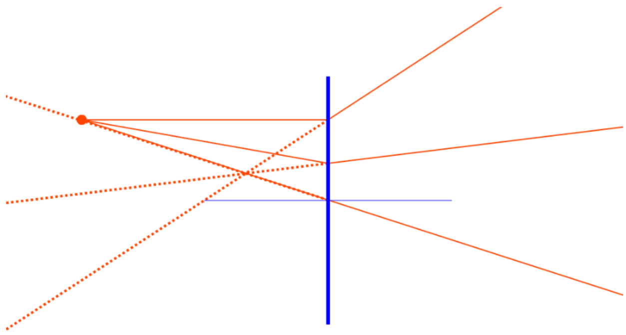


(b) 光路仿真

图 1.4: 画出虚物 Q 的像点 Q'

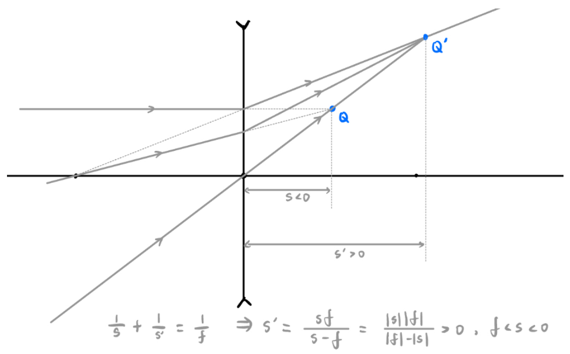


(a) 手绘图

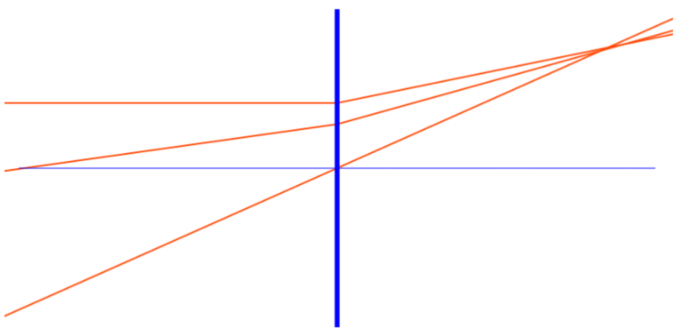


(b) 光路仿真

图 1.5: 画出实物 Q 经凹透镜的像点 Q'



(a) 手绘图



(b) 光路仿真

图 1.6: 画出虚物 Q 经凹透镜的像点 Q'

Homework 2：第二章

2.1 对于正入射的情况，写出菲涅尔公式

菲涅尔公式如下：

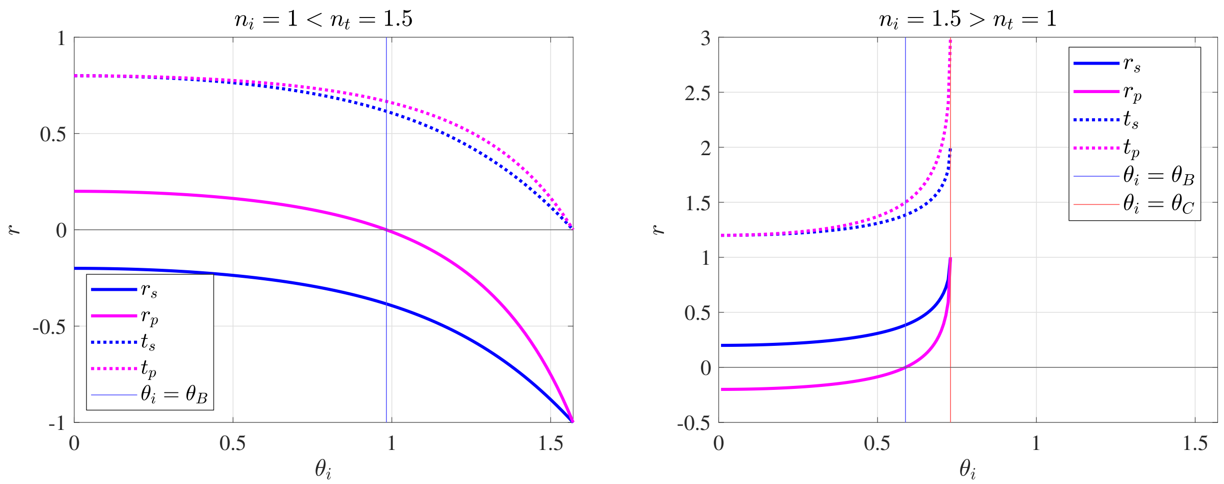
类型	振幅反射系数 r		振幅透射系数 t	
s 波	$r_s = \dfrac{n_i\cos\theta_i - n_t\cos\theta_t}{n_i\cos\theta_i + n_t\cos\theta_t}$	$-\dfrac{\sin(\theta_i-\theta_t)}{\sin(\theta_i+\theta_t)}$	$t_s = \dfrac{2n_i\cos\theta_i}{n_i\cos\theta_i + n_t\cos\theta_t}$	$+\dfrac{2\sin\theta_t\cos\theta_i}{\sin(\theta_i+\theta_t)}$
p 波	$r_p = \dfrac{n_t\cos\theta_i - n_i\cos\theta_t}{n_t\cos\theta_i + n_i\cos\theta_t}$	$+\dfrac{\tan(\theta_i-\theta_t)}{\tan(\theta_i+\theta_t)}$	$t_p = \dfrac{2n_i\cos\theta_i}{n_i\cos\theta_t + n_t\cos\theta_i}$	$+\dfrac{2\sin\theta_t\cos\theta_i}{\sin(\theta_i+\theta_t)\cos(\theta_i-\theta_t)}$

