

学号： 2019013983



**西北农林科技大学**  
NORTHWEST A&F UNIVERSITY

## 2023 届本科生毕业论文

### 分焦平面偏振图像解马赛克算法对比研究

学	院：	<u>理学院</u>
专	业：	<u>光电信息科学与工程</u>
年 级 班 级：		<u>2019级02班</u>
学 生 姓 名：		<u>陆恽璠</u>
指 导 教 师：		<u>任文艺</u>
协助指导教师：		<u>无</u>
完 成 日 期：		<u>2023年06月</u>

## 本科生毕业论文（设计）的独创性声明

本人声明：所呈交的本科毕业论文（设计）是我个人在导师指导下独立进行的研究工作及取得的研究结果。尽我所知，除了文中特别加以标注和致谢的地方外，论文中不包含其他人已经发表或撰写过的研究结果，也不包含其他人和自己本人已获得西北农林科技大学或其他教育机构的学位或证书而使用过的材料。与我一同工作的同事对本研究所做的任何贡献均已在论文的致谢中作了明确的说明并表示了谢意。如违反此声明，一切后果与法律责任均由本人承担。

本科生签名：

时间： 2023 年 6 月 3 日

## 关于本科生毕业论文（设计）知识产权的说明

本毕业论文（设计）的知识产权归属西北农林科技大学。本人同意西北农林科技大学保存或向国家有关部门或机构送交论文的纸质版和电子版，允许论文被查阅和借阅。

本人保证，在毕业离开西北农林科技大学后，发表或者使用本毕业论文（设计）及其相关的工作成果时，将以西北农林科技大学为第一署名单位，否则，愿意按《中华人民共和国著作权法》等有关规定接受处理并承担法律责任。

任何收存和保管本论文各种版本的其他单位和个人（包括作者本人）未经本论文作者的导师同意，不得有对本论文进行复制、修改、发行、出租、改编等侵犯著作权的行为，否则，按违背《中华人民共和国著作权法》等有关规定处理并追究法律责任。

本科生签名：

时间： 2023 年 6 月 3 日

指导教师签名：

时间： 2023 年 6 月 3 日

# 分焦平面偏振解马赛克算法的研究

**摘 要：**偏振成像技术近些年得到了广泛关注。分焦平面偏振相机以其体积小、价格便宜并且可以单次成像获得偏振信息等优点成为了近几年的研究热点。因其交错排列不同偏振角微偏振片阵列的特点，在单次成像后每个像素点只能获取一个偏振角度信息，因此需要根据偏振通道间、通道内的性质复现全部偏振信息，此过程称为偏振图像解马赛克。本文对比研究了 22 种现有的插值法解马赛克算法，并按照算法特点分为五大类，基本涵盖了当前所有的基于插值理论的偏振图像解马赛克算法，详细介绍了主要算法的原理思想、推导及实现过程。最后基于 MATLAB，运用网络公开可获取的偏振图像数据库，进行了所有算法的计算机仿真实验，借助主客观评价指标进行了量化评估，发现利用残差法和通道间相关性插值往往效果最好，其中牛顿多项式插值法和边缘感知残差插值法效果最为突出。

**关键词：**解马赛克；偏振成像；分焦平面偏振计；偏振滤波阵列；通道间相关性；通道内相关性；插值

# Research on DoFP Demosaicking Algorithms

**Abstract:** Polarization imaging has attracted wide attention in recent years, among which division-of-focal-plane polarimeter is the main research object because it is small, cheap, and can obtain polarization information in a single shot. Due to the characteristics of staggered micro-polarizer arrays with different polarization angles, each pixel can only obtain one polarization angle information after one shot, so it is necessary to reproduce all polarization information according to the properties between and within channels. This process is called polarization-image demosaicking. In this thesis, we mainly study 22 traditional interpolation demosaicking algorithms. According to their characteristics, they are divided into five categories, covering the vast majority of demosaicking algorithms proposed in recent years. The principle of the main algorithm, derivation, and implementation process are introduced in detail. Finally, based on MATLAB, the computer simulation experiments of all the algorithms are carried out by using the Internet-open database. The quantitative evaluation is carried out by the subjective and objective evaluation indexes. It is found that the residual interpolation and the inter-channel correlation interpolation often get the best results, among which the Newton's polynomial interpolation and the edge-aware residual interpolation method are the most prominent.

**Keywords:** Demosaicking; Polarization imaging; Division-of-focal-plane polarimeter; Polarization filter array; Inter-channel correlation; Intra-channel correlation; Interpolation

# 目 录

第 1 章 绪论 .....	1
1.1 研究意义和研究背景 .....	1
1.1.1 偏振光 .....	1
1.1.2 DoFP 解马赛克 .....	1
1.2 偏振解马赛克国内外研究进展 .....	2
1.3 本论文的主要内容和安排 .....	3
第 2 章 基本理论 .....	5
2.1 偏振光的矩阵表示 .....	5
2.1.1 琼斯矩阵 .....	5
2.1.2 斯托克斯矩阵 .....	5
2.2 偏振光成像系统 .....	6
2.2.1 偏振成像传感器分类 .....	6
2.2.2 基于 DoFP 的成像分析 .....	7
2.3 基于 DoFP 的解马赛克流程 .....	7
2.4 图像评价指标 .....	8
2.5 本章小结 .....	9
第 3 章 传统偏振图像解马赛克算法原理对比 .....	10
3.1 通道相关性的研究 .....	10
3.2 基于 DoFP 的插值算法 .....	11
3.2.1 空间不变线性低通滤波器 .....	11
3.2.2 自适应加权插值 .....	18
3.2.3 边缘检测插值 .....	21
3.2.4 差值法、残差法 .....	23
3.2.5 频域替换 .....	34
3.3 本章小结 .....	35
第 4 章 计算机仿真实验和算法评估 .....	36
4.1 实验 .....	36
4.2 结果分析 .....	36

4.2.1 针对本文 PSNR 结果分析.....	36
4.2.2 对比其他文献结果分析.....	38
4.2.3 主观评价 .....	39
4.3 本章小结.....	41
<b>第 5 章 总结与展望 .....</b>	<b>42</b>
5.1 本论文工作总结.....	42
5.2 展望.....	42
<b>参考文献 .....</b>	<b>44</b>
<b>致 谢 .....</b>	<b>46</b>
<b>在读期间发表的学术论文与取得的研究成果 .....</b>	<b>47</b>

## 第 1 章 绪论

### 1.1 研究意义和研究背景

#### 1.1.1 偏振光

光的信息包括三部分：光强、频率、偏振，而较早出现的彩色成像技术只能对前两种信息加以获取和利用。随着科技的发展，彩色成像技术已经无法满足人们对于光信息的需求，为此人们逐渐开始研发可以捕捉偏振信息的成像系统。这是由于光的偏振信息在生产生活中具有广泛的应用，尤其是偏振度和偏振角信息，它们可以帮助人们了解物体表面材质、物质结构、进行 3D 重建、图像去雾等等，同时也可以光强度不足无法清晰成像的情况下准确捕捉偏振信息，这些优点使得偏振信息的获取和应用在国防、军事、农业、工业、医疗等诸多领域具有极其重要的研究价值（Xin et al. 2023）。

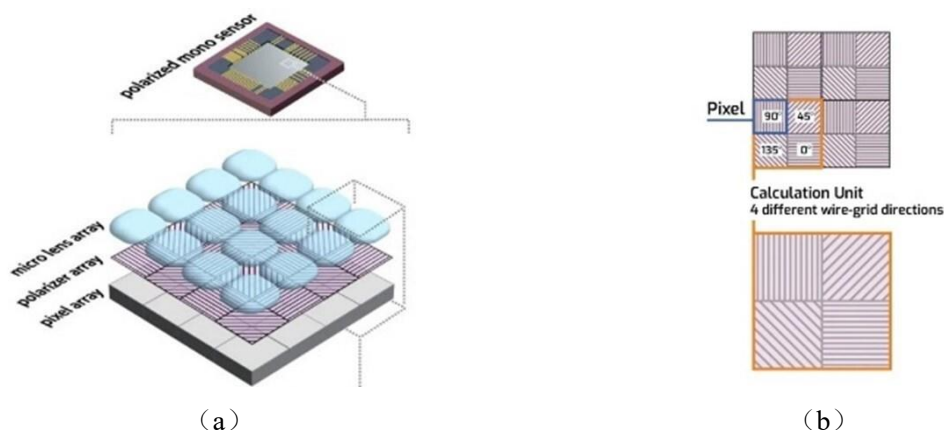
#### 1.1.2 DoFP 解马赛克

偏振成像系统可以分析光波的传播方向、振动方向，其构成通常为成像系统结合偏振光学器件如偏振片、液晶调制器、棱镜等，有关偏振计近年来综述及进展可以参考相关文献（Tyo et al. 2006；Lapray et al. 2018）。现有的偏振成像系统按照是否可以一次成像分为分时偏振成像、同时偏振成像，其中分时偏振成像需要通过旋转偏振片获取同一场景的不同偏振态，因此需要该场景的偏振信息在获取信息的时间段内保持一致，这不利于动态场景信息的获取。按照成像系统结构可分为分孔径型、分振幅型、分焦平面型（Division of Focal Plane, DoFP），DoFP 由于其结构简单、便于组合在系统中使用被广泛研究（张士元等 2022）。

DoFP 传感器应用偏振滤波阵列（Polarization Filter Array, PFA）来获取不同偏振方向信息，其结构如图 1-1 所示。该结构借鉴了较早出现的彩色相机中 Bayer 图样（在多通道相机中也有类似不同类型微偏振器件交错排列获取信息的结构，其作用都是在采样频率和不同通道信息间平衡，从而可以在单次成像的情况下尽可能多地、空间上均匀地获取不同通道偏振信息）。常见的 PFA 由超像素组成，每一个超像素由  $2 \times 2$  个单像素构成，这 4 个像素按规律排列，分别检测 4 个不同的偏振方向（ $0^\circ$ ， $45^\circ$ ， $90^\circ$  和  $135^\circ$ ）的光强。不同偏振相机该排布图样是不一样的，本文展示的排布为市面上常见的索尼 SONY IMX250MZR 偏振相机的 PFA 阵列，后续计算机仿真解马赛克算法均基于此阵列进行。

已知一束光的其他偏振信息如偏振角、偏振度等可以利用这四个偏振方向的光强计算得到。注意到并不是每一个像素都可以在一次成像中获取全部偏振信息，一种解决办

法是将这 4 个像素（设为 A、B、C 和 D）的各自偏振信息组合起来当作  $2 \times 2$  区域中心位置处的点（设为 F，该点位于栅格上）的偏振信息，进而计算出 F 点偏振角、偏振度。但由于 F 点的空间位置和 A、B、C 和 D 四点不一样，此做法会对偏振信息的获取结果造成较大的瞬时视场角（Instantaneous Field of View, IFoV）误差，并损失分辨率。因此我们需要对焦平面上每一个像素都复原出其所在位置的其他三个偏振方向的信息，这个过程即为偏振解马赛克。



图片来源：索尼 LUCID 相机官网 (<https://thinklucid.com/tech-briefs/polarization-explained-sony-polarized-sensor/>)

图 1-1 PFA 图样及结构

解马赛克后的图像相较于真实图存在拉链噪声、伪边缘等误差，故提出运行速度快、误差小的解马赛克算法成为研究热门。下面简要概括国内外对于解马赛克算法研究情况。

## 1.2 偏振解马赛克国内外研究进展

最早彩色相机使用了彩色滤波阵列（Color Filter Array, CFA），其中使用最广泛的图样为 Bayer 编码图样，针对此 CFA 有许多解马赛克算法，但由于 CFA 阵列与 PFA 阵列排布方式不一样，所以针对 CFA 的解马赛克算法不能直接应用在偏振图像上。

