电路原理笔记

Notes of Principles of Electric Circuits

丁毅

中国科学院大学，北京 100049

Yi Ding

University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China

2024.8 – 2025.1

序言

本文为笔者本科时的电路原理笔记（Notes of Principles of Electric Circuits, 2024.9 – 2025.1）。由于个人学识浅陋，认识有限，文中难免有不妥甚至错误之处，望读者不吝指正，在此感谢。

我的邮箱是 dingyi233@mails.ucas.ac.cn。

目录

序言 I

目录 III

1 绪论 1

1.1 电路 1
1.2 电流、电压和电势 1
1.3 电路分析基本观点 2
1.4 电路信号处理 2
1.5 电路能量处理 2
1.6 电路分类 3
1.7 其它 3

2 简单电阻电路 4

2.1 电阻 4
2.2 电源 4
2.3 基尔霍夫定律 5
2.4 电路等效变换 6
2.4.1 电阻等效变换 6
2.4.2 电源等效变换 6
2.5 运算放大器 8
2.5.1 运算放大器 OPA 及其电气特性 8
2.5.2 理想放大器 IOPA 9
2.5.3 含 IOPA 的常见电路 10
2.5.4 其它含 OPA 的电路 12
2.5.5 自设计线性运算器 12
2.5.6 自设计线性运算器的两个关键电阻 13
2.5.7 OPA 实现指数对数乘法除法积分微分运算 13
2.6 二端口网络 14
2.6.1 二端口的概念与参数矩阵 14
2.6.2 输入电阻与输出电阻 14
2.6.3 二端口的常见联接方式 15
2.6.4 参数矩阵间的转换与等效电路 16
2.7 MOSFET（金属氧化物半导体场效应晶体管） 17
2.7.1 MOSFET 基本概念 17
2.7.2 MOSFET 外特性 17
2.7.3 MOSFET 等效电路 18
2.8 数字系统 18
2.8.1 数字化的必要性 18
2.8.2 信号的离散化 18
2.9 门电路 19

3 线性电阻电路 **20**

3.1 支路电流法 20

3.2 节点电压法 20

3.3 回路电流法 20

3.4 叠加定理与齐性定理 20

3.5 替代定理 20

3.6 戴维南定理和诺顿定理 20

3.7 特勒根定理 20

3.8 互易定理 20

3.9 对偶电路和对偶原理 20

参考文献 **21**

附录 A: 中英文对照表 **22**

附录 B 电路原理 Q & A **23**

B.1 第一章 23

B.2 第二章 23

B.2.1 二端口互易或对称的意义是什么？ 23

B.2.2 具有公共端的三端元件可视为二端口吗？ 23

B.2.3 23

B.3 第三章 23

附录 C. Matlab 代码 **24**

C.1 图 2.22 源码 24

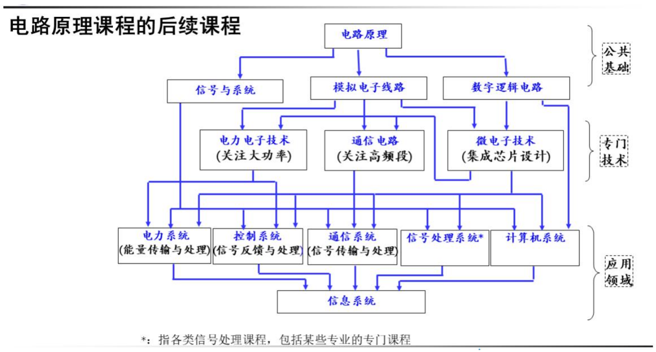
第 1 章　绪论

本章首先介绍几个有关电路的基本问题，然后介绍电路中相关物理量的定义，再简单介绍电路在信号处理与能量处理方面的应用，最后讨论电路的分类。本章是所有后续章节的共同基础。

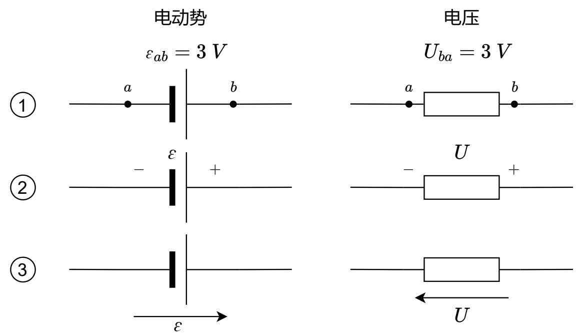
§ 1.1　电路

一般来讲，电路的研究内容分为电路分析、电路综合，分别对应电路研究的正问题（已知电路求电路的解）和逆问题（已知解求电路结构参数），本课程的重点在电路分析，对电路综合不深入探讨。

有些电路原理课程习惯用大写英文字母表示不随时间变化的常量，用小写英文字母表示随时间变化的量。在本笔记中，时变量（非恒定量）、瞬时量、微元量均用小写表示，其它情况一般用大写。



(a) 电路原理与其他电类主要课程的联系



(b) 电压与电动势的三种表示方法

图 1.1: 电路原理与其他电类主要课程的联系、电压与电动势的三种表示方法

§ 1.2　电流、电压和电势

电势（电位，potential）：选定参考点（reference point）后，电路中某一点的电势，用 φ 表示。如果不引起歧义，也常用 U 表示。两点间电位差（电势差，potential difference）即为电压。电动势（electromotive force, e.m.f.）：非静电力克服电场力搬运单位正电荷所做的功（电势升，potential rise）。

在分析电路时，必须事先规定电路电流的参考方向（正方向），也必须规定电压的参考方向或参考极性。

电压与电动势参考方向有三种表示方式，分别为结点、正负和箭头，如图 **??** 所示，要特别注意两者方向相反。

电压、电流定义式：

$$u_{ab} = \frac{\mathrm{d}w_{ab}}{\mathrm{d}q},\ i_{ab} = \frac{\mathrm{d}q_{ab}}{\mathrm{d}t} \tag{1.1}$$

端口：封装好的电路元件与电路其它部分的联接点称为端纽、端子或接线端（terminal）。如果从元件的两个端纽看进去满足 $i=-i'$，则这两个端子被称为一个端口（port）[1]，如图 1.2 所示。

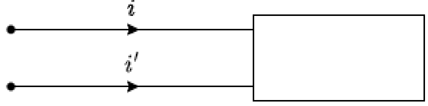


图 1.2: 端口示意图

与外部电路有 n 个端口相连的电路称为 n 端口网络（n-port network）。

[1] 任意二端电路元件都可以看作是一个端口

部分常见的电路元件如图 1.3 所示（国家标准）：

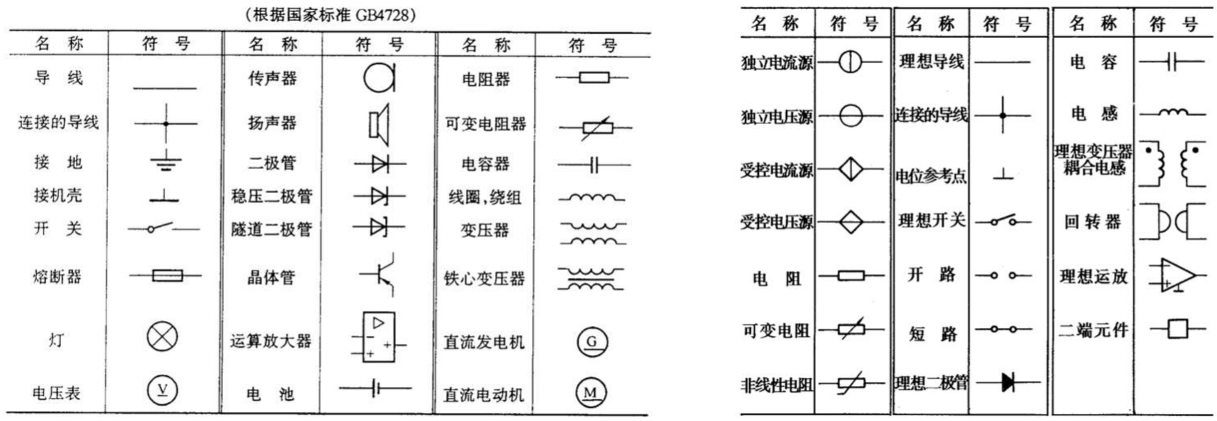


图 1.3: 部分常见电路元件

§ 1.3 电路分析基本观点

建立电路模型：

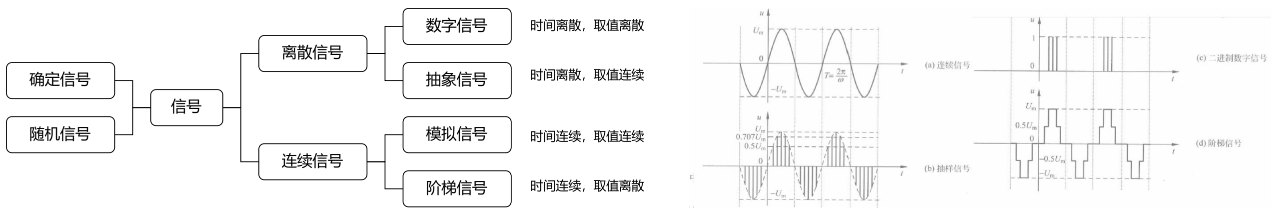
电阻、电感与电容：

$$U = RI,\ \Psi = LI,\ Q = CU \tag{1.2}$$

R, L, C 被称为电路基本模型，是电路分析的最基本模型。对不同的电路，应采用不同的模型，以适应实际需要并满足所需精度。另外，电路中常常使用大量的等效观点来简化电路的分析，使其求解更易、物理意义更清晰、应用更方便。

§ 1.4 电路信号处理

电路信号可分为图 1.4 (a) 中的几类，它们的示意图如图 1.4 (b) 所示：



(a) 信号分类 **(b) 信号示意图**

图 1.4: 信号分类、信号示意图

§ 1.5 电路能量处理

功率：

二端元件吸收的瞬时功率（instantaneous power）为其单位时间内吸收的电能[②]：

$$p(t) = \frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}q} \cdot \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} = u(t)i(t)$$

平均值、有效值：

对周期信号而言，其物理量有瞬时值、平均值、平均绝对值和有效值等特征量。以电压 $u = u(t)$ 为例：

[②]在非关联参考方向下，瞬时吸收功率 $p = -ui$

(1) 平均值（average value）：$\bar{u} = \frac{1}{T}\int_0^T u(t)\mathrm{d}t$

(2) 绝对平均值（average absolute value）：$\overline{|u|} = \frac{1}{T}\int_0^T |u(t)|\mathrm{d}t$

(3) 有效值（effective value）：$U = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T u^2(t)\mathrm{d}t}$

电流 i 与上面同理。特别地，对正弦交流电流（sinusoidal altering current）而言，其有效值 $I = \frac{I_\mathrm{m}}{\sqrt{2}}$, $U = \frac{U_\mathrm{m}}{\sqrt{2}}$。

