

《基础物理实验》预习报告

实验名称: 气轨上弹簧振子的简谐振动及瞬时速度的测定 指导教师: _____

姓名: 丁毅 学号: 2023K8009908031 班级/专业: 2308/电子信息 分组序号: 2-05

实验日期: 2024.12.17 实验地点: 教学楼 716 是否调课/补课: 否 成绩: _____

1 实验目的

- (1) 观察简谐振动现象, 测定简谐振动的周期。
- (2) 求弹簧的倔强系数 k 和有效质量 m_0 。
- (3) 观察简谐振动的运动学特征。
- (4) 验证机械能守恒定律。
- (5) 用极限法测定瞬时速度。
- (6) 深入了解平均速度和瞬时速度的关系。

2 实验仪器

气垫导轨、滑块、附加砝码、弹簧、U 型挡光片、平板挡光片、数字毫秒计、天平等。

3 实验原理

3.1 弹簧振子的简谐运动

在水平的气垫导轨上, 两个相同的弹簧中间系一个滑块, 滑块做往返振动, 若不考虑滑块运动的阻力, 可以认为滑块的振动是理想的简谐振动。

设质量为 m_1 的滑块初始时处于平衡位置, 此时每个弹簧的初始伸长量为 x_0 , 当滑块偏离平衡点 x 时, 受弹性力 $-k_1(x+x_0)$ 与 $-k_1(x-x_0)$ 的作用, 其中 k_1 是弹簧的倔强系数。根据牛顿第二定律, 列出其运动方程: $-kx = m\ddot{x}$, 其中 $k = 2k_1$ 。

式中的 m 与弹簧质量 m_1 并不相同。因为事实上弹簧也是有一定质量的, 这导致了实际的运动并非严格的简谐振动, 而是需要考虑弹簧内部形成的驻波, 详细推导需要采用分离变量法解微分方程, 这里直接给出结果: 若在近似的仍欲采用简谐振动的结论, 则可考虑只取一级近似, 引入“弹簧有效质量” m_0

由一级近似可计算得 $m = m_1 + m_0$, m_0 为弹簧质量的 $\frac{1}{3}$, 这样对应该方程的解为:

$$x = A \sin(\omega_0 t + \varphi_0) \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (1)$$

其中周期与固有频率的关系为

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{m_1 + m_0}{k}} \quad (2)$$

将上式两边平方可以得到

$$T^2 = \frac{4\pi^2 (m_1 + m_0)}{k} \quad (3)$$

在实验中, 我们改变 m_1 , 测出相应的 T , 采用作图法获得 $T - m_1$ 的曲线, 理论上该曲线应为一 条直线, 直线的斜率为 $\frac{4\pi^2}{k}$, 采用最小二乘法可以计算出该直线的斜率, 进而算出劲度系数到 k 的值。同时, 可以从该条直线的截距获取 m_0 的值。也可采用逐差法求解 k 和 m_0 的值。

3.2 简谐运动的运动学特征

运动方程两边同时对时间求导, 即可得到

$$v = \frac{dx}{dt} = A\omega_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0) \quad (4)$$

由此可见, 速度 v 与时间有关, 且随时间的变化关系也为简谐振动, 角频率为 ω_0 , 振幅为 $A\omega_0$, 而且度 v 的相位比位移 x 超前 $\frac{\pi}{2}$

联立 $x-t$ 方程与 $v-t$ 方程, 消去时间 t , 即可得到

$$v^2 = \omega_0^2 (A^2 - x^2) \quad (5)$$

当 $x = A$ 时, $v = 0$; 当 $x = 0$ 时, $v = \pm A\omega_0$, 此时 v 取最大值

本实验可以通过观察 x 和 v 随时间的变化规律, 以及 x 和 v 之间的相位关系。利用拟合的方法算出角频率。

3.3 简谐振动的机械能

在实验中, 任何时刻系统的振动动能为

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v^2 \quad (6)$$

由于此前在第一个实验项目中, 已经测得弹簧的劲度系数为 k , 因此可以直接算得系统的弹性势能为 (以 m_1 位于平衡位置时系统的势能为零)

$$E_p = \frac{1}{2}kx^2 \quad (7)$$

所以系统的机械能为

$$E = E_k + E_p = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 = \frac{1}{2}kA^2 \quad (8)$$

上式中的 k 和 A 均不随时间变化

通过测量滑块 m_1 在不同位置 x 的速度 v , 从而计算弹性势能和振动势能, 并验证他们之间的相互转换关系和机械能守恒定律是否吻合。

3.4 瞬时速度的测量

设变速运动的物体在 Δt 时间中经过的路程为 Δs , 则其平均速度为 $\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$

当 Δt 与 Δs 均趋于 0 时, 平均速度的极限就为物体的瞬时速度。

在实验中, 在倾斜的气轨上, 于 A 点处放置一光电门, 在滑块上先后安装上挡光距离不同的 U 形挡光片, 使各挡光片的第一挡光边距 A 点为 l 。滑块每次自 P 点由静止开始下滑, 分别测出相应的挡光时间 Δt 及挡光距离 Δs 。(设滑块由静止下滑距离 l 后的瞬时速度为 v_0 即第一挡光时滑块的瞬时速度), 则有:

$$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = v_0 + \frac{1}{2}a \cdot \Delta t \quad (9)$$

其中 a 为物体在 A 点附近的加速度本实验可以通过改变挡光距离 Δs 观察平均速度和瞬时速度的关系, 分别画出 $v-t$ 图和 $v-x$ 图, 利用外推法求出瞬时速度。