

2025 年寒假八下数学讲义 (2)

January 22, 2025

Contents

Contents	2
1 课堂小测 1：平四的概念与性质	1
2 第二讲：平四的判定及特殊的平行四变形—矩形	3
2.1 平行四边形的判定	3
2.2 矩形	6
2.3 课后作业	9

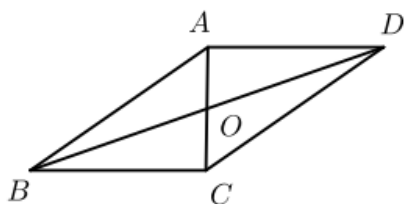
课堂小测 1：平四的概念与性质

1

姓名：_____ 成绩：_____

Exercise 1.0.1

如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, AC, BD 相交于点 O , $AB = 10$, $AD = 8$, $AC \perp BC$, 则 $OB =$ _____



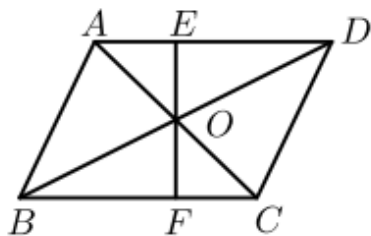
Exercise 1.0.2

已知平行四边形一边长为 10, 一条对角线长为 6, 则它的另一条对角线 a 的取值范围为 ().

- A. $4 < a < 16$ B. $14 < a < 26$ C. $12 < a < 20$ D. 以上答案都不正确

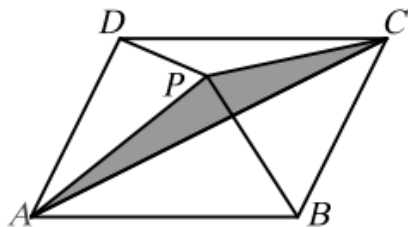
Exercise 1.0.3

如图, EF 过平行四边形 $ABCD$ 对角线的交点 O , 交 AD 于 E , 交 BC 于 F , 若平行四边形 $ABCD$ 的周长为 18, $OE = 1.5$, 则四边形 $EFCD$ 的周长为_____.



Exercise 1.0.4

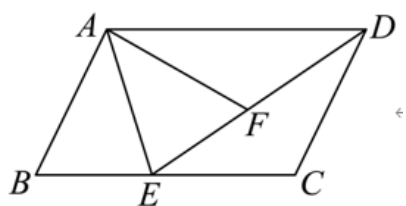
如图所示, P 是平行四边形 $ABCD$ 内一点, 且 $S_{\triangle PAB} = 5, S_{\triangle PAD} = 2$, 则阴影部分的面积为_____.

**Exercise 1.0.5**

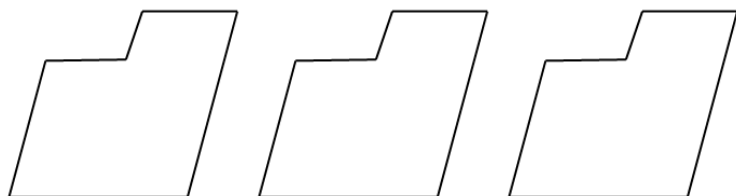
如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, 点 E 在 BC 边上, 且 $AD=DE$, F 为线段 DE 上一点, 且 $\angle AFE = \angle B$.

(1) 求证: $\angle AFD = \angle ECD$;

(2) 求证: $\triangle AFD \cong \triangle DCE$;



Exercise 1.0.6 现有如图 2 的铁片, 其形状是一个大的平行四边形在一角剪去一个小的平行四边形, 工人师傅想用一条直线将其分割成面积相等的两部分, 请你帮助师傅设计三种不同的分割方案