正入射时，$\theta_i = \theta_t = 0$，于是有：

$$r_p = (-r_s) = \frac{n_t - n_i}{n_t + n_i}, \quad t_p = t_s = \frac{2n_i}{n_i + n_t} \tag{2.1}$$

$$F = R_s = R_p = \left(\frac{n_t - n_i}{n_t + n_i}\right)^2 \tag{2.2}$$

不妨作出相关的图像，图 2.1 是 s 波、p 波振幅系数关于入射角 θ_i 的变化情况[①]。



(a) 由空气入射玻璃（$n_i = 1$，$n_t = 1.5$）　**(b) 由玻璃入射空气（$n_i = 1.5$，$n_t = 1$）**

图 2.1: 振幅系数 r 随入射角 θ_i 的变化

2.2 一自然光以 Brewster Angle 入射到空气中的一块玻璃，已知功率透射率为 0.86。

(1) 求功率的反射率

$T = 0.86$，由能量守恒，功率反射率 $R = 0.14$。

(2) 若输入为 1000 W，求透射光 s 分量上的功率

光束为自然光，因此 s 分量和 p 分量的功率相同，都为 500 W，也即 $\Phi_{e,i,s} = \Phi_{e,i,p} = 500$ W。又由 Brewster Angle 入射，因此反射光的 p 分量为 0，也即 $R_p = 0$，于是：

$$T_p = 1 - R_p = 1, \quad T_s = 2T - T_p = 0.72 \tag{2.3}$$

由此可求得透射光 s 分量上的辐射通量（即辐射功率）：

$$\Phi_{e,t,s} = T_s\Phi_{e,i,s} = 0.72 \times 500 \text{ W} = 360 \text{ W} \tag{2.4}$$

[①]源码见附录 A.1

(3) 求玻璃的折射率

虽然题目并未要求[2]，但我们不妨求解一下玻璃的折射率 n_t。在题设条件下，$R = 0.14$，默认空气折射率为 1，则唯一的未知量是玻璃折射率 n_t，这是可以求解的，方程如下：

$$R = \frac{1}{2}(R_s + R_p) = 0.14, \quad \theta_i = \theta_B = \arctan\left(\frac{n_t}{n_i}\right), \quad n_i = 1 \Longrightarrow \tag{2.5}$$

$$\left[\frac{\cos(\arctan n_t) - \sqrt{n_t^2 - \sin^2(\arctan n_t)}}{\cos(\arctan n_t) + \sqrt{n_t^2 - \sin^2(\arctan n_t)}}\right]^2 + \left[\frac{n_t^2\cos(\arctan n_t) - \sqrt{n_t^2 - \sin^2(\arctan n_t)}}{n_t^2\cos(\arctan n_t) + \sqrt{n_t^2 - \sin^2(\arctan n_t)}}\right]^2 = 2 \times 0.14 \tag{2.6}$$