§ 1.6 电路分类

静态 / 动态电路：

电路里，将可以提供能量或信号的元件称为源（source），将对能量或信号进行传输、分配和处理的元件称为负载（load）。负载全为电阻的电路称为电阻电路或静态电路，否则称为动态电路。前者需求解代数方程组，后者需求解微分方程组。本书第 2 4 章讨论静态电路，第 5 6 章讨论动态电路。

线性 / 非线性电路：

判断是否线性需要先定义系统的激励（excitation）和响应（response），设激励为 x 而响应为 $y = f(x)$，则系统是否线性由 f 决定。例如电阻是二端线性系统，发光二极管是二端非线性系统。

时变 / 非时变电流：

参数随时间变化的元件称为时变元件，含此类元件的电路称为时变电路，否则称为非时变电路。

有源 / 无源电路：

对任意的一端口网络来说，设其端口电压 $u = u(t)$ 且 $u(0) = 0$，电流 $i = i(t)$ 且 $i(0) = 0$，该电路称为无源电路如果：

$$\int_0^t u(t)i(t)\mathrm{d}t \geqslant 0,\ \forall\, t > 0 \tag{1.3}$$

否则称为有源电路，无源元件和有源元件同理。

其它还可分为集总 / 分布参数电路、模拟 / 数字电路等。

§ 1.7 其它

电路的基本名词：

以图 1.5 为例：

(1) 支路：若干元件无分岔地首尾相连构成一条支路。图里有三条支路（竖向的），因此 $p = 3$。

(2) 节点（node）: 3 个或更多支路的连接点。图中 $n = 4$。

(3) 路径（path）: 两个节点间包含的支路个数。

(4) 回路（loop）: 由支路构成的闭合路径。图中 $l = 7$

(5) 网格（mesh）: 平面电路中不与其余支路相交的回路，即最小网格数。图中 $m = 3$

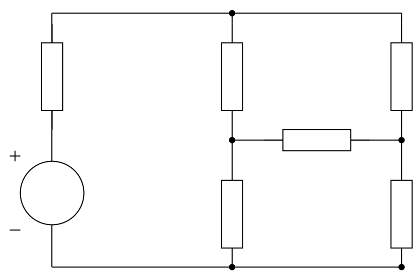


图 1.5: 电路基本名词

第 2 章 简单电阻电路

§ 2.1 电阻

设一均匀线性电阻微元长 $\mathrm{d}l$，横截面积为 $\mathrm{d}S$，电阻率为 σ，则阻值为

$$\mathrm{d}R = \frac{\mathrm{d}l}{\sigma \mathrm{d}S} \Longrightarrow R = \frac{L}{\sigma S} = \frac{\rho L}{S},\quad \text{串联：}\ R = \sum_i R_i,\quad \text{并联：}\ \frac{1}{R} = \sum_i \frac{1}{R_i} \tag{2.1}$$

多数金属材料的电阻率随温度变化见下式，其中 α 称为电阻温度系数，在实际使用时，最好保持额定功率在实际承受功率的两倍以上，以免过载。常见材料的具体数值见表 2.1。

$$\rho(T) = \rho_0(1 + \alpha T) \tag{2.2}$$

表 2.1: 常见材料的 0 °C 电阻率和温度系数

名称	银	铜	铝	钨	铁	碳	镍铬合金	镍铜合金
ρ_0 ($\Omega \cdot \mathrm{m}$)	1.5×10^{-8}	1.6×10^{-8}	2.5×10^{-8}	2.5×10^{-8}	8.7×10^{-8}	3500×10^{-8}	110×10^{-8}	50×10^{-8}
α ($^\circ\mathrm{C}^{-1}$)	4.0×10^{-3}	4.3×10^{-3}	4.7×10^{-3}	4.6×10^{-3}	5.0×10^{-3}	-5.0×10^{-4}	1.6×10^{-4}	4.0×10^{-5}

我们有欧姆定律微分形式和焦耳定律微分形式

$$i = \sigma E\ ,\ \ q = \sigma E^2 = \frac{1}{\sigma} i^2 \tag{2.3}$$

二极管模型如下，其中 I_S 为反向饱和电流（硅二极管典型值为 10^{-12} A），U_{TH} 为常数（典型值 25 mV）。

$$i = I_\mathrm{S}\left(e^{\frac{u}{U_\mathrm{TH}}} - 1\right) \tag{2.4}$$

伏安特性曲线（u-i 特性曲线，voltage current relationship，VCR）的表达式为 $i = f(u)$ 或 $f(u, i) = 0$，到目前为止，我们讨论的电阻 u-i 特性曲线都在平面的一三象限（正电阻），后文我们将在等效观念指导下用运算放大器来实现负电阻性质。

§ 2.2 电源

独立电源：

与外接电路无关的二端电源称为独立电源（independent source），例如独立电压源（independent voltage source）和独立电流源（independent current source）[①]。

受控电源：

流经元件的电压或电流受电路中其它部分电压或电流控制的元件称为受控电源。最常见的例子是放大器，如电子管、晶体管（又称三极管）等。依据控制量和受控量的不同，受控电源一般分为 4 种：

- 压控电压源（voltage controlled voltage source, VCVS）
- 流控电压源（current controlled voltage source, CCVS）
- 压控电流源（voltage controlled current source, VCCS）
- 流控电流源（current controlled current source, CCCS）

[①] 电压为零的独立电压源等效于短路，电流为零的独立电流源等效于断路

它们的电路符号如图 2.1 所示。

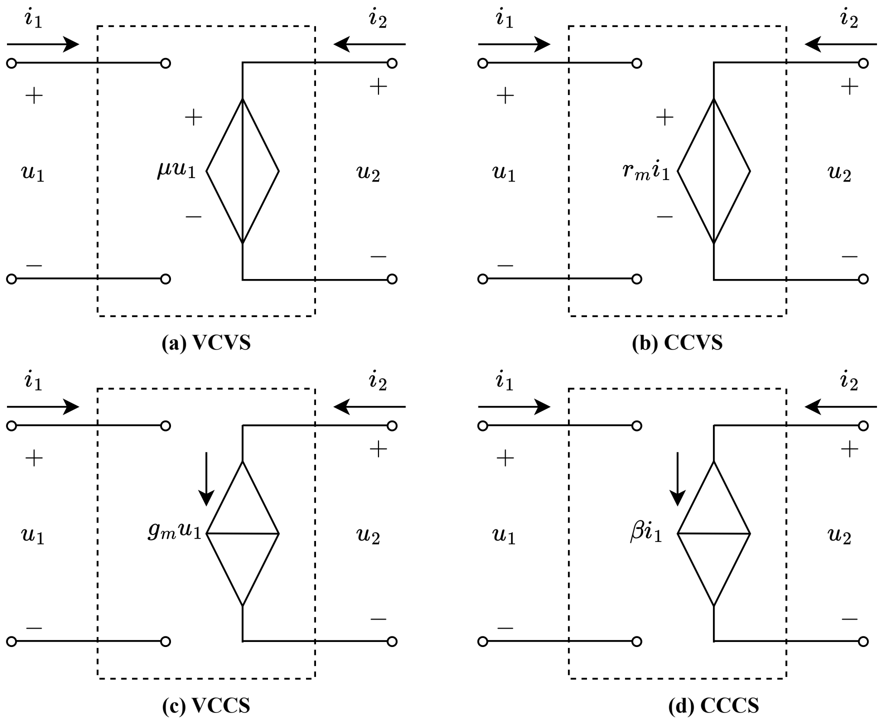


图 2.1: 受控电源电路符号

图 2.1 中，控制量 u_1 和 i_1 分别是电路其它部分任意两点间的电压或电流；μ 是一个无量纲常数，称为电压放大倍数（转移电压比）；r_m 是电阻量纲常数，称为转移电阻；g_m 是电导量纲常数，称为转移电导；β 是无量纲常数，称为电流放大倍数（转移电流比）。

分析含受控源电路时需要注意，受控源性质和独立源有本质差别，不应简单等同。

§ 2.3 基尔霍夫定律

Theorem. 1 (基尔霍夫电流定律, KCL):

基尔霍夫电流定律（Kirchhoff's Current Law，KCL）表示，在任意时刻，电路中流入任一节点的电流代数和都为 0。

$$\sum i(t) = 0,\ \forall\, t \tag{2.5}$$

KCL 不仅适用于节点，对含多个端子的子电路也适用，称为广义 KCL。此定律本质上是是电流连续性 $\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} = 0$。

n 节点电路含 $n-1$ 个独立的电流节点方程，构成第一方程组。

Theorem. 2 (基尔霍夫电压定律, KVL):

基尔霍夫电压定律（Kirchhoff's Voltage Law，KVL）表示，在任意时刻，沿任意回路的电压降（代数和）为 0。

$$\sum u(t) = 0,\ \forall\, t \tag{2.6}$$

此定律本质上是法拉第电磁感应定律 $\oint \boldsymbol{E}\mathrm{d}\boldsymbol{l} = -\frac{\partial \phi_B}{\partial t} = 0$。

n 节点 p 支路的电路含有 $p-n+1$ 个独立的回路方程（即最小网格数），构成第二方程组。

§ 2.4 电路等效变换

2.4.1 电阻等效变换

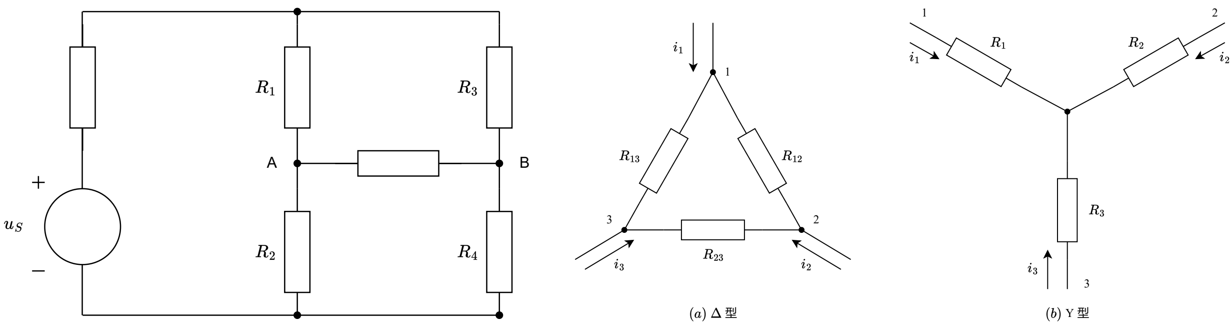
平衡电桥：

如图 2.2 (a)，当 $\frac{R_1}{R_2}=\frac{R_3}{R_4}$ 时，$\varphi_A=\varphi_B$，AB 段无电流通过。

