

基于多目标区间优化算法的吸尘口结构优化

胡兴军, 张志强, 李金成, 刘一尘, 桑 涛, 曹庆炜, 李天鸿

(吉林大学汽车仿真与控制国家重点实验室,长春 130022)

摘要:为了降低离地间隙变化对吸尘口结构优化的干扰,使优化模型在不同离地间隙下都具有较好的吸尘性能,以吸尘口挡板角度 θ_1 、 θ_2 、 θ_3 为确定性变量、离地间隙 d 为不确定性变量,依次进行正交试验设计、两相流仿真和近似模型拟合,基于多目标区间优化算法得到最优参数组合为: $\theta_1=29^\circ$ 、 $\theta_2=10^\circ$ 、 $\theta_3=21^\circ$ 。当离地间隙分别为 8、10、12、14 mm 时,优化模型的出口颗粒质量流量分别提高了 6.33%、3.54%、2.02%、2.33%,进、出口压力损失分别降低了 18.09%、16.14%、13.22%、14.29%。

关键词:车辆工程;吸尘口;响应面模型;区间优化算法

中图分类号:U418.3 **文献标志码:**A **文章编号:**1671-5497(2020)06-1991-07

DOI:10.13229/j.cnki.jdxbgxb20190899

Structure optimization of vacuum nozzle based on interval multi-objective optimization algorithm

HU Xing-jun, ZHANG Zhi-qiang, LI Jin-cheng, LIU Yi-chen, SANG Tao,
CAO Qing-wei, LI Tian-hong

(Key Laboratory of Automotive Simulation and Control, Jilin University, Changchun 130022, China)

Abstract: In order to improve the performance of vacuum nozzle of dust, three structure parameters and an operating parameter were selected as the design variables, and 32 samples were obtained by using the orthogonal experimental design method. The discrete phase model was used to analyse the track of particles and the cubic response surface model was used to establish a prediction model, which is used to predict and evaluate the performance of vacuum nozzle. Based on the prediction model, an interval multi-objective optimization algorithm was adopted to search the optimal parameters. By adopting the optimized structure, when the ground clearances are 8mm, 10mm, 12mm and 14mm respectively, the outlet mass flows of particles are increased by 6.33%, 3.54%, 2.02% and 2.33% respectively, and the total pressure losses are reduced by 18.09%, 16.14%, 13.22% and 14.29% respectively. It indicates that the interval multi-objective optimization algorithm is useful for structure optimization of the vacuum nozzle of dust.

Key words: vehicle engineering; vacuum nozzle; approximate model; interval multi-objective optimization algorithm

收稿日期:2019-09-16.

基金项目:国家自然科学基金项目(51875238).

作者简介:胡兴军(1976-),男,教授,博士生导师。研究方向:汽车空气动力学。E-mail:hxj@jlu.edu.cn

通信作者:桑涛(1967-),男,教授。研究方向:车辆设计与评价。E-mail:sangtao126@126.com

0 引言

吸尘口结构设计对清扫车综合性能有重要影响,目前对清扫车的研究也集中于吸尘口部分。很多研究人员对吸尘口结构进行了研究:郗元等^[1]设计了一种反吹式吸尘口,在提高吸尘效率的同时减少了二次污染;覃先云等^[2]研究了补气孔对吸尘性能的影响,显著提高了对尘粒的吸拾能力。但是,上述文献都是研究特定结构对吸尘性能的影响,而没有从参数化的角度进行结构优化。

