

2025 年寒假八下数学讲义 (2)

January 24, 2025

Contents

课堂小测 2：矩形的相关性质与证明

1

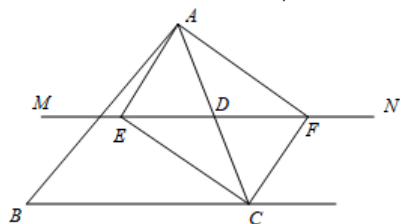
姓名：_____ 成绩：_____

Exercise 1.0.1 ¹ 如图，在中，点是边上的一个动点，过点作直线，若交的平分线于点，交的外角平分线于点

1: 注意矩形性质中对角线相等的运用

(1) 求证：DE=DF

(2) 当点运动到何处时，四边形为矩形？请说明理由。

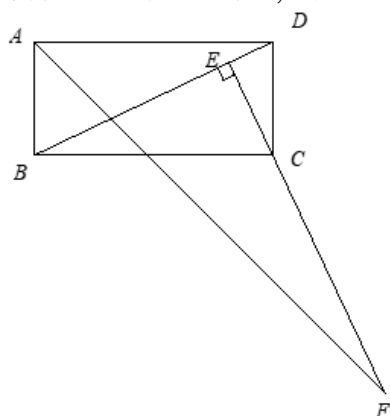


(1) 证明：ED=DC，DF=DC

(2) 当 D 为 AC 的中点时，四边形 AECF 为矩形

Exercise 1.0.2 ^{提示} 已知，如图，矩形 ABCD 中，CE⊥BD 于 E，AF 平分 ∠BAD 交 EC 于 F，求证：CF=BD.

提示：同上，注意矩形的独特性质：对角线相等



【解析】连结 AC 交 BD 于 O , \because 四边形 $ABCD$ 为矩形, $\therefore OA = \frac{1}{2}AC$, $OD = \frac{1}{2}BD$, $AC = BD$, $\angle BAD = 90^\circ$

$$\therefore OA = OD, \therefore \angle OAD = \angle ODA$$

$$\because AF \text{ 平分 } \angle BAD,$$

$$\therefore \angle FAD = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle 2 = \angle FAD - \angle OAD = 45^\circ - \angle ODA$$

$$\because \angle 3 = \angle FAD + \angle ODA,$$

$$\therefore \angle 3 = 45^\circ + \angle ODA$$

$$\because CE \perp BD, \therefore \angle F + \angle 3 = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle F = 90^\circ - (45^\circ + \angle ODA) = 45^\circ - \angle ODA = \angle 2,$$

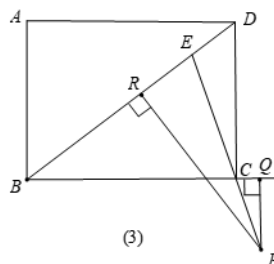
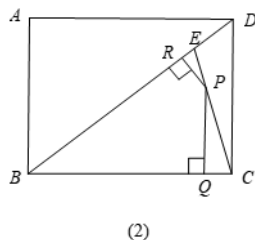
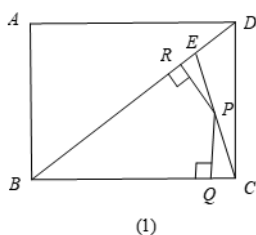
$$\therefore CF = AC,$$

$$\therefore CF = BD$$

Exercise 1.0.3 提示 如图, 点 E 是矩形 $ABCD$ 的对角线 BD 上的一点, 且 $BE=BC$, $AB=3$, $BC=4$, 点 P 为直线 EC 上的一点, 且 $PQ \perp BC$ 于点 Q , $PR \perp BD$ 于点 R .

提示: (天生有直角) 矩形-直角-勾股-面积, 经常作为解题 combo!

- 如图 1, 当点 P 为线段 EC 中点时, 易证: $PR+PQ=12/5$ (不需证明).
- 如图 2, 当点 P 为线段 EC 上的任意一点 (不与点 E 、点 C 重合) 时, 其它条件不变, 则 (1) 中的结论是否仍然成立? 若成立, 请给予证明; 若不成立, 请说明理由.
- 如图 3, 当点 P 为线段 EC 延长线上的任意一点时, 其它条件不变, 则 PR 与 PQ 之间又具有怎样的数量关系? 请直接写出你的猜想



【解析】(2) 连接 BP , 过 C 点作 $CK \perp BD$ 于点 K . 根据矩形的性质及勾股定理求出 BD 的长, 根据三角形面积相等可求出 CK 的长, 最后通过等量代换即可证明; ↓

$$(3) \text{ 图 3 中的结论是 } PR-PQ=\frac{12}{5}.$$