近年来有许多针对偏振图像解马赛克的算法旨在提高复原图像的像质，减少 IFoV 误差、图像伪影以及拉链噪声，同时提高 PSNR。插值法是最直观且运行速度较快的一类解马赛克算法，根据待求解像素点附近已知点信息将该像素未知信息插值出来。一般思路为：选择插值中会用到的点、计算出每个点对应的权重并进行加权平均从而求解未知像素的信息。

传统的插值法偏振图像解马赛克算法有许多，最基础的为最近邻插值、双线性插值、双三次插值、三次条样插值等。这些简单的插值法核心在于利用线性低通滤波器对原始图像进行卷积上采样，但这样会导致图像场景中高频部分（边缘、细节等）信息丢失。



此后出现了很多算法，都是以上述算法为基础，利用偏振图像通道间、通道内相关性，运用不同的方法计算已知点的权重，尽可能提高边缘等高频部分的插值精度，从而提升主客观评价指标。

Tyo 等人（2009）在传统双线性插值法基础上提出了四种改进后的卷积核，考虑了点之间的距离作为权重。后续在此基础上，结合强度权重，设计出一种自适应卷积核（2011）。Gao 和 Gruev（2013）利用图像梯度判断边缘，将沿边缘插值、平滑区域插值分开。Zhang 等（2016）也将边缘、平滑区域分开插值，但其判断边缘的方式结合了通道间相关性，并且其讨论的边缘方向比上述方法要丰富。Kiku 等（2013）提出一种应用在 RGB 图像解马赛克中的算法，但其利用残差通道插值的思想可以很好地移植在偏振图像算法上，依据残差通道包含较少的高频信息从而会使该通道插值结果误差更小，结合导向滤波插值，最终得出较好的实验结果。Li 等（2019）同样在差值通道间插值，结合了牛顿多项式以及利用泰勒展开估算误差、计算梯度进行边缘判断，得到了很好的插值解马赛克结果。Morimatsu 等（2020）在前人基础上运用不同方式定义和判断梯度，结合导向滤波进行插值，在复杂度较低的情况下也取得了很好的复现结果。Mihoubi 等（2015）定义了一种结合了四通道特点的图像，从而得到了更为平滑的残差通道，提高后续插值过程的准确度。Liu 等（2020）运用边缘补偿法对图像进行预插值处理，并结合差值法、通道间相关性进行完善。

此外还有一些运用频域变换的插值法，如利用小波变换（Wang et al. 2015），此类方法同样基于通道间高频分量具有强相关性进行插值，只不过由于频域图像上更便于直接提取和替换高频信息，从而使得高频复原可以同时在全通道进行，然后再复原出低频部分。

近年来许多结合了深度学习的解马赛克算法取得了超越传统算法的结果，但由于深度学习算法通常需要合适的数据库，以及大量的训练、数据标定，并且运行时间长，同时市面上大多偏振成像系统硬件也并不能很好地支持该类算法，在此本文不讨论此种方法。

### 1.3 本论文的主要内容和安排

本论文主要研究了基于分焦平面偏振图像解马赛克传统插值算法。涵盖了从偏振解马赛克算法被广泛研究以来大部分典型算法，包括 1.2 节中提到的那些最典型的、具有创新性的算法。本文对每一种算法进行详细介绍，并运用作者自己编写的 MATLAB 程序，或者原文作者已经提供的代码将其实现，利用数据库进行测试，并选取代表性主客观评价指标进行评价，讨论其优缺点。

第一章介绍了论文选取的背景和意义，以及插值法偏振解马赛克算法的国内外研究情况。

第二章描述了光的偏振特性的数学表达方法，介绍了 DoFP 偏振计的结构及成像特点，从而引出插值法处理马赛克问题的基本流程，最后对解马赛克复原的图像所有可能产生的误差及像质问题进行介绍，并阐述了解马赛克图像常见的评价指标。

第三章研究经典的插值法解马赛克算法，首先介绍了偏振图像的重要性质，结合数据库中大量偏振图像的统计结果说明偏振图像存在通道间、通道内部的强相关性，以此作为插值法解马赛克的基本原理，接着介绍了从 2006 年至今的共 22 种典型插值法原理和实现步骤，并按照特点分成 5 大类。

第四章展示了算法解马赛克效果，利用公开数据库对上述所有算法进行了计算机仿真实验，以最常用的客观偏振评价指标为统计标准进行记录，对比他人综述文献结论、主观评价指标对算法进行分析。

第五章总结本论文所做的工作和内容，并展望后续研究。

## 第2章 基本理论

在系统介绍偏振解马赛克算法之前，需要补充一些基本理论。我们需要了解人们是怎样利用矩阵等方式将光的偏振信息量化，又是怎样利用该特点设计具体硬件结构来获取信息的。本章介绍不同设计思路下偏振成像系统特点，由此直观引出解马赛克算法存在的合理性和流程。该类算法作为一种图像复原手段，必然涉及到复原前后图像对比，因此本章最后介绍常用图像评价指标。

### 2.1 偏振光的矩阵表示

#### 2.1.1 琼斯矩阵

琼斯于 1941 年首次提出琼斯矩阵的概念，这是一种用数学方式描述偏振光振幅和相位的方法。该方法中，一束光被表述为含有 2 个复数元素的矢量，一个线性偏振系统被表述为含有  $2 \times 2$  个复数元素的琼斯矩阵。一束偏振光  $A$  经过偏振元件  $B$  得到偏振光  $C$  可以用矩阵乘法  $AB = C$  表示，值得注意的是，琼斯矩阵只能表示完全偏振光，不能表示自然光、部分偏振光等。

琼斯矩阵的具体表示方法如下：

$$E = E_x \cdot X_0 + E_y \cdot Y_0 = E_x \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} + E_y \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_x e^{i\delta_x} \\ E_y e^{i\delta_y} \end{bmatrix} \quad (2-1)$$

其中  $E$  代表光场，为矢量。常用的琼斯矩阵为归一化后的：

$$E = \begin{bmatrix} \cos\alpha \\ e^{i\delta} \sin\alpha \end{bmatrix} \quad (2-2)$$

其中  $\cos\alpha = \frac{E_x}{\sqrt{E_x^2 + E_y^2}}$ ， $\sin\alpha = \frac{E_y}{\sqrt{E_x^2 + E_y^2}}$ ，分别为归一化光在  $XY$  轴上投影， $\alpha \in (0, \frac{\pi}{2})$ 。

#### 2.1.2 斯托克斯矩阵

斯托克斯在 1852 年提出斯托克斯矢量来描述偏振光。

该矩阵不仅可以描述完全偏振光，同时可以描述非相干光、部分偏振光，是一种可以较全面描述偏振光的方法，并可以用穆勒矩阵表示偏振系统，它是琼斯矩阵的推广，为一个  $4 \times 4$  矩阵。

斯托克斯矩阵的具体表示方法如下 (Shaw 2016)：

$$S = \begin{bmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \langle |E_x|^2 + |E_y|^2 \rangle \\ \langle |E_x|^2 - |E_y|^2 \rangle \\ 2\text{Re}\langle E_x E_y^* \rangle \\ -2\text{Im}\langle E_x E_y^* \rangle \end{bmatrix} \quad (2-3)$$

其中 $E_x$ 、 $E_y$ 表示光场分量， $S_0$ 代表总光强， $S_1$ 是偏振光水平和垂直分量之差， $S_2$ 是偏振光分别沿 $45^\circ$ 和 $135^\circ$ 振动的分量之差， $S_3$ 是右旋光和左旋光分量之差，由于本文只考虑线偏振光，分量间不存在相位差，故 $S_3$ 始终为0。

### 2.1.3 描述偏振特性的物理量

由于本文讨论的完全偏振光不包括椭圆或圆偏振光，即光场中的分量均为同相位，故下面仅介绍用于描述线偏振光的物理量，并且均可以用斯托克斯矢量的分量表示。

线偏振角（Angle of Linear Polarization, AoLP），用来描述光振动平面上，线偏振光振动方向与水平轴之间的夹角 $\varphi$ ，其数学表达式如下

$$\varphi = 0.5 \arctan \frac{S_2}{S_1} \quad (2-4)$$

线偏振度（Degree of Linear Polarization, DoLP），表示线偏振光部分在总光强的占比，其数学表达式如下

$$DoLP = \sqrt{S_1^2 + S_2^2} / S_0 \quad (2-5)$$

## 2.2 偏振光成像系统

### 2.2.1 偏振成像传感器分类

市面上有许多种类的偏振探测器件，主要分为四大类，分时偏振计、分振幅偏振计、分孔径偏振计以及分焦平面偏振计（Shaw 2016）。

分时偏振计结构用法直观，价格较低，但它需要保持场景和平台保持相对静止避免帧与帧之间的错位。它通过转动偏振元件使场景发出的偏振光在焦平面调制，这些调制后数据可以用来重建偏振信息。

分振幅偏振计为双通道仪器，可以用来探测全斯托克斯参数。它包括四个单独的焦平面、偏振分光镜、相位延迟器、透镜等，该系统体积较大，对机械精密度组装要求高。由于装调时自由度较多，偏振通道之间往往会有偏差，需要后续对四幅图像进行配准处理。

分孔径偏振计可以同时获取所有偏振图像并且保证所有通道的视场一致。它利用一个焦平面和一个成像系统将多幅图像校准投影在同一个焦平面上，无需后续图像校准工作。但会损失图像空间分辨率，具备更大的体积和重量，很难精准组装。

分焦平面偏振计（Division of Focal Plane, DoFP）对相位差不敏感，但目前已有关于全斯托克斯矩阵探测的 DoFP 设计（Nordin et al. 1999）。DoFP 系统已生产应用在全光

谱范围。大多数 DoFP 系统有如图 1-1 所示的交错排布的偏振阵列。该系统通过降低空间采样频率达到同时获取不同偏振角通道信息的目的，它利用临近四个来自不同振动方向的偏振光信息重构中心位置处点的斯托克斯矩阵，而这样的近似会带来瞬时视场误差、像素错位，因为这些相邻点空间上并不是完全重合的。通过提出解马赛克算法可以减少 IFoV 误差及偏振信息的损失。

### 2.2.2 基于 DoFP 的成像分析

经上述分析，DoFP 系统通过平衡空间采样频率和不同偏振角通道信息来均匀地同时获取更多信息，为了达到最好的平衡和采集效率需要对该焦平面为偏振阵列的排布进行设计。

为了达到更高的信噪比，选取测量的最佳偏振角应均匀分布在  $0-180^\circ$  之间（张士元等 2022）。DoFP 偏振阵列应用了  $0^\circ$ 、 $45^\circ$ 、 $90^\circ$  和  $135^\circ$  作为振动方向采样角度，在不考虑左右旋偏振光的情况下，一束光的斯托克斯矩阵求解方式可以变为

$$\begin{cases} S_0 = 0.5(I_0 + I_{45} + I_{90} + I_{135}) \\ S_1 = I_0 - I_{90} \\ S_2 = I_{45} - I_{135} \end{cases} \quad (2-6)$$

其中  $I_0$ 、 $I_{45}$ 、 $I_{90}$  和  $I_{135}$  分别表示该光束通过  $0^\circ$ 、 $45^\circ$ 、 $90^\circ$  和  $135^\circ$  微型偏振片后得到的光强。

由于 DoFP 微型偏振阵列的结构，为了得到全平面光束的偏振信息，同时避免上述的 IFoV 错位现象，解决方法是得到每一个像素的  $I_0$ 、 $I_{45}$ 、 $I_{90}$  和  $I_{135}$  信息。而根据 DoFP 的结构可知，直接通过该偏振平面单像素只能获取一个偏振角度信息，故需要通过算法将每点上其他三个偏振强度复原出来，才能得到全平面像素点的偏振信息。这个复原的算法即为分焦平面偏振解马赛克算法，而算法的好坏直接关系到后续计算出的其他偏振参数的准确性。因此，提出好的解马赛克算法是至关重要的。

