

# 《基础物理实验》预习报告

实验名称: 杨氏模量与微小量测量      指导教师:

姓名: 丁毅    学号: 2023K8009908031    班级/专业: 2308/电子信息    分组序号: 2-05

实验日期: 2024.11.12    实验地点: 教学楼 710    是否调课/补课: 否    成绩:

## 目录

1	实验目的	2
2	拉伸法	2
2.1	实验仪器与用具	2
2.2	实验原理	2
2.3	实验注意事项	3
2.4	实验步骤	3
3	霍尔法（弯曲法）	3
3.1	实验仪器与用具	3
3.2	实验原理	4
3.3	实验注意事项	5
3.4	实验步骤	5
4	动态悬挂法	5
4.1	实验仪器与用具	5
4.2	实验原理	6
4.3	实验注意事项	6
4.4	实验步骤	6
5	光杠杆法	7
5.1	实验仪器与用具	7
5.2	实验原理	7
5.3	实验注意事项	7
6	数据处理：不确定度与误差传递	7

## 1 实验目的

- (1) 理解测量杨氏模量的静态法和动态法的相关原理, 尤其是前者各种方法对测量微小位移的优缺点;
- (2) 熟悉霍尔位置传感器的特性, 理解传感器相关曲线的意义;
- (3) 了解光杠杆法的原理和适用范围;
- (4) 学会对一些实验器材的规范调节, 比如读数望远镜、读数显微镜等;
- (5) 学习用逐差法、作图法和最小二乘法处理数据;
- (6) 学会计算各物理量的不确定度, 并用不确定度正确表达实验结果。

## 2 拉伸法

### 2.1 实验仪器与用具

CCD 杨氏弹性模量测量仪 (LB-YM1 型、YMC-2 型)、螺旋测微器、钢卷尺等。

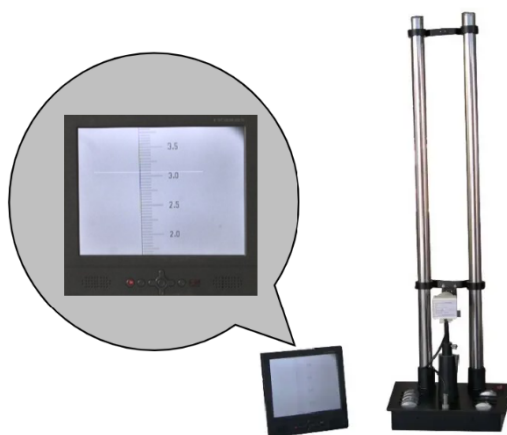


图 1: LB-YM1 型实验装置

其主要技术指标如下: 采用分划板 (刻度范围 4mm, 分度值 0.05mm, 设有限位槽, 可防止来回摆动, 采用 LED 照明) + CCD 测量显微镜系统 (放大倍率 60 倍, 内含电子刻度线, 可二维调节, 可卸下用于其他微小位移测量场合) + 彩色液晶监视器方案。

### 2.2 实验原理

物体在外力作用下都会发生形变。当形变在一定限度内, 撤走外力能恢复原状的形变称为弹性形变。反之撤走外力之后仍有剩余形变, 称为塑性形变。发生弹性形变时, 弹性模量便是反应材料形变与内应力关系的基本物理量。

设柱状物体的长度为  $L$ , 截面积为  $S$ , 沿长度方向受外力  $F$  作用后伸长 (或缩短) 量为  $\Delta L$ , 单位横截面积上垂直作用力  $F/S$  称为正应力, 物体的相对伸长  $\Delta L/L$  称为线应变。胡克定律告诉我们:

$$F/S = Y \frac{\Delta L}{L} \quad (1)$$

其中  $Y$  便称为杨氏模量, 本实验中我们将以显微镜和 CCD 成像系统进行对  $\Delta L$  的测量, 并通过砝码测量外力, 通过钢卷尺测量金属丝长度, 通过螺旋测微器测量金属丝直径, 从而将知道有公式:

$$Y = \frac{4FL}{\pi d^2 \Delta L} \quad (2)$$

## 2.3 实验注意事项

- (1) 需保证分划板卡在下横梁的槽内, 避免其在拉直过程中旋转。
- (2) 轻轻加減砝码, 防止使砝码盘产生微小振动而造成读数起伏较大, 或者钼丝突然受力而断裂。
- (3) 多次测量数据并求平均, 包括叉丝读数, 金属丝长度和直径等, 读数需等刻度值稳定后。
- (4) CCD 器件不可正对太阳、激光或其他强光源。注意保护镜头, 防潮、防尘、防污染。
- (5) 金属丝必须保持铅直形态。测直径时要特别谨慎, 避免由于扭转、拉扯、牵挂导致细丝折弯变形。
- (6) 做完实验后归类收纳好各种实验器材。