第二讲：平四的判定及特殊的 平行四变形—矩形

2

上一节课，我们学习了平行四边形的基本性质，这节课我们学习：

- ▶ 平行四边形的判定
- ▶ 临边相等的平四：菱形
- ▶ 角为直角的平四：矩形
- ▶ 临边相等且直角的平四：正方形

2.1 平行四边形的判定	3
2.2 矩形	6
2.3 课后作业	9

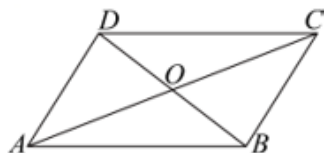
2.1 平行四边形的判定

平四的性质即判定，判定即性质！

Example 2.1.1

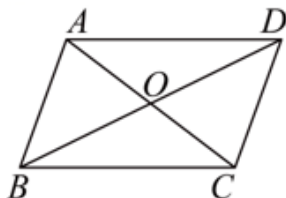
(23-24 八年级下·江苏南通·期中) 如图，四边形 ABCD 中，对角线 AC、BD 相交于点 O，下列条件不能判定这个四边形是平行四边形的是 ()

- A. $AB \parallel DC, AD \parallel BC$ B. $AB \parallel DC, AD = BC$
 C. $AO = CO, BO = DO$ D. $AB = DC, AD = BC$



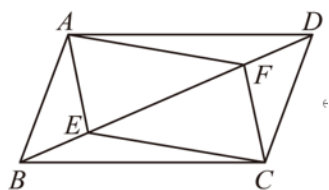
Example 2.1.2 1. (23-24 八年级下·江苏泰州·期中) 如图，在四边形 ABCD 中，对角线 AC 与 BD 相交于点 O，下列四个选项中不能判定四边形 ABCD 是平行四边形的是 ()

- A. $\angle BAD = \angle BCD$ B. $AD \parallel BC, AB = CD$
 C. $OA = OC, OB = OD$ D. $AD \parallel BC, AO = CO$

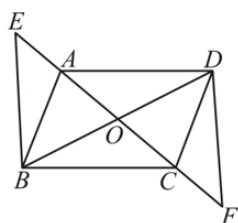


Example 2.1.3 (23-24 九年级下·江苏南通·阶段练习) 提示 如图, 在 $\square ABCD$ 中, E, F 为对角线 BD 上两点, $BE=DF$. 求证: 四边形 $ABCD$ 是平行四边形.

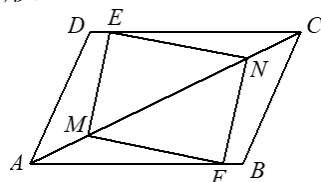
提示: 平四的证明问题, 经常借助全等三角形



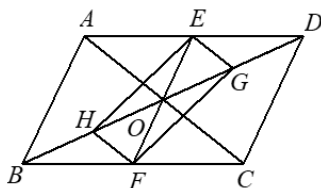
Example 2.1.4 如图, 四边形 $ABCD$ 对角线交于点 O , 且 O 为 AC 中点, $AE=CF$, $DF \parallel BE$, 求证: 四边 $ABCD$ 是平行四边形.



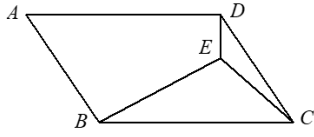
Example 2.1.5 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, 点 M, N 是对角线 AC 上的点, 且 $AM=CN$, $DE=BF$, 求证: 四边形 $MFNE$ 是平行四边形.



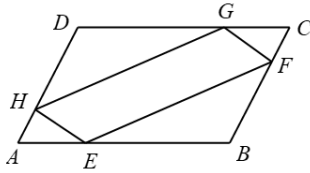
Example 2.1.6 如图, 过四边形 $ABCD$ 对角线的交点 O 作直线 EF 交 AD, BC 分别于 E, F , 又 G, H 分别为 OB, OD 的中点, 求证: 四边形 $EHFG$ 为平行四边形.



