

数学物理方法课程作业

Homework of Mathematical Physics Methods

丁毅

中国科学院大学，北京 100049

Yi Ding

University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China

2024.8 – 2025.1

## 序言

本文为笔者本科时的“电路原理”课程作业 (Homework of Circuit Theory, 2024.9-2025.1)。由于个人学识浅陋, 认识有限, 文中难免有不妥甚至错误之处, 望读者不吝指正, 在此感谢。

我的邮箱是 [dingyi233@mails.ucas.ac.cn](mailto:dingyi233@mails.ucas.ac.cn)。

## 目录

|                         |    |
|-------------------------|----|
| 序言                      | I  |
| 目录                      | I  |
| 1 2024.8.26 - 2024.9.1  | 1  |
| 2 2024.9.2 - 2024.9.8   | 3  |
| 3 2024.9.9 - 2024.9.15  | 4  |
| 4 2024.9.16 - 2024.9.22 | 5  |
| 5 2024.9.23 - 2024.9.29 | 6  |
| 6 这里是第二章                | 8  |
| 参考文献                    | 10 |
| 附录 A                    | 11 |

## Homework 1: 2024.8.26 - 2024.9.1

### 1.1 计算

(1)  $\left(\frac{1+i}{2-i}\right)^2$

$$\left(\frac{1+i}{2-i}\right)^2 = \left(\frac{(1+i)(2+i)}{5}\right)^2 = \left(\frac{1+3i}{5}\right)^2 = \frac{-8+6i}{25}$$

(2)  $(1+i)^n + (1-i)^n$

首先得到:

$$1+i = \sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}, \quad 1-i = \sqrt{2}e^{i(-\frac{\pi}{4})}$$

$$\implies I = 2^{\frac{n}{2}} (e^{i\frac{n\pi}{4}} + e^{-i\frac{n\pi}{4}})$$

于是有:

$$I = \begin{cases} 2^{\frac{n}{2}+1}, & n = 0 + 4k \\ 2^{\frac{n+1}{2}}, & n = 1 + 4k \\ 0, & n = 2 + 4k \\ -2^{\frac{n}{2}+1}, & n = 3 + 4k \end{cases}, \quad k \in \mathbb{N}$$

(3)  $\sqrt[4]{1+i}$

$$\sqrt[4]{1+i} = \left(\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}\right)^{\frac{1}{4}} = 2^{\frac{1}{8}}e^{i\frac{\pi}{16}}$$

### 1.2 将复数化为三角或指数形式

1.  $\frac{5}{-3+i}$

$$\frac{5}{-3+i} = \frac{5e^{i0}}{\sqrt{10}e^{i(\arctan(-\frac{1}{3})+\pi)}} = \sqrt{\frac{5}{2}} \cdot e^{-i(\arctan(-\frac{1}{3})+\pi)}$$

2.  $\left(\frac{2+i}{3-2i}\right)^2$

$$\left(\frac{2+i}{3-2i}\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{5}e^{i\arctan(\frac{1}{2})}}{\sqrt{13}e^{i\arctan(-\frac{2}{3})}}\right)^2 = \frac{5}{13}e^{2i(\arctan(\frac{1}{2})-\arctan(-\frac{2}{3}))}$$

### 1.3 求极限 $\lim_{z \rightarrow i} \frac{1+z^6}{1+z^{10}}$

作不完全因式分解:

$$1+z^6 = z^6 - i^6 = (z^3 - i^3)(z^3 + i^3)$$

$$= (z-i)(z^2 + iz + i^2)(z^3 + i^3)$$

$$1+z^{10} = z^{10} - i^{10} = (z^5 - i^5)(z^5 + i^5)$$

$$= (z-i)(z^4 + iz^3 + i^2z^2 + i^3z + i^4)(z^5 + i^5)$$

$$\begin{aligned}
 \Rightarrow L &= \lim_{z \rightarrow i} \frac{1+z^6}{1+z^{10}} \\
 &= \lim_{z \rightarrow i} \frac{(z-i)(z^2+iz+i^2)(z^3+i^3)}{(z-i)(z^4+iz^3+i^2z^2+i^3z+i^4)(z^5+i^5)} \\
 &= \lim_{z \rightarrow i} \frac{(z^2+iz+i^2)(z^3+i^3)}{(z^4+iz^3+i^2z^2+i^3z+i^4)(z^5+i^5)} \\
 &= \frac{(-3) \times (-2i)}{5i} = \frac{3}{5}
 \end{aligned}$$

#### 1.4 讨论函数在原点的连续性

$$(1) f(z) = \begin{cases} \frac{1}{2i} \left( \frac{z}{z^*} - \frac{z^*}{z} \right), & z \neq 0 \\ 0, & z = 0 \end{cases}$$

令  $z = x + iy, x, y \in \mathbb{R}$ , 则  $\forall (x, y) \neq (0, 0)$ :

$$f(x, y) = \frac{1}{2i} \left( \frac{x+iy}{x-iy} - \frac{x-iy}{x+iy} \right) = \frac{1}{2i} \cdot \frac{4ixy}{x^2+y^2} = \frac{2xy}{x^2+y^2}$$

令  $k = \frac{y}{x}$ , 则:

$$L = \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x, y) = \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{2k}{1+k^2}$$

显然,  $L$  随着  $k$  的变化而变化, 因此极限不存在,  $f(z)$  在 0 处不连续。

$$(2) f(z) = \begin{cases} \frac{\operatorname{Im} z}{1+|z|}, & z \neq 0 \\ 0, & z = 0 \end{cases}$$