针对吸尘口结构参数对吸尘性能影响的研究,张鸣凤等^[3]通过正交试验设计和极差分析确定了最佳的吹吸式吸尘口结构参数。黄登红等^[4]对吸尘口结构进行参数化,研究了各结构参数对吸尘口进、出口平均速度和平均压强的影响。柯坚等^[5]采用正交试验设计、田口方法以及DPM模型仿真,确定了使吸尘效果最佳的挡板设计方案。舒绍文等^[6]采用正交试验设计、近似模型和多岛遗传算法得到吸尘口结构参数的最佳组合。但是,上述文献都没有考虑吸尘口工作参数(如离地间隙)变化对结构优化的干扰。吸尘口在工作过程中,由于路面状况不同,其离地间隙是需要经常调整的。然而吸尘口结构优化往往基于某一固定离地间隙下进行,这可能导致吸尘口在某一离地间隙下性能提升,而在其他离地间隙下性能反而降低的情况。因此,本文在考虑离地间隙的影响的前提下,采用近似模型和区间优化算法进行结构优化,尽量保证吸尘口在不同离地间隙下都具有较好的吸尘性能和较低的能量损耗。

1 物理模型

建立的吸尘口模型如图1所示,吸尘腔采用

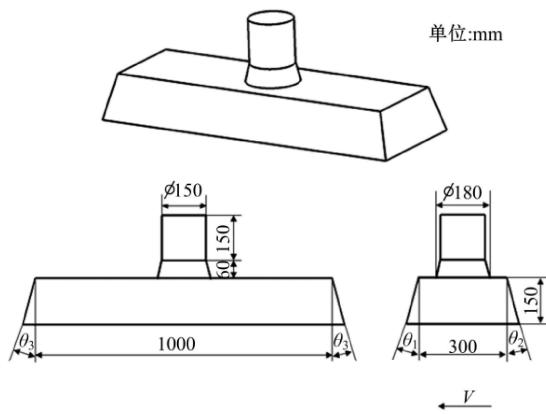


图1 吸尘口模型

Fig. 1 Vacuum nozzle model

矩形盒体,盒体四周的挡板与铅垂面倾斜一定角度,吸管与吸尘腔采用圆台连接过渡。前人对吸尘口的研究大多关注长、宽、高等基本尺寸,而对于挡板角度研究较少,因此选取前挡板角度 θ_1 、后挡板角度 θ_2 和侧挡板倾角 θ_3 为研究参数,各参数定义如图1所示。除此之外,在吸尘口下方延伸出高度为 d 的区域,以模拟吸尘口在工作过程中离地间隙的作用。

2 正交试验设计

2.1 设计变量选择

如前所述,选择前挡板角度 θ_1 、后挡板角度 θ_2 、侧挡板角度 θ_3 以及离地间隙 d 为设计变量,原模型取值分别为 0° 、 0° 、 0° 以及 10 mm 。其中 θ_1 、 θ_2 、 θ_3 为确定性变量,取值为 $0\sim 30^\circ$ 。 d 为不确定性参数,在 10 mm 附近变化,4个水平分别为 8 、 10 、 12 和 14 mm 。

2.2 正交表设计

正交试验设计方法是目前广泛应用的一种试验设计方法,通过尽可能少的样本点得出比较全面的结论^[7]。为保证所拟合三阶响应面模型的精确度,采用 $L_{32}(4^4)$ 正交表。

2.3 目标函数选择

目标函数可以评价某一参数组合下吸尘口的吸尘性能,以便进行区间优化。在评价吸尘性能时,需要同时考虑吸尘口的吸尘能力和能量损耗,利用出口颗粒质量流量 q_m 评价吸尘能力, q_m 越大,则吸尘能力越强。利用进、出口压力损失 Δp 评价能量损耗, Δp 越小,则能量损耗越小。

3 仿真计算

3.1 边界条件设置

离地间隙处设置进口压力为 0 Pa ,吸管出口处设置出口压力为 -5000 Pa ,设置移动参考系以模拟吸尘口运动,移动速度为 2.5 m/s 。参考文献[8,9]设置两相流仿真参数及模型如下:颗粒密度为 2200 kg/m^3 ;颗粒直径为 1.5 mm ;颗粒分布密度为 250 g/m^3 ;切向复原系数为 0.85 ;法向复原系数为 0.75 。

3.2 网格划分策略

仿真计算域设置为吸尘腔、吸管以及离地间隙所组成的密闭区域。为了检查网格的敏感性,以网格总数分别为 $109\,960$ 、 $196\,000$ 和 $405\,600$ 的

