

# 2025 年寒假八下数学讲义 (2)

January 22, 2025

# Contents

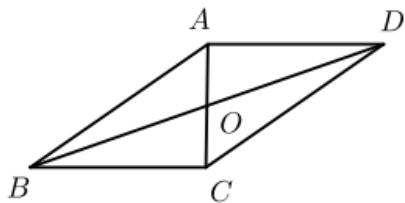
Contents	2
1 课堂小测 1：平四的概念与性质	1
2 第二讲：平四的判定及特殊的平行四变形—矩形	3
2.1 平行四边形的判定 . . . . .	3
2.2 矩形 . . . . .	6
2.3 课后作业 . . . . .	9

# 课堂小测 1：平四的概念与性质

姓名: \_\_\_\_\_ 成绩: \_\_\_\_\_

## Exercise 1.0.1

如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, $AC, BD$ 相交于点 $O$ ,  $AB = 10$ ,  $AD = 8$ ,  $AC \perp BC$ , 则 $OB =$ \_\_\_\_\_



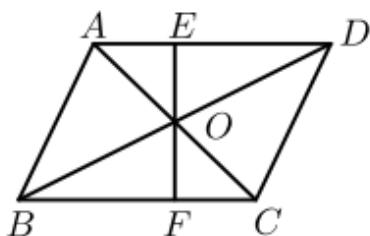
## Exercise 1.0.2

已知平行四边形一边长为 10, 一条对角线长为 6, 则它的另一条对角线 $a$ 的取值范围为( ).

- A.  $4 < a < 16$       B.  $14 < a < 26$       C.  $12 < a < 20$       D. 以上答案都不正确

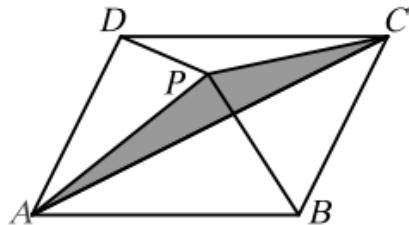
## Exercise 1.0.3

如图, $EF$ 过平行四边形 $ABCD$ 对角线的交点 $O$ , 交 $AD$ 于 $E$ , 交 $BC$ 于 $F$ , 若平行四边形 $ABCD$ 的周长为 18, $OE = 1.5$ , 则四边形 $EFCD$ 的周长为\_\_\_\_\_.



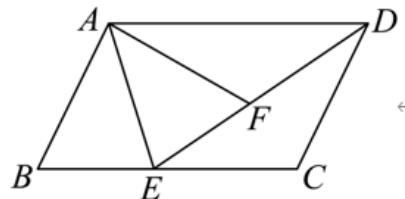
**Exercise 1.0.4**

如图所示,  $P$ 是平行四边形  $ABCD$  内一点, 且  $S_{\triangle PAB} = 5, S_{\triangle PAD} = 2$ , 则阴影部分的面积为\_\_\_\_\_.

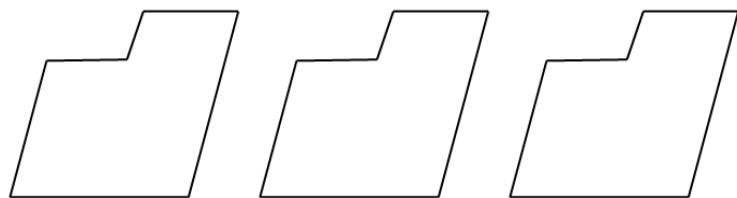
**Exercise 1.0.5**

如图, 在平行四边形  $ABCD$  中, 点  $E$  在  $BC$  边上, 且  $AD=DE$ ,  $F$  为线段  $DE$  上一点, 且  $\angle AFE=\angle B$ .

