## 数列极值的一道好题

设实数列  $(a_n)$  满足:  $a_1=1$ ,且

$$a_{n+1} = a_n + \frac{1}{na_n}$$
  $(n \ge 1)$ .

(1) 证明  $a_n^2$  单调增加; (2) 求证: 存在常数 C 使得  $a_n = \sqrt{2 \ln n + C + o(1)}$ ;

(3) 给出一个对  $a_{1000}$  的三位小数近似。

MMMM: 可先考虑  $b_n=a_n^2$  的增量; 再用积分比较估计  $\sum \frac{1}{na_n}$ 。



#数学每日一题 # 大白鲨 EDU 大白鲨教育科技有限公司