Y-Δ 等效变换：

如图 2.2 (b)，一般情况见下面公式。特别地，当三个电阻都相等时，我们有 $R_\Delta=3R_Y$。

$$\boxed{\begin{array}{l}\text{由 Y 求 }\Delta\text{：}\quad R_{12}=R_1+R_2+\frac{R_1R_2}{R_3},\quad R_{13}=R_1+R_3+\frac{R_1R_3}{R_2},\quad R_{23}=R_2+R_3+\frac{R_2R_3}{R_1}\\ \text{由 }\Delta\text{ 求 Y：}\quad R_1=\frac{R_{12}R_{13}}{R_0},\quad R_2=\frac{R_{21}R_{23}}{R_0},\quad R_3=\frac{R_{31}R_{32}}{R_0},\quad R_0=R_{12}+R_{13}+R_{23}\end{array}} \tag{2.7}$$



(a) 平衡电桥 **(b) Y-Δ 等效变换**

图 2.2: 平衡电桥与 Y-Delta 等效变换

2.4.2 电源等效变换

含电阻和受控源的二端网络一般可等效为一个电阻。由于电路性质只与电路内部结构和参数有关，与外接激励无关，因此无论是外接独立电压源，还是外接独立电流源，都可以求出等效电阻。

独立源等效替换：

如图 2.3 (a)，当满足下式时，两者可以等效替换（注意变换前后的电流方向！）。

$$U_S=I_SR_S\ \text{ 或 }\ I_S=\frac{U_S}{R_S} \tag{2.8}$$

例如，将电流源等效为电压源时，保持 R_S 不变，令 $U_S=I_SR_S$ 即可；将电压源等效为电流源时，保持 R_S 不变，令 $I_S=\frac{U_S}{R_S}$ 即可。

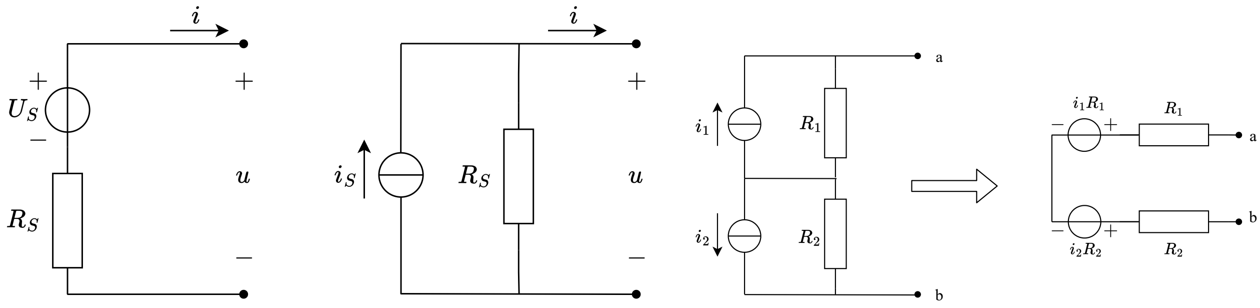
受控源可以像独立源一样进行等效变换，但要注意以下几点：

(1) 对受控源作等效变换时，如果变换只对受控量进行，则变换后仍是受控源，同时，不能将控制量所在支路变换掉

(2) 当控制量与受控制量包含在一个二端网络内部时，可将此二端网络等效为一个电阻

独立电流源串联：

如图 2.3 (b) 所示，两个独立电流源串联，可以分别将其等效为独立电压源，等效仍成立。



(a) 实际独立源等效变换、独立电流源串联 **(b) 独立电流源串联**

图 2.3: 实际独立源等效变换、独立电流源串联

独立电压源并联：

如图 **??** 所示，两个独立电压源并联，可以分别将其等效为独立电流源，处理并联关系后转换为电压源，最终得：

$$U=\frac{\frac{U_1}{R_1}+\frac{U_2}{R_2}}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}}=\frac{R_2U_1+R_1U_2}{R_1+R_2},\quad R=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2} \tag{2.9}$$

（缺图：独立电压源串联）

最大功率传输：

大多数仅含独立源和线性电阻的电路都可等效为一个实际独立电压源（内阻 R_S）外接一个负载电阻 R_L，则当且仅当 $R_S=R_L$ 时，R_L 有最大功率。

$$P_L=P_L(R_L)=\left(\frac{U_S}{R_S+R_L}\right)^2R_L,\ P_{L,\max}=P_L(R_S)=\frac{U_S^2}{4R_S} \tag{2.10}$$

元件与电压源并联：

如图 2.4 所示。理想电压源两端并联一个元件或一个网络，对电压源外部仍等效为一个理想电压源，即并联的这个元件或网络对原本的外电路求解没有任何影响。[②]

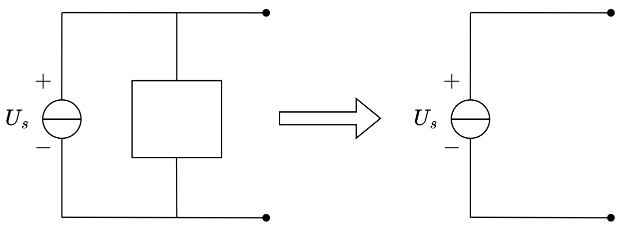


图 2.4: 元件与电压源并联

例如，理想电压源 U_s 的两端并联了一个电阻，对外等效结果是这个电阻不起作用。

元件与电流源并联：

类似地，理想电流源串联一个元件或一个网络，对电流源外部仍等效为一个理想电压源，即串联的这个元件或网络对原电路求解没有任何影响。[③]

[②]例题见习题集：例 2-6

[③]例题见习题集：例 2-7

§ 2.5 运算放大器

2.5.1 运算放大器 OPA 及其电气特性

运算放大器（operational amplifier, Op Amp, OPA），简称运放，是一种性质特殊的多端集成电路，可视为电压放大器。借助 OPA，可实现模拟信号的各种数学运算。

在图 2.5 中，OPA 的国标电路符号如图 (a) 所示，简化符号如图 (b) 所示，过去也惯用符号图 (c)。

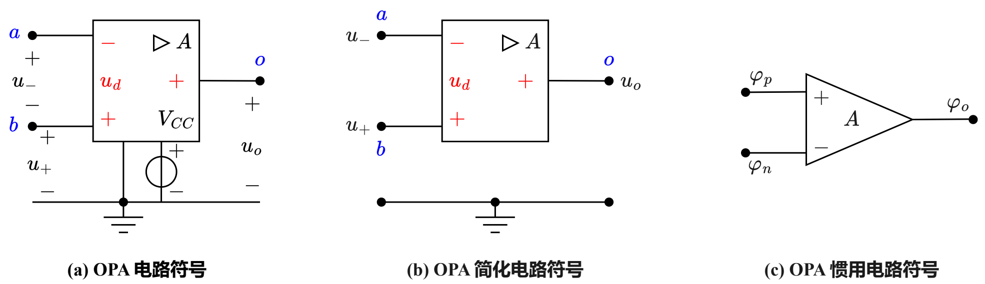


图 2.5: OPA 示意图

其中，a 接线端称为反相输入端（inverting input），用 u_- 表示；b 接线端称为同相输入端（noninverting input），用 u_+ 表示；o 接线端称为输出端（output），用 u_o 表示; V_{CC} supply voltage, working voltage），向 OPA 提供直流电压以保证其正常工作；接地端 ground 并非大地，而是电源 V_{CC} 的公共参考零点；参数 A 为开环放大倍数。需要注意，在图 2.5 (b) 中，因为省略了电源部分，所以包围 OPA 的封闭曲线不满足广义 KCL。

OPA 的主要电气参数包括：

(1) V_{CC} : 供电电压（supply voltage）

(2) A : 差模电压增益（diffrential mode voltage gain），在开环情况下[④]满足 $u_o = Au_d = A(u_+ - u_-)$，$A$ 因元件和温度而变，通常在 $10^5 \sim 10^8$ 之间。

(3) R_i : 输入电阻（input resistance），u_- 和 u_+ 端的等效电阻，基本上在 MΩ 量级。

(4) R_o : 输出电阻（output resistance），u_o 和接地端的等效电阻，基本上在 Ω 量级。

(5) U_{sat} : 饱和电压（saturate voltage），一般比 V_{CC} 低两 V 左右。

OPA 仅在线性区内满足 $u_o = Au_d$，实际与近似输入输出曲线如图 2.6 所示，在非线性区对外相当于一个独立电压源，称为正向（负向）饱和区。事实上，线性区是一个相当小的范围，例如 $A = 10^5$，$U_{\text{sat}} = 13$ V，则 $U_{\text{ds}} = 0.13$ mV。

影响 OPA 的其它电气参数还包括输入失调电压、输入失调电流、输入偏置电流、压摆率（或转换速率）、增益宽带积、共模抑制比、静态功耗等。我们会在后续的模电课程中讨论它们对 OPA 的具体影响。

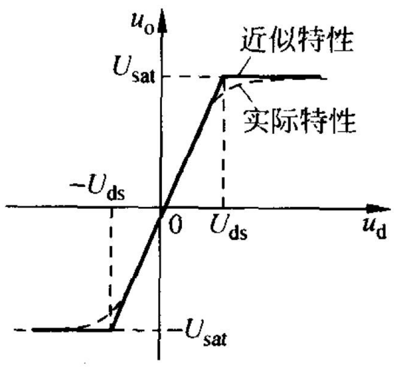
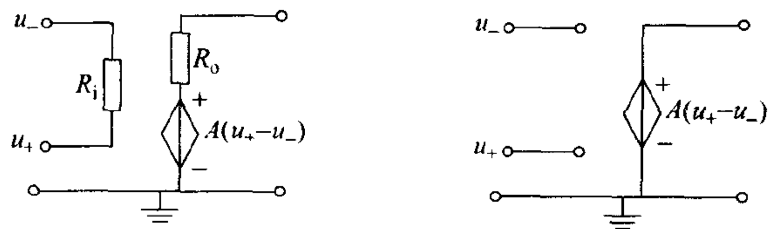


图 2.6: OPA 输入输出曲线

由此可得出低频直流情形下 OPA 的低频受控源模型，如图 2.7 (a) 所示。特别地，当电路电阻都在 KΩ 量级时，从工程的角度来看，可认为 $R_i = \infty$ 而 $R_o = 0$，如图 2.7 (b) 所示。

[④]（无输入引回到输出, diffrential mode）



(a) 运算放大器的低频受控源模型 (b) 运算放大器的低频简化受控源模型

图 2.7: OPA 的低频受控源模型

为了使 OPA 在多种场合可以正常使用，我们需要将一部分输出引回到输入，这种电路连接方式称为反馈（feedback）。将部分输出引到 u_- 端，使得 u_- 升高，进而抑制信号放大，可以构成负反馈；将部分输出引到 u_+ 端，使得 u_+ 升高，进而促进信号放大，可以构成正反馈。