三组网格方案进行仿真, 结果如表 1 所示。

由表 1 可知, 10 万级别的网格方案与另外两种网格方案仿真结果差异较大, 而 20 万级别与 40 万级别的网格方案仿真结果差异较小。综合考虑保证计算精度和节省计算资源, 选用 20 万级别网格数的网格划分方案, 其具体网格设置如表 2 所示。

表 1 网格敏感性检查结果
Table 1 Grid sensitivity check results

网格数量	$q_m/(\text{kg}\cdot\text{s}^{-1})$	$\Delta p/\text{Pa}$
109 960	0.423	2206.7
196 000	0.565	2308.3
405 600	0.569	2300.2

表 2 网格设置
Table 2 Grid settings

网格参数	参数值
体网格基准尺寸/mm	7.5
边界层网格层数	5
边界层网格增长率	1.2
边界层网格总厚度/mm	7.5

为了进一步验证网格方案的准确性, 利用上述网格方案对文献[10]中的吸尘口模型划分网格, 计算 11 个监测点处的静压值, 并将仿真结果与文献中的试验数据进行对比, 结果如图 2 所示。可以看出, 与试验所得的静压值相比, 除了监测点 6 的仿真误差大于 10% 以外, 剩余监测点的仿真误差都小于 10%, 验证了网格方案的准确性。

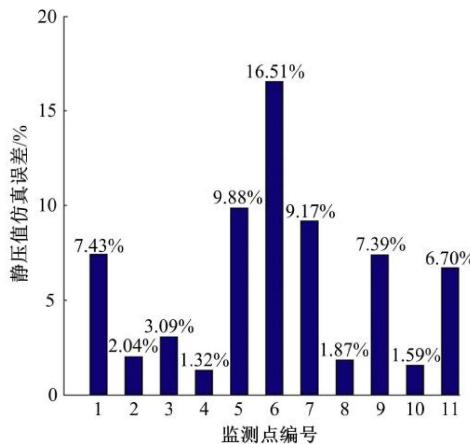


图 2 网格方案试验验证结果

Fig. 2 Experimental result verification for grid method

3.3 仿真结果

根据上述正交试验设计方案以及仿真方法, 进行两相流求解计算, 结果如表 3 所示。

表 3 仿真计算结果

Table 3 Simulation results

方案号	$q_m/(\text{kg}\cdot\text{s}^{-1})$	$\Delta p/\text{Pa}$
1	0.499	2569.2
2	0.567	2206.8
:	:	:
31	0.588	2062.3
32	0.567	2238.5

4 近似模型

4.1 数据标准化

在构造近似模型之前, 需要对仿真结果进行数据标准化, 以消除因量纲差异导致的拟合误差, 标准化方法如下:

$$X_i^* = \frac{X_i - \bar{X}}{S} \quad (1)$$

式中: X_i^* 为第 i 个样本点经过数据标准化后的值; X_i 为第 i 个样本点的原始值; \bar{X} 为样本点组的均值; S 为样本点组的标准差。

假设参数 $\theta_1, \theta_2, \theta_3, d, q_m, \Delta p$ 在数据标准化后分别为: $X_1, X_2, X_3, X_4, Y_1, Y_2$, 其中 Y_1 在 q_m 基础上取负值, 以便转化为最小化问题。

4.2 三阶响应面模型

响应面法的基本思想是构造明确的数学多项式模型, 以表达出设计变量与目标函数之间的隐式函数关系^[11, 12]。选用三阶响应面模型对样本点数据进行拟合, 拟合效果如图 3 和表 4 所示。