此方程有唯一未知量 n_t，用 Matlab 解此非线性方程组[3]，得到玻璃折射率 n_t，以及其它参量[4]:

$$\begin{cases} n_t = 0.554902, \quad \theta_i = \theta_B = 29.025970° \\ \theta_t = 60.974030°, \quad \theta_C = 33.703947° \\ R = 0.1400, \quad R_s = 0.280000,\ R_p = 0.000000 \\ T = 0.8600, \quad T_s = 0.720000,\ T_p = 1.000000 \end{cases} \begin{cases} n_t = 1.802121, \quad \theta_i = \theta_B = 60.974030° \\ \theta_t = 29.025970°, \quad \theta_C = 90.000000° \\ R = 0.1400, \quad R_s = 0.280000,\ R_p = 0.000000 \\ T = 0.8600, \quad T_s = 0.720000,\ T_p = 1.000000 \end{cases} \tag{2.7}$$

也即上述方程有两解，考虑 $n_{ti} \in [0,\ 2]$，令方程左边为 $f(n_{ti})$，作出图像如右。图 2.2 说明了我们并没有漏掉其它解。

一般玻璃的折射率在 1.5 左右，即使是特殊玻璃（例如高折射率镜片），也基本在 1.3 至 1.9 之间，0.5 的玻璃折射率显然是不合理的，即使是考虑介质折射率关于波长的变化（如 X 射线或 Gamma 射线），也不会达到如此低的折射率。因此舍去 $n_t = 0.554902$，最终得 $n_t = 1.802121$。

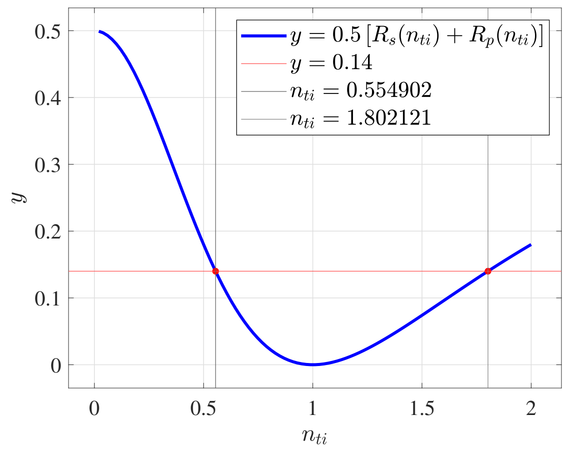


图 2.2: 方程 2.5 左边函数值随 n_{ti} 的变化情况

上题改编：一自然光由空气入射玻璃，玻璃折射率为 1.5，已知功率透射率为 0.86。

(1) 求功率的反射率：

$T = 0.86$，由能量守恒，功率反射率 $R = 0.14$。

(2) 若输入为 1000 W，求透射光 s 分量上的功率

光束为自然光，因此 s 分量和 p 分量的功率相同，都为 500 W。先求解入射角 θ_i，由菲涅尔定理和能量关系：

$$R = \frac{1}{2}(R_s + R_p),\ R_s = \left[\frac{\cos\theta_i - \sqrt{n_{ti}^2 - \sin^2\theta_i}}{\cos\theta_i + \sqrt{n_{ti}^2 - \sin^2\theta_i}}\right]^2,\ R_p = \left[\frac{n_{ti}^2\cos\theta_i - \sqrt{n_{ti}^2 - \sin^2\theta_i}}{n_{ti}^2\cos\theta_i + \sqrt{n_{ti}^2 - \sin^2\theta_i}}\right]^2 \tag{2.8}$$

其中 $n_i = 1$，$n_t = 1.5$，因此 $n_{ti} = 1.5$，代入即得：

$$\left[\frac{\cos\theta_i - \sqrt{1.5^2 - \sin^2\theta_i}}{\cos\theta_i + \sqrt{1.5^2 - \sin^2\theta_i}}\right]^2 + \left[\frac{1.5^2\cos\theta_i - \sqrt{1.5^2 - \sin^2\theta_i}}{1.5^2\cos\theta_i + \sqrt{1.5^2 - \sin^2\theta_i}}\right]^2 = 2 \times 0.14 \tag{2.9}$$