先讨论一个负反馈的例子，如图 2.8 所示，求电压放大倍数 $\frac{u_o}{u_i}$。

注意这里 $u_+ = 0$ 而 $u_- = u_i$，列出 KVL:

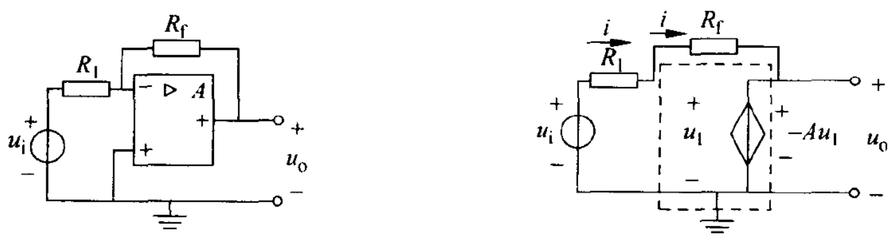
$$u_i - iR_1 = u_1, \quad u_1 - iR_f = -Au_1 \Longrightarrow I = (1+A)\frac{u_1}{R_f} \tag{2.11}$$

$$\Longrightarrow \frac{u_o}{u_i} = \frac{-Au_1}{u_i} = \frac{-Au_1}{u_1 + iR_1} = \frac{-A}{1+(1+A)\frac{R_1}{R_f}} = \frac{-AR_f}{AR_1 + (R_1 + R_f)} \tag{2.12}$$

当电路电阻在 KΩ 量级，工程上可以认为：

$$\frac{u_o}{u_i} = -\frac{AR_f}{AR_1} = -\frac{R_f}{R_1} \tag{2.13}$$

这样，信号放大倍数与 A 无关，只需调整电阻值，即可得到合适的放大倍数。负反馈在保证 OPA 工作在线性区至关重要，同时，负反馈也可以很好的减弱噪声对输出信号的影响。有时希望 OPA 工作于饱和区，就需要引入正反馈。不加任何反馈的 OPA 也可用作电压大小的比较器。



(a) 负反馈运算放大器电路 (b) 负反馈运算放大器的简化含受控源电路模型

图 2.8: 负反馈 OPA 电路

2.5.2 理想放大器 IOPA

理想限制条件：

一个 OPA 称为理想放大器（ideal operational amplifier, IOPA）如果它同时满足 $R_i = \infty$, $R_o = 0$, $A = \infty$[5]，其输入输出曲线如图 2.9 所示，用数学公式表示为：

$$\begin{cases} u_o \in (-U_{\text{sat}},\ +U_{\text{sat}}), & u_+ - u_i = 0 \\ u_o = +U_{\text{sat}}, & u_+ - u_i > 0 \\ u_o = -U_{\text{sat}}, & u_+ - u_i < 0 \end{cases} \tag{2.14}$$

对 IOPA 而言，始终有 $i_- = i_+ = 0$（因为 $R_i = \infty$），称为两条支路分别“虚断”。由于本小节讨论的 IOPA 始终处于线性区，因此有 $u_+ - u_- = 0 \Longrightarrow u_+ = u_-$，称为两点“虚短”。

[5] 在模电课程中还会讨论 IOPA 的其它限制条件

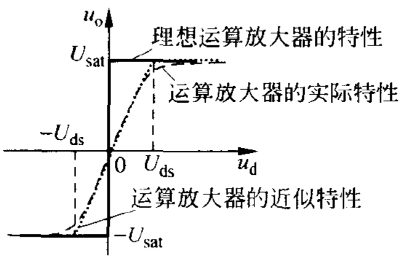


图 2.9: IOPA 输入输出曲线

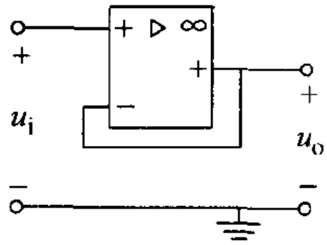


图 2.10: 电压跟随器

2.5.3 含 IOPA 的常见电路

下面我们给出一些含 IOPA 的电路，在应用“虚断”、“虚断”下，推导是容易的，因此我们仅给出其电气特性而不给具体推导过程，除非某个推导较为困难。需要注意，运用“虚断”的前提是 OPA 的输入电阻 $R_i = \infty$，运用“虚短”的前提是放大倍数 $A = \infty$。在实际应用或解题时，必须验证输出电压 u_o 是否在线性区内，否则“虚短”不再成立，且输出 $u_o = \pm U_{\text{sat}}$ 。

求输入电阻时，用加压求流法，也即已知输入电压 u_i，求输入电流 i_i，由 $u_i = i_i R_i$ 即得输入电阻。求输出电阻时，将独立源置零（这里电压源短路，成为导线），然后加流求压，由 $u = iR_o$ 得输出电阻。

表 2.2: 常见的含 OPA 电路

名称	输入电阻 R_i	输出电阻 R_o	输出电压 u_o	专门特性
电压跟随器	∞	0	u_i	保电压，隔电路
同相比例放大器	∞	0	$(1+\frac{R_1}{R_2})u_i$	放大电压
反相比例放大器	R_1	0	$-\frac{R_f}{R_l}u_i$	缺点是 $R_i = R_1$
反相加法器	$R_{i,k} = R_k,\ k = 1,2,3$	0	$-R_f\left(\frac{u_1}{R_1}+\frac{u_2}{R_2}+\frac{u_3}{R_3}\right)$	-
减法器	$R_{i,1} = R_1, R_{i,2} = R_2 + R_M$	0	$-\frac{R_f}{R_1}u_1 + \frac{1+\frac{R_f}{R_1}}{1+\frac{R_2}{R_M}}u_2$	并减串加
电流源 VCCS	∞	0	$\left(1+\frac{R_L}{R_1}\right)u_i$	$i_o = \frac{u_i}{R_1}$
负电阻	$-\frac{R_1}{R_2}R$	-	$\left(1+\frac{R_2}{R}\right)u_i$	阻值 $-\frac{R_1}{R_2}R$

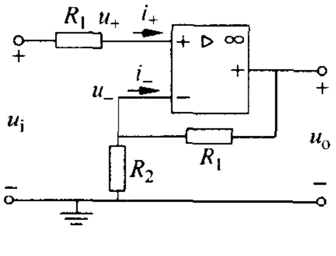
电压跟随器：

电压跟随器可以在保持电压的同时，有效地隔离电路，保持电路的独立性，利于电路设计。

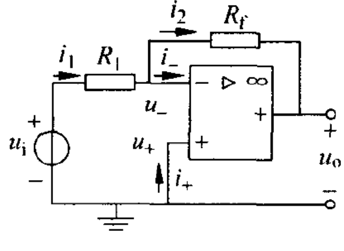
(1) 输入电阻：$R_i = \infty$

(2) 输出电阻：$R_o = 0$

(3) 电压特性：$u_o = u_i$



(a) 同相比例放大器



(b) 反向比例放大器

图 2.11: 比例放大器

同相比例放大器：

同相比例放大器能够放大输入信号，优点是输入电阻为 ∞ 且输出电阻为 0.

(1) 输入电阻：$R_i = \infty$

(2) 输出电阻：$R_o = 0$

(3) 电压特性：$u_o = (1 + \frac{R_1}{R_2})u_i$

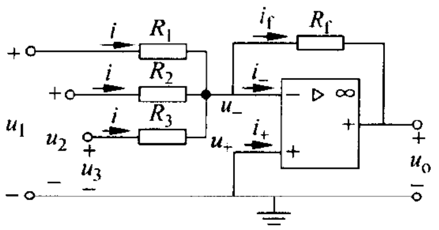
反相比例放大器：

反相比例放大器的缺点是输入电阻为 R_1 非无穷。

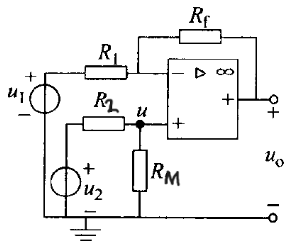
(1) 输入电阻：$R_i = R_1$

(2) 输出电阻：$R_o = 0$

(3) 电压特性：$u_o = -\frac{R_f}{R_l}u_i$



(a) 反相加法器



(b) 减法器

图 2.12: 反相加法器与减法器

反相加法器：

反相加法器的输入电阻平凡（非无穷），输出电阻为 0。

(1) 输入电阻：$R_{i,1} = R_1$，$R_{i,2} = R_2$，$R_{i,3} = R_3$

(2) 输出电阻：$R_o = 0$

(3) 电压特性：$u_o = -R_f\left(\frac{u_1}{R_1} + \frac{u_2}{R_2} + \frac{u_3}{R_3}\right)$

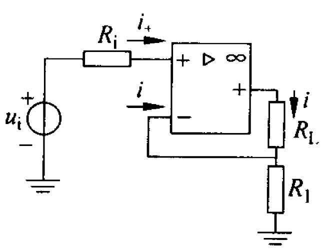
减法器：

可以发现，减法器是在加法器的基础上，改变了 u_+ 端的电压而得。同理，向 u_- 端并联电压源，或往 u_+ 端串联电压源，可以得到更普适的加减法器。但不能得到同相加法器，因为存在输入电阻为 0 的端口。

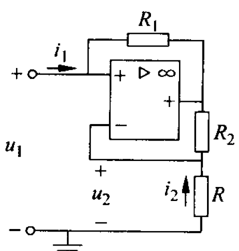
(1) 输入电阻：$R_{i,1} = R_1$，$R_{i,2} = R_2 + R_M$

(2) 输出电阻：$R_o = 0$

(3) 电压特性：$u_o = -\frac{R_f}{R_1}u_1 + \frac{1+\frac{R_f}{R_1}}{1+\frac{R_2}{R_M}}u_2$



(a) 压控电流源 VCCS



(b) 负电阻

图 2.13: 压控电流源 VCCS 和负电阻

压控电流源 VCCS:

当输出电压 u_o 在线性区时（受 u_i 和负载 R_L 影响），构成一个压控电流源。

(1) 输出电流（负载电流）：$i_o = \frac{u_i}{R_1}$

(2) 输入电阻：$R_i = \infty$

(3) 输出电阻：$R_o = 0$（R_L 两端是输出端）

(4) 电压特性：$u_o = (1 + \frac{R_L}{R_1})u_i$

负电阻:

当输出电压 u_o 在线性区时，构成一个负电阻（即输入电阻），在这里不存在输出电阻的概念。

(1) 负电阻值（输入电阻）：$R_i = -\frac{R_1}{R_2}R$

(2) 电压特性：$u_o = (1 + \frac{R_2}{R})u_i$

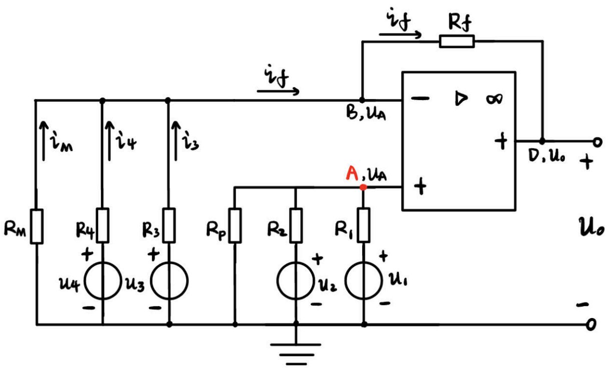
2.5.4 其它含 OPA 的电路

电压比较器、正反馈 IOPA、滞回比较器等，详见教材 [1, Page 66]。

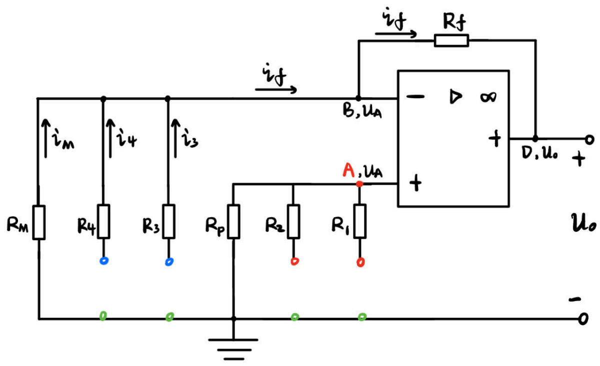
2.5.5 自设计线性运算器

图 2.14 是在加法器、减法器的基础上，自己设计的线性运算器，它可以实现任意数量的输入（电压）信号的任意线性运算。事实上，在此线性运算器中，电阻 R_M 和电阻 R_P 是关键，因为在正相信号间的比例、反相信号间的比例分别确定时，这两个电阻实现了正信号和负信号之间的比例调整，使得最终输出的正、负信号可以任意大或任意小（最小即为 0，不占任何比例）。

图中，红色端是加法信号，蓝色端是减法信号，绿色端为公共地（可只保留一个）。



(a) 线性运算器电路图



(b) 接线端示意图

图 2.14: 自设计线性运算器

我们先研究图 2.14 (a) 的输出特性，再讨论如果没有电阻 R_M 或 R_P，输出电压会受到什么限制。输出电压的推导是简单的，先考虑点 A 的电势 u_A，求得：

$$u_A = \frac{\frac{u_1}{R_1} + \frac{u_2}{R_2}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_p}} \tag{2.15}$$

u_A 的推导，除了列 KCL, KVL 硬解之外，还可以这样：先将 R_p 断路，这样 u_2, R_2, u_1, R_1 构成并联的两个实际电压源（自带电阻），容易求得此时点 A 的电势 u_A，并做数学上的形式变换：

$$u_A = \frac{R_2u_1 + R_1u_2}{R_1 + R_2} = \frac{\frac{u_1}{R_1} + \frac{u_2}{R_2}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} \tag{2.16}$$

于是，我们再并联一个实际电压源 P 后，由数学上直接推广，可以得到 u_A 为：

$$u_A = \frac{\frac{u_1}{R_1} + \frac{u_2}{R_2} + \frac{u_p}{R_p}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_p}} \tag{2.17}$$

再令 $u_p = 0$，即得图 2.14 中的原始 u_A。

再考虑左侧的电流组，并利用虚断：

$$\begin{cases} i_3 = \frac{1}{R_3}(u_3 - u_A) \\ i_4 = \frac{1}{R_4}(u_4 - u_A) \\ i_m = \frac{1}{R_m}(0 - u_A) \\ i_f = i_3 + i_4 + i_m \end{cases} \implies u_o = u_A - R_f i_f = u_A - R_f\left(i_3 + i_4 + i_m\right) \tag{2.18}$$

$$\implies u_o = u_A - R_f\left[\frac{u_3}{R_3} + \frac{u_4}{R_4} - u_A\left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_m}\right)\right] \tag{2.19}$$

$$= \left[1 + R_f\left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_m}\right)\right]u_A - R_f\left(\frac{u_3}{R_3} + \frac{u_4}{R_4}\right) \tag{2.20}$$

代入 u_A，整理得到：

$$\boxed{u_o = \frac{1 + \frac{R_f}{R_m}\left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}\right)}{\frac{1}{R_p} + \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)} \cdot \left(\frac{u_1}{R_1} + \frac{u_2}{R_2}\right) - R_f \cdot \left(\frac{u_3}{R_3} + \frac{u_4}{R_4}\right)} \tag{2.21}$$

这样，对于所有加法信号，可以通过 R_1, R_2 间的比例来调整它们在加法中的输出比例，类似地，减法信号通过 R_3, R_4 间的比例来调整它们在减法中的输出比例。最后通过 R_f, R_m, R_p 来调整加法、减法之间的输出比例。在 R_f, R_m, R_p 都可变时，易证（减法占比）$R_f \in [0,\ \infty)$，（加法占比）$\frac{1+R_f\left(\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_4}+\frac{1}{R_m}\right)}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_p}} \in [0,\ \infty)$，于是全部系数都具有任意性，此线性运算器能够实现任意的线性运算。

上面的电路容易推广到任意输入信号个数的情形。假设有 m 个加法信号 $u_{s_1}, \dots, u_{s_m}$，它们对应的串联电阻分别 $R_{s_1}, \dots, R_{s_m}$；以及 n 个减法信号 $u_{r_1}, \dots, u_{r_n}$，它们对应的串联阻值分别 $R_{r_1}, \dots, R_{r_n}$。直接由数学上推广出去，得到输出电压 u_o 的表达式为：

$$\boxed{u_o = \left(\frac{1 + \frac{R_f}{R_m} + R_f \sum\limits_{i=s_1}^{i=s_m} \frac{1}{R_i}}{\frac{1}{R_p} + \sum\limits_{i=r_1}^{i=r_n} \frac{1}{R_i}}\right) \cdot \sum_{i=s_1}^{i=s_m} \frac{u_i}{R_i} - R_f \cdot \sum_{i=r_1}^{i=r_n} \frac{u_i}{R_i}} \tag{2.22}$$

此线性运算器的具体仿真示例见 Homework 3.

2.5.6 自设计线性运算器的两个关键电阻

回到刚刚的问题，在图 2.14 (a) 中，考虑没有电阻 R_p 的情况，也即令 $R_p = \infty$。此时，对于给定的 R_1, R_2, R_3, R_4，减法总系数范围仍为 $[0,\ \infty)$，但加法的总系数范围却是 $[\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2},\ \infty)$。

考虑两个电阻都没有的情况，令 $R_p = R_m = \infty$，则减法部分总系数为 1 不可改变，加法的总系数范围 $[\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2},\ \infty)$

2.5.7 OPA 实现指数对数乘法除法积分微分运算

利用二极管可以实现指数和对数运算，乘法和除法由对数运算、线性运算、指数运算依次复合而成，引入电容可以实现积分、微分运算，详见 知乎：运算放大器的典型应用 (https://zhuanlan.zhihu.com/p/628064125)，这里不再赘述。特别地，引入电感还可以实现信号的相位移动。

关于 OPA 在 Multisim 中的仿真，可以参考 Bilibili: 工程师看海 (https://space.bilibili.com/82683828) 的视频，以及仿真时的一些细节，我们不多赘述。

§ 2.6 二端口网络

本 section 拓展阅读：

(1) 知乎：二端口网络知识总结 (https://zhuanlan.zhihu.com/p/574470858)

(2) 知乎：从线性代数的角度理解线性二端口网络 (https://zhuanlan.zhihu.com/p/359677789)

(3) 知乎：如何记住二端口 ZYTH 参数？(https://www.zhihu.com/question/357342024/answer/1477595759)

2.6.1 二端口的概念与参数矩阵

一个线性无独立源的四端网络称为二端口网络（two-port network）如果它的四个接线端构成两个端口，简称为二端口[⑥]。另外，有唯一公共端的 $n+1$ 端网络可以看作 n 端口网络。大多数时候，我们仅关心二端口的 u-i 关系，其参数定义见表 2.3。

相应地，表中矩阵参数表示的关系为：

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \boldsymbol{G} \cdot \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \boldsymbol{R} \cdot \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} u_1 \\ i_1 \end{bmatrix} = \boldsymbol{T} \cdot \begin{bmatrix} u_2 \\ -i_2 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} u_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \boldsymbol{H} \cdot \begin{bmatrix} u_2 \\ i_1 \end{bmatrix} \tag{2.23}$$

表 2.3: 参数矩阵代表的意义

因变量	自变量	参数矩阵	复参数名称
i_1, i_2	u_1, u_2	电导矩阵 $\boldsymbol{G}$ (conductance parameter)	$\boldsymbol{Y}$ 参数
u_1, u_2	i_1, i_2	电阻矩阵 $\boldsymbol{R}$ (resistance parameter)	$\boldsymbol{Z}$ 参数
u_1, i_1	u_2, i_2	传输矩阵 $\boldsymbol{T}$ (transmission parameter)	$\boldsymbol{T}$ 参数
u_1, i_2	u_2, i_1	混合矩阵 $\boldsymbol{H}$ (hybrid parameter matrix)	$\boldsymbol{H}$ 参数

其中 $\boldsymbol{R}$ 参数的 R_{11} 和 R_{22} 分别两个端口的输入电阻。互易、对称二端口的概念不提，相关总结见图 2.15。多个二端口网络级联[⑦]时，总参数矩阵是各网络参数矩阵的乘积。

需要特别注意的是，$\boldsymbol{T}$ 的互易条件是 $\det T = 1$ 而 $\boldsymbol{H}$ 的互易条件是 $H_{12} + H_{21} = 0$。

二端口吸收的功率 p :

$$p = u_1 i_1 + u_2 i_2 \tag{2.24}$$

2.6.2 输入电阻与输出电阻

Theorem. 3 (戴维宁定理)： 一个含独立电源、线性电阻和受控源的一端口电路，对外可以等效成一个电压源和一个电阻串联，电压等于原电路端口两端的开路电压，电阻等于全部独立源置 0（电压源短路，电流源断路）时的等效电阻。

Theorem. 4 (诺顿定理)： 一个含独立电源、线性电阻和受控源的一端口电路，对外可以等效成一个电流源和一个电阻并联，电流大小等于原电路短路时端口流过的电流，电阻也是等于全部独立源置 0（电压源短路，电流源断路）时的等效电阻。