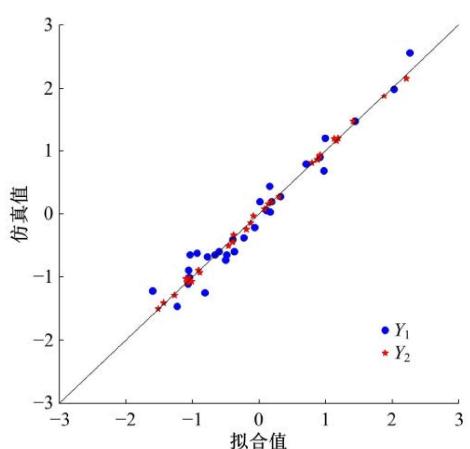


图 3 近似模型拟合结果

Fig. 3 Fitting result of approximate model

计算出 Y_1 和 Y_2 的 R^2 分别为 0.957 和 0.999, 满足工程上的可接受范围。为了进一步说明近似模型的拟合精度, 随机选取 3 组参数建立检验模型, 按照上述仿真方法对检验模型进行仿真计算,

并将仿真结果与拟合结果对比,如表 4 所示。从表 4 可以看出,3 组检验模型的拟合误差均在 5% 以内,属于工程可接受范围内。进一步说明了该近似模型的拟合精度较高,可以用于后续的多目标区间优化。

表 4 检验模型验证结果

Table 4 Validation model verification results

方案	物理量	拟合值	仿真值	误差/%
1	q_m	0.522	0.507	2.87
	Δp	1755.0	1758.5	0.20
2	q_m	0.538	0.534	0.74
	Δp	1844.0	1813.7	1.63
3	q_m	0.560	0.587	4.82
	Δp	1789.8	1796.5	0.37

5 多目标区间优化

5.1 多目标区间优化原理

根据上述对吸尘口的设计目标,要求吸尘口在不同离地间隙下都具有较高的性能,即在提高吸尘性能的同时,使吸尘性能随离地间隙的变化尽可能小。传统的确定性优化方法已经不再适用,需要用到区间优化方法。

对于最小化(或最大化)问题,区间优化的目标就是让不确定性目标函数的区间中点 m 最小(或最大)和半径 w 最小^[12]。利用区间优化方法可以将问题转化为:当 X_4 变化时,求出 Y_1 和 Y_2 的变化区间,同时得到区间中点 Y_{1m} 、 Y_{2m} 和区间半径 Y_{1w} 、 Y_{2w} 。求出 X_1 、 X_2 、 X_3 的最优组合,满足 $\min \{Y_{1m}, Y_{1w}, Y_{2m}, Y_{2w}\}$ 。

5.2 多目标区间优化流程

根据上述多目标区间优化原理,拟定多目标区间优化流程如下:

(1) 应用拟合出的近似模型,假定 X_1 、 X_2 、 X_3 为常数时, X_4 在取值范围内变化,求出 Y_1 、 Y_2 的变化范围分别为 $[Y_{1\min}, Y_{1\max}]$, $[Y_{2\min}, Y_{2\max}]$ 。

(2) 分别计算 Y_1 、 Y_2 的区间中点 Y_{1m} 、 Y_{2m} 和区间半径 Y_{1w} 、 Y_{2w} :

$$Y_{1m} = (Y_{1\max} + Y_{1\min})/2 \quad (2)$$

$$Y_{1w} = (Y_{1\max} - Y_{1\min})/2 \quad (3)$$

$$Y_{2m} = (Y_{2\max} + Y_{2\min})/2 \quad (4)$$

$$Y_{2w} = (Y_{2\max} - Y_{2\min})/2 \quad (5)$$

(3) 对 Y_{1m} 和 Y_{1w} 、 Y_{2m} 和 Y_{2w} 进行正则化处理以及线性加权:

$$f_1 = \alpha Y_{1m}/\phi_1 + (1 - \alpha)Y_{1w}/\psi_1 \quad (6)$$

$$f_2 = \beta Y_{2m}/\phi_2 + (1 - \beta)Y_{2w}/\psi_2 \quad (7)$$

式中: 权值系数 α 、 β 根据设计需要均取 0.5。

正则化系数 ϕ 、 ψ 可以避免防止 Y_{1m} 和 Y_{1w} 、 Y_{2m} 和 Y_{2w} 出现数量级差异, 可通过如下方式取值^[11]:

