

微積分期末考 20230103

計算下列各題答案，每題 10 分。提示： $(d/dx)\tan^{-1}(x)=1/(1+x^2)$ 。

1.  $\int_0^{\infty} \frac{dx}{4+x^2}$

2.  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp(x)}{\{1+\exp(x)\}^2} dx$

3.  $\frac{d}{dx}[1-\exp\{-\exp(x)\}]$

4.  $\frac{d}{dx}\left\{\frac{\exp(x)}{1+\exp(x)}\right\}$

5.  $x=-2$ ,  $x=2$ ,  $y=-x^2+1$ ,  $y=x+1$ , 四條曲線所夾區域的面積。

6.  $\lim_{h \rightarrow 0} (2h)^{-1} \int_0^{2h} (1+t^2)^{-1} dt$

7.  $\lim_{h \rightarrow \infty} (1+h^{-1})^h$

8.  $\lim_{n \rightarrow \infty} n^{-1} \sum_{k=1}^n \{(3k)/n\}^8$

9.  $\frac{d}{dh} \left\{ \int_h^{h^2} \ln(t) dt \right\}$

10.  $f(x) = \int_2^x \frac{du}{\sqrt{1+u^3}}$ , 其中  $x > -1$ , 計算  $(f^{-1})^{(1)}(0)$ .