# 大学生园地

# 基于智能手机和 Matlab 的居家悬滴法表面张力测量实验

# 陆怿璠 金子程 任文艺

(西北农林科技大学 理学院 陕西 杨凌 712100)

摘要: 本文基于智能手机和 Matlab 软件设计了一种居家环境下可实现的悬滴法水滴表面张力测量实验. 借助智能手机拍照功能获得水滴图像 利用 Matlab 进行边缘检测及计算 "从而得出表面张力系数. 对于不同清晰度的情况提出了对应的分析和处理方法。实验结果表明该方法稳定可靠. 为后疫情时代开展居家大学物理实验教学提供了一个典型案例.

关键词: 表面张力; 智能手机; 居家实验; Matlab 边缘检测; 悬滴法

中图分类号: 0 4-33 文献标识码: A 文章编号: 1000-0712(2023) 01-0048-07

[DOI]: 10.16854/j.cnki.1000-0712.220196

新冠肺炎的到来,打破了传统的教育范式,促生了网络课堂等多元化的教学模式.居家条件下,实验条件的限制对大学物理实验的远程教学提出新的挑战.虚拟仿真实验、计算机仿真实验、居家实验等多种形式的教学方式为远程实验教学提供了多样化的解决方案.为了达到培养学生动手能力、独立思考能力、对科学的探索精神的目的,兼具简便可行性,物理实验的居家创新设计逐渐增多.同时随着智能手机的飞速发展,其便携性、专业性、普及性等优点使得近些年结合手机进行的物理实验逐渐增多.在此背景下,本文提出一种利用智能手机的液体表面张力系数测量的居家实验.

液体表面张力常见的测量方法有悬滴法<sup>[1]</sup>、Wilhelmy 盘法、环法、毛细管上升法<sup>[2]</sup>、最大气泡压力法、滴重法、毛细管探针法<sup>[3]</sup>、拉脱法<sup>[4]</sup>等,其中较为简便的一种测量方式为悬滴法,其原理为:待测液滴静止悬挂在毛细管口处时,其形状主要由重力和表面张力之间的平衡所决定,因此通过测定悬滴轮廓的一些关键几何参数(如水滴最大直径),可计算出该液体的表面张力系数.

关于悬滴法测量液体表面张力的实验已有大量研究 Zhao 等利用 CCD 相机、注射泵、LED 光源等装置结合计算机对液滴图像边缘提取完成实验<sup>[5]</sup>,这是悬滴法测量的普遍实验思路. Wan 等在

实验中通过测量悬滴的滴管直径计算图片放大倍率<sup>[6]</sup>,虽为一种普遍方法,但存在两个明显缺点:若为居家实验,则管口直径会因管子粗细不均匀、易形变、无测量工具等原因无法准确得出;当管口直径为实验变量时,每次更换毛细管都需重复操作测量其直径. Goy 等使用手机拍照获取液滴图像<sup>[7]</sup>,大大简化实验装置及操作,但拍照获得的液滴边缘对于以往计算机算法不好分辨,无法精确提取,使用直尺在屏幕上测量长度参数,虽简便但误差较大.

为此,本文提出了一种基于参考物的智能手机 悬滴法测量水滴表面张力系数的实验方案.参考物 宽度已知,采用计算机视觉方法结合 Matlab 软件和 边缘检测算法大幅度提高了实验的简便性,更适合 居家开展.

#### 1 实验原理

# 1.1 悬滴法测量表面张力

悬滴法测量液体表面张力时,首先要获得静止悬挂在管口的液滴,本文通过将水(待测液体)滴入普通玻璃管或吸管得到.此时液滴由于受重力与表面张力平衡而呈现出一种椭球形轮廓.其表面张力系数可通过测量边缘轮廓得出.如图1所示的悬滴法原理图有如下关系<sup>[8]</sup>.

作者简介: 陆怿璠(2001—) 女 河北邯郸人 西北农林科技大学理学院 2019 级本科生.

通信作者: 任文艺 E-mail: renovelhuman@ gmail.com



收稿日期: 2022-04-14; 修回日期: 2022-06-14

基金项目: 大学生创新创业项目(S202010712075; X202110712338)、西北农林科技大学教育教学改革项目(JY2103158)、光电教指分委 2019年"新工科建设与实践"教育教学研究项目(gdxgk13)以及教育部产学合作协同育人项目(202102153030)资助.