[2]查阅资料发现，此题来自于光学（尤金，第五版）*Optics (Eugene Hecht)* 的 Page 152

[3]源码见附录 A.2

[4]图 2.2 源码见附录 A.4

用 Matlab 解此非线性方程组[5]，得到入射角 θ_i 和其它参量：

$$\begin{aligned} &\theta_i = 1.173220\ \text{rad} = 67.220559^\circ \\ R = 0.140000,\quad &R_s = 0.256933,\ R_p = 0.023067 \\ T = 0.860000,\quad &T_s = 0.743067,\ T_p = 0.976933 \end{aligned} \tag{2.10}$$

于是透射光 s 分量上的辐射通量为：

$$\Phi_{e,t,s} = T_s \Phi_{e,i,s} = 0.743067 \times 500\ \text{W} = 371.5335\ \text{W} \tag{2.11}$$

2.3 光束垂直入射到玻璃-空气界面，玻璃折射率 1.5，求出能量反射率和透射率

$\theta_i = 0$ 时，由菲涅尔定律和能量关系，有：

$$R = \frac{1}{2}(R_s + R_p), \quad T = 1 - R \tag{2.12}$$

$$R_s = \left[\frac{\cos\theta_i - \sqrt{n_{ti}^2 - \sin^2\theta_i}}{\cos\theta_i + \sqrt{n_{ti}^2 - \sin^2\theta_i}}\right]^2 = \left[\frac{1 - n_{ti}}{1 + n_{ti}}\right]^2,\ R_p = \left[\frac{n_{ti}^2\cos\theta_i - \sqrt{n_{ti}^2 - \sin^2\theta_i}}{n_{ti}^2\cos\theta_i + \sqrt{n_{ti}^2 - \sin^2\theta_i}}\right]^2 = \left[\frac{n_{ti}^2 - n_{ti}}{n_{ti}^2 + n_{ti}}\right]^2 \tag{2.13}$$

由空气入射玻璃时，$n_{ti} = 1.5$，由玻璃入射空气时，$n_{ti} = \frac{2}{3}$，代入得到：

$$\begin{aligned} &\text{空气入射玻璃：}\ R = 0.04, \quad T = 0.96 \\ &\text{玻璃入射空气：}\ R = 0.04, \quad T = 0.96 \end{aligned}$$

也即无论从哪边入射，能量反射率和透射率分别为 0.04 和 0.96。

[5]源码见附录 A.3

Homework 3：第三章

附录 A. Matlab 代码

A.1 图 2.1 源码

```
%%%%%%%%%% 空气入射玻璃 %%%%%%%%%%
global n_i n_t
n_i = 1;
n_t = 1.5;

theta_t = @(theta_i) asin(n_i/n_t*sin(theta_i));
r_s = @(theta_i, theta_t) - sin(theta_i - theta_t)./sin(theta_i + theta_t);
r_p = @(theta_i, theta_t) + tan(theta_i - theta_t)./tan(theta_i + theta_t);
t_s = @(theta_i, theta_t) 2*sin(theta_t).*cos(theta_i)./sin(theta_i + theta_t);
t_p = @(theta_i, theta_t) 2*sin(theta_t).*cos(theta_i) ./ ( sin(theta_i + theta_t).*
    cos(theta_i - theta_t) );
theta_B = atan(n_t/n_i);
theta_C = asin(n_t/n_i);

theta_array = linspace(-0.1, pi/2, 101);
Y = [
    r_s(theta_array, theta_t(theta_array))
    r_p(theta_array, theta_t(theta_array))
    t_s(theta_array, theta_t(theta_array))
    t_p(theta_array, theta_t(theta_array))
    ];
stc = MyPlot(theta_array, Y);
xline(theta_B, 'b')
yline(0)
xlim([0, pi/2])
ylim([-1, 1])
stc.leg.String = ["$r_s$"; "$r_p$"; "$t_s$"; "$t_p$"; "$\theta_i = \theta_B$"];
stc.leg.Interpreter = "latex";
stc.leg.FontSize = 14;
stc.leg.Location = "southwest";
stc.axes.Title.String = '$n_i = 1 < n_t = 1.5$';
stc.axes.Title.Interpreter = "latex";
stc.label.x.String = '$\theta_i$';
stc.label.y.String = '$r$';
stc.plot.plot_3.LineStyle = ":";
stc.plot.plot_3.Color = 'b';
stc.plot.plot_4.LineStyle = ":";
stc.plot.plot_4.Color = [1 0 1];
%MyExport_pdf

%%%%%%%%%% 玻璃入射空气 %%%%%%%%%%
n_i = 1.5;
n_t = 1;