## 2.3 基于 DoFP 的解马赛克流程

上文提到 DoFP 分焦平面是由交错排布的偏振阵列组成，并且解马赛克要求为将每一像素点上其他三个偏振信息利用周围点复原得到，实现这一过程的方法有很多，本文主要介绍插值法，这是最直观经典、运行较快、符合目前主流偏振成像硬件的解马赛克法，其大致操作过程如下（Mihoubi et al. 2018）：

PFA 相机从焦平面获取的图像  $I_{raw}$  大小为  $X \times Y$ ，其中每一个像素  $p$  都会包含一个振动方向为  $k$  ( $0^\circ$ ， $45^\circ$ ， $90^\circ$  或  $135^\circ$ ) 的信息。假设  $S$  是包含所有像素点全部方向偏振信息的全集，即为  $X \times Y \times 4$  的矩阵， $S^k$  是其中振动方向为  $k$  的信息集合，即  $S$  的一个子集，

$X \times Y$  的矩阵，则  $S = \bigcup_{k \in \{0, 45, 90, 135\}} S^k$ 。

$I_{raw}$  可以看作在每一个像素点对不同的  $S^k$  进行下采样之后组合在一起的结果，即  $\forall p \in S, I_p^{raw} = I_p^{PFA(p)}$ 。 $I_{raw}$  也可以看作是四个通道的稀疏矩阵之和，稀疏矩阵为对每一个  $S^k$  进行下采样之后得到的  $X \times Y$  矩阵，其包括采样点值和非采样点位置的值（为 0）：

$I^k = I_{raw} \odot m_k$ ，其中

$$m_p^k = \begin{cases} 1 & \text{if } PFA(p) = k, i.e., p \in S^k \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}。$$

解马赛克即为在每一个稀疏矩阵上对非采样点位置的像素进行填充，从而得到完整的 4 通道值，对每一个像素点  $p$ ，其他三个通道的值均为插值估算而来。解马赛克流程如图 2-1 所示。

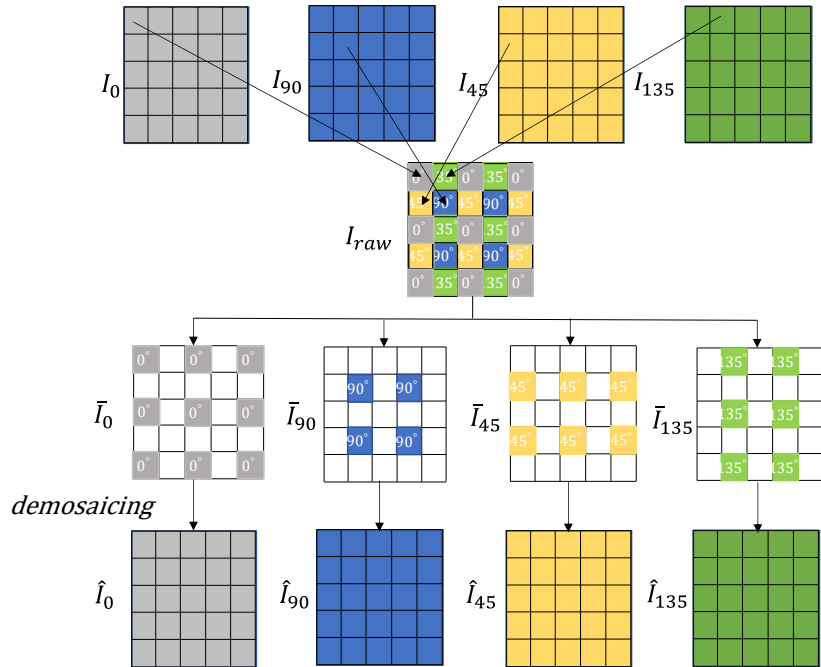


图 2-1 解马赛克算法流程图

## 2.4 图像评价指标

图像评价指标包括主观评价和客观评价指标，由于解马赛克前后存在 4 组图像进行对比（0°、45°、90° 和 135°），我们单独讨论某一通道，其他通道类似。假设解马赛克后的图像  $D$ ，与真实图像  $I$  之间存在差异。主观评价即为人肉眼对两图像差异进行观察，尤其在边缘和细节部分，针对其伪边缘、拉链噪声，观察明显程度，对算法结果进行定性分析。客观指标定量衡量两幅图差异的大小，进而比较算法的优劣。

我们使用常用图像评价指标峰值信噪比（Peak Signal-to-noise Ratio, PSNR）作为本文的后续客观评价指标，两大小相同的图像（ $I$  与  $D$ ）之间的 PSNR 表达式如下（Mihoubi

et al. 2018):

$$PSNR(I, D) = 10 \log_{10} \left( \frac{R^2}{MSE(I, D)} \right) \quad (2-7)$$

其中 $R$ 为图像 $I$ 数据类型的最大波动值, 在图像位深度为 8bit 的情况下为 255。 $MSE$ 为图像 $I$ 与 $D$ 之间的均方差, 其表达式如下

$$MSE = \frac{1}{mn} \sum_{1 \leq i \leq m} \sum_{1 \leq j \leq n} (I(i, j) - D(i, j))^2 \quad (2-8)$$

其中 $m$ 和 $n$ 分别为图像的行数和列数。

不难看出,  $MSE$  反映复原图像整体平均误差绝对值, 越小说明图像质量越好;  $PSNR$  反映复原图像最大误差倒数的相对值, 越大说明图像质量越好, 并且可以对比不同数据库下算法效果, 应用范围更加广泛。

## 2.5 本章小结

本章主要介绍了几种常用偏振光的矩阵表达方式, 如琼斯矩阵、斯托克斯矩阵, 以及常用偏振信息, 如线偏振角、线偏振度, 介绍了不同设计思路下的偏振成像系统优缺点, 突出分焦平面偏振成像系统的优势, 从而根据其特点引出偏振图像解马赛克算法的存在必然性和流程, 最后介绍常用图像评价指标  $PSNR$  作为衡量后续算法复原效果的客观评价指标。

### 第 3 章 传统偏振图像解马赛克算法原理对比

前文根据偏振光、偏振成像硬件特点引出解马赛克算法的重要性，而偏振图像解马赛克插值法思路并不是凭空产生的，它与彩色图像解马赛克思路一脉相承，其遵循原理也是类似。无论是哪种类型的图像，其解马赛克算法设计与创新的依据均基于图像通道间和通道内相关性。本章首先介绍图像相关性的统计结果研究，在此基础上按照原理发展、思路借鉴和创新的逻辑，详细介绍应用在偏振图像解马赛克的经典插值法。

#### 3.1 通道相关性的研究

不论是 CFA、SFA 还是 PFA，其插值法都是以图像通道间和通道内相具有相关性展开。

**通道内相关性：**插值算法认为，属于同质区域的像素点与其邻域点相关性很强。因此可以将一幅图看作由边缘分割开的分散同质区域的组合，而在同质区域内部的点均可以利用其邻域较好地估计出来。对于边缘，大多数算法采用梯度进行判断，梯度越大，其垂直方向为边缘的可能性越大，这两个相邻点越不可能在一个同质区域内（Mihoubi et al. 2018）。

**通道间相关性：**插值法认为一场景不同通道下的图像，其高频部分信息（边缘、细节等）高度相关，因此应该优先复原空间采样频率较高的通道（如果存在的话），这样可以保证高频信息尽可能好地复现，再利用该复原后通道的高频信息引导其他通道复原出其高频部分（Mihoubi et al. 2018）。

**实验验证：**Mihoubi 等人（2018）在其文献中运用数据库（Lapray et al. 2018）中的偏振图像进行了统计，并对上述两条性质进行了验证。

他们进行了两组控制变量实验。第一组设置不同偏振角  $0^\circ$ 、 $45^\circ$ 、 $90^\circ$  和  $135^\circ$ ，观察 6 个不同波长通道（五种可见光和一种近红外光）的通道间相关性、通道内相关性（空间相关性）：发现无论在哪一个偏振角下，除去噪声影响较大的通道，6 通道间总有强相关性，且通道内空间相关性均值高达 0.9504。同时波长或偏振角度越接近的通道相关性越强。第二组以波长为变量，观察不同偏振角通道的通道间和通道内相关性，得出结论为：无论在哪一个波长下，偏振角通道间、通道内的相关性总是较高；且偏振角越接近的通道相关性越强。

该实验得出的结论验证了之前提到的理论基础，同时也为后续偏振解马赛克算法插值奠定了基础。



## 3.2 基于 DoFP 的插值算法

### 3.2.1 空间不变线性低通滤波器

#### (1) 最近邻插值

最近邻插值法是最简单的传统插值算法，又称零阶插值法。对每一个像素，按照一定方向（右下方向）框出包含该像素的一个  $2 \times 2$  超像素，以图 3-1 像元 A(1,1) 为例，将该超像素里的其他三像素值分别当作 A 的三通道值，表达式如下（万灿 2022）：

$$\begin{cases} I_0(1,1) = I_A \\ I_{45}(1,1) = I_B \\ I_{135}(1,1) = I_C \\ I_{90}(1,1) = I_D \end{cases} \quad (3-1)$$

$0^\circ A$	$45^\circ B$	$0^\circ$	$45^\circ$	
$135^\circ C$	$90^\circ D$	$135^\circ$	$90^\circ$	...

图 3-1 最近邻法插值像素位置示意图

上述解马赛克过程也可以用卷积表示（Ratliff et al. 2009），卷积核

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

假设单通道稀疏矩阵为  $i_k$ ，插值后该完整通道为  $I_k$ ，则

$$I_k = i_k * H \quad (3-2)$$

对四个通道稀疏矩阵分别进行该卷积处理后得到完整解马赛克四通道图像。由于该方法只是简单地将邻域信息复制，会导致很强的锯齿效应。

#### (2) 双线性插值

双线性插值法使用非常广泛，也通常作为其他插值方法的预处理算法。其主要原理如图 3-2 所示，利用待插值点  $(x, y)$  相邻四个角位置的值进行加权求和，权重与它们和点  $(x, y)$  的距离有关。该过程可看作先分别在  $x$  方向上做两次线性插值，再在  $y$  方向上做一次线性插值（万灿 2022）：

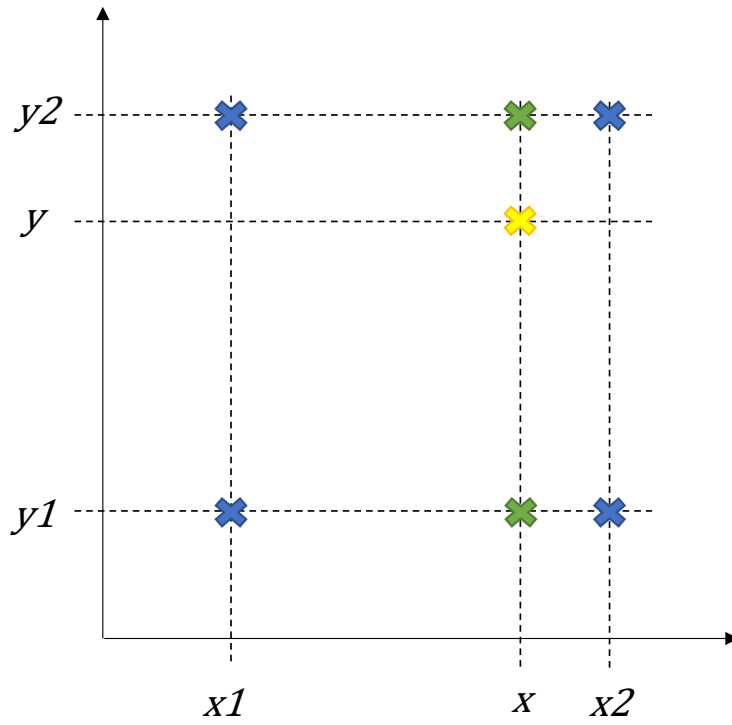


图 3-2 双线性插值法像素位置示意图

$$I_{xy} = \frac{(y_2 - y)}{(y_2 - y_1)} \left[ \frac{(x_2 - x)}{(x_2 - x_1)} I_{11} + \frac{(x - x_1)}{(x_2 - x_1)} I_{21} \right] + \frac{(y - y_1)}{(y_2 - y_1)} \left[ \frac{(x_2 - x)}{(x_2 - x_1)} I_{12} + \frac{(x - x_1)}{(x_2 - x_1)} I_{22} \right] \quad (3-3)$$