(1)

$$\frac{1}{r/b} + \frac{\sin \phi}{x/b} = 2 + \beta \left(\frac{z}{b}\right)$$

图 1 悬滴法原理图

其中 在水滴轮廓上点(x z) 处 r 为曲率半径  $\phi$  为该点处切线与水平正向的夹角; b 为坐标原点处的曲率半径;  $\beta$  是为了简化表达式而引入的一个无量纲的"抽象的数"[8] .有

$$\beta = \frac{-g\Delta\rho b^2}{\gamma} \tag{2}$$

其中 g 为当地重力加速度  $\Delta \rho$  为该交界面两侧物质的密度差(本实验中即为水与空气的密度差)  $\gamma$  为表面张力系数且可通过测得  $\beta \setminus b \setminus g \setminus \Delta \rho$  算出.

实际中 $\beta$  和 b 很难测得,因此舍弃这种计算方法.将这个过程简化近似后,用以下式子对 $\gamma$  进行计算:

$$\gamma = \frac{g D_e^2 \Delta \rho}{H} \tag{3}$$

其中  $D_e$ 为液滴最大直径 ,实验中通过 Matlab 对手机拍照得到的水滴图像提取边缘 ,计算出边缘最大直径处的像素格数 ,并结合图片放大率(可由参照物的实际宽度及其在图片上对应像素格数计算得出)即可得出 $D_e$ .H 为液滴形状因子 S 修正之后的形状因子 ,二者之间的对应关系已被总结为经验表格<sup>[9]</sup> S 表达式如下

$$S = \frac{D_s}{D} \tag{4}$$

其中  $D_s$ 为液滴边缘上距最底端 $D_s$ 处的直径大小.实

验中利用提取出的边缘得出 $D_s$ 、 $D_e$ 对应长度的像素数即可得出形状因子 S.

# 2 实验软硬件设计

#### 2.1 实验装置

将一个管口直径约 3 mm 的上下开口的玻璃吸管或普通吸管 与对照物并排向下固定在类似于铁架台的支架上 二者平行 ,可采用穿孔的硬纸板结合橡皮泥固定. 若无铁架台 ,将硬纸板两端固定在高度相同的盒子、桌椅等物品上,保证滴管可以竖直悬空即可. 本文选取标有出厂直径(6.04 mm)的钢杆作为对照物 居家亦可选取直径已知为国家标准值的铁丝代替. 钢杆底端比玻璃吸管底端靠下 ,二者到相机距离大体相等 确保对悬滴拍照时,钢杆可以平行在水滴旁作对照. 实验背景为黑、白两种,光源为自然室内光或台灯. 居家实验装置实物如图 2 所示. 相较于以毛细管管口直径作为参照物,选取实际线度已知的物品可避免测量直径,从而简化步骤、减小随机误差.



图 2 居家实验装置图

# 2.2 Matlab 算法及 GUI 界面

在玻璃吸管上端滴入水 尽量避免振动 待其缓慢流到下端管口并形成较稳定液滴后 ,用手机拍照可获得如图 3 所示图片.

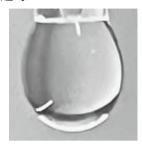


图 3 手机采集的图片

由于液体反光、与环境对比度不明显、水滴内外图像噪点多等因素,获取的图片质量不佳,无法直接使用 Matlab 中的 edge 边缘检测函数精确提取边缘. 因此,需要分析常见水滴边缘类型特点,针对性地设计程序,保证得到清晰边缘.



(a) 整体边缘清晰



(b) 边缘在左右两半清晰 度差异大



(c) 边缘上存在分散的模 糊小段图



(d) 整体边缘因光线暗而 不清晰

图 4 不同情况下的水滴边缘

考虑到背景亮暗和光线强弱 。会产生如图 4 所示四种清晰情况不同的水滴边缘:整体边缘清晰、边缘在左右两半清晰度差异大、边缘上存在分散的模糊小段、整体边缘因光线暗而不清晰.下文中将这四种情况指代为"情况一""情况二""情况三""情况三"和"情况四",针对每一种类型设计对应的处理算法,实现边缘的高质量提取.为了确定钢杆宽度在图像中的像素数 濡准确提取其两边边缘. 当钢杆边缘清晰时,直接利用 edge 函数提取;当钢杆边缘由于反光等原因不好分辨时,手动选取其两个边缘.