$$\phi_1 = \min |Y_{1m}|, \psi_1 = \min |Y_{1w}| \quad (8)$$

$$\phi_2 = \min |Y_{2m}|, \psi_2 = \min |Y_{2w}| \quad (9)$$

(4) 上述多目标区间优化至此转化为了多目标确定性优化问题:

$$\begin{cases} \min \{f_1(X_1, X_2, X_3), f_2(X_1, X_2, X_3)\} \\ \text{s.t. } X_{1\min} \leqslant X_1 \leqslant X_{1\max} \\ X_{2\min} \leqslant X_2 \leqslant X_{2\max} \\ X_{3\min} \leqslant X_3 \leqslant X_{3\max} \end{cases} \quad (10)$$

应用 NSGA-II 求解转换后的优化问题(式(10))^[14,15], 得到多目标优化问题的 Pareto 前沿如图 4 所示。

(5) 应用 Pareto 前沿得到的是满足目标函数的一组解集^[16,17],但是在实际工程问题中,往往需要得到一组具体的最优参数集合,以便于结构改型^[18],常用的方法是理想点法^[13]:

$$\min D = \sqrt{(f_1 - f_{1,\text{best}})^2 + (f_2 - f_{2,\text{best}})^2} \quad (11)$$

得出最优参数组合: $\theta_1=29^\circ$, $\theta_2=10^\circ$, $\theta_3=21^\circ$ 。

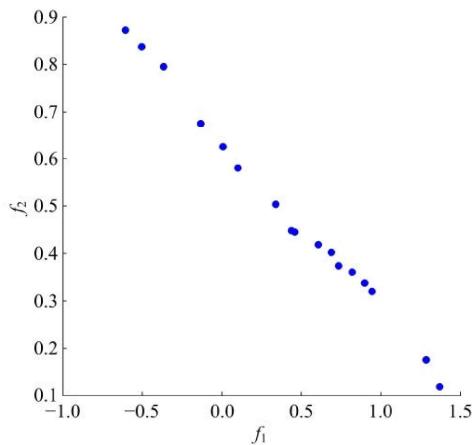


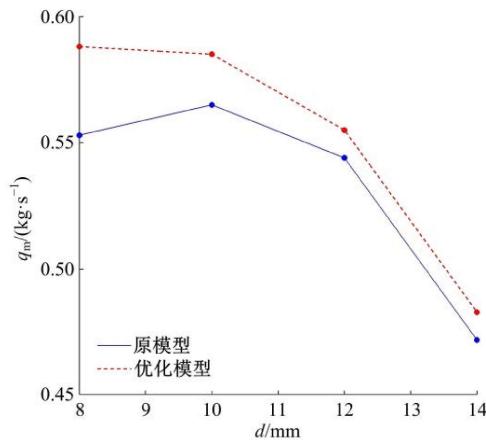
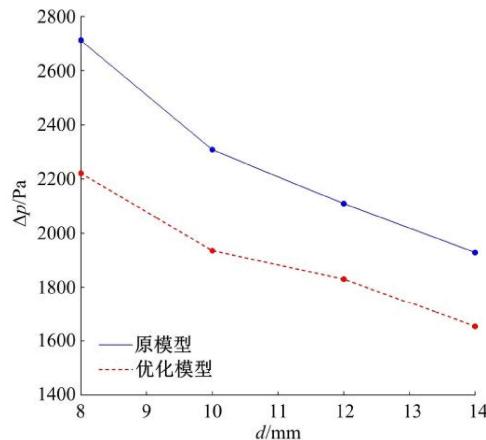
图 4 Pareto 前沿

Fig. 4 Front of Pareto

5.3 优化结果分析

对最优参数组合进行建模和仿真,并将仿真结果与原模型仿真结果进行对比,如图 5 和图 6 所示。可以看出,当离地间隙变化时,出口颗粒质量流量 q_m 与进、出口压力损失 Δp 变化较大,说明离