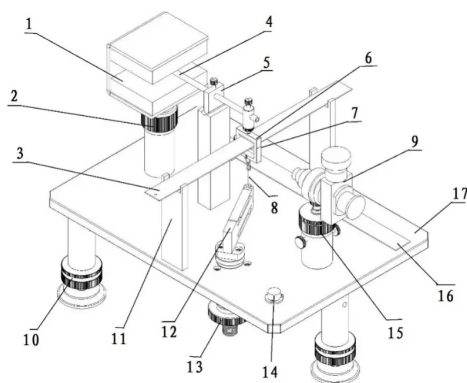
## 2.4 实验步骤

- (1) 仪器调整——例如工作台调平、金属丝安装、夹头调整以及其他实验设备的连接。打开 CCD 并进行显微镜的调节, 利用磁力滑座与三维调整台在屏幕上先调出数字分划板及十字叉丝, 接着进行显微镜的对焦与对准十字叉丝 (使之尽量与读数轴平行)。
- (2) 测量与数据记录——测量钼丝的几何尺寸 (有效长度、直径等)。随后将砝码依次放置并读取数值 (等待 CCD 成像稳定后, 可能还需要重新对焦), 再依次取下并读取数值。加減砝码时, 动作要轻, 防止因增減砝码时使砝码盘产生微小振动而造成读数起伏较大。而且不要晃桌子, 以免晃动后分划板倾斜造成读数的较大误差。
- (3) 实验结束后归类收纳好各种实验器材。

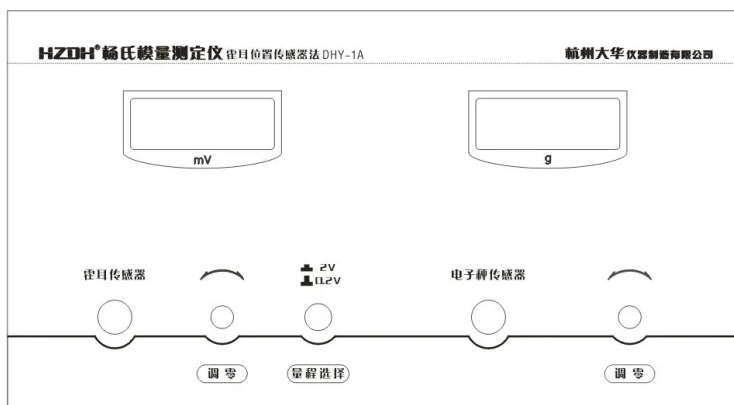
# 3 霍尔法 (弯曲法)

## 3.1 实验仪器与用具

杭州大华 DHY-1A 霍尔位置传感器法杨氏模量测定仪: 包括底座固定箱、读数显微镜及调节机构、SS495A 型集成霍尔位置传感器 (灵敏度大于  $250\text{mV}/\text{mm}$ , 线性范围为  $0\sim 2\text{mm}$ )、测试仪、磁体、支架、加力机构等。样品为黄铜条、铸铁条。测试仪由霍尔电压测量系统和电子称加力系统构成, 霍尔电压测试分为两个量程, 带调零功能; 电子称加力系统测量范围  $0\sim 199.9\text{g}$ , 连续可调, 三位半数显。



(a) 实验装置图



(b) 实验装置图

图 2: 霍尔法测量杨氏模量

读数显微镜的技术指标: 型号 JC-10 型, 目镜放大率 10 倍, 目镜测微鼓轮最小分度值为  $0.01\text{mm}$ , 物镜放大率为 2 倍, 测量范围为  $0\sim 6\text{mm}$ , 实际读书最小分辨率为  $0.005\text{mm}$ ;

霍尔电压表的技术指标: 量程  $0\sim 199.9\text{mV}$ , 分辨率为  $0.1\text{mV}$

### 3.2 实验原理

霍尔元件在磁感应强度为  $B$  的磁场和电流  $I$  的作用下, 产生霍尔电势差

$$U_H = K \cdot I \cdot B$$

而在保持电流不变的情况下, 在一个具均匀梯度的磁场下运动时, 输出的霍尔电势差的变化量为

$$\Delta U_H = K \cdot I \cdot \frac{dB}{dZ} \Delta Z$$

其中上式的  $\Delta Z$  是位移量, 故而上式表明, 当磁场的梯度变化为恒定时,  $\Delta U_H$  与  $\Delta Z$  成正比, 而这正是我们进行测量杨氏模量的理论基础: 霍尔电势差和位移量之间存在一一对应的关系, 所以在当位移量不太大的时候, 该一一对应的关系具有良好的线性。