#### 2.2.1 水滴在不同光线情况下的边缘提取

# 1) 情况一

对于如图 5(a) 所示为情况一的采集图像 ,可得到图 5(b) 所示二值化图像. 二值化阈值 τ 采用最大类间方差法确定 ,在 Matlab 中用 graythresh 函数实现.基于 canny 算子对二值化图像进行边缘提取 ,得到图 5(c) 所示水滴边缘图像.



(a) 水滴原图



(b) 二值化图



(c) 水滴边缘图像

图 5 情况一水滴边缘提取

#### 2) 情况二

如图 6(a) 所示为情况二的采集图像 深取对水滴分半提取边缘再合并的办法.将原图的灰度图像左右平均分开 ,边缘相对清晰的一半称为图 A ,另一半称为图 B.对于图 A ,直接提取边缘(sobel、canny 算子) 结果如图 6(b) 所示.对于图 B ,先对灰度图采用对比度受限的自适应直方图均衡 ,得到图 6(c) ,经二值化、边缘提取得到如图 6(d) 所示的边缘图像.将提取的边缘图像重新组合在一起得到图 6(e) 所示的清晰边缘图像 ,图 B 均衡化前后的直方图分别如图 6(f) 、(g) 所示.可以看出 ,该过程将图 B 灰度分布至整个颜色空间 将其变成近似均匀分布 ,从而增强图像对比度.



(a) 水滴原图



(b) 右半边缘图像



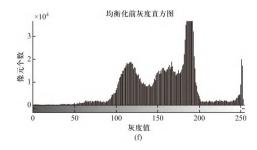
(c) 左半灰度均衡 化后图像



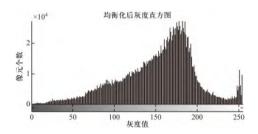
(d) 左半边缘图像



(e) 整个水滴边缘图像



(f) 均衡化前直方图分布



(g) 均衡化后直方图分布

图 6 情况二水滴边缘提取

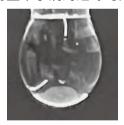
# 3) 情况三

图 7(a) 为情况三下获取的水滴图像. 将水滴原图转化为如图 7(b) 的灰度图 I 后,采用交互方式在紧邻模糊段的内侧水滴区域选出一点(x,y),将其灰度作为参考灰度 I(x,y),则这个恰当的灰度范围为 I(x,y) ± $\tau$ (在此取阈值  $\tau$  为 0.001). 对整个图片逐个像素点检查,设某点为(m,n) 若该点的灰度值落在该范围内,则设置其灰度值为 0,否则不变. 灰度值设置为

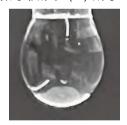
$$I(m \ n) = \begin{cases} 0, & a \leq \tau \\ I(m \ n), & a > \tau \end{cases} \tag{5}$$

其中 a 为 | I( m n) - I( x y) |.

阈值  $\tau$ =0.001 是依据实验环境统计得出 ,不具有绝对性. 对图 7(b) 增强后的图像如图 7(c) 所示 ,可以看出最左端部分轮廓明显较原图更加清晰. 此时整个水滴的边缘均为清晰的 ,如图 7(d) 所示.