地间隙对 q_m 和 Δp 的影响很大,优化时必须考虑离地间隙。当离地间隙变化时,原模型的 q_m 变化幅度较大,而优化模型的变化相对平缓,且优化模型的 q_m 变化曲线整体在原模型曲线上方,说明吸尘性能较原模型有所提升。当离地间隙变化时,优化前、后的压力损失变化趋势基本一致,但是优化模型的压力损失曲线整体相对原模型下降了一定幅值。

图5 优化前、后 q_m 对比Fig. 5 Comparison of q_m before and after optimization图6 优化前、后的 Δp 对比Fig. 6 Comparison of Δp before and after optimization

与原模型相比,当离地间隙 d 分别为8、10、12以及14 mm时,优化模型的出口颗粒质量流量 q_m 分别提高了6.33%、3.54%、2.02%、2.33%,进、出口压力损失 Δp 分别降低了18.09%、16.14%、13.22%、14.29%,说明多目标区间优化方法对吸尘口结构的优化效果较好,得到的优化结构在不同离地间隙下都具有较好的吸尘能力和较低的压力损失。

图7和图8反映了吸尘口内部颗粒运动的速

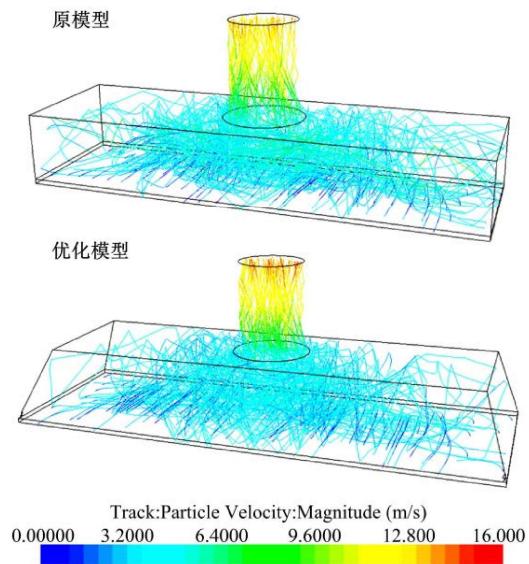


图7 优化前、后颗粒速度对比

Fig. 7 Comparision of particle velocity before and after optimization

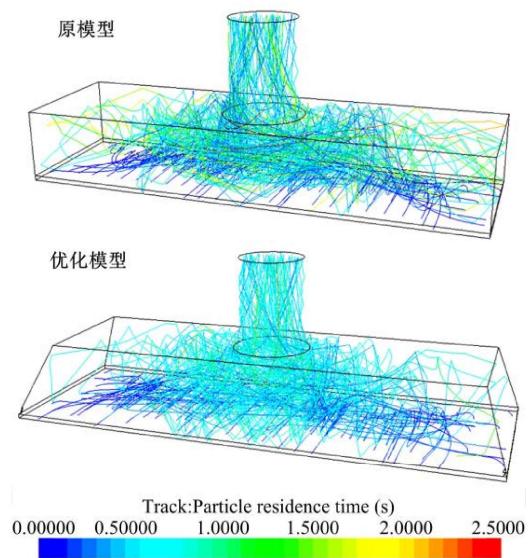


图8 优化前、后颗粒停留时间对比

Fig. 8 Comparision of particle residence time before and after optimization

度和停留时间,同时反映了吸尘口内部的颗粒轨迹。可以看出,原模型和吸尘口模型中颗粒运动轨迹比较混乱,大部分颗粒在吸管负压作用下有向吸尘口中部聚拢的趋势,还有部分颗粒经吸尘口顶板和四周挡板反弹后落回地面。颗粒速度和颗粒停留时间直接决定了吸尘口的吸尘效果:颗粒速度越大,越容易从出口流出,速度过小的颗粒无法克服重力而掉落。颗粒停留时间反映的是颗粒从起动到流出的时间,停留时间越短,说明吸尘

口的吸尘效率越高。从图 7 和图 8 可以看到, 原模型与优化模型中的颗粒速度差异不大, 但是优化模型中颗粒的停留时间比原模型中的短, 优化模型中的颗粒能更快地从出口流出, 因而提升了吸尘效果。