Example 2.1.7 已知：如图，平行四边形 $ABCD$ 内有一点 E 满足 $ED \perp AD$ 于点 D ， $\angle EBC = \angle EDC$ ， $\angle ECB = 45^\circ$ ，请找出与 BE 相等的一条线段，并给予证明。



Example 2.1.8 如图，在平行四边形 $ABCD$ 的各边 AB , BC , CD , DA 上，分别取 E , F , G , H ，使 $AE = CG$, $BF = DH$ ，求证：四边形 $EFGH$ 为平行四边形



2.2 矩形

Definition 2.2.1 矩形的定义

有一个角是直角的平行四边形叫做矩形.

Theorem 2.2.1 矩形的性质

矩形是特殊的平行四边形，它具有平行四边形的所有性质，还具有自己独特的性质：

- ▶ 边的性质：对边平行且相等.
- ▶ 角的性质：四个角都是直角.
- ▶ 对角线性质：对角线互相平分且相等. 注意
- ▶ 对称性：矩形是中心对称图形，也是轴对称图形.

直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半. 直角三角形中， 30° 角所对的边等于斜边的一半.

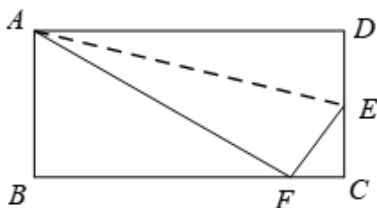
Theorem 2.2.2 矩形的判定

- ▶ 判定 1：有一个角是直角的平行四边形是矩形.
- ▶ 判定 2：对角线相等的平行四边形是矩形.
- ▶ 判定 3：有三个角是直角的四边形是矩形.

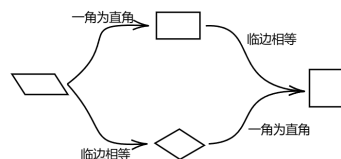
Example 2.2.1 矩形具有而平行四边形不具有的性质为 ()

- A. 对角线相等 B. 对角相等
C. 对角线互相平分 D. 对边相等

Example 2.2.2 如图，矩形 ABCD 沿 AE 折叠，使 D 点落在 BC 边上的 F 点处，如果 $\angle BAF = 60^\circ$ ，则 $\angle DAE =$ _____



Exercise 2.2.1 矩形 ABCD 中，点 H 为 AD 的中点，P 为 BC 上任意一点， $PE \perp HC$ 交 HC 于点 E， $PF \perp BH$ 交 BH 于点 F，当 AB，BC 满足 _____ 条件时，四边形 PEHF 是矩形

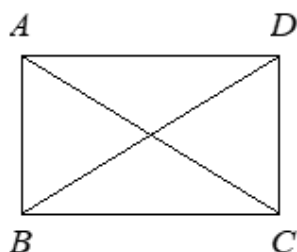


注意：对角线相等的平行四边形才是矩形，如果只说对角线相等，那还可能是我们的“老朋友”等腰梯形

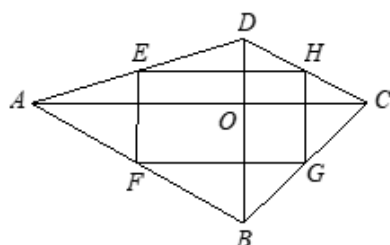
例二在考察特殊角 对于矩形的形状的影响。结合矩形天生具有的直角，就可以利用勾股定理等手段进行解决

绘草图的能力是考场上的重要能力之一，务必要训练自己简单快速绘图的能力，尽量不用直尺，太浪费时间。明白图形是如何“生长”的，这个过程能帮助你快速了解一遍题意。这对于几何问题尤其重要。

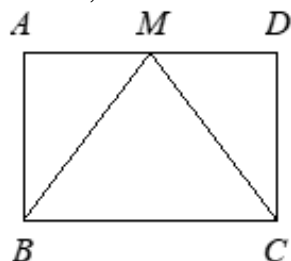
Example 2.2.3 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $\angle ABC = \angle BCD = 90^\circ$, $AC = BD$, 求证: 四边形 $ABCD$ 是矩形.