(a) 水滴原图



(b) 水滴灰度图像



(c) 加强后水滴灰度图像



(d) 水滴边缘图像

图 7 情况三水滴边缘提取

# 4) 情况四

情况四下获得图像如图 8(a) 所示 采取如下处理方法: 先对该水滴图像进行直方图均衡化突出边

缘 如图 8(b). 将图 8(b) 进行灰度处理、二值化后得到图 8(c) 对其利用 Matlab 中的 imfill 函数进行"填洞". 由于该情况下图像特点为边缘与其紧邻的水滴内侧部分均较外部更亮(水滴整个边缘都很连续,可以将内部噪点完全包围) 因此填洞后得到的图像 I 中,水滴内部应为没有噪点的单一白色如图 8(d) 所示,即  $I(m_1, p_1)$  均为 1 其中( $m_1, p_1$ ) 为水滴内部的点. 再对水滴外背景进行去噪: 从黑白图像的中垂线位置(约为水滴中垂线位置)分别向左右两边逐个像素点检测,认为遇到第一个黑色的点为边缘 边缘之外检测到的点( $m_2, p_2$ ) 均为水滴外背景,并将背景全部设为黑色  $I(m_2, p_2)=0$ . 此时得到了如图 8(e) 所示水滴内、外均无噪点的边界鲜明的黑白图像,再进行边缘提取得到如图 8(f) 所示的清晰边缘.







(a) 水滴原图

(b) 直方图均衡化后图像

(c) 二值化图



(d) "填洞"处理 后图像



(e) 背景去噪后图像



(f) 水滴边缘 图像

图 8 情况四水滴边缘提取

# 2.2.2 钢杆左右两边轮廓提取

在手机获取的原图上提取钢杆部分,若钢杆边缘清晰,将彩图进行灰度、二值化处理后,利用 edge 函数得到图像的最外两条白线为其边缘. 若边缘不清晰,用户分别选取钢管两个边缘上一点,以其为横坐标的两条纵向直线代表两边缘.

# 2.2.3 表面张力系数的得出

本文 Matlab 程序计算表面张力系数流程如图 9 所示. 首先需要设置系统常量: 空气密度 $\rho_{\rm air}$ 、水的密度 $\rho_{\rm water}$ 、重力加速度 g、钢杆直径 D. 程序读入原图后采用交互界面,用户手动截出水滴、钢杆部分图像,并分别处理. 对于水滴图像,结合上述对于其边缘类型讨论判断所属情况,并选出最适合的算法进行

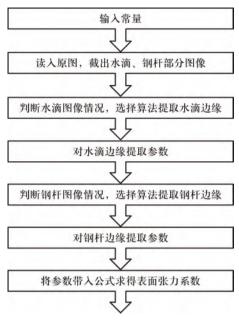


图 9 表面张力系数计算流程图

边缘提取. 最终边缘图像为纯黑背景中白色细线边缘 基于这一特点,以像素为单位,每一行统计出两个最外白色像素点间距作为水平直径. 数值最大的即为原水滴实际最大直径 $D_e$ 在图片上的像素格数 $d_e$  找到距水滴底端 $d_e$ 像素处的水平直径 $d_s$  ,其代表的真实距离为 $D_s$ . 同理可求出钢杆的像素直径 d. 有如下关系:

$$D_e = \eta \ d_e \tag{6}$$

其中 $\eta$ 为钢杆实际长度与其像素格数的比值D/d. 形状因子S可由下式求出:

$$S = \frac{D_s}{D_e} = \frac{d_s}{d_e} \tag{7}$$

则水的表面张力系数为

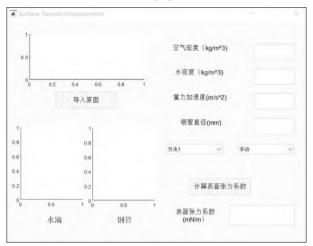
$$\gamma_{\text{water}} = \frac{g\Delta\rho \ D_e^2}{H} \tag{8}$$

其中  $\Delta \rho = \rho_{\text{water}} - \rho_{\text{air}}$  ,H 为液滴形状因子 S 修正之后的形状因子 ,二者之间的一一对应关系已被总结为经验表格 ,该表格已提前导入 Matlab( 表格中 S 的取值范围为 0.660 到 1.003 ,间隔 0.001) ,便于程序运行时调用进而寻找 S 对应的 H 值 ,由于表格中 S 为离散值 ,在程序中需利用插值法计算得出 H. 结合式( 6) 至式( 8) 即可计算出表面张力系数 $\gamma_{\text{water}}$ .