6 结 论

(1) 利用三阶响应面模型, 可以拟合吸尘口出口颗粒质量流量 q_m 以及进、出口压力损失 Δp 与 3 个挡板角度 $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ 以及离地间隙 d 之间的关系特性, 且拟合效果较好。

(2) 对于同一吸尘口结构, 当离地间隙变化时, 出口颗粒质量流量与进、出口压力损失变化很大, 在进行结构优化时必须考虑离地间隙的影响。

(3) 考虑到吸尘口离地间隙对吸尘性能和压力损失的影响, 采用近似模型和区间多目标优化算法得到最优的结构参数组合为: $\theta_1=29^\circ, \theta_2=10^\circ, \theta_3=21^\circ$ 。仿真结果说明: 多目标区间优化方法的优化效果较好, 可以确保优化结构在不同离地间隙下都具有较好的吸尘能力和较低的压力损失。

参考文献:

- [1] 鄢元, 成凯, 娄希同, 等. 反吹式吸嘴流场数值分析及吸尘效率研究[J]. 西南交通大学学报, 2016, 51(1): 105–112.
Xi Yuan, Cheng Kai, Lou Xi-tong, et al. Research on numerical analysis and dust collection efficiency of reverse blowing pickup mouth[J]. Journal of Southwest Jiaotong University, 2016, 51(1): 105–112.
- [2] 覃先云, 肖庆麟, 周枫林, 等. 补气孔对扫路车吸嘴吸尘性能的影响[J]. 计算机辅助工程, 2015, 24(6): 12–17, 46.
Qin Xian-yun, Xiao Qing-lin, Zhou Feng-lin, et al. Effect of gas supplement hole on dust suction performance of suction mouth of road sweeper[J]. Computer Aided Engineering, 2015, 24(6): 12–17, 46.
- [3] 张鸣凤, 章易程, 张土轩, 等. 吸吹式清扫流场的数值分析[J]. 真空科学与技术学报, 2019, 39(3): 273–278.
Zhang Ming-feng, Zhang Yi-cheng, Zhang Tu-xuan, et al. Design optimization of subway-track sweeper: a simulation study[J]. Chinese Journal of Vacuum Science and Technology, 2019, 39(3): 273–278.
- [4] 黄登红, 陈承曦, 章易程, 等. 基于流场仿真的真空清扫车吸尘口的参数化分析[J]. 机械设计, 2013, 30(7): 73–76.
Huang Deng-hong, Chen Cheng-xi, Zhang Yi-cheng, et al. Parametric analysis of dust sucking mouth for vacuum sweeper based on flow field simulation[J]. Journal of Machine Design, 2013, 30(7): 73–76.
- [5] 柯坚, 刘红现, 王国志, 等. 槽型轨道清扫车吸尘口参数优化研究[J]. 机械设计与制造, 2017(11): 95–99.
Ke Jian, Liu Hong-xian, Wang Guo-zhi, et al. Study on parametric optimization of dust sucking mouth for sweeper of trough type rail[J]. Machinery Design & Manufacture, 2017(11): 95–99.
- [6] 舒绍文, 邓亚东, 苏楚奇, 等. 吸嘴结构参数与吸尘性能间的参数关系挖掘[J]. 武汉理工大学学报: 交通科学与工程版, 2018, 42(2): 268–273.
Shu Shao-wen, Deng Ya-dong, Su Chu-qi, et al. Parameter relationship mining between suction nozzle structure parameter and dust collection performance [J]. Journal of Wuhan University of Technology (Transportation Science & Engineering), 2018, 42(2): 268–273.
- [7] 任露泉. 试验优化设计与分析[M]. 北京: 高等教育出版社, 2003.
- [8] 覃先云, 肖庆麟, 周枫林, 等. 扫路车吸嘴气固两相流仿真分析及其设计改进[J]. 应用力学学报, 2016, 33(1): 73–79, 181–182.
Qin Xian-yun, Xiao Qing-lin, Zhou Feng-lin, et al. Simulation analysis of gas-particle flow through the pickup head of a street sweeper and its design improvement[J]. Chinese Journal of Applied Mechanics, 2016, 33(1): 73–79, 181–182.
- [9] 高印寒, 陈王峰, 程鹏, 等. 旋风分离器两相三维流场仿真[J]. 吉林大学学报: 工学版, 2008(增刊 1): 85–89.
Gao Yin-han, Chen Wang-feng, Cheng Peng, et al. Two-phase three dimension flow field simulation in a cyclone separator[J]. Journal of Jilin University(Engineering and Technology Edition), 2008(Sup. 1): 85–89.
- [10] 朱伏龙. 基于吸尘性能的吸尘口结构研究与流场分析[D]. 上海: 上海交通大学机械与动力工程学院, 2008.
Zhu Fu-long. The structure research and flow field analysis of dust sucking mouth based on sucking performance[D]. Shanghai: School of Mechanical and Power Engineering, Shanghai Jiaotong University,