如下图所示, 设金属片在刀口间的长度为  $d$ , 金属片的厚度为  $a$ , 宽度为  $b$ 。

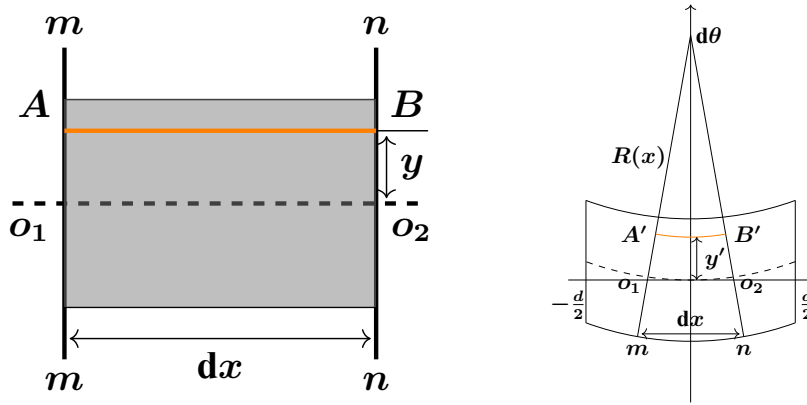


图 3: 弯曲法测杨氏模量原理示意图

$o_1o_2$  所在平面为中性面, 既不拉伸也不压缩,  $AB$  为距中性面距离  $y$  处的平面。变形前有  $o_1o_2 = AB = dx$ , 变形后则为  $o_1o_2 = dx = R(x)d\theta$ ,  $A'B' = (R(x) - y)d\theta$ 。

那么  $AB$  面的应变为

$$\varepsilon = \frac{A'B' - AB}{AB} = \frac{(R(x) - y)d\theta - dx}{dx} = \frac{(R(x) - y) \frac{dx}{R(x)} - dx}{dx} = -\frac{y}{R(x)} \quad (3)$$

根据胡克定律  $\frac{dF}{dS} = Y\varepsilon = -Y \frac{y}{R(x)}$  且  $dS = bdy$ , 因此有

$$dF(x) = -\frac{Yb}{R(x)} y dy \quad (4)$$

对中性面的转矩为

$$d\mu(x) = |dF(x)|y = \frac{Yb}{R(x)} y^2 dy \quad (5)$$

积分可得

$$\mu(x) = \int_{-a/2}^{a/2} \frac{Yb}{R(x)} y^2 dy = \frac{Yba^3}{12R(x)} \quad (6)$$

对梁上各点有  $\frac{1}{R(x)} = \frac{y''(x)}{[1+y'(x)]^{3/2}}$ , 由于梁的弯曲很小,  $y'(x) = 0$ , 所以

$$R(x) = \frac{1}{y''(x)} \quad (7)$$

在平衡时, 梁在  $x$  处的转矩应与梁右端支撑力  $\frac{Mg}{2}$  对  $x$  处的力矩平衡, 因此有

$$\mu(x) = \frac{Mg}{2} \left( \frac{d}{2} - x \right) \quad (8)$$

由 (5),(7),(8) 可得

$$y''(x) = \frac{6Mg}{Yba^3} \left( \frac{d}{2} - x \right) \quad (9)$$

代入边界条件  $y(0) = 0$ ,  $y'(0) = 0$  可求得

$$y(x) = \frac{3Mg}{Yba^3} \left( \frac{d}{2}x^2 - \frac{1}{3}x^3 \right) \quad (10)$$

在中点  $x = \frac{d}{2}$  处, 有

$$\Delta z = y \left( \frac{d}{2} \right) = \frac{Mgd^3}{4Yba^3} \quad (11)$$

所以杨氏模量为

$$Y = \frac{d^3Mg}{4a^3b\Delta Z} \quad (12)$$

其中  $d$  为两刀口间的距离,  $M$  为所加拉力对应的质量,  $a$  为梁的厚度,  $b$  为梁的宽度,  $\Delta Z$  为梁中心由于外力作用而下降的距离,  $g$  为重力加速度。

### 3.3 实验注意事项

- (1) 用千分尺待测样品厚度必须不同位置多点测量取平均值, 并且测量黄铜时, 用力需适度。
- (2) 用读数显微镜测量铜刀口基线位置时, 刀口不能晃动。
- (3) 调整霍尔传感器水平, 并对各种元件作位置检查和数字归零处理,
- (4) 实验结束后, 关闭电源, 整理实验桌面, 实验器材放置于实验初始位置。