#### 2.2.4 实验 GUI 界面的设计

基于 Matlab 语言设计了如图 10(a) 所示的 GUI 界面 实现了人机交互式的数据处理. 根据提示输入4个常量. 判断水滴、钢杆情况后分别在两个下

拉菜单中选择对应合适的图像处理方法. 导入原图 后点击计算 程序自动运行 根据提示对交互界面进行操作 运行结束后在界面的"表面张力系数"处查看本次测量结果 如图 10(b) 所示.



(a) 实验 GUI 界面



(b) 运行结果界面

图 10 实验界面

# 3 实验结果及讨论

为了测试四种情况下设计的水滴边缘检测算法精度,每一种情况都分别用 5 张图片进行测试.每一张图片都进行 5 次重复操作(减小随机误差),且以这 5 次结果平均值代替该图表面张力测量结果.同时可计算出每种情况下算法的相对标准差、相对误差,分别反应其稳定度、精确度. 每种情况下记录 7 个数据,该实验包含四种情况共 28 个数据如表 1 所示. 水银温度计测出本次实验环境温度为  $20^{\circ}\mathrm{C}$  ,此时有空气密度  $1.205~\mathrm{kg/m}^{3}$  、水的密度  $1.000~\mathrm{kg/m}^{3}$  、重力加速度  $9.806~65~\mathrm{m/s}^{2}$  、钢杆直径

为出厂标定值  $6.04~\mathrm{mm}$  ,水的理论表面张力系数为  $73~\mathrm{mN/m}^{[10]}$  .

# 3.1 四种边缘检测法计算结果及误差分析

四种情况下表面张力系数测量结果及误差分析记录如表 1<sup>[11]</sup>.以情况一为例展示误差分析步骤.测量结果平均值为

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{N} x_i}{N} \approx 72.9 \text{ mN/m}$$
 (9)

其中 N 为样本个数 5  $x_i$ ( i=1 2 3 4 5) 为该情况下 5 张图片测量结果.

相对误差为

$$d_r = \frac{|\bar{x} - x_0|}{x_0} 100\% \approx 0.14\%$$
 (10)

其中  $x_0$ 为水表面张力系数理论值.

标准差为

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N} (x_i - \overline{x})^2}{N - 1}} \approx 1.30 \text{ mN/m}$$
 (11)

相对标准差为

$$S_r = \frac{s}{\tilde{x}} 100\% \approx 1.78\%$$
 (12)

表 1 四种情况下实验结果及误差
------------------

情况	图片序号	1	2	3	4	5	相对误差/%	相对标准差/%
情况一	$\gamma_{ ext{water}}$ /( mN/m)	72.4	75.1	72.2	71.8	72.8	0.14	1.78
情况二	$\gamma_{ m water}$ /( mN/m)	82.5	68.0	76.3	69.5	69.8	0.27	8.32
情况三	$\gamma_{ m water}$ /( mN/m)	72.7	74.9	74.2	68.2	71.7	0.96	3.64
情况四	$\gamma_{ m water}$ /( mN/m)	73.5	71.1	70.4	74.1	76.3	0.11	3.26

同理可得情况二、三、四的相对误差、相对标准差. 综合以上分析可有: 1) 纵向对比 在基于悬滴法原理的水表面张力测量实验中 ,Wan<sup>[6]</sup> 的测量结果相对误差为 0.000 14%; Zhao<sup>[5]</sup> 为 2.2%; Goy<sup>[7]</sup> 为 6.8%. 横向对比 ,在使用不同原理进行水表面张力测量实验中 基于毛细管上升法<sup>[2]</sup> 的测量结果相对误差为 0.14%; 基于拉脱法结合传感器<sup>[4]</sup> 为 1.1%; 基于毛细管探针法<sup>[3]</sup> 为 0.12%. 本文方法测量精度与一般实验室相当 且高于 Goy<sup>[7]</sup> 手动测量精度 相比其他原理下方法其误差也在合理范围内. 2) 算法相对标准差在可接受范围内 ,说明其稳定性好 即在同一情况下具有可重复性.

# 4 结论

本文研究了一种基于智能手机和 Matlab 的表面张力居家测量实验. 利用手机、玻璃吸管、钢杆等装置,以及对四种不清晰边缘水滴情况的 Matlab 图像处理算法设计,实现了一种相较于以往装置更简易、操作更简便的居家测量水表面张力的方法.对比本原理下其他实验、其他原理下实验,本方法测量精度较高、稳定性好. 本实验有助于提高学生对实验原理的理解、Matlab 程序设计的能力,也为后疫情时代下的线上实验教学提供了一种可行的、创新性的居家实验方案.