其中 $I_{11}$ ,  $I_{12}$ ,  $I_{21}$ 和 $I_{22}$ 分别为点 $(x_1, y_1)$ ,  $(x_1, y_2)$ ,  $(x_2, y_1)$ 和 $(x_2, y_2)$ 的灰度值。

上述解马赛克过程也可以用卷积表示 (Ratliff et al. 2009)。卷积核为

$$H = 0.25 \times \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

假设单通道稀疏矩阵为 $i_k$ , 插值后该完整通道为 $I_k$ , 则

$$I_k = i_k * H \quad (3-4)$$

对四个通道稀疏矩阵均做该卷积处理后得到完整解马赛克四通道图像。

### (3) 双三次插值

双三次插值法即为在两个维度上分别做三次插值, 应用到邻近的  $4 \times 4$  共 16 个点进行运算。通过在该区域内构建函数得出待插值点的取值。设已知点值为 $f$ , 其导数为 $f_x$ 、 $f_y$ 和 $f_{xy}$ , 并且相邻四个点为 $(0, 1)$ 、 $(1, 0)$ 、 $(0, 0)$ 和 $(1, 1)$ , 该插值函数 $p$  (一个经过这四个点的曲面) 表示为

$$p(x, y) = \sum_{i=0}^3 \sum_{j=0}^3 a_{ij} x^i y^j \quad (3-5)$$

插值问题转化为求解函数 $p$ 的16个待定系数。又已知：

$$f(0,0) = p(0,0) = a_{00} \quad (3-6)$$

$$f(1,0) = p(1,0) = a_{00} + a_{10} + a_{20} + a_{30} \quad (3-7)$$

$$f(0,1) = p(0,1) = a_{00} + a_{01} + a_{02} + a_{03} \quad (3-8)$$

$$f(1,1) = p(1,1) = \sum_{i=0}^3 \sum_{j=0}^3 a_{ij} \quad (3-9)$$

$$f_x(0,0) = p_x(0,0) = a_{10} \quad (3-10)$$

$$f_x(1,0) = p_x(1,0) = a_{10} + 2a_{20} + 3a_{30} \quad (3-11)$$

$$f_x(0,1) = p_x(0,1) = a_{10} + a_{11} + a_{12} + a_{13} \quad (3-12)$$

$$f_x(1,1) = p_x(1,1) = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=0}^3 a_{ij} i \quad (3-13)$$

$$f_y(0,0) = p_y(0,0) = a_{01} \quad (3-14)$$

$$f_y(1,0) = p_y(1,0) = a_{01} + a_{11} + a_{21} + a_{31} \quad (3-15)$$

$$f_y(0,1) = p_y(0,1) = a_{01} + 2a_{02} + 3a_{03} \quad (3-16)$$

$$f_y(1,1) = p_y(1,1) = \sum_{i=0}^3 \sum_{j=1}^3 a_{ij} j \quad (3-17)$$

$$f_{xy}(0,0) = p_{xy}(0,0) = a_{11} \quad (3-18)$$

$$f_{xy}(1,0) = p_{xy}(1,0) = a_{11} + 2a_{21} + 3a_{31} \quad (3-19)$$

$$f_{xy}(0,1) = p_{xy}(0,1) = a_{11} + 2a_{12} + 3a_{13} \quad (3-20)$$

$$f_{xy}(1,1) = p_{xy}(1,1) = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 a_{ij} ij \quad (3-21)$$

假设未知数矩阵为

$$\alpha = [a_{00} \ a_{10} \ a_{20} \ a_{30} \ a_{01} \ a_{11} \ a_{21} \ a_{31} \ a_{02} \ a_{12} \ a_{22} \ a_{32} \ a_{03} \ a_{13} \ a_{23} \ a_{33}]^T \quad (3-22)$$

$$x = [f(0,0) \ f(1,0) \ f(0,1) \ f(1,1) \ f_x(0,0) \ f_x(1,0) \ f_x(0,1) \ f_x(1,1) \ f_y(0,0) \ f_y(1,0) \ f_y(0,1) \ f_y(1,1) \ f_{xy}(0,0) \ f_{xy}(1,0) \ f_{xy}(0,1) \ f_{xy}(1,1)]^T \quad (3-23)$$

则上述方程可以表述为如下：

$$A^{-1}x = \alpha \quad (3-24)$$

其中

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -3 & 3 & 0 & 0 & -2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & -2 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -3 & 3 & 0 & 0 & -2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & -2 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ -3 & 0 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -3 & 0 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2 & 0 & -1 & 0 \\ 9 & -9 & -9 & 9 & 6 & 3 & -6 & -3 & 6 & -6 & 3 & -3 & 4 & 2 & 2 & 1 \\ -6 & 6 & 6 & -6 & -3 & -3 & 3 & 3 & -4 & 4 & -2 & 2 & -2 & -2 & -1 & -1 \\ 2 & 0 & -2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & -2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ -6 & 6 & 6 & -6 & -4 & -2 & 4 & 2 & -3 & 3 & -3 & 3 & -2 & -1 & -2 & -1 \\ 4 & -4 & -4 & 4 & 2 & 2 & -2 & -2 & 2 & -2 & 2 & -2 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (3-25)$$

即可将未知系数求出，从而带入 $p$ 表达式以及未知点坐标进行插值求解（Wikipedia 2023）。

三次卷积插值是一种三次差值的近似简化表达（Gao and Gruev 2013），其利用分段函数近似代替三次差值函数，并且在每一段上都使用三次函数（Keys 1981）：

$$W(x) = \begin{cases} (a+2)|x|^3 - (a+3)|x|^2 + 1, & |x| \leq 1 \\ a|x|^3 - 5|x|^2 + 8a|x| - 4a, & 1 < |x| < 2 \\ 0, & otherwise \end{cases} \quad (3-26)$$

其中 $a$ 常见的取值为-0.5（保证函数 $W$ 与真实函数至少前三阶导数都相等）、-1 和-0.75，根据不同需求确定参数。将其应用在二维空间进行插值，过程如下：设待插值点在 $4 \times 4$ 平面中心位置，如图 3-3 黄色点所示，要获得其 $90^\circ$ 信息 $f$ ，则 $f$ 表达式为

$$f(u, v) = W_u \cdot F \cdot W_v \quad (3-27)$$

$$W_u = [W(u-i+1), W(u-i), W(i-u+1), W(i-u+2)] \quad (3-28)$$

$$F = \begin{bmatrix} f(i-1, j-1) & f(i-1, j) & f(i-1, j+1) & f(i-1, j+2) \\ f(i, j-1) & f(i, j) & f(i, j+1) & f(i, j+2) \\ f(i+1, j-1) & f(i+1, j) & f(i+1, j+1) & f(i+1, j+2) \\ f(i+2, j-1) & f(i+2, j) & f(i+2, j+1) & f(i+2, j+2) \end{bmatrix} \quad (3-29)$$

$$W_v = [W(v-j+1), W(v-j), W(j-v+1), W(j-v+2)]^T \quad (3-30)$$

90°	135°	90°	135°	90°	135°	90°
45°	0°	45°	0°	45°	0°	45°
90°	135°	90°	135°	90°	135°	90°
45°	0°	45°	0°	45°	0°	45°
90°	135°	90°	135°	90°	135°	90°
45°	0°	45°	0°	45°	0°	45°
90°	135°	90°	135°	90°	135°	90°

图 3-3 双三次插值法像素位置示意图

如果待求信息为该位置的 45° 偏振信息，则先对每一行 45° 进行三次样条插值得到三个值，相邻两个之间做线性插值得到两个值，这两个值再进行线性插值即可得到中心位置处 45° 插值后信息，135° 同理（万灿 2022）。

#### （4）双三次样条插值

双三次样条插值（Bicubic spline, BS），同样是在未知点的四个相邻点构建一个三次多项式（Gao and Gruev 2011）：

$$f_i(x) = a_i + b_i(x - x_i) + c_i(x - x_i)^2 + d_i(x - x_i)^3 \quad (3-31)$$

其中  $f_i$ （在  $x_i$  和  $x_{i+1}$  两点之间）为待插值的点，根据  $f_i$  值、一阶导数、二阶导数在两点之间连续可以获得关于函数系数的如下方程组：

$$a_i = I(i, j) \quad (3-32)$$

$$b_i = I(i + 1, j) - I(i, j) - \frac{M_{i+1} - M_i}{6} \quad (3-33)$$

$$c_i = M_i/2 \quad (3-34)$$

$$d_i = (M_{i+1} - M_i)/6 \quad (3-35)$$

$$M_i - 4 * M_{i+1} + M_{i+2} = 6(I(i, j) - 2I(i + 1, j) + I(i, j)) \quad (3-36)$$

其中  $M_i$  是  $f_i$  函数的二阶导数。

加上边界条件  $M_1=M_n=0$  即可求出函数的待定系数。方程组用矩阵表达如下：

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 4 & 1 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 4 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 4 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_{n \times n} \cdot \begin{bmatrix} M_1 \\ M_2 \\ M_3 \\ M_4 \\ \vdots \\ M_{n-3} \\ M_{n-2} \\ M_{n-1} \\ M_n \end{bmatrix} = \frac{3}{2} \begin{bmatrix} 0 \\ y_1 - 2y_2 + y_3 \\ y_2 - 2y_3 + y_4 \\ y_3 - 2y_4 + y_5 \\ \vdots \\ y_{n-4} - 2y_{n-3} + y_{n-2} \\ y_{n-3} - 2y_{n-2} + y_{n-1} \\ y_{n-2} - 2y_{n-1} + y_n \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3-37)$$



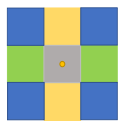

$$A \cdot M = Y \xrightarrow{M_0=M_n=0} A' \cdot M' = Y' \quad (3-38)$$

其中 $A$ 为 $n \times n$ 系数矩阵去除上下两行所剩的 $(n-2) \times n$ 矩阵， $A'$ 为矩阵 $A$ 去掉左右两列所剩的 $(n-2) \times (n-2)$ 矩阵， $M'$ 和 $Y'$ 分别为 $M$ 和 $Y$ 各自去掉第一行和最后一行所剩的 $(n-2) \times 1$ 列矩阵。

由于前面的系数矩阵是对角线矩阵，可以用 Crout 或 Doolittle 法简便求解该矩阵方程，使得运行速度更快。该方法的缺点是占用内存大，会限制算法的实时执行，因此文献 (Gao and Gruev 2011) 提出将插值限制在  $10 \times 10$  窗口内进行，同时边界条件变为  $M_0 = M_{10} = 0$ ，这样保证了多窗口的独立同时执行运算。

#### (5) 5 核双线性插值法

5 核双线性插值法 (Bilinear with 5 kernels, B5K) 是首次提出将双线性插值法应用在 DoFP 中的，并提出了三种双线性核 (kernel) 和两种加权双线性核，用来减小 DoFP 获取信息时产生的 IFoV 误差 (Ratliff et al. 2009)。这五种算法的图样及卷积核见图 3-4:

方法	pattern	kernels				权重
B0		$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	
B1		$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$		
B2		$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{4} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	
B3		$\begin{bmatrix} 0 & B & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A & 0 & B \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & B & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ B & 0 & A & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ B & 0 & A & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & B & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A & 0 & B \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & B & 0 & 0 \end{bmatrix}$	A=0.4086 B=0.2957


B4		$\begin{bmatrix} 0 & B & 0 & C \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A & 0 & B \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} C & 0 & B & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ B & 0 & A & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ B & 0 & A & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ C & 0 & B & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A & 0 & B \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & B & 0 & C \end{bmatrix}$	A=0.3541
						B=0.2639
						C=0.1180

图 3-4 5 种双线性插值的卷积核

其中黄色点代表待复原点的位置，其中加权值是根据该点和未知点的距离确定的。用  $i = 0, \dots, 4$  代表方法序号， $j = 1, \dots, 4$  代表每种方法下从左到右依次核的序号，则每一个通道的复原过程如下：

$$I_{ij} = P * H_{ij} \quad (3-39)$$

其中  $P$  代表直接获取到的马赛克图像， $H_{ij}$  代表方法  $i$  的第  $j$  个核， $I_{ij}$  代表该方法下复现出的第  $j$  个通道。值得注意的是方法 1 只有三个核，即只能通过上式复现三个通道，第四个通道利用 DoFP 获取信息的冗杂性来求出（Ratliff et al. 2007）

$$\bar{I}_0 = I_{45} - I_{90} + I_{135} \quad (3-40)$$

$$\bar{I}_{45} = I_0 + I_{90} - I_{135} \quad (3-41)$$

$$\bar{I}_{90} = -I_0 + I_{45} + I_{135} \quad (3-42)$$

$$\bar{I}_{135} = I_0 - I_{45} + I_{90} \quad (3-43)$$

根据上述关系我们可以利用三个不同偏振方向的邻域值估计给定点信息。

#### （6）信道间相关性法

信道间相关性法（Inter-channel correlation, ICC）采用了插值、降噪、优化三步骤来完善解马赛克流程，本文只讨论插值部分（Liu et al. 2020）。插值部分借鉴了利用通道间相关性的 CFA 插值算法，即亮度通道和颜色通道是高度相关的。在偏振图像中，总强度通道  $S_0$  和四个偏振通道是高度相关的。因为 CFA 的 Bayer 图样和偏振的马赛克图样有区别，因此在 CFA 中用到的滤波器需要加以调整才可用在偏振解马赛克上。其调整后的卷积核如图 3-5 所示，其中（a）、（b）和（c）分别表示在插值  $0^\circ$  通道时，应用在  $90^\circ$ 、 $45^\circ$  和  $135^\circ$  像素处点的卷积核，其中点所在偏振角通道用白色标出，权重用黑色标出。

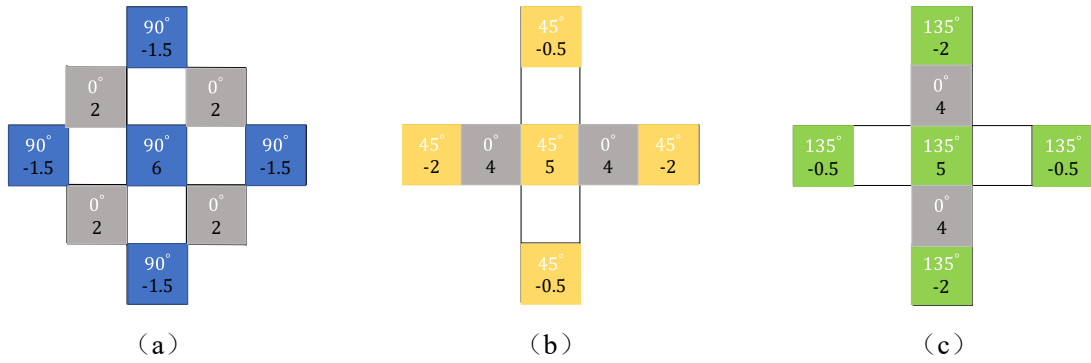


图 3-5 插值像素权重

解马赛克算法：以图 3-5 的  $0^\circ$  通道复原为例，每一个位置的像素利用其对应的滤波器加权求和后即可得到完整  $0^\circ$  通道复原。其他三个偏振通道复原同理。

### 3.2.2 自适应加权插值

#### (1) 二叉树法

二叉树法 (Binary tree, BT) 利用加权双线性进行插值，其中权重是由方向梯度的倒数决定的 (Miao et al. 2006; Mihoubi et al. 2018)。该方法最早应用在多通道解马赛克方法中，其主要思想是由通道像素分布概率 (从概率大的开始插值，依次向下二分，其像素分布概率形成二分树状图，并且某通道采样点出现频率只能为  $2^n$ ，因此称该方法为二叉树法) 以及分布图样决定通道插值顺序，并在插值单一通道时将其像素分布转化为如图 3-6 的基本分布图样进行插值，插值过程需要考虑通道间相关性，即利用四个邻域值加权求和，加权系数由“边缘大小”决定，边缘值越大则权重越小，这样可以保证边缘最大程度地再现：

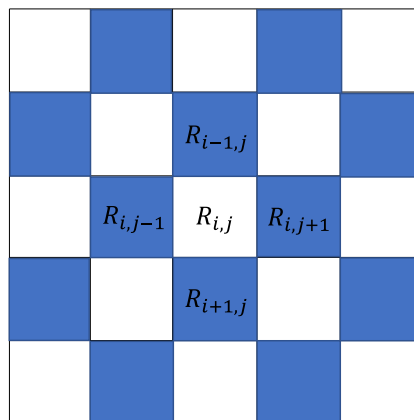


图 3-6 插值基本图样



$$V: W_{m,n} = (1 + |R_{m+2,n} - R_{m,n}| + |R_{m-2,n} - R_{m,n}| + 0.5|R_{m-1,n-1} - R_{m+1,n-1}| + 0.5|R_{m-1,n+1} - R_{m+1,n+1}|)^{-1} \quad (3-44)$$

其中  $m \in \{i-1, i+1\}, n = j$ 。

$$H: W_{m,n} = (1 + |R_{m,n+2} - R_{m,n}| + |R_{m,n-2} - R_{m,n}| + 0.5|R_{m+1,n-1} - R_{m+1,n+1}| + 0.5|R_{m-1,n-1} - R_{m-1,n+1}|)^{-1} \quad (3-45)$$

其中  $m = i, n \in \{j-1, j+1\}$ ,  $R$  为四个邻域点按照上述权重加权平均值。但在只有四通道的偏振图像中并不存在主次通道, 因此该方法在插值顺序方面大大简化, 首先插值位于已知点对角线位置处的像素点, 每一点用四角的点根据对角梯度 (类比上述水平竖直梯度) 加权求和。然后估计剩下位置上的点, 每一点用其相邻的四点根据水平竖直梯度加权求和。

## (2) 自适应方法

自适应方法 (Adaptive strategy, AS) 提出了一种局部自适应  $3 \times 3$  卷积核  $b$ , 它由两个卷积核对应相乘得到, 一个为根据欧几里得距离确定的卷积核  $h_E$  (权重随着距离增加而减小), 一个由该邻域下强度相关性确定的卷积核  $h_i$  (相关性越强系数越大), 这样可以保证局部插值不穿过边缘, 从而保留高频分量, 减少伪边缘以及 IFoV 误差 (Ratliff et al. 2011)。

针对每个元素周围都有三种不同的偏振像素,  $h_E$  有三种形式:

$$h_{E_v} = 0.5 \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (3-46)$$

$$h_{E_h} = 0.5 \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3-47)$$

$$h_{E_d} = 0.25 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3-48)$$

$h_i$  在该区域内确定方式如下:

$$h_i(k, l) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_i} \exp \left\{ -\frac{[I(m, n) - I(k, l)]^2}{2\sigma_i^2} \right\} \quad (3-49)$$

其中  $\sigma_i$  为高斯惩罚函数的标准差,  $k \in \{m-1, m, m+1\}, l \in \{n-1, n, n+1\}$ 。则  $b$  的表达式如下:

$$b_v(m, n) = \frac{1}{a_v} \begin{bmatrix} 0 & h_{E_v}(1,2)h_i(1,2) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & h_{E_v}(3,2)h_i(3,2) & 0 \end{bmatrix} \quad (3-50)$$

$$b_h(m, n) = \frac{1}{a_h} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ h_{E_h}(2,1)h_i(2,1) & 0 & h_{E_h}(2,3)h_i(2,3) \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3-51)$$

$$b_d(m, n) = \frac{1}{a_d} \begin{bmatrix} h_{E_d}(1,1)h_i(1,1) & 0 & h_{E_d}(1,3)h_i(1,3) \\ 0 & 0 & 0 \\ h_{E_d}(3,1)h_i(3,1) & 0 & h_{E_d}(3,3)h_i(3,3) \end{bmatrix} \quad (3-52)$$

其中

$$a_v = h_{E_v}(1,2)h_i(1,2) + h_{E_v}(3,2)h_i(3,2) \quad (3-53)$$

$$a_h = h_{E_h}(2,1)h_i(2,1) + h_{E_h}(2,3)h_i(2,3) \quad (3-54)$$

$$a_d = h_{E_d}(1,1)h_i(1,1) + h_{E_d}(1,3)h_i(1,3) + h_{E_d}(3,1)h_i(3,1) + h_{E_d}(3,3)h_i(3,3) \quad (3-55)$$

针对原始图像的每一点，都可以根据上式将该点四个偏振信息复原出来，这里我们不讨论具体偏振角通道，以相对插值点位置在对角 D、垂直 V、水平 H、中心 C（点本身）的通道复原值为例：

$$D(m, n) = b_d(1,1)I(m-1, n-1) + b_d(1,3)I(m-1, n+1) + b_d(3,1)I(m+1, n-1) + b_d(3,3)I(m+1, n+1) \quad (3-56)$$

$$V(m, n) = b_v(1,2)I(m-1, n) + b_v(3,2)I(m+1, n) \quad (3-57)$$

$$H(m, n) = b_h(2,1)I(m, n-1) + b_h(2,3)I(m, n+1) \quad (3-58)$$

$$C(m, n) = I(m, n) \quad (3-59)$$

由于存在

$$I_0 = I_{45} - I_{90} + I_{135} \quad (3-60)$$

$$I_{45} = I_0 + I_{90} - I_{135} \quad (3-61)$$

$$I_{90} = -I_0 + I_{45} + I_{135} \quad (3-62)$$

$$I_{135} = I_0 - I_{45} + I_{90} \quad (3-63)$$

将上述 D、V、H 和 C 优化为

$$\hat{D}(m, n) = H(m, n) + V(m, n) - C(m, n) \quad (3-64)$$

$$\hat{V}(m, n) = C(m, n) + D(m, n) - H(m, n) \quad (3-65)$$

$$\hat{H}(m, n) = C(m, n) + D(m, n) - V(m, n) \quad (3-66)$$

$$\hat{C}(m, n) = C(m, n) \quad (3-67)$$

即可得到点 $(m,n)$ 的四通道复原值，进而按照此方法复原全平面。

### 3.2.3 边缘检测插值

#### (1) 基于梯度的算法

基于梯度的算法（Gradient-based, GB）（Gao and Gruev 2013）利用稀疏矩阵计算未知点梯度并判断边缘，随后利用双三次法沿着边缘插值或双线性法在平滑区域插值。