Exercise 2.2.2 如图, 已知在四边形 $ABCD$ 中, $AC \perp DB$ 交于 O , E 、 F 、 G 、 H 分别是四边的中点, 求证四边形 $EFGH$ 是矩形.

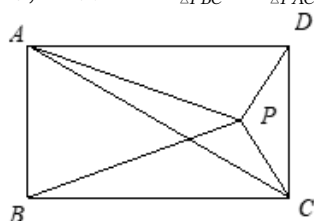


Example 2.2.4 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, M 是 AD 的中点, 且 $MB = MC$, 求证: 四边形 $ABCD$ 是矩形.



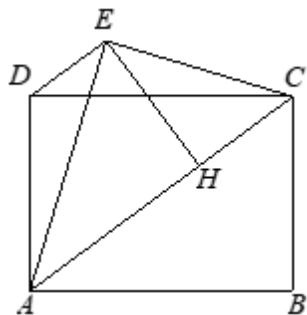
Example 2.2.5¹ 已知矩形 $ABCD$ 和点 P , 当点 P 在矩形 $ABCD$ 内时, 试求证: $S_{\triangle PBC} = S_{\triangle PAC} + S_{\triangle PCD}$

1: 联想平四中的面积相关推论, 以及对角线等分面积推论, 列出式子!



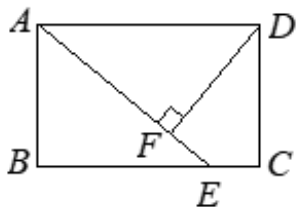
Example 2.2.6 如图，将矩形 $ABCD$ 沿 AC 翻折，使点 B 落在点 E 处，连接 DE 、 CE ，过点 E 作 $EH \perp AC$ ，垂足为 H 。

- (1) 判断 $ACED$ 是什么图形，并加以证明；
- (2) 若 $AB=8$ ， $AD=6$ ，求 DE 的长；
- (3) 四边形 $ACED$ 中，比较 $AE+EC$ 与 $AC+EH$ 的大小。



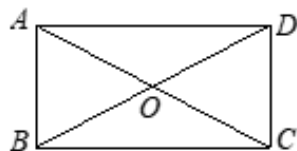
2.3 课后作业

Exercise 2.3.1 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, 点 E 是 BC 上一点, $AE=AD$, $DF \perp AE$, 垂足为 F . 线段 DF 与图中的哪一条线段相等? 先将你猜想出的结论填写在下面的横线上, 然后再加以证明。即 $DF = \underline{\hspace{2cm}}$. (写出一条线段即可)

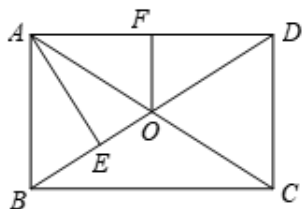


Exercise 2.3.2 如图, 矩形 $ABCD$ 的两条对角线相交于点 O , $\angle AOB = 60^\circ$, $AB = 2$, 则矩形的对角线 AC 的长是 ()

A. 2 B. 4 C. $2\sqrt{3}$ D. $4\sqrt{3}$



Exercise 2.3.3 如图, 矩形 $ABCD$ 中, 对角线 AC , BD 相交于点 O , $AE \perp BO$ 于 E , $OF \perp AD$ 于 F , 已知 $OF = 3\text{cm}$, 且 $BE:ED = 1:3$, 求 BD 的长.



Exercise 2.3.4 如图所示, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 90^\circ$, 将 $\text{Rt}\triangle ABC$ 绕点 C 顺时针方向旋转 60° 得到 $\triangle DEC$ 点 E 在 AC 上, 再将 $\text{Rt}\triangle ABC$ 沿着 AB 所在直线翻转 180° 得到 $\triangle ABF$ 连接 AD .

(1) 求证: 四边形 $AFCD$ 是菱形;

(2) 连接 BE 并延长交 AD 于 G 连接 CG , 请问: 四边形 $ABCG$ 是什么特殊平行四边形? 为什么?