- (1) 求证:  $\angle AFD=\angle ECD$ ;
- (2) 求证:  $\triangle AFD \cong \triangle DCE$ ;



**Exercise 1.0.6** 现有如图 2 的铁片, 其形状是一个大的平行四边形在一角剪去一个小的平行四边形, 工人师傅想用一条直线将其分割成面积相等的两部分, 请你帮助师傅设计三种不同的分割方案



# 第二讲：平四的判定及特殊的平行四边形—矩形

# 2

上一节课，我们学习了平行四边形的基本性质，这节课我们学习：

- ▶ 平行四边形的判定
- ▶ 临边相等的平四：菱形
- ▶ 角为直角的平四：矩形
- ▶ 临边相等且直角的平四：正方形

2.1 平行四边形的判定 . . . . . 3

2.2 矩形 . . . . . 6

2.3 课后作业 . . . . . 9

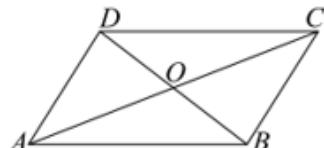
## 2.1 平行四边形的判定

平四的性质即判定，判定即性质！

### Example 2.1.1

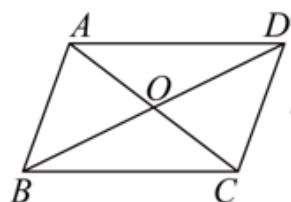
(23-24 八年级下·江苏南通·期中) 如图，四边形 ABCD 中，对角线 AC、BD 相交于点 O，下列条件不能判定这个四边形是平行四边形的是 ( )

- A.  $AB//DC, AD//BC$       B.  $AB//DC, AD = BC$   
C.  $AO = CO, BO = DO$       D.  $AB = DC, AD = BC$

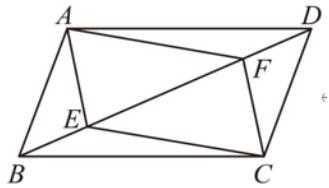


Example 2.1.2 1. (23-24 八年级下·江苏泰州·期中) 如图，在四边形 ABCD 中，对角线 AC 与 BD 相交于点 O，下列四个选项中不能判定四边形 ABCD 是平行四边形的是 ( )

- A.  $\angle BAD = \angle BCD$       B.  $AD//BC, AB=CD$   
C.  $OA=OC, OB=OD$       D.  $AD//BC, AO=CO$

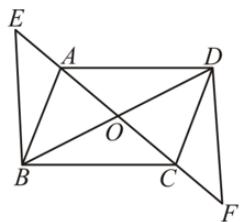


**Example 2.1.3** (23-24 九年级下·江苏南通·阶段练习) 提示 如图, 在  $\square ABCD$  中, E、F 为对角线 BD 上两点,  $BE=DF$ . 求证: 四边形 ABCD 是平行四边形.

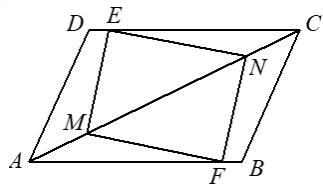


提示: 平四的证明问题, 经常借助全等三角形

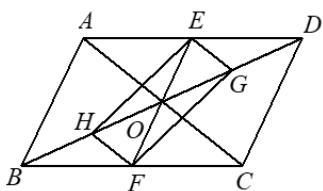
**Example 2.1.4** 如图, 四边形 ABCD 对角线交于点 O, 且 O 为 AC 中点,  $AE=CF$ ,  $DF//BE$ , 求证: 四边 ABCD 是平行四边形.



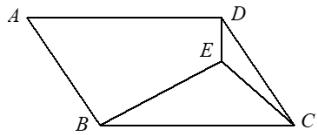
**Example 2.1.5** 如图, 在平行四边形 ABCD 中, 点 M、N 是对角线 AC 上的点, 且  $AM=CN$ ,  $DE=BF$ , 求证: 四边形 MFNE 是平行四边形.



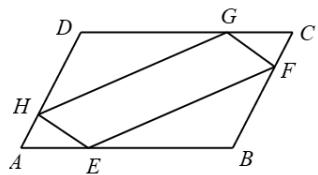
**Example 2.1.6** 如图, 过四边形 ABCD 对角线的交点 O 作直线 EF 交 AD、BC 分别于 E、F, 又 G、H 分别为 OB、OD 的中点, 求证: 四边形 EHFG 为平行四边形.