```

```
theta_t = @(theta_i) asin(n_i/n_t*sin(theta_i));
r_s = @(theta_i, theta_t) - sin(theta_i - theta_t)./sin(theta_i + theta_t);
r_p = @(theta_i, theta_t) + tan(theta_i - theta_t)./tan(theta_i + theta_t);
t_s = @(theta_i, theta_t) 2*sin(theta_t).*cos(theta_i)./sin(theta_i + theta_t);
t_p = @(theta_i, theta_t) 2*sin(theta_t).*cos(theta_i) ./ ( sin(theta_i + theta_t).*
    cos(theta_i - theta_t) );
theta_B = atan(n_t/n_i);
theta_C = asin(n_t/n_i);


theta_array = linspace(0, theta_C, 101);
Y = [
    r_s(theta_array, theta_t(theta_array))
    r_p(theta_array, theta_t(theta_array))
    t_s(theta_array, theta_t(theta_array))
    t_p(theta_array, theta_t(theta_array))
    ];
stc = MyPlot(theta_array, Y);
xline(theta_B, 'b')
xline(theta_C, 'r')
yline(0)
xlim([0, pi/2])
ylim([-0.5, 3])
stc.leg.String = ["$r_s$"; "$r_p$"; "$t_s$"; "$t_p$"; "$\theta_i = \theta_B$"; "$\
    theta_i = \theta_C$"];
stc.leg.Interpreter = "latex";
stc.axes.Title.String = '$n_i = 1.5 > n_t = 1$';
stc.axes.Title.Interpreter = "latex";
stc.label.x.String = '$\theta_i$';
stc.label.y.String = '$r$';
stc.plot.plot_3.LineStyle = ":";
stc.plot.plot_3.Color = 'b';
stc.plot.plot_4.LineStyle = ":";
stc.plot.plot_4.Color = [1 0 1];
%MyExport_pdf
```

A.2 公式 2.5 源码

```
R_s = @(n_ti, t) ( (cos(t) - sqrt(n_ti^2 - sin(t)^2)) / (cos(t) + sqrt(n_ti^2 - sin(t)
    ^2)) )^2;
R_p = @(n_ti, t) ( (n_ti^2*cos(t) - sqrt(n_ti^2 - sin(t)^2)) / (n_ti^2*cos(t) + sqrt(
    n_ti^2 - sin(t)^2)) )^2;

theta_B = @(n_ti) atan(n_ti);
n_ti = fzero(@(n_ti) 0.5*(R_s(n_ti, theta_B(n_ti)) + R_p(n_ti, theta_B(n_ti))) - 0.14,
     1);

theta_C = @(n_ti) asin(n_ti);
```

```
theta_B = @(n_ti) atan(n_ti);
theta_t = @(n_ti, theta_i) asin(sin(theta_i)/n_ti);

disp(['n_ti = ', num2str(n_ti, '%.6f')])
disp(['theta_i = theta_B = ', num2str(theta_B(n_ti), '%.6f') ' rad = ', num2str(rad2deg(theta_B(n_ti)), '%.6f'), ' deg'])
disp(['theta_t = ', num2str(theta_t(n_ti, theta_B(n_ti)), '%.6f') ' rad = ', num2str(rad2deg(theta_t(n_ti, theta_B(n_ti))), '%.6f'), ' deg'])
disp(['theta_C = ', num2str(theta_C(n_ti), '%.6f') ' rad = ', num2str(rad2deg(theta_C(n_ti)), '%.6f'), ' deg'])
disp(['R_s = ', num2str(R_s(n_ti, theta_B(n_ti)), '%.6f')])
disp(['R_p = ', num2str(R_p(n_ti, theta_B(n_ti)), '%.6f')])
disp(['T_s = ', num2str(1 - R_s(n_ti, theta_B(n_ti)), '%.6f')])
disp(['T_p = ', num2str(1 - R_p(n_ti, theta_B(n_ti)), '%.6f')])
disp(['R = ', num2str( 0.5*(R_s(n_ti, theta_B(n_ti)) + R_p(n_ti, theta_B(n_ti))) , '%.6f')])
disp(['T = ', num2str( 0.5*(2 - R_s(n_ti, theta_B(n_ti)) - R_p(n_ti, theta_B(n_ti))), '%.6f')])


%{
>> Output:
n_ti = 0.554902
theta_i = theta_B = 0.506599 rad = 29.025970 deg
theta_t = 1.064198 rad = 60.974030 deg
theta_C = 0.588245 rad = 33.703947 deg
R_s = 0.280000
R_p = 0.000000
T_s = 0.720000
T_p = 1.000000
R = 0.140000
T = 0.860000
%}
```