边缘的定义和梯度的计算：空间梯度超过阈值则认为该像素点存在于某种方向的边缘。因为在偏振成像中，边缘表示两物体有不同的强度、偏振角或线偏振度，而这些不同可以体现在四通道图像梯度中。该算法对一像素 $(i,j)$ 利用其  $7 \times 7$  邻域定义了四种方向（ $0^\circ$ 、 $90^\circ$ 、 $45^\circ$  和  $135^\circ$ ）的梯度，并且在稀疏矩阵中就可以计算得到。这个卷积核大小由实验得来，可以准确探测边缘并且减少探测到的噪声，如果太小则会对噪声敏感导致检测到伪边缘，太大又会对真实边缘进行平滑。

$$\begin{cases} D_{0^\circ} = \sum_{i=2,4,6} \sum_{j=3,5,7} |I(i,j) - I(i,j-2)| \\ D_{45^\circ} = \sum_{i=1,3,5} \sum_{j=3,5,7} |I(i,j) - I(i+2,j-2)| \\ D_{90^\circ} = \sum_{i=3,5,7} \sum_{j=2,4,6} |I(i,j) - I(i-2,j)| \\ D_{135^\circ} = \sum_{i=1,3,5} \sum_{j=1,3,5} |I(i,j) - I(i+2,j+2)| \end{cases} \quad (3-68)$$

插值过程：针对每一稀疏通道，首先插值与已知点对角方向的点，再插值其他方向上的点。

插值对角方向位置的点时，按照上面提到的方法得到  $D_{45^\circ}$  和  $D_{135^\circ}$ 。

$$\frac{D_{45^\circ}}{D_{135^\circ}} \begin{cases} > T_{threshold}, \text{ 此处有沿着 } 135^\circ \text{ 的边缘} \\ = T_{threshold}, \text{ 此处无沿着 } 45^\circ \text{ 或 } 135^\circ \text{ 的边缘} \\ < T_{threshold}, \text{ 此处有沿着 } 45^\circ \text{ 的边缘} \end{cases} \quad (3-69)$$

对于有边缘的情况则沿着边缘进行双三次插值，否则进行双线性插值。在此基础上插值其余位置处的像素，此时按照上述方法计算  $D_{0^\circ}$  和  $D_{90^\circ}$ 。

$$\frac{D_{0^\circ}}{D_{90^\circ}} \begin{cases} > T_{threshold}, \text{ 此处有为沿着 } 90^\circ \text{ 的边缘} \\ = T_{threshold}, \text{ 此处无沿着 } 0^\circ \text{ 或 } 90^\circ \text{ 的边缘} \\ < T_{threshold}, \text{ 此处有为沿着 } 0^\circ \text{ 的边缘} \end{cases} \quad (3-70)$$

同理，对于有边缘的情况则沿着边缘进行双三次插值，否则进行双线性插值。

$T_{threshold}$ 的确定：选取不同的阈值并计算解马赛克后 DoLP 和 AoLP 的 RMSE，并选取使该值最小时的阈值，经试验阈值设定为 60%。

## (2) 基于优化平滑的方法

基于优化平滑的方法 (Novel smoothness based, NSB) 本文在 GB 法基础上进行了改进，GB 算法对于边缘的判断仅限于对角、水平和垂直，但实际上边缘可以出现在任何方向 (Zhang et al. 2017)。只计算四个方向梯度还不够准确。

本文不采用梯度计算的方式判断边缘，而采用计算平滑度的方式。如果平滑度的变化大于阈值，则采用双三次插值，否则采用双线性插值。首先确定阈值，将原始图像按照  $2 \times 2$  超像素分割，在每个超像素中计算方差：

$$J = \frac{1}{3} [(f(x, y) - E)^2 + (f(x + 1, y) - E)^2 + (f(x, y + 1) - E)^2 + (f(x + 1, y + 1) - E)^2] \quad (3-71)$$

$$\sigma = \sqrt{J} \quad (3-72)$$

其中  $E$  是超像素中 4 元素均值。

取所有超像素  $\sigma$  的中间值  $\sigma_{median}$  作为判断平滑度的阈值。如果超像素  $\sigma < \sigma_{median}$ ，则该区块为平滑区域，区块三个未知量均用双线性插值，否则视为非平滑区域，采用双三次插值。

## (3) 偏振通道强度相关法

偏振通道强度相关法 (Intensity correlation among polarization channels, IC) 根据通道间相关性判断边缘的原理为 (Zhang et al. 2016)，如果一像素点在  $3 \times 3$  区域内为平滑点，则其所有偏振信息均可用周围点偏振信息均值运算得到：

$$\begin{pmatrix} \hat{I}_0 \\ \hat{I}_{45} \\ \hat{I}_{90} \\ \hat{I}_{135} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \bar{I}_0 \\ \bar{I}_{45} \\ \bar{I}_{90} \\ \bar{I}_{135} \end{pmatrix} \quad (3-73)$$

其中  $\hat{I}_0$ 、 $\hat{I}_{45}$ 、 $\hat{I}_{90}$  和  $\hat{I}_{135}$  为估计值， $\bar{I}_0$ 、 $\bar{I}_{45}$ 、 $\bar{I}_{90}$  和  $\bar{I}_{135}$  为利用周围值估计得到的均值。

如果该像素偏振信息与估计值间误差较大，则该点较可能为边缘点，即与相邻点偏振信息差别越大。该误差可以用下式表达，从而可以区分平滑区域、水平边缘、垂直边缘和对角边缘。

$$\begin{cases} \Delta I^h(i, j) = |w_{H1}(i, j) \otimes I(i, j) - w_{H2}(i, j) \otimes I(i, j)| \\ \Delta I^v(i, j) = |w_{V1}(i, j) \otimes I(i, j) - w_{V2}(i, j) \otimes I(i, j)| \end{cases} \quad (3-74)$$

其中  $w_{V1} = w_{H1}^T, w_{V2} = w_{H2}^T$ ,  $w_{H1} = \begin{bmatrix} -0.5 & 0.5 & -0.5 \\ 0.5 & -1 & 0.5 \\ 0 & 0.5 & 0 \end{bmatrix}$ ,  $w_{H2} = \begin{bmatrix} 0 & 0.5 & 0 \\ 0.5 & -1 & 0.5 \\ -0.5 & 0.5 & -0.5 \end{bmatrix}$ 。

对一像素点计算  $\Delta I^h$  和  $\Delta I^v$ , 若该点处在平滑区域则二者相等、水平边缘  $\Delta I^h$  为 1,  $\Delta I^v$  为 0、垂直边缘  $\Delta I^v$  为 1,  $\Delta I^h$  为 0、对角边缘二者均为 0.5。

插值过程：对每一稀疏通道，先插值位于已知点对角线方向的像素，再插值位于水平和竖直方向像素。插值对角线位置像素时，用梯度法判断该点所处的区域为哪一种（平滑区域、 $45^\circ$  边缘或  $135^\circ$  边缘），并采取对应插值方法。若  $\Delta D_{45^\circ} = \Delta D_{135^\circ}$ ，则该点位于平滑区域，取四角平均值插值；若  $\Delta D_{45^\circ} > \Delta D_{135^\circ}$ ，则该点位于  $135^\circ$  边缘，沿  $135^\circ$  方向进行三次条样差值，否则该点处于  $45^\circ$  边缘上并沿该方向插值。

$$\begin{cases} \Delta D_{45^\circ} = \sum_{k \in \{3, 1, -1\}} |I(i+k, j-k) - I(i+k-2, j-k+2)| + A \\ \Delta D_{135^\circ} = \sum_{k \in \{3, 1, -1\}} |I(i+k, j+k) - I(i+k-2, j+k-2)| + B \end{cases} \quad (3-75)$$

其中  $A = |2I(i, j) - I(i-2, j+2) - I(i+2, j-2)|$ ,  $B = |2I(i, j) - I(i-2, j-2) - I(i+2, j+2)|$ 。

插值水平竖直位置的像素：用上述的相关性法计算误差来判断该点是否处在平滑、水平边缘或竖直边缘上，计算方法如下：

$$h(i, j) = \sum_{k=-1}^1 \sum_{t=-1}^1 \Delta I^h(i+k, j+t) \quad (3-76)$$

$$v(i, j) = \sum_{k=-1}^1 \sum_{t=-1}^1 \Delta I^v(i+k, j+t) \quad (3-77)$$

如果  $h(i, j) > v(i, j)$ ，对其水平方向四个相邻值进行三次条样插值；如果  $h(i, j) < v(i, j)$ ，沿竖直方向插值；否则对四角值取平均。

### 3.2.4 差值法、残差法

#### (1) 残差插值法

残差插值法（Residual interpolation, RI）最早出现在 CFA 解马赛克算法中（Kiku et al. 2013），但其他文献（Mihoubi et al. 2018）将其进行调整应用在了偏振解马赛克中。

对于某一稀疏通道  $\tilde{I}_k$ ，2018 年文献利用导向滤波的方法，将其结合引导图像  $S_0$  进行上采样生成预估计通道  $\check{I}_k$ 。然后计算残差通道，即在  $k$  通道原始值位置上计算  $\tilde{I}_k - \check{I}_k$ ，得到稀疏矩阵  $\Delta I_k$ ，对  $\Delta I_k$  进行双线性插值后得到  $\Delta \check{I}_k$ ，则最终  $k$  通道插值结果  $\hat{I}_k = \check{I}_k + \Delta \check{I}_k$ 。

在 CFA 算法中，引导图像是亮度通道，即绿色通道，而偏振算法中由于不存在主要

通道，因此将从原始马赛克图像中求出的 $S_0$ 通道作为引导图像：

$$S_0 = h * I_{raw} \quad (3-78)$$

其中

$$h = 0.5 \times \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

利用残差通道进行插值的方式是在通道间做差插值演变而来。由于不同通道间所得的场景具有相似的细节和边缘，做差得到的差值稀疏通道可以更好地抹去边缘，得到更容易插值的平滑的图像。残差通道插值将两偏振通道直接做差改为某通道和另一预估通道做差，这样求得的残差通道会比差值通道更平滑。而生成预估计通道的方式为导向滤波上采样，该方法可以很好地保留场景边缘。

导向滤波上采样过程（He et al. 2012; Ahmed et al, 2017）如下：对稀疏矩阵 $I_{intk}$ 利用引导图像 $I_k$ 进行上采样，导向滤波器是一个稀疏通道和输出通道之间的线性模型。在以像素  $k$  为中心的邻域 $w_k$ 内，输出值 $q_i$ 是引导图像的线性变换，下面以  $0^\circ$  通道为例：

$$q_{i0} = a_k I_i + b_k, \forall i \in w_k \quad (3-79)$$

其中 $a_k$ 、 $b_k$ 均为该窗口下连续的线性系数，根据 cost function 最低原则求出：

$$a_k = \frac{\frac{1}{w} \sum_{i \in w_k} I_0 I_{int0} - \mu_k I_{int0k}}{\sigma_k^2 + \varepsilon} \quad (3-80)$$

$$b_k = I_{int0k} - a_k \mu_k \quad (3-81)$$

其中 $\mu_k$ 和 $\sigma_k^2$ 分别为该通道在窗口 $w_k$ 的均值和方差， $w$ 为像素个数， $I_{int0k}$ 是 $I_{int0}$ 的均值。由于每一个像素可以在不同窗口下计算系数，从而得到不同的映射结果，因此需要将所有可能的值取平均得到该点最终输出结果：

$$\begin{cases} \overline{q_{i0}} = \frac{1}{w} \sum_{i \in w_k} (a_k I_0 + b_k) \\ \overline{q_{i45}} = \frac{1}{w} \sum_{i \in w_k} (a_k I_{45} + b_k) \\ \overline{q_{i90}} = \frac{1}{w} \sum_{i \in w_k} (a_k I_{90} + b_k) \\ \overline{q_{i135}} = \frac{1}{w} \sum_{i \in w_k} (a_k I_{135} + b_k) \end{cases} \quad (3-82)$$

至此， $0^\circ$  稀疏通道利用引导图像  $S_0$  进行上采样的过程完毕。该过程可以利用 MATLAB 中 `imguidedfilter` 函数实现。