**Example 2.1.7** 已知：如图，平行四边形 ABCD 内有一点 E 满足  $ED \perp AD$  于点 D， $\angle EBC = \angle EDC$ ， $\angle ECB = 45^\circ$ ，请找出与 BE 相等的一条线段，并给予证明。



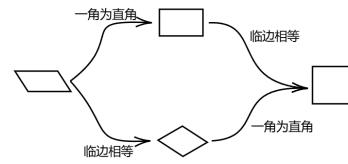
**Example 2.1.8** 如图，在平行四边形 ABCD 的各边 AB, BC, CD, DA 上，分别取 E, F, G, H，使  $AE=CG$ ,  $BF=DH$ ，求证：四边形 EFGH 为平行四边形



## 2.2 矩形

### Definition 2.2.1 矩形的定义

有一个角是直角的平行四边形叫做矩形。



### Theorem 2.2.1 矩形的性质

矩形是特殊的平行四边形，它具有平行四边形的所有性质，还具有自己独特的性质：

- ▶ 边的性质：对边平行且相等。
- ▶ 角的性质：四个角都是直角。
- ▶ 对角线性质：对角线互相平分且相等。注意
- ▶ 对称性：矩形是中心对称图形，也是轴对称图形。

注意：对角线相等的平行四边形才是矩形，如果只说对角线相等，那还可能是我们的“老朋友”等腰梯形

直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半。直角三角形中， $30^\circ$ 角所对的边等于斜边的一半。

### Theorem 2.2.2 矩形的判定

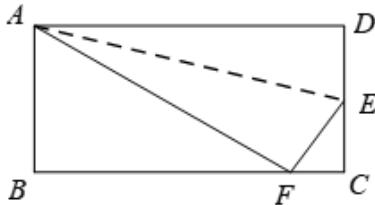
- ▶ 判定 1：有一个角是直角的平行四边形是矩形。
- ▶ 判定 2：对角线相等的平行四边形是矩形。
- ▶ 判定 3：有三个角是直角的四边形是矩形。

**Example 2.2.1** 矩形具有而平行四边形不具有的性质为（ ）

- A. 对角线相等      B. 对角相等  
C. 对角线互相平分      D. 对边相等

例二在考察特殊角对于矩形的形状的影响。结合矩形天生具有的直角，就可以利用勾股定理等手段进行解决

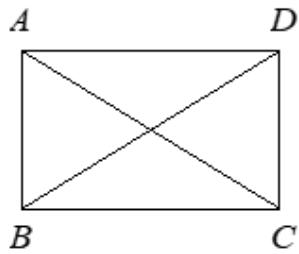
**Example 2.2.2** 如图，矩形 ABCD 沿 AE 折叠，使 D 点落在 BC 边上的 F 点处，如果  $\angle BAF=60^\circ$ ，则  $\angle DAE=$  \_\_\_\_\_



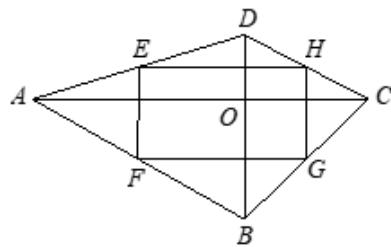
**Exercise 2.2.1** 矩形 ABCD 中，点 H 为 AD 的中点，P 为 BC 上任意一点， $PE \perp HC$  交 HC 于点 E， $PF \perp BH$  交 BH 于点 F，当 AB，BC 满足 \_\_\_\_\_ 条件时，四边形 PEHF 是矩形

绘草图的能力是考场上的重要能力之一，务必要训练自己简单快速绘图的能力，尽量不用直尺，太浪费时间。明白图形是如何“生长”的，这个过程能帮助你快速了解一遍题意。这对于几何问题尤其重要。

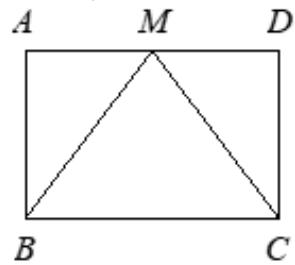
**Example 2.2.3** 如图, 在四边形 ABCD 中,  $\angle ABC = \angle BCD = 90^\circ$ ,  $AC = BD$ , 求证: 四边形 ABCD 是矩形.