对二端口网络，计算输入电阻时，将输出端断开；计算输出电阻时，将输入端置零（用一根导线替代电源，若没有电源则相连）。

[⑥]需要注意，许多常见的含 OPA 电路都不构成端口（因为忽略了 OPA 的电源输入）。

[⑦]级联是二端口电路连接方式的一种，常见的连接方式有串联、并联、级联等，在后文会讨论

表 16-1 描述二端口电路的术语和概念

名词术语	基本定义
二端口	二端口网络（二端口电路），简称二端口。二端口有三端网络和四端网络两种形式。某些电路虽有四个引出端钮，但不满足端口条件，只构成四端网络，但不是二端口。二端口用图形“”表示。本章二端口由线性电阻、电感（含耦合电感）、电容和受控源组成，规定二端口内不含独立源且为零状态
二端口的方程	二端口的输入端口与输出端口上的电压、电流 u_1、i_1、u_2、i_2 之间关系的方程
二端口的参数	二端口方程中的系数称为二端口的参数，描述了端口的特性，它只与二端口内部的元件结构、元件值、工作频率有关，与外电路无关
二端口的转移函数	二端口的输出量与输入量的象函数之比称二端口的转移网络函数（简称转移函数，又称传递函数），它与网络函数 $H(s)$ 中的转移函数相同

表 16-2 二端口网络的参数方程的相量形式

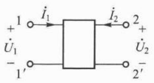
二端口相量模型	参数名称		参数方程的一般形式	方程矩阵	参数矩阵	参数	互易网络条件	电气对称网络条件
 本章二端口的参数方程的一般形式中电流、电压的参考方向一律按上图标注为准。	开路阻抗参数	Z 参数	$\dot{U}_1=Z_{11}\dot{I}_1+Z_{12}\dot{I}_2$ $\dot{U}_2=Z_{21}\dot{I}_1+Z_{22}\dot{I}_2$	$\begin{bmatrix}\dot{U}_1\\ \dot{U}_2\end{bmatrix}=\boldsymbol{Z}\begin{bmatrix}\dot{I}_1\\ \dot{I}_2\end{bmatrix}$	$\boldsymbol{Z}=\begin{bmatrix}Z_{11} & Z_{12}\\ Z_{21} & Z_{22}\end{bmatrix}$	Z_{11}，Z_{12} Z_{21}，Z_{22}	$Z_{21}=Z_{12}$	$Z_{12}=Z_{21}$ $Z_{11}=Z_{22}$
	短路导纳参数	Y 参数	$\dot{I}_1=Y_{11}\dot{U}_1+Y_{12}\dot{U}_2$ $\dot{I}_2=Y_{21}\dot{U}_1+Y_{22}\dot{U}_2$	$\begin{bmatrix}\dot{I}_1\\ \dot{I}_2\end{bmatrix}=\boldsymbol{Y}\begin{bmatrix}\dot{U}_1\\ \dot{U}_2\end{bmatrix}$	$\boldsymbol{Y}=\begin{bmatrix}Y_{11} & Y_{12}\\ Y_{21} & Y_{22}\end{bmatrix}$	Y_{11}，Y_{12} Y_{21}，Y_{22}	$Y_{21}=Y_{12}$	$Y_{12}=Y_{21}$ $Y_{11}=Y_{22}$
	传输参数 或 一般参数	T 参数 或 A 参数	$\dot{U}_1=A\dot{U}_2-B\dot{I}_2$ $\dot{I}_1=C\dot{U}_2-D\dot{I}_2$	$\begin{bmatrix}\dot{U}_1\\ \dot{I}_1\end{bmatrix}=\boldsymbol{T}\begin{bmatrix}\dot{U}_2\\ -\dot{I}_2\end{bmatrix}$	$\boldsymbol{T}=\begin{bmatrix}A & B\\ C & D\end{bmatrix}$	A，B C，D	$AD-BC=1$	$AD-BC=1$ $A=D$
			$\dot{U}_1=A_{11}\dot{U}_2-A_{12}\dot{I}_2$ $\dot{I}_1=A_{21}\dot{U}_2-A_{22}\dot{I}_2$	$\begin{bmatrix}\dot{U}_1\\ \dot{I}_1\end{bmatrix}=\boldsymbol{A}\begin{bmatrix}\dot{U}_2\\ -\dot{I}_2\end{bmatrix}$	$\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}A_{11} & A_{12}\\ A_{21} & A_{22}\end{bmatrix}$	A_{11}，A_{12} A_{21}，A_{22}	$A_{11}A_{22}-A_{12}A_{21}=1$	$A_{11}A_{22}-A_{12}A_{21}=1$ $A_{11}=A_{22}$
	混合参数	H 参数	$\dot{U}_1=H_{11}\dot{I}_1+H_{12}\dot{U}_2$ $\dot{I}_2=H_{21}\dot{I}_1+H_{22}\dot{U}_2$	$\begin{bmatrix}\dot{U}_1\\ \dot{I}_2\end{bmatrix}=\boldsymbol{H}\begin{bmatrix}\dot{I}_1\\ \dot{U}_2\end{bmatrix}$	$\boldsymbol{H}=\begin{bmatrix}H_{11} & H_{12}\\ H_{21} & H_{22}\end{bmatrix}$	H_{11}，H_{12} H_{21}，H_{22}	$H_{21}=-H_{12}$	$H_{21}=-H_{12}$ $H_{11}H_{22}-H_{21}H_{12}=1$
	（逆）传输参数 或 （逆）一般参数	T'参数 或 B 参数	$\dot{U}_2=A'\dot{U}_1-B'\dot{I}_1$ $\dot{I}_2=C'\dot{U}_1-D'\dot{I}_1$	$\begin{bmatrix}\dot{U}_2\\ \dot{I}_2\end{bmatrix}=\boldsymbol{T'}\begin{bmatrix}\dot{U}_1\\ -\dot{I}_1\end{bmatrix}$	$\boldsymbol{T'}=\begin{bmatrix}A' & B'\\ C' & D'\end{bmatrix}$	A'，B' C'，D'	$A'D'-B'C'=1$	$A'D'-B'C'=1$ $A'=D'$
			$\dot{U}_2=B_{11}\dot{U}_1-B_{12}\dot{I}_1$ $\dot{I}_2=B_{21}\dot{U}_1-B_{22}\dot{I}_1$	$\begin{bmatrix}\dot{U}_2\\ \dot{I}_2\end{bmatrix}=\boldsymbol{B}\begin{bmatrix}\dot{U}_1\\ -\dot{I}_1\end{bmatrix}$	$\boldsymbol{B}=\begin{bmatrix}B_{11} & B_{12}\\ B_{21} & B_{22}\end{bmatrix}$	B_{11}，B_{12} B_{21}，B_{22}	$B_{11}B_{22}-B_{12}B_{21}=1$	$B_{11}B_{22}-B_{12}B_{21}=1$ $B_{11}=B_{22}$
	（逆）混合参数	G 参数	$\dot{I}_1=G_{11}\dot{U}_1+G_{12}\dot{I}_2$ $\dot{U}_2=G_{21}\dot{U}_1+G_{22}\dot{I}_2$	$\begin{bmatrix}\dot{I}_1\\ \dot{U}_2\end{bmatrix}=\boldsymbol{G}\begin{bmatrix}\dot{U}_1\\ \dot{I}_2\end{bmatrix}$	$\boldsymbol{G}=\begin{bmatrix}G_{11} & G_{12}\\ G_{21} & G_{22}\end{bmatrix}$	G_{11}，G_{12} G_{21}，G_{22}	$G_{21}=-G_{12}$	$G_{21}=-G_{12}$ $G_{11}G_{22}-G_{21}G_{12}=1$
说明：1. 对一个具体的二端口网络，不是每一种参数都存在；2. 同一网络可用不同参数描述，各种参数之间可以互相转换；3. 二端口在电气上对称，但并不一定结构对称，二端口结构对称，则一定为对称二端口，此时仅有两个参数独立								

图 2.15: 二端口相关概念

表 16-6 Z 参数、Y 参数、T(A) 参数、H 参数之间的相互转换表

	Z 参数	Y 参数	$T(A)$ 参数	H 参数	说明
Z 参数	$\begin{matrix}Z_{11} & Z_{12}\\ Z_{21} & Z_{22}\end{matrix}$	$\begin{matrix}\frac{Y_{22}}{\Delta_Y} & -\frac{Y_{12}}{\Delta_Y}\\ -\frac{Y_{21}}{\Delta_Y} & \frac{Y_{11}}{\Delta_Y}\end{matrix}$	$\begin{matrix}\frac{A}{C} & \frac{\Delta_T}{C}\\ \frac{1}{C} & \frac{D}{C}\end{matrix}$	$\begin{matrix}\frac{\Delta_H}{H_{22}} & \frac{H_{12}}{H_{22}}\\ -\frac{H_{21}}{H_{22}} & \frac{1}{H_{22}}\end{matrix}$	表中： $\Delta_Z=\begin{vmatrix}Z_{11} & Z_{12}\\ Z_{21} & Z_{22}\end{vmatrix}$，$\Delta_Y=\begin{vmatrix}Y_{11} & Y_{12}\\ Y_{21} & Y_{22}\end{vmatrix}$，$\Delta_T=\begin{vmatrix}A & B\\ C & D\end{vmatrix}$，$\Delta_H=\begin{vmatrix}H_{11} & H_{12}\\ H_{21} & H_{22}\end{vmatrix}$ 1. 表中各参数间的相互转换关系由各参数方程的线性变换推导得出。 2. 表中用四种参数描述同一个二端口，对于一个具体的二端口网络而言，并不一定四种参数同时存在。 3. 四种参数的实际应用： ① 在电子离子管电路中多用 Z 参数； ② 高频电路中多用 Y 参数； ③ 在信号传输电路中多用 $T(A)$ 参数； ④ 在晶体管电路中多用 H 参数
Y 参数	$\begin{matrix}\frac{Z_{22}}{\Delta_Z} & -\frac{Z_{12}}{\Delta_Z}\\ -\frac{Z_{21}}{\Delta_Z} & \frac{Z_{11}}{\Delta_Z}\end{matrix}$	$\begin{matrix}Y_{11} & Y_{12}\\ Y_{21} & Y_{22}\end{matrix}$	$\begin{matrix}\frac{D}{B} & -\frac{\Delta_T}{B}\\ -\frac{1}{B} & \frac{A}{B}\end{matrix}$	$\begin{matrix}\frac{1}{H_{11}} & -\frac{H_{12}}{H_{11}}\\ \frac{H_{21}}{H_{11}} & \frac{\Delta_H}{H_{11}}\end{matrix}$	
$T(A)$ 参数	$\begin{matrix}\frac{Z_{11}}{Z_{21}} & \frac{\Delta_Z}{Z_{21}}\\ \frac{1}{Z_{21}} & \frac{Z_{22}}{Z_{21}}\end{matrix}$	$\begin{matrix}-\frac{Y_{22}}{Y_{21}} & -\frac{1}{Y_{21}}\\ -\frac{\Delta_Y}{Y_{21}} & -\frac{Y_{11}}{Y_{21}}\end{matrix}$	$\begin{matrix}A & B\\ C & D\end{matrix}$	$\begin{matrix}-\frac{\Delta_H}{H_{21}} & -\frac{H_{11}}{H_{21}}\\ -\frac{H_{22}}{H_{21}} & -\frac{1}{H_{21}}\end{matrix}$	
H 参数	$\begin{matrix}\frac{\Delta_Z}{Z_{22}} & \frac{Z_{12}}{Z_{22}}\\ -\frac{Z_{21}}{Z_{22}} & \frac{1}{Z_{22}}\end{matrix}$	$\begin{matrix}\frac{1}{Y_{11}} & -\frac{Y_{12}}{Y_{11}}\\ \frac{Y_{21}}{Y_{11}} & \frac{\Delta_Y}{Y_{11}}\end{matrix}$	$\begin{matrix}\frac{B}{D} & \frac{\Delta_T}{D}\\ -\frac{1}{D} & \frac{C}{D}\end{matrix}$	$\begin{matrix}H_{11} & H_{12}\\ H_{21} & H_{22}\end{matrix}$	