### (2) 自适应残差插值法

自适应残差插值法 (Adaptive residual interpolation, ARI) 改进了 RI 法, 在稀疏通道和引导图像都进行拉普拉斯滤波后再进行导向滤波上采样, 从而残差插值 (Monno et al. 2015)。

### (3) 改进的残差插值法

改进的残差插值法 (Modified Residual interpolation, MRI) 和 RI 法本质上一致, 只不过其引导图像不是  $S_0$ , 而是每一个稀疏通道对应双线性插值后的完整通道 (Ahmed et al. 2017)。

### (4) 谱差分法

谱差分法 (Spectral difference, SD) 利用通道间相关进行差值通道插值, 以复原  $k$  通道中某空白点  $P$  为例 (原始图像中为  $p$  通道上像素), 其超像素内包含的  $k$  通道点设为  $K$  (Mihoubi et al. 2018; Brauers and Aach 2008)。

计算  $\Delta = \hat{I}_p - I_k$ , 其中  $\hat{I}_p$  为  $p$  通道双线性插值后在  $K$  点的值, 对  $\Delta$  进行双线性插值后得到  $\hat{\Delta}$ , 则在点  $P$  的  $k$  通道插值为  $I_p - \hat{\Delta}_p$ 。

用此方法即可复原所有缺失位置处信息。

### (5) 牛顿多项式插值法

牛顿多项式插值法 (Newton's polynomial and difference, NPD) 本文利用牛顿多项式在差值通道进行插值 (Li et al. 2019)。由于插值引入的误差通常在高频区域较为明显, 而不同通道间的边缘及细节等高频部分是相似的, 因此本文假设通道差可以减少高频部分的存在, 并通过实验验证假设, 从而在相对平滑的通道中使用牛顿插值法提高插值准确性。

若闭区间  $[a, b]$  中存在  $x_0, x_1, \dots, x_n$  个分点, 则  $n$  阶牛顿多项式及其误差  $R_n(x)$  表达如下:

$$N_n(x) = f(x_0) + f[x_0, x_1](x - x_0) + \dots + f[x_0, x_1, \dots, x_n](x - x_0)(x - x_1) \dots (x - x_{n-1}) \quad (3-83)$$

$$R_n(x) = \frac{1}{(n+1)!} f^{(n+1)}(c) \prod_{i=0}^n (x - x_i) \quad (3-84)$$

其中  $f[x_0, x_1, \dots, x_n]$  是除法差分。

在插值法解马赛克中, 取  $n=1$ , 两端点为  $x_0, x_1 = x_0 + h$ , 中间点为  $x = x_0 + 0.5h$ ;

则 $f(x)$ 变成

$$f\left(x_0 + \frac{h}{2}\right) \cong \frac{f(x_0 + h) + f(x_0)}{2} - \frac{f''(\xi)}{8}h^2 \quad (3-85)$$

以插值 $I_{90}$ 通道为例，设某  $7 \times 7$  邻域中心点为 $I_{90}(i, j)$ ，则  $h=2$

$$\tilde{I}_{90}(i, j-1) \cong \frac{I_{90}(i, j-2) + I_{90}(i, j)}{2} - \frac{f''(\xi)}{8}h^2 \quad (3-86)$$

其中第二项为

$$\frac{f''(\xi)}{8}h^2 \cong \frac{I_{90}(i, j+1) - 2I_{90}(i, j-1) + I_{90}(i, j-3)}{8} \quad (3-87)$$

由于我们并不知道 $I_{90}(i, j+1)$ ， $I_{90}(i, j-1)$ ， $I_{90}(i, j-3)$ ，因此我们定义通道间差值 $\Lambda$ 来表示上式

$$\Lambda = I_{135} - \hat{I}_{90} \quad (3-88)$$

$$\begin{aligned} \frac{f''(\xi)}{8}h^2 \cong & \frac{I_{135}(i, j+1) - \Lambda(i, j+1)}{8} - \frac{I_{135}(i, j-1) - \Lambda(i, j-1)}{4} + \\ & \frac{I_{135}(i, j-3) - \Lambda(i, j-3)}{8} \end{aligned} \quad (3-89)$$

设通道间差值在小区域内一致： $\Lambda(i, j+1) \approx \Lambda(i, j-1) \approx \Lambda(i, j-3)$ 。则上式可以简写为

$$\frac{f''(\xi)}{8}h^2 \cong \frac{I_{135}(i, j+1) - 2I_{135}(i, j-1) + I_{135}(i, j-3)}{8} \quad (3-90)$$

则 $\tilde{I}_{90}(i, j-1)$ 可以用已知量表示为

$$\begin{aligned} \tilde{I}_{90}(i, j-1) \cong & \frac{I_{90}(i, j-2) + I_{90}(i, j)}{2} - \\ & \frac{I_{135}(i, j+1) - 2I_{135}(i, j-1) + I_{135}(i, j-3)}{8} \end{aligned} \quad (3-91)$$

$I_{90}(i, j+1)$ 可以用类似的方法估计出来。

由于差值通道仍然存在少量高频部分，并不是完全平滑，因此采用边缘分类器来优化细节部分的插值，下面以插值对角线方向元素如 $(i, j)$ 上  $0^\circ$  信息为例。水平竖直方向类似。在这个  $7 \times 7$  邻域内，可以分别从  $45^\circ$  及  $-45^\circ$  对角线插值得到两个 $I_0$ 估计值，并对这两个估计值进行加权求和。

$$\hat{I}_0^{45^\circ}(i, j) = I_{90}(i, j) + \tilde{\Lambda}^{45^\circ} \cong I_{90}(i, j) + \frac{\tilde{\Lambda}(i+1, j-1) + \tilde{\Lambda}(i-1, j+1)}{2} \quad (3-92)$$

其中 $\tilde{\Lambda} = I_0 - I_{90}$ 。利用偏振差值模型可以求出



$$\begin{aligned}
 \hat{I}_0^{45^\circ}(i, j) &\cong I_{90}(i, j) + \frac{I_0(i+1, j-1) - \tilde{I}_{90}(i+1, j-1)}{2} + \\
 &\quad \frac{I_0(i-1, j+1) - \tilde{I}_{90}(i-1, j+1)}{2} \\
 &= I_{90}(i, j) + \frac{I_0(i+1, j-1) + I_0(i-1, j+1)}{2} - \\
 &\quad \frac{I_{90}(i+1, j-1) + \tilde{I}_{90}(i-1, j+1)}{2}
 \end{aligned} \tag{3-93}$$

$$\begin{aligned}
 \hat{I}_0^{-45^\circ}(i, j) &\cong I_{90}(i, j) + \frac{I_0(i-1, j-1) - \tilde{I}_{90}(i-1, j-1)}{2} + \\
 &\quad \frac{I_0(i+1, j+1) - \tilde{I}_{90}(i+1, j+1)}{2} \\
 &= I_{90}(i, j) + \frac{I_0(i-1, j-1) + I_0(i+1, j+1)}{2} - \\
 &\quad \frac{I_{90}(i-1, j-1) + \tilde{I}_{90}(i+1, j+1)}{2}
 \end{aligned} \tag{3-94}$$

其中第三项可以引用之前提到的式子应用在对角线方向求出。根据损失函数定义边缘分类器 $\phi$

$$\varphi^{45^\circ} = \sum_{m=\{-2,0,2\}} \sum_{n=\{-2,0,2\}} \left| \hat{I}_0^{45^\circ}(i+m, j+n) - I_{90}(i+m, j+n) \right| \tag{3-95}$$

$$\varphi^{-45^\circ} = \sum_{m=\{-2,0,2\}} \sum_{n=\{-2,0,2\}} \left| \hat{I}_0^{-45^\circ}(i+m, j+n) - I_{90}(i+m, j+n) \right| \tag{3-96}$$

$$\phi = \max\left(\frac{\varphi^{45^\circ}}{\varphi^{-45^\circ}}, \frac{\varphi^{-45^\circ}}{\varphi^{45^\circ}}\right) \tag{3-97}$$

则 $I_0$ 估计值为

$$\hat{I}_0(i, j) = \begin{cases} \hat{I}_0^{45^\circ}(i, j) & (\phi > \tau)(\phi = \frac{\varphi^{-45^\circ}}{\varphi^{45^\circ}}) \\ \hat{I}_0^{-45^\circ}(i, j) & (\phi > \tau) \& (\phi = \frac{\varphi^{-45^\circ}}{\varphi^{45^\circ}}) \\ \frac{w^{45^\circ} \hat{I}_0^{45^\circ}(i, j) + w^{-45^\circ} \hat{I}_0^{-45^\circ}(i, j)}{w^{45^\circ} + w^{-45^\circ}} & (\phi \leq \tau) \end{cases} \tag{3-98}$$

其中权重 $w$ 为

$$w^{45^\circ} = \frac{1}{d^{45^\circ} + \varepsilon} \tag{3-99}$$

$$w^{-45^\circ} = \frac{1}{d^{-45^\circ} + \varepsilon} \tag{3-100}$$

$\varepsilon$ 为保证分母不为零的小量，为了简化运算， $d$ 为两方向上的差值：

$$d^{45^\circ} = |I_0(i+1, j-1) - I_0(i-1, j+1)| + |2I_{90}(i, j) - I_{90}(i-2, j+2) - I_{90}(i+2, j-2)| \quad (3-101)$$

$$d^{-45^\circ} = |I_0(i-1, j-1) - I_0(i+1, j+1)| + |2I_{90}(i, j) - I_{90}(i-2, j-2) - I_{90}(i+2, j+2)| \quad (3-102)$$

下面来考虑应用上述分类器插值水平竖直位置的点，如求得 $(i, j)$ 位置处 $45^\circ$ 及 $135^\circ$ 偏振信息：在求 $45^\circ$ 偏振角信息时，我们只能沿着竖直方向插值得到 $\hat{I}_{45}^V(i, j)$ ，因为水平方向没有已知 $45^\circ$ 信息，然而我们可以利用上述方法对这空缺的3个值依次进行两对角方向估计后，取加权平均的方式求得可信任的估计值，即可获得水平方向插值得到的 $45^\circ$ 偏振信息 $\hat{I}_{45}^H(i, j)$ ，再将上述边缘分类器应用在水平竖直方向即可将二者加权求和得到最终 $\hat{I}_{45}(i, j)$ ，同理可求得 $\hat{I}_{135}(i, j)$ 。

运用上述方法将所有点复原后即可得到每个点的四个偏振信息，从而完成解马赛克过程。

#### (6) 边缘知识的残差插值法

边缘知识的残差插值法（Edge-aware residual, EAR）同样用到了导向滤波上采样后进行残差插值，只不过不同于前两种残差法的引导图像，本文计算一种加权后的 $S_0$ 作为引导图像（Morimatsu et al. 2020）。

本文应用到的四方向检测是受到水平竖直边缘检测（Zhang et al. 2016）的启发，本文提出通过东南西北四个方向分别对 $(i, j)$ 强度值进行估计，并通过实际值与估计值的误差判断其是否存在水平、垂直或对角边缘。以北方向 $n$ 为例，因为 $S_0$ 有两种表达方式

$$S_0 = I_0 + I_{90} = I_{45} + I_{135} \quad (3-103)$$

故存在两种估计该点强度值 $S_0$ 的方式：

$$\hat{S}_{0_{n(0,90)}}(i, j) = I_0(i, j) + 0.5[I_{90}(i-1, j-1) + I_{90}(i+1, j-1)] \quad (3-104)$$

$$\hat{S}_{0_{n(45,135)}}(i, j) = I_{45}(i, j-1) + 0.5[I_{135}(i-1, j) + I_{135}(i+1, j)] \quad (3-105)$$