令  $z = x + iy$  和  $k = \frac{y}{x}$ , 则  $\forall (x, y) \neq (0, 0)$ :

$$f(x, y) = \frac{y}{1 + \sqrt{x^2 + y^2}} \Rightarrow \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x, y) = \frac{0}{1+0} = 0 = f(0, 0)$$

因此  $f(z)$  在 0 处连续。

$$(3) f(z) = \begin{cases} \frac{\operatorname{Re} z^2}{|z|^2}, & z \neq 0 \\ 0, & z = 0 \end{cases}$$

同理令  $z = x + iy$  和  $k = \frac{y}{x}$ , 则  $\forall (x, y) \neq (0, 0)$ :

$$f(x, y) = \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2} = \frac{1 - k^2}{1 + k^2}$$

因此  $f(z)$  在 0 处不连续。

#### 1.5 恒等式证明 (附加题)

$$\left| \sum_{i=1}^n a_i b_i \right|^2 = \sum_{i=1}^n |a_i|^2 \cdot \sum_{i=1}^n |b_i|^2 - \sum_{1 \leq i < j \leq n} |a_i b_j^* - a_j b_i^*|^2$$

## **Homework 2: 2024.9.2 - 2024.9.8**

## **Homework 3: 2024.9.9 - 2024.9.15**

## **Homework 4: 2024.9.16 - 2024.9.22**

## **Homework 5: 2024.9.23 - 2024.9.29**



表格:

表 5.1: 符号含义与约定

| 符号   | 符号含义 | 单位   |
|------|------|------|
| 符号 1 | 含义 1 | 单位 1 |
| 符号 2 | 含义 2 | 单位 2 |
| 符号 3 | 含义 3 | 单位 3 |
| 符号 4 | 含义 4 | 单位 4 |

Latex Table Editor 示例:

[illegible]

8

表 6.1: 示 例 表 格  
(Continued)

|     |       |         |
|-----|-------|---------|
| $x$ | hello | 123.456 |
| $x$ | hello | 123.456 |
| $x$ | hello | 123.456 |
| $x$ | hello | 123.456 |
| $x$ | hello | 123.456 |
| $x$ | hello | 123.456 |
| $x$ | hello | 123.456 |
| $x$ | hello | 123.456 |
| $x$ | hello | 123.456 |
| $x$ | hello | 123.456 |
| $x$ | hello | 123.456 |
| $x$ | hello | 123.456 |
| $x$ | hello | 123.456 |
| $x$ | hello | 123.456 |
| $x$ | hello | 123.456 |
| $x$ | hello | 123.456 |
| $x$ | hello | 123.456 |
| $x$ | hello | 123.456 |
| $x$ | hello | 123.456 |
| $x$ | hello | 123.456 |
| $x$ | hello | 123.456 |
| $x$ | hello | 123.456 |

[Create Latex Tables Online](#) 示例:

表 6.2: Create Latex Tables Online 示例

| 表头  | 表头    | 表头      |
|-----|-------|---------|
| $x$ | hello | 123.456 |
| $x$ | hello | 123.456 |
| $x$ | hello | 123.456 |
| $x$ | hello | 123.456 |
| $x$ | hello | 123.456 |
| $x$ | hello | 123.456 |
| $x$ | hello | 123.456 |
| $x$ | hello | 123.456 |
| $x$ | hello | 123.456 |
| $x$ | hello | 123.456 |



# 附录 A

## A.1 支撑材料列表

这里插入一张图片（类似思维导图那种）

## A.2 这里是我的第二节附录

```
1 % MATLAB code here
2 x = 0:0.1:2*pi;
3 y = sin(x);
4 plot(x, y);
5 xlabel('x');
6 ylabel('sin(x)');
7 title('Sine Function');
8 % ... (MATLAB code here, 最好是插入文件)
9 % MATLAB code here
10 x = 0:0.1:2*pi;
11 y = sin(x);
12 plot(x, y);
13 xlabel('x');
14 ylabel('sin(x)');
15 title('Sine Function');
16 % ... (MATLAB code here, 最好是插入文件)
17 % MATLAB code here
18 x = 0:0.1:2*pi;
19 y = sin(x);
20 plot(x, y);
21 xlabel('x');
22 ylabel('sin(x)');
23 title('Sine Function');
24 % ... (MATLAB code here, 最好是插入文件)
25 % MATLAB code here
26 x = 0:0.1:2*pi;
27 y = sin(x);
28 plot(x, y);
29 xlabel('x');
30 ylabel('sin(x)');
31 title('Sine Function');
32 % ... (MATLAB code here, 最好是插入文件)
33 % MATLAB code here
34 x = 0:0.1:2*pi;
35 y = sin(x);
36 plot(x, y);
37 xlabel('x');
38 ylabel('sin(x)');
39 title('Sine Function');
```

```
40 % ... (MATLAB code here, 最好是插入文件)
41 % MATLAB code here
42 x = 0:0.1:2*pi;
43 y = sin(x);
44 plot(x, y);
45 xlabel('x');
46 ylabel('sin(x)');
47 title('Sine Function');
48 % ... (MATLAB code here, 最好是插入文件)% ... (MATLAB code here, 最好是插入文件)% ...
    (MATLAB code here, 最好是插入文件)% ... (MATLAB code here, 最好是插入文件)% ... (
    MATLAB code here, 最好是插入文件)A
49 % MATLAB code here
50 x = 0:0.1:2*pi;
51 y = sin(x);
52 plot(x, y);
53 xlabel('x');
54 ylabel('sin(x)');
55 title('Sine Function');
56 % ... (MATLAB code here, 最好是插入文件)
```

### A.3 这里是我的第三节附录

你好你好你好你好你好你好