A.3 公式 2.10 源码

```
R_s = @(n_ti, t) ( (cos(t) - sqrt(n_ti^2 - sin(t)^2)) / (cos(t) + sqrt(n_ti^2 - sin(t)^2)) )^2;
R_p = @(n_ti, t) ( (n_ti^2*cos(t) - sqrt(n_ti^2 - sin(t)^2)) / (n_ti^2*cos(t) + sqrt(n_ti^2 - sin(t)^2)) )^2;

theta_i = fzero(@(t) ( R_s(1.5, t) + R_p(1.5, t) - 2*0.14) , deg2rad(45));
disp(['theta_i = ', num2str(theta_i, '%.6f'), ' rad'])
disp(['theta_i = ', num2str(rad2deg(theta_i), '%.6f'), ' deg'])
disp(['R_s = ', num2str(R_s(1.5, theta_i), '%.6f')])
disp(['R_p = ', num2str(R_p(1.5, theta_i), '%.6f')])
disp(['T_s = ', num2str(1 - R_s(1.5, theta_i), '%.6f')])
disp(['T_p = ', num2str(1 - R_p(1.5, theta_i), '%.6f')])
```

```
disp(['R = ', num2str( 0.5*(R_s(1.5, theta_i) + R_p(1.5, theta_i)) , '%.6f')])
disp(['T = ', num2str( 0.5*(2 - R_s(1.5, theta_i) - R_p(1.5, theta_i)), '%.6f')])

%{
>> Output:
theta_i = 1.173220 rad
theta_i = 67.220559 deg
R_s = 0.256933
R_p = 0.023067
T_s = 0.743067
T_p = 0.976933
R = 0.140000
T = 0.860000
%}
```

A.4 图 2.2 源码

```
R_s = @(n_ti, t) ( (cos(t) - sqrt(n_ti^2 - sin(t)^2)) / (cos(t) + sqrt(n_ti^2 - sin(t)^2)) )^2;
R_p = @(n_ti, t) ( (n_ti^2*cos(t) - sqrt(n_ti^2 - sin(t)^2)) / (n_ti^2*cos(t) + sqrt(n_ti^2 - sin(t)^2)) )^2;
theta_B = @(n_ti) atan(n_ti);

eq_left = @(n_ti) 0.5*(R_s(n_ti, theta_B(n_ti)) + R_p(n_ti, theta_B(n_ti)))

X = linspace(0, 2, 100);
Y = zeros(size(X));
for i = 1:length(X)
    Y(i) = eq_left(X(i));
end

stc = MyPlot(X, Y);
yline(0.14, 'Color', 'r', 'LineWidth', 0.4);
xline(0.554902, 'Color', [0.1, 0.1, 0.1], 'LineWidth', 0.4)
xline(1.802121, 'Color', [0.3, 0.3, 0.3], 'LineWidth', 0.4)
stc.axes.Title.String = '';
stc.label.x.String = '$n_{ti}$';
stc.leg.Location = 'northeast';
hold on
scatter([0.554902, 1.802121], [0.14, 0.14], 180, '.r')
stc.leg.String = ["$y =  0.5\left[ R_s(n_{ti}) + R_p(n_{ti}) \right]$"; "$y = 0.14$"; "$n_{ti} = 0.554902$"; "$n_{ti} = 1.802121$"];
%MyExport_pdf
```