# 参考文献:

- [1] Fukuhara A , Hayakawa O , Matsuura Y , et al. Measurements of surface tension of protein solution by pendant drop method [J]. Memoirs of the Hokkaido Institute of Technology , 2006 , 34: 89-96.
- [2] 尹东霞 冯沛生 夏淑倩.液体表面张力测定方法的研究进展[J]. 科技通报 2007 23(03): 424-429+433.
- [3] 安郁宽. 毛细管探针法测定液体的表面张力系数 [J]. 大学物理 2010 29(10): 37-40.
- [4] 伊鑫 朴渊 柳青 等.拉脱法测量纯水表面张力系数实验的研究[J]. 大学物理 2008 27(02): 60-63.
- [5] 赵海龙 刘大顺 陈效鹏.一种基于数字图像的表面张 力测量方法——悬滴法[J]. 实验力学 2010 25(01): 100-105.
- [6] Wan S, Wei Z, Chen X, et al. Pendant drop method for interfacial tension measurement based on edge detection [C]// 2009 2nd International Congress on Image and Signal Processing. IEEE, Tianjin, China, 2009: 1-5.
- [7] Goy N A , Denis Z , Lavaud M , et al. Surface tension measurements with a smartphone [J]. The Physics Teacher , 2017 , 55(8): 498-499.
- [8] Bashforth F, Adams J C. An attempt to test the theories of capillary action by comparing the theoretical and measured forms of drops of fluid [M]. New York: Oxford University Press ,1883.
- [9] Fordham S. On the calculation of surface tension from

measurements of pendant drops [J]//Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences. London: The Royal Society, 1948, 194(1036): 1-16.

- [10] 张也影.流体力学 [M]. 北京: 高等教育出版 社,1999.
- [11] 金晓琳 候瑞 李海鸥.科技论文中有效数字的正确使 用[J]. 今日科苑 2009(22): 273-274.

# Pendant drop method to measure surface tension of waterdrops based on smartphone and Matlab at home

LU Yi-fan , JIN Zi-cheng , REN Wen-yi (College of Science , Northwest A&F University , Yangling , Shaanxi 712100 , China)

**Abstract**: An experiment of measuring surface tension of water droplets based on pendant drop method is developed by using a smartphone and Matlab software that can be used at home. The surface tension coefficient is calculated by taking a photo of water droplets with a smartphone and then using Matlab to recognize and calculate the edges. For various clarity cases, appropriate analysis and processing methods are presented, and testing results show that the method is stable and trustworthy. It is a typical case of post-epidemic experimental teaching of university physics at home.

**Key words**: surface tension; smartphone; home physics experiment; Matlab edge detection; pendant drop method

(上接47页)

- [6] 姜海丽 赵文辉 孟霆 筹. 一核三阶六化三省"的大学物理在线教学设计与实践 [J]. 大学物理,2021,40 (4):53-59.
- [7] 卢晓云. 面向未来的教与学 [J]. 中国大学教学, 2019, 352(12): 49-53.

# Exploration and practice of online and offline mixed teaching mode of one body, two cores and four combinations in atomic physics

CUI Li-ling ,LIAO Xiang-ping ZHANG Guo-hua ZHANG Dan ,XIAO Jin (Hunan University of Technology , College of Science , Zhuzhou , 412007 ,China)

**Abstract**: Relying on the construction of provincial first-class online and offline mixed curriculum of atomic physics, with the help of Erya general education online course platform of our university, in this paper the exploration and practice of the mixed teaching mode of atomic physics are actively carried out by using the learning wisdom teaching software. Through the process of online resource construction, teaching mode exploration and teaching mode practice, the teaching concept has been changed and the one body, two cores and four combinations mixed teaching mode have been innovatively constructed, which provide a certain reference for the reform of online and of-fline mixed teaching mode in local colleges and universities.

**Key words**: atomic physics; online and offline mixed teaching mode; students as the main body; educational reform