则存在

$$\hat{S}_{0_n}(i, j) = 0.5 [\hat{S}_{0_{n(0,90)}}(i, j) + \hat{S}_{0_{n(45,135)}}(i, j)] \quad (3-106)$$

$$\Delta \hat{S}_{0_n}(i, j) = \hat{S}_{0_{n(0,90)}}(i, j) - \hat{S}_{0_{n(45,135)}}(i, j) \quad (3-107)$$

如果该点不处于边缘，则 $\Delta \hat{S}_{0_n} = 0$ ， $\hat{S}_{0_n}$ 的估计不经过边缘，因此我们评估四个方向

的强度差确定插值方向的权重，差值越大权重越小，从而生成边缘感知后的引导图像。

将上述表达式写为卷积形式，每一个方向下的 $S_0$ 应为：

$$S_{0k} = F_k \otimes I_{PFA}, k = \{n, e, w, s\} \quad (3-108)$$

$$F_n = \begin{bmatrix} 1/8 & 1/4 & 1/8 \\ 1/8 & 1/4 & 1/8 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3-109)$$

$$F_e = \begin{bmatrix} 0 & 1/8 & 1/8 \\ 0 & 1/4 & 1/4 \\ 0 & 1/8 & 1/8 \end{bmatrix} \quad (3-110)$$

$$F_w = \begin{bmatrix} 1/8 & 1/8 & 0 \\ 1/4 & 1/4 & 0 \\ 1/8 & 1/8 & 0 \end{bmatrix} \quad (3-111)$$

$$F_s = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1/8 & 1/4 & 1/8 \\ 1/8 & 1/4 & 1/8 \end{bmatrix} \quad (3-112)$$

$\Delta\hat{S}_{0k}$ 应为：

$$\Delta\hat{S}_{0k} = H_k \otimes I_{PFA}, k = \{n, e, w, s\} \quad (3-113)$$

$$H_n = \begin{bmatrix} -1/2 & 1 & -1/2 \\ 1/2 & -1 & 1/2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3-114)$$

$$H_e = \begin{bmatrix} 0 & 1/2 & 1/2 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1/2 & -1/2 \end{bmatrix} \quad (3-115)$$

$$H_w = \begin{bmatrix} -1/2 & 1/2 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1/2 & 1/2 & 0 \end{bmatrix} \quad (3-116)$$

$$H_s = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1/2 & -1 & 1/2 \\ -1/2 & 1 & -1/2 \end{bmatrix} \quad (3-117)$$

则权重为

$$W_k(i, j) = \frac{1}{\Delta\hat{S}_{0k}' + \varepsilon} \quad (3-118)$$

$$\Delta\hat{S}_{0k}' = M_k \otimes |\Delta\hat{S}_{0k}| \quad (3-119)$$

其中 $\varepsilon$ 为保证分母不为0的小量（设为 $10^{-32}$ ）， $M_k$ 是 $5 \times 5$ 的平滑滤波器。则加权后的引导图像 $G$ 表示为：

$$G(i, j) = \sum_{k=n,e,w,s} W_k(i, j) X_k(i, j) / \sum_{k=n,e,w,s} W_k(i, j) \quad (3-120)$$

随后利用引导滤波对每一通道稀疏矩阵进行上采样、残差插值，过程和上述残差插值法一样（Kiku et al. 2016）。

#### （7）差值先验知识法

差值先验知识法（Difference prior, DP）不同于上述利用残差法，而是直接在通道间做差的基础上完成插值：针对某一通道，其与其他三通道做差，插值后再加回得到该通道的三个估计矩阵，再利用通道间相关性对这三个结果加权求和得到该通道最终估计结果（Wu et al. 2021）。

在做差之前先对其他三个稀疏矩阵进行双线性插值，从而获得与该稀疏通道对应点做差的预备条件，对差值通道再次进行双线性插值得到完整的差值通道，将减数通道加回得到三个该通道的估计矩阵，根据通道间相关性的研究得出不同通道的相关系数，根据此相关系数加权求和从而得到最终该通道的估计结果。下面重点介绍如何通过研究通道间相关性得到相关系数。

偏振通道间做差得到差值通道，如果两通道偏振角正交的话，差异更大，因此差值通道的边缘部分会比非正交形成的要明显。即非正交通道间相关性要比正交的强。该文献从实验和理论两方面证明并定量计算该差异，利用彩色偏振数据库（Qiu et al. 2019）的图像进行验证，只取每个图像的绿色通道，以 $I_0$ 与其他三个通道做差为例，研究不同照明光源下，不同差值通道在不同边缘处的明显情况，发现 $I_0 - I_{90}$ 组的边缘最明显。

通过理论推导出不同通道间的相关系数，若某像素入射光光强 $I$ 看作非偏振光和偏振光两部分，结合马吕斯定律得出：

$$I_0 = I_{linear} \cos^2 \varphi + \frac{I_{unpolar}}{2} \quad (3-121)$$

$$I_{45} = I_{linear} \cos^2 \left( \frac{\pi}{4} - \varphi \right) + \frac{I_{unpolar}}{2} \quad (3-122)$$

$$I_{90} = I_{linear} \cos^2 \left( \frac{\pi}{2} - \varphi \right) + \frac{I_{unpolar}}{2} \quad (3-123)$$

$$I_{135} = I_{linear} \cos^2 \left( \frac{3\pi}{4} - \varphi \right) + \frac{I_{unpolar}}{2} \quad (3-124)$$

其中 $\varphi$ 为线偏振角，则 $I_0$ 通道与其他通道差值为：

$$\Delta^{0,45} = I_0 - I_{45} = \frac{I_{linear}(\cos(2\varphi) - \sin(2\varphi))}{2} \quad (3-125)$$

$$\Delta^{0,90} = I_0 - I_{90} = I_{linear} \cos(2\varphi) \quad (3-126)$$

$$\Delta^{0,135} = I_0 - I_{135} = \frac{I_{linear}(\cos(2\varphi) + \sin(2\varphi))}{2} \quad (3-127)$$

该差值取决于入射线偏振光强与其偏振角。考虑该像素的两个相邻像素 $p$ 和 $q$ ，则这两个像素差值通道做差可得：

$$\begin{aligned}\sigma^{0,45} &= |\Delta^{0,45}_p - \Delta^{0,45}_q| \\ &= \frac{|I_p(\cos(2\varphi_p) - \sin(2\varphi_p)) - I_q(\cos(2\varphi_q) - \sin(2\varphi_q))|}{2}\end{aligned}\quad (3-128)$$

$$\sigma^{0,90} = |\Delta^{0,90}_p - \Delta^{0,90}_q| = |I_p \cos(2\varphi_p) - I_q \cos(2\varphi_q)| \quad (3-129)$$

$$\begin{aligned}\sigma^{0,135} &= |\Delta^{0,135}_p - \Delta^{0,135}_q| \\ &= \frac{|I_p(\cos(2\varphi_p) + \sin(2\varphi_p)) - I_q(\cos(2\varphi_q) + \sin(2\varphi_q))|}{2}\end{aligned}\quad (3-130)$$

假设线偏振光在全图像均匀分布，可利用对 $\sigma$ 积分计算全局差值，即整个差值通道的定量描述：

$$\Sigma^{0,45} = \int_0^1 \int_0^1 \int_0^\pi \int_0^\pi \sigma^{0,45} dI_p dI_q d\varphi_p d\varphi_q \quad (3-131)$$

$$\Sigma^{0,90} = \int_0^1 \int_0^1 \int_0^\pi \int_0^\pi \sigma^{0,90} dI_p dI_q d\varphi_p d\varphi_q \quad (3-132)$$

$$\Sigma^{0,135} = \int_0^1 \int_0^1 \int_0^\pi \int_0^\pi \sigma^{0,135} dI_p dI_q d\varphi_p d\varphi_q \quad (3-133)$$

上述三式的解析解过于复杂，但是其比例可以求出：

$$\Sigma^{0,45} : \Sigma^{0,90} : \Sigma^{0,135} = 1 : \sqrt{2} : 1 \quad (3-134)$$

其他通道间差值的比例也是如此。

利用数据库图像来验证上述比例，其中包含 20 个非偏振光照明和 10 个偏振光照明场景。用相邻点的平均距离 $d_{ave}$ 来衡量通道间差值大小。

$$d_{ave} = \frac{1}{8(M-2)(N-2)S} \sum_{scenes=1}^S \sum_{i=2}^{M-1} \sum_{j=2}^{N-1} \sum_{m,n=(-1,0,1)} |P_{center}^{(i,j)} - P_{neighbor}^{(i,j)}| \quad (3-135)$$

其中 $M$ 、 $N$ 是图像的宽度和长度，偏振光照明场景 $S = 10$ ，非偏振光照明场景 $S = 20$ 。数据显示在非偏振光照明场景中 $d_{ave}$ 比例接近 1:1.2:1，偏振照明下非对角差值通道则和之前理论比例稍有不同。

这个不一致可能与图像中的背景有关，因为之前的比例是在线偏振光和 AoLP 在邻域均匀分布的假设下得出的，但实际场景中背景部分存在大片单一 AoLP 和偏振强度从而破坏了这个假设，造成比例接近1:1:1。虽然该比例与理论不一样，但不影响插值方

法, 因为该背景区域只包含低频信息, 不影响以高频为主导的加权平均计算。因此某通道 $i$ 最终结果 $I_i$ 应与做差通道 $j$ 的差值按照  $1:\sqrt{2}:1$  加权。

$$I_i = \sum w_{i,j}(\tilde{I}_j + \hat{\Delta}^{i,j}) \quad (3-136)$$

$$w_{i,j} = \begin{cases} \frac{\sqrt{2}}{1 + \sqrt{2} + 1} & , \quad \text{if } |i - j| \neq 90^\circ \\ \frac{1}{1 + \sqrt{2} + 1} & , \quad \text{if } |i - j| = 90^\circ \end{cases} \quad (3-137)$$

其中 $\tilde{I}_j$ 表示 $j$ 通道原始数据双线性插值后结果,  $\hat{\Delta}^{i,j}$ 表示差值通道插值后结果。

#### (8) 准全色图像差值法

准全色图像差值法 (Pseudo-panchromatic image difference, PPID) 定义了一种准全色图像 (Psuedo-panchromatic image, PPI), 并使其与四个稀疏通道分别进行残差插值, 残差通道利用二叉树方式插值 (Mihoubi et al. 2015, 2016)。

PPI 在每个像素定义为全通道均值, 并已证明 PPI 和所有通道都高度相关, 因此在残差法中可以作为较好的对照通道做差。由于相邻像素有很强的空间相关性 (光谱相关系数 $\geq 0.9$ ), 可以运用卷积的方法通过原始马赛克图像获取估计的 PPI

$$M = \frac{1}{16} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \quad (3-138)$$

则 $PPI = I'_{raw} * M$ 。其中 $I'_{raw}$ 为原始图像 $I_{raw}$ 进行亮度统一之后的图像:

$$I'_{raw} = I_{raw} * \frac{\max(I_{raw})}{\max(I_{raw}^k)} \quad (3-139)$$

该方法是从 SFA 图像解马赛克算法中简化而来的, 原文方法中为了进一步完善 PPI 边缘, 结合方向梯度进行了优化, 但这并不适用只有四通道的偏振图像, 因此省略该步骤 (Mihoubi et al. 2018)。

#### (9) 通道间相关性的边缘补偿法

基于 DoFP 偏振图像通道间相关性的边缘补偿法 (Edge compensation on correlation, ECC) (Xin et al. 2023), 最初是在 CFA 图像中用二阶微分对边缘进行补偿, 得了较好的解马赛克效果, 并且由于没有进行大量的边缘检测, 其速度较快, 典型的算法为 Hamilton-Adams (Adams and Hamilton 2018), 其计算图像的一阶微分和二阶微分来判断边缘方向并选择如何插值, 该文献将边缘补偿原理应用在 DoFP 图像上, 并简化了 Hamilton-Adams 算法的过程, 具体操作如下:