图 2.16: 参数矩阵间的关系与等效电路

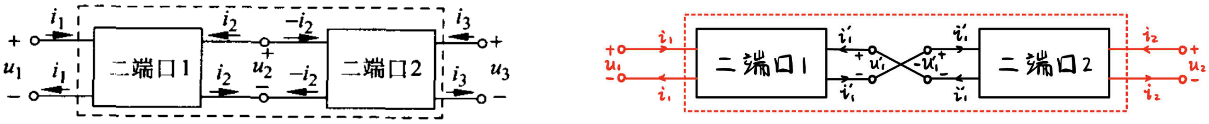
2.6.3 二端口的常见联接方式

必须指出的是，在二端口进行联接时，子二端口的端口条件可能被破坏，称为非正规联接，此时不能应用下面的结论计算电路参数。级联一定是正规联接，但其它联接方法是否正规，需要进行判断。若为白箱，可通过推导判断，若为黑箱，需通过实验验证端口条件，具体的验证方法见参考文献 [2] 的 Page 23，我们不多赘述。

另外，在计算各参数矩阵的值时（尤其是 $\boldsymbol{T}$、$\boldsymbol{H}$ 参数），一定不要忘记在最终数值结果中写上单位。

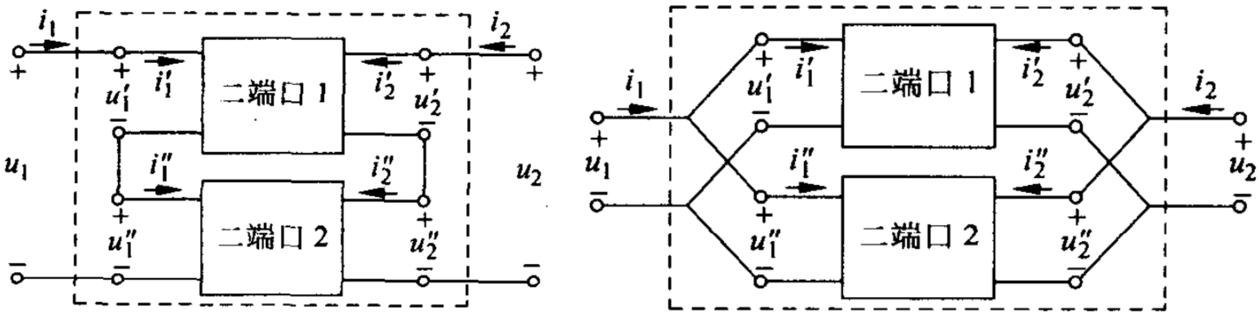
表 2.4: 二端口的六种常见连接方式

连接方式	参数矩阵	连接方式	参数矩阵	连接方式	参数矩阵
级联	$\boldsymbol{T}=\boldsymbol{T_1}\cdot\boldsymbol{T_2}$	串联	$\boldsymbol{R}=\boldsymbol{R_1}\cdot\boldsymbol{R_2}$	串并联	$\boldsymbol{H}=\boldsymbol{H_1}+\boldsymbol{H_2}$
负级联	$\boldsymbol{T}=-\boldsymbol{T_1}\cdot\boldsymbol{T_2}$	并联	$\boldsymbol{G}=\boldsymbol{G_1}\cdot\boldsymbol{G_2}$	并串联	$\boldsymbol{H}^{-1}=\boldsymbol{H_1}^{-1}+\boldsymbol{H_2}^{-1}$



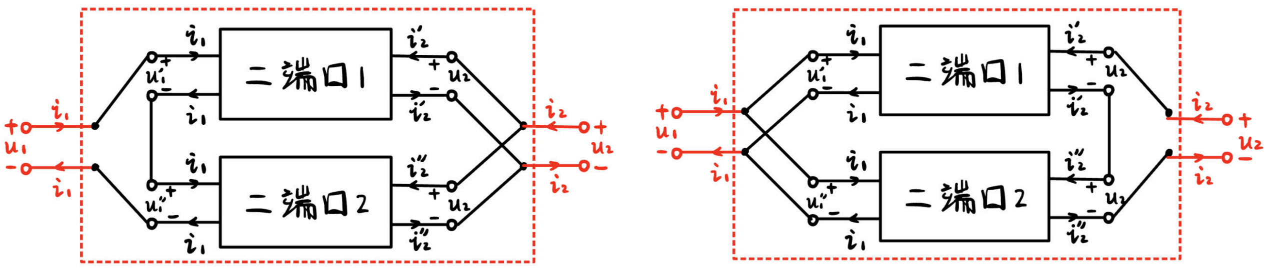
(a) 级联 (b) 负级联

图 2.17: 二端口级联、负级联



(a) 串联 (b) 并联

图 2.18: 二端口串联、并联



(a) 串并联 (b) 并串联

图 2.19: 二端口串并联、并串联

2.6.4 参数矩阵间的转换与等效电路

$\boldsymbol{G}$ 与 $\boldsymbol{R}$ 矩阵之间满足 $\boldsymbol{G}^{-1}=\boldsymbol{R}$（如果可逆），其它关系见图 2.16。

不含独立源的二端口网络一定可以被等效，满足所需的参数矩阵相同即可。特别地，若二端口满足互易条件，则可以等效为一个三电阻电路。特别注意，$\boldsymbol{T}$ 参数等效时 $R_T=\frac{1}{T_{21}}\neq\frac{1}{T_{21}}$。

$$\begin{array}{ccc} \boldsymbol{R}\text{ 互易, T 型等效} & \boldsymbol{G}\text{ 互易, }\pi\text{ 型等效} & \boldsymbol{T}\text{ 互易, T 型等效} \\ \begin{cases} R_T=R_{12}=R_{21} \\ R_1=R_{11}-R_T \\ R_2=R_{22}-R_T \end{cases}, & \begin{cases} G_\pi=-G_{12}=-G_{21} \\ G_1=G_{11}-G_\pi \\ G_2=G_{22}-G_\pi \end{cases} & \begin{cases} R_T=\frac{1}{T_{21}} \\ R_1=R_T(T_{11}-1) \\ R_2=R_T(T_{22}-1) \end{cases} \end{array} \tag{2.25}$$

普遍的等效需要受控源，参数 $\boldsymbol{G}$ 和 $\boldsymbol{S}$ 的等效详见参考文献 [1] Page 79，这里只提 $\boldsymbol{T}$ 和 $\boldsymbol{H}$ 如何等效。等效的思路是相同的，都是得到两个因变量的表达式，一个端口各一个（例如 (u_1, u_2) 或者 (u_1, i_2)），这样便将电路分为了两部分，分别用受控源和电阻进行等效即可。

已知 $\boldsymbol{T}$ 参数时，依据参数转换关系求出 $\boldsymbol{H}$ 参数，以得到表达式 $u_1 = u_1(u_2, i_1), i_2 = i_2(u_2, i_1)$，此时可以等效为右图电路。

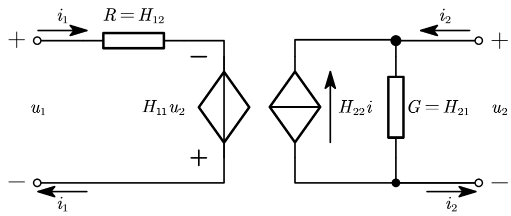


图 2.20: $\boldsymbol{H}$ 参数等效电路

§ 2.7 MOSFET（金属氧化物半导体场效应晶体管）

2.7.1 MOSFET 基本概念

MOSFET standing for Metal Oxide Semiconductor Field Effect Transistor，它是数字电路的核心元素。小功率 FET 有 JFET、MOSFET，大功率 FET 有 VDMOS、IGBT 等，本课程主要面向 MOSFET[⑧]。

图 2.21 是一个 N-MOS 的示意图（ANSI 标准），三个接线端分别称为栅极 G、源级 S 和漏级 D。由于 MOSFET 结构上的特点，没有电流流经栅极 G，因此可以把 D-S 看作一个二端元件，研究其伏安特性曲线 VCR。栅极和源级之间的电压 u_{GS} 会对 VCR 产生影响，主要表现为 D-S 开路（称为截止区）或非开路。在非开路情况下（u_{GS} 超过阈值电压），u_{DS} 会影响通过的电流 i_{DS}。总而言之，MOS 管可视为一个非线性的 VCVS。

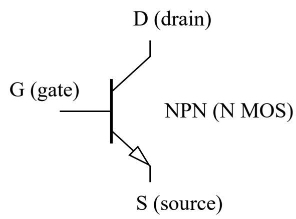


图 2.21: N-MOS 示意图

2.7.2 MOSFET 外特性

MOS 的外特性总结如下：

(1) 阈值电压 U_T: 使得 D-S 之间不再开路的电压阈值称为阈值电压（典型值为 1 V）

(2) 绝缘性：栅极 G 与其它电极绝缘，有 $i_{\mathrm{GS}} = i_{\mathrm{GD}} = 0$。

(3) 最大电流 $i_{\mathrm{DS,max}}$：在非开路情况下，$i_{\mathrm{DS,max}} = \frac{K}{2}(u_{\mathrm{GS}} - U_T)^2$，其中 K 为常数（典型值 1 mA · V^{-2}）。