**Exercise 2.2.2** 如图, 已知在四边形 ABCD 中,  $AC \perp DB$  交于 O, E、F、G、H 分别是四边的中点, 求证四边形 EFGH 是矩形.

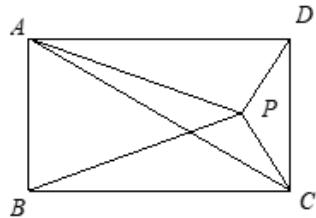


**Example 2.2.4** 如图, 在平行四边形 ABCD 中, M 是 AD 的中点, 且  $MB = MC$ , 求证: 四边形 ABCD 是矩形.



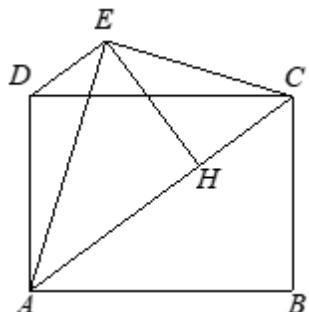
**Example 2.2.5<sup>1</sup>** 已知矩形 ABCD 和点 P, 当点 P 在矩形 ABCD 内时, 试求证:  $S_{\triangle PBC} = S_{\triangle PAC} + S_{\triangle PCD}$

1: 联想平四中的面积相关推论, 以及对角线等分面积推论, 列出式子!



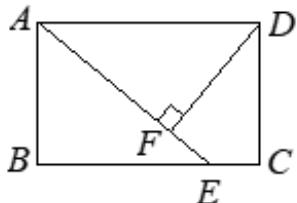
**Example 2.2.6** 如图，将矩形 ABCD 沿 AC 翻折，使点 B 落在点 E 处，连接 DE、CE，过点 E 作  $EH \perp AC$ ，垂足为 H.

- (1) 判断 ACED 是什么图形，并加以证明；
- (2) 若  $AB=8$ ,  $AD=6$ . 求 DE 的长；
- (3) 四边形 ACED 中，比较  $AE+EC$  与  $AC+EH$  的大小.



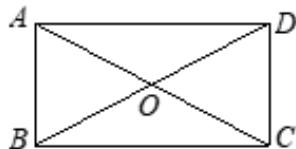
### 2.3 课后作业

**Exercise 2.3.1** 如图, 在矩形 ABCD 中, 点 E 是 BC 上一点,  $AE=AD$ ,  $DF \perp AE$ , 垂足为 F. 线段 DF 与图中的哪一条线段相等? 先将你猜想出的结论填写在下面的横线上, 然后再加以证明。即  $DF = \underline{\hspace{2cm}}$ .(写出一条线段即可)

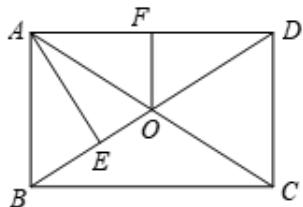


**Exercise 2.3.2** 如图, 矩形 ABCD 的两条对角线相交于点 O,  $\angle AOB=60^\circ$ ,  $AB=2$ , 则矩形的对角线 AC 的长是 ( )

- A. 2   B. 4   C.  $2\sqrt{3}$    D.  $4\sqrt{3}$



**Exercise 2.3.3** 如图, 矩形 ABCD 中, 对角线 AC, BD 相交于点 O,  $AE \perp BO$  于 E,  $OF \perp AD$  于 F, 已知  $OF=3cm$ , 且  $BE:ED=1:3$ , 求 BD 的长.



**Exercise 2.3.4** 如图所示, 在  $Rt\triangle ABC$  中,  $\angle ABC=90^\circ$ , 将  $Rt\triangle ABC$  绕点 C 顺时针方向旋转  $60^\circ$  得到  $\triangle DEC$  点 E 在 AC 上, 再将  $Rt\triangle ABC$  沿着 AB 所在直线翻转  $180^\circ$  得到  $\triangle ABF$  连接 AD.

- (1) 求证: 四边形 AFCD 是菱形;
- (2) 连接 BE 并延长交 AD 于 G 连接 CG, 请问: 四边形 ABCG 是什么特殊平行四边形? 为什么?

