

2025 年寒假八下数学讲义 (2)

January 24, 2025

Contents

课堂小测 2：矩形的相关性质与证明

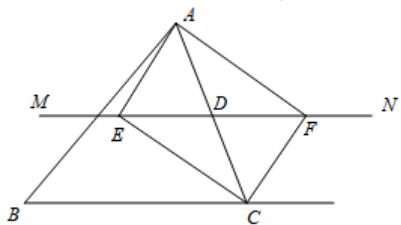
1

姓名: _____ 成绩: _____

Exercise 1.0.1 ¹ 如图，在中，点是边上的一个动点，过点作直线，若交的平分线于点，交的外角平分线于点

1: 注意矩形性质中对角线相等的运用

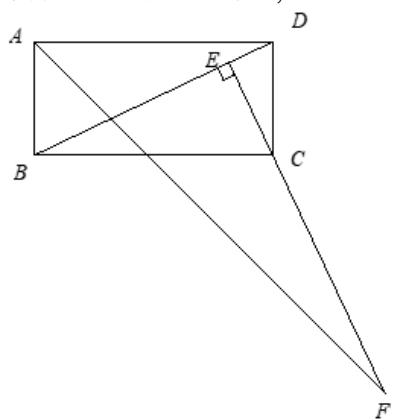
- (1) 求证: $DE=DF$
- (2) 当点运动到何处时，四边形为矩形？请说明理由。



- (1) 证明: $ED=DC, DF=DC$
- (2) 当 D 为 AC 的中点时，四边形 $AECF$ 为矩形

Exercise 1.0.2 提示 已知，如图，矩形 $ABCD$ 中， $CE \perp BD$ 于 E ， AF 平分 $\angle BAD$ 交 EC 于 F ，求证: $CF=BD$.

提示: 同上，注意矩形的独特性质：对角线相等

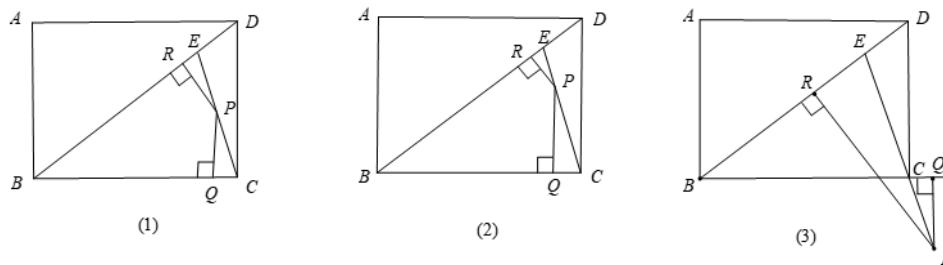


【解析】连结AC交BD于O, ∵四边形ABCD为矩形, ∴ $OA = \frac{1}{2}AC$, $OD = \frac{1}{2}BD$, $AC = BD$, $\angle BAD = 90^\circ$
 $\therefore OA = OD$, $\therefore \angle OAD = \angle ODA$
 $\because AF$ 平分 $\angle BAD$, \therefore
 $\therefore \angle FAD = 45^\circ$, \therefore
 $\therefore \angle 2 = \angle FAD - \angle OAD = 45^\circ - \angle ODA$
 $\because \angle 3 = \angle FAD + \angle ODA$, \therefore
 $\therefore \angle 3 = 45^\circ + \angle ODA$
 $\because CE \perp BD$, $\therefore \angle F + \angle 3 = 90^\circ$, \therefore
 $\therefore \angle F = 90^\circ - (45^\circ + \angle ODA) = 45^\circ - \angle ODA = \angle 2$, \therefore
 $\therefore CF = AC$, \therefore
 $\therefore CF = BD$

Exercise 1.0.3 提示 如图, 点E是矩形ABCD的对角线BD上的一点, 且 $BE=BC$, $AB=3$, $BC=4$, 点P为直线EC上的一点, 且 $PQ \perp BC$ 于点Q, $PR \perp BD$ 于点R.

提示: (天生有直角) 矩形-直角-勾股-面积, 经常作为解题 combo!

1. 如图1, 当点P为线段EC中点时, 易证: $PR+PQ=\frac{12}{5}$ (不需证明).
2. 如图2, 当点P为线段EC上的任意一点(不与点E、点C重合)时, 其它条件不变, 则(1)中的结论是否仍然成立? 若成立, 请给予证明; 若不成立, 请说明理由.
3. 如图3, 当点P为线段EC延长线上的任意一点时, 其它条件不变, 则PR与PQ之间又具有怎样的数量关系? 请直接写出你的猜想



【解析】(2) 连接BP, 过C点作CK $\perp BD$ 于点K. 根据矩形的性质及勾股定理求出BD的长, 根据三角形面积相等可求出CK的长, 最后通过等量代换即可证明; ↓

(3) 图3中的结论是 $PR-PQ=\frac{12}{5}$. \therefore