- 2008.
- [11] Li F, Luo Z, Rong J, et al. Interval multi-objective optimisation of structures using adaptive kriging approximations[J]. Computers & Structures, 2013, 119: 68-84.
- [12] 王靖宇, 严伟, 李颂, 等. 电动汽车电池冷板微小通道结构优化研究 [J]. 汽车工程, 2020, 42(5): 672-680.
Wang Jing-yu, Yan Wei, Li Song, et al. Research on microchannel structure optimization of electric vehicle battery cold plate[J]. Automotive Engineering, 2020, 42(5): 672-680.
- [13] 黄天伦. T型管液压成形加载路径的稳健性优化设计[D]. 长春: 吉林大学汽车工程学院, 2016.
Huang Tian-lun. The robust optimization of the loading path for T-shape tube hydroforming[D]. Changchun: College of Automotive Engineering, Jilin University, 2016.
- [14] Hu Xing-jun, Yang Bo, Lei Yu-long, et al. Automotive shape optimization using the radial basis function model based on a parametric surface grid[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part D Journal of Automobile Engineering, 2016: 0954407015624042.
- [15] 李勇, 吴浩, 张博翰. 电动汽车用轮毂电动机前沿技术动态及展望[J]. 江苏大学学报: 自然科学版, 2019, 40(3): 261-268, 275.
Li Yong, Wu Hao, Zhang Bo-Han. Frontier techniques and prospect of in-wheel motor for electric vehicle[J]. Journal of Jiangsu University(Natural Science Edition), 2019, 40(3): 261-268, 275.
- [16] 马芳武, 韩丽, 吴量, 李金杭, 杨龙帆. 基于遗传与粒子群算法的隔振平台减振性能优化[J]. 吉林大学学报: 工学版, 2020, 50(5): 1608-1616.
Ma Fang-wu, Han Li, Wu Liang, Li Jin-hang, Yang Long-fan. Damping optimization of heavy-loaded anti-vibration platform based on genetic algorithm and particle swarm algorithm[J]. Journal of Jilin University(Engineering and Technology Edition), 2020, 50(5): 1608-1616.
- [17] 汪少华, 李佳芯, 施德华, 等. 基于传动效率最优的功率分流式混合动力汽车控制[J]. 江苏大学学报: 自然科学版, 2018, 39(6): 621-627.
Wang Shao-hua, Li Jia-xin, Shi De-hua, et al. Control strategy of power-split HEV based on optimal transmission efficiency[J]. Journal of Jiangsu University(Natural Science Edition), 2018, 39(6): 621-627.
- [18] 贾富淳, 孟宪皆, 雷雨龙. 基于多目标遗传算法的二自由度动力吸振器优化设计[J]. 吉林大学学报: 工学版, 2019, 49(6): 1969-1976.
Jia Fu-chun, Meng Xian-jie, Lei Yu-long. Optimal design of two degrees of freedom dynamic vibration absorber based on multi-objective genetic algorithm [J]. Journal of Jilin University(Engineering and Technology Edition), 2019, 49(6): 1969-1976.