### 3.4 实验步骤

- (1) 调平——首先用水平泡观察平台是否处于水平位置, 若偏离时调节下方水平调节机脚。
- (2) 实验装置的调整——大致安装好实验仪器的相对位置, 通过磁体调节结构上下移动磁铁使集成霍尔位置传感器探测元件处于磁铁中间的位置 (此处磁场可视为均匀)。调节好后固定, 最后在拉力绳不受力的情况下将电子称传感器加力系统进行调零。
- (3) 调节读数显微镜——轻微转动或调整使眼睛观察到清晰的十字线及分划板刻度线和数字。然后移动读数显微镜前后距离, 直到清晰看到铜刀口上的黑色基线。使用适当的力锁紧加力旋钮旁边的锁紧螺钉, 转动读数显微镜读数鼓轮使铜刀口上的基线与读数显微镜内十字刻度线吻合。
- (4) 读取数据——通过加力调节旋钮逐次增加拉力 (每次增加 10g), 相应从读数显微镜上读出梁的弯曲位移  $\Delta Z_i$  及霍尔数字电压表相应的读数值  $U_i$  (单位 mV)。以便计算杨氏模量和对霍尔位置传感器进行定标。
- (5) 测量几何尺寸——实验完毕松开加力旋钮旁边的锁紧螺钉, 松开加力旋钮, 取下样品。接着多次测量并记录试样在两刀口间的长度  $d$ 、不同位置黄铜宽度  $b$  以及黄铜厚度  $a$ 。
- (6) 整理实验桌面——关闭电源, 整理实验桌面, 实验器材放置于实验初始位置。

## 4 动态悬挂法

### 4.1 实验仪器与用具

DHY-2A 型动态杨氏模量测试台、DH0803 振动力学通用信号源, 通用示波器、测试棒 (铜、不锈钢)、悬线、专用连接导线、天平、游标卡尺、螺旋测微计等。

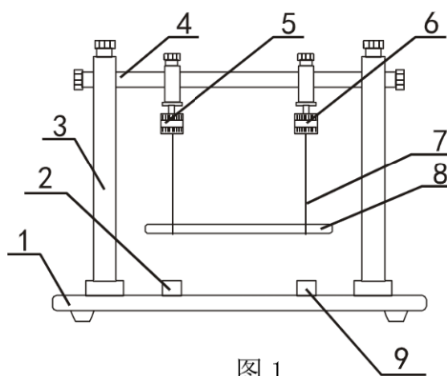


图 1

图中: (1) 底板 (2) 输入插口 (3) 立柱 (4) 横杆 (5) 激振器  
(6) 共振器 (7) 悬线 (8) 测试棒 (9) 输出插口

图 4: DHY-2A 型动态杨氏模量测试装置

## 4.2 实验原理

先令  $y$  为棒振动的位移,  $Y$  为棒振动的杨氏模量,  $S$  为棒的横截面积,  $J$  为棒的转动惯量,  $\rho$  为棒密度,  $x$  为位置坐标,  $t$  为时间变量通过分离变数法 (即令  $y(x, t) = X(x)T(t)$ ) 可解得

$$y(x, t) = (A_1 \operatorname{ch} Kx + A_2 \operatorname{sh} Kx + B_1 \cos Kx + B_2 \sin Kx) \cos(\omega t + \varphi) \quad (13)$$

其中  $\omega = (K^4 Y J / \rho S)^{1/2}$  称为频率公式,  $K$  为常数,  $A_1, A_2, B_1, B_2, \varphi$  为待定常数, 可由边界和初始条件确定。

对于长为  $L$ , 两端自由的棒, 当悬线悬挂于棒的节点附近时, 其边界条件为: 自由端横向作用力  $F$  为零, 弯矩  $M$  亦为零:

$$F = -\frac{\partial M}{\partial x} = 0 \quad M = EJ \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = 0 \quad (14)$$

将边界条件带入通解  $y = (x, t)$  中可的超越方程  $\cos KL \cdot \operatorname{ch} KL = 1$ . 其第一个根为 0, 对应于静态值, 第二个根  $K_1 L \approx 4.7300$ , 此时的共振频率称为基频 (或固有频率)  $\omega_1 = 2\pi f_1$ . 对于直径为  $d$ , 长为  $L$ , 质量为  $m$  的圆形棒, 可知在此频率下共振时, 其杨氏模量:

$$Y = 1.6067 \frac{L^3 m f_1^2}{d^4} \quad (15)$$

测试棒在作基频振动时存在两个节点, 它们的位置距离端面  $0.224L$  (距离另一端面为  $0.776L$ ) 处, 理论上, 悬挂点应取在节点处测试棒难于被激振和拾振, 为此可在节点两旁选不同点对称悬挂, 用外推法找出节点处的共振频率。