(4) 导通电阻 R_{ON}: 在线性区时，MOS 管在 D-S 端体现出的电阻大小。

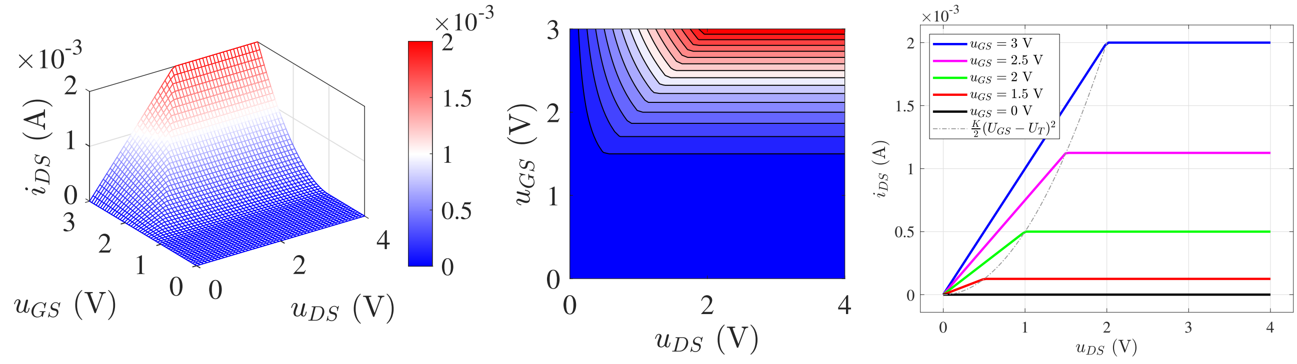
(5) 电流特性 i_{DS}: MOS 管的电流特性可采取如下近似模型

$$i_{\mathrm{DS}} = \begin{cases} 0 & u_{\mathrm{GS}} < U_T \\ \frac{K}{2}(u_{\mathrm{GS}} - U_T)^2 \cdot \frac{u_{\mathrm{DS}}}{(u_{\mathrm{GS}} - U_T)} & u_{\mathrm{GS}} \geq U_T \ \&\ u_{\mathrm{DS}} < u_{\mathrm{GS}} - U_T \\ \frac{K}{2}(u_{\mathrm{GS}} - U_T)^2 & u_{\mathrm{GS}} \geq U_T \ \&\ u_{\mathrm{DS}} \geqslant u_{\mathrm{GS}} - U_T \end{cases} \tag{2.26}$$

例如，$U_T = 1$ V，$K = 1$ mA · V^{-2} 时，N 沟道增强型 MOSFET 的电流特性如图 2.22 所示[⑨]。

[⑧]后文所说的 MOS 一般指 N 沟道增强型 MOSFET（N Channel Power MOSFET），名称应拆解为 N 沟道、增强型、MOS、FET，与 N 沟道对应的有 P 沟道，与增强型对应的有耗尽型，与 MOS 对应的有结型，与 FET 对应的是有 BJT（双极型晶体管）

[⑨]Matlab 源码见附录 C.1

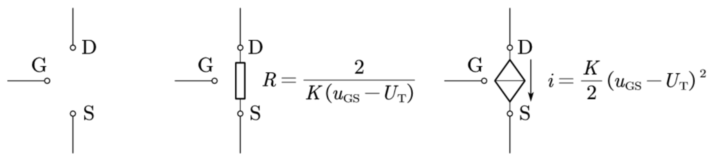


(a) $i_{\mathrm{DS}}=i_{\mathrm{DS}}(u_{\mathrm{DS}},u_{GS})$ **的函数图像** **(b) 在给定** U_{GS} **下** $i_{\mathrm{DS}}=i_{\mathrm{DS}}(u_{\mathrm{DS}})$ **的函数图像**

图 2.22: N 沟道增强型 MOSFET 的 i_{DS} **电流特性**

2.7.3 MOSFET 等效电路

依 MOS 管的外特性，可分为三个区，截止区、线性区和恒流区，分别对应三个等效电路，如下图所示：



(a) 截止区 **(b) 线性区** **(c) 恒流区**

图 2.23: MOS 管等效电路

§ 2.8 数字系统

2.8.1 数字化的必要性

数字化就是离散化：时间离散化和数值离散化。离散化可视为一定形式的特征提取，将一定范围内的信号值集总为一个值。数字化后，信号处理变得丰富多彩，且极大的削弱了噪声的影响。除了无法实现放大、振荡等少数信号处理方法，滤波、变频、调制解调都可以通过数字电路实现。数据压缩、解编码等在模拟系统中难以实现的信号变化功能在数字系统中很容易实现。

但也有一些场合不适合或无法数字化，例如放大器、振荡器、ADC 和 DAC 模拟端的滤波器、高频信号数字化成本高、信息处理量极大等情况。

2.8.2 信号的离散化

多数位量化：

最简单的量化是离散为 1 位数字信号（1 个二进制位），即划定电压分界值，电压信号大于此值时取 1，否则取 0。一般情况下，我们将电压范围 $[u_{\min},\ u_{\max}]$ 离散为 2^n 个数值（即划分为 2^n 个区间），共 (2^n+1) 个分界值，类似 linspace$(u_{\min},u_{\max},2^n+1)$，最终得到数字信号 $0,1,2,\cdots,2^n-1$。

并行传输与串行传输：

为了传递 n 位的数字信号，最常见的方法是 n 条线并行传输，每一个时钟周期传输 n 个二进制位，等价于一个模拟信号的离散值；也可以使用串行传输，每 n 个时钟周期传输 n 个二进制位，等价于一个模拟信号的离散值。并行传输的通信速率远远大于串行传输，但在高频系统中，并行信号线之间的串扰问题比较严重。

量化单位 Δ:

量化单位指等距离散后两相邻离散值的距离，记为 Δ，$1\ \Delta = 1\ \mathrm{LSB} = \frac{u_{\max}-u_{\min}}{2^n}$。当 $u_{\min} = 0$ 时，也是离散值为 1 的信号对应的电压值。量化单位越小，量化误差越小，最大量化误差为 $\frac{\Delta}{2}$。

例如，将 [0, 5 V] 的模拟信号离散为 3 位数字信号（3 个二进制位），此时 $1\ \Delta = 0.625\ \mathrm{V}$，最大量化误差为 0.3125 V。

§ 2.9 门电路

第3章　线性电阻电路

§3.1　支路电流法

§3.2　节点电压法

§3.3　回路电流法

§3.4　叠加定理与齐性定理

§3.5　替代定理

§3.6　戴维南定理和诺顿定理

§3.7　特勒根定理

§3.8　互易定理

§3.9　对偶电路和对偶原理

参考文献

[1] 于歆杰，朱佳萍，陆文娟. 电路原理. 清华大学出版社, 北京, 3 2007.

[2] 朱佳萍，于歆杰，陆文娟，刘秀成. 电路原理导学导教及习题解答. 清华大学出版社, 北京, 3 2009.

[3] 朱佳萍，刘秀成，徐福媛. 电路原理学习指导与习题集. 清华大学出版社, 北京, 2 edition, 5 2012.

附录 A: 中英文对照表

表 1: 中英文对照表

English	中文
voltage	电压
current	电流
power	功率
resistance	电阻
conductance	电导
inductance	电感
capacitance	电容
resistor	电阻器
capacitor	电容器
inductor	电感器
frequency	频率
circuit	电路
circuit element	电流元件
signal	信号
circuit analysis	电路分析
circuit synthesis	电路综合
circuit design	电路设计
circuit topology	电路拓扑
electromotive force, e.m.f.	电动势
potential	电势
reference point	参考点
potential rise	电势升
potential drop	电势降
terminal	端纽，接线端
source	源
load	负载
independent source	独立源
independent voltage source	独立电压源
independent current source	独立电流源
excitation	激励
response	响应
n-port network	n 端口网络
instantaneous power	瞬时功率
average value	平均值
average absolute value	绝对平均值
effective value	有效值

表 2: 中英文对照表

English	中文
sinusoidal altering current	正弦交流电流

附录 B　电路原理 Q & A

B.1　第一章

B.2　第二章

B.2.1　二端口互易或对称的意义是什么？

无论是什么参数，互易代表此电路可以被简单的电阻电路所等效，对称则代表交换端口两边的激励，所得输出也会相应交换。

例如，对 $\boldsymbol{R}$、$\boldsymbol{G}$ 和 $\boldsymbol{T}$ 参数而言，若满足互易，则原电路可以等效为由三个电阻构成的新电路（分别是 T、π、T 型），这降低了电路分析和设计的难度。

例如，若某二端口的 $\boldsymbol{R}$ 参数满足互易，则它可以等效为一个 T 型电阻电路。假设现在激励 i_1 加在左侧，i_2 加在右侧，左右侧电压分别为 u_1, u_2，那么我们交换两端的激励，也即 i_2 加在左侧，i_1 加在右侧，相应地，左侧便得到电压 u_2，右侧得到电压 u_1。

B.2.2　具有公共端的三端元件可视为二端口吗？

具有（唯一）公共端的 $n+1$ 端元件可视为 n 端口网络，因此有公共端的三端元件可以视为一个二端口。并且，两个具有公共端的二端口，将公共端并联在一起不会破坏端口条件，将公共端串联在一起也不会破坏端口条件。

B.2.3

B.3　第三章

附录 C. Matlab 代码

C.1 图 2.22 源码

```
% MOSFET 外特性

K = 1 * 10^(-3);
U_T = 1;

i_DS = @(u_DS, u_GS, U_T, K) ...
    (u_GS > U_T).*(   ...
        (u_DS < (u_GS - U_T)) .* K/2.*(u_GS - U_T).*u_DS + (~(u_DS < (u_GS - U_T))) .* K/2.*(u_GS - U_T).^2  ...
    );

u_GS_array = linspace(0, 3, 50);
u_DS_array = linspace(0, 2*(3 - U_T), 100);
Z = zeros(length(u_GS_array), length(u_DS_array));
for i = 1:length(u_GS_array)
    Z(i, :) = i_DS(u_DS_array, u_GS_array(i) , U_T, K);
end

stc = MyMesh(u_DS_array, u_GS_array, Z, 1);
stc.axes_left.XLabel.String =  '$u_{DS}$ (V)';
stc.axes_left.YLabel.String =  '$u_{GS}$ (V)';
stc.axes_left.ZLabel.String =  '$i_{DS}$ (A)';
stc.axes_right.XLabel.String =  '$u_{DS}$ (V)';
stc.axes_right.YLabel.String =  '$u_{GS}$ (V)';
stc.title.String = '';
%MyExport_pdf_modal

stc = MyPlot(u_DS_array, [i_DS(u_DS_array, 3 , U_T, K); i_DS(u_DS_array, 2.5 , U_T, K); i_DS(u_DS_array, 2 , U_T, K); i_DS(u_DS_array, 1.5 , U_T, K); i_DS(u_DS_array, 0 , U_T, K)]);
stc.leg.Interpreter = 'latex';
stc.leg.FontSize = 12;
stc.leg.Location = 'northwest';
stc.label.x.String = '$u_{DS}$ (V)';
stc.label.y.String = '$i_{DS}$ (A)';
stc.axes.Title.String = '';
hold on
p = plot(linspace(0, 2, 40), K/2.*(linspace(0, 2, 40) + 1 - U_T).^2);
p.LineStyle = '-.';
p.LineWidth = 0.8;
p.Color = [0.6, 0.6, 0.6];
stc.leg.String = ["$u_{GS} = 3$ V"; "$u_{GS} = 2.5$ V"; "$u_{GS} = 2$ V"; "$u_{GS} = 1.5$ V"; "$u_{GS} = 0$ V"; "$\frac{K}{2}(U_{GS} - U_{T})^2$"];
%MyExport_pdf
```