## 4.3 实验注意事项

- (1) 本实验中只能测出的共振频率。但由于二者相差很小, 故固有频率可用共振频率代替。
- (2) 安装测试棒时, 应先移动支架到既定位置, 再悬挂, 需保证横向水平, 悬线与测试棒轴向垂直。
- (3) 在示波器显示出现共振现象之后, 需十分缓慢地微调频率调节细调旋钮, 使波形振幅达到极大值。
- (4) 因为设备尺寸原因, 部分设备在  $0.0365L$ 、 $0.9635L$  处悬线不能竖直, 此时该点要丢弃不测。
- (5) 每次测量时都用这种方法判别其是否为基频: 沿测试棒长度的方向轻触棒的不同部位, 观察示波器, 在波节处波幅不变化, 而在波腹处, 波幅会变小, 并发现测试棒上有两个波节。

## 4.4 实验步骤

- (1) 正确连接装置。

- (2) 测量共振频率：待测试棒稳定后，调节信号源发出信号的频率和幅度（先粗调再微调，可按照位数从高到低开始调节），寻找测试棒的共振频率：表示为示波器上正弦波幅度最大值（实际过程中变化可能有延迟，需要等待波形稳定后进行判断），并进行数据的记录，重复上述操作。
- (3) 实验结束后归纳并整理好实验台面。

## 5 光杠杆法

### 5.1 实验仪器与用具

光杠杆测量系统（光杠杆反射镜、倾角调节架、标尺、望远镜及调节反射镜等）、游标卡尺、螺旋测微器等。

### 5.2 实验原理

实际上就是采取了一种“放大”的思路，如下图所示：

图 5: 光杠杆法测量原理示意图

当钢丝的长度发生变化时，光杠杆的镜面必然不再竖直，有一角度变化。经过光路放大之后，便得到可以显著测量到的量：

$$\Delta L = b \tan \theta \quad 2\theta \approx \frac{C/2}{H} \quad E = \frac{16FLH}{\pi D^2 b C} \quad (16)$$

这就得到了我们在本实验中需要依照的公式，其中用到了小角近似。

### 5.3 实验注意事项

- (1) 本实验由此需要细致调节：先目测调整之后，在通过调节望远镜的目镜旋轮，使“十”字清晰成像，随后细调光路至水平。
- (2) 注意测量中的误差记录与分析，并多次测量求平均以尽可能达到最佳的实验精度。

## 6 数据处理：不确定度与误差传递

本次实验的一大重点就是理解并掌握数据的有效数字及不确定度的计算与合成，故专门开一小节讨论。

### 6.1 不确定度 $\Delta N$

用以表示测量值不确定的程度，反应数据的可信度，是测量结果质量的指标。测量结果一般表示为  $Y = N + \Delta N$  的形式，并且将  $\Delta N/N$  称为数据的相对不确定度。

### 6.2 两类不确定度（A 类与 B 类）

A 类不确定度  $u_A(x)$ ：即用以表示同样环境条件下多次估读测量造成的不确定度（也称为标准偏差），表示为：

$$u_A(x) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}} \quad \text{其中 } \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad (17)$$

B 类不确定度  $u_B(x)$ ：又分为单次测量时估读造成的不确定度  $u_{B1}(x)$  与仪器不确定度  $u_{B2}(x)$ ，表示为：

$$u_{B1}(x) = d, \frac{d}{10}, \frac{d}{5} \quad u_{B2}(x) = \frac{e}{\sqrt{3}} \quad (18)$$

本次实验中取  $u_{B1}(x) = \frac{d}{10}$ ，其中  $d$  为仪器最小分度值， $e$  为仪器所示的最大误差，也称为允差。

### 6.3 不确定度的合成

多次测量时:

$$u(x) = \sqrt{u_A^2(x) + u_{B2}^2(x)} \quad (19)$$

单次测量时:

$$u(x) = \sqrt{u_{B1}^2(x) + u_{B2}^2(x)} \quad (20)$$

特别地, 在长度测量中, 因为读数时两个位置之差, 故

$$u(x) = \sqrt{u_{B1}^2(x) + u_{B1}^2(x) + u_{B2}^2(x)} = \sqrt{2u_{B1}^2(x) + u_{B2}^2(x)} \quad (21)$$

## 7 思考题

## 8 实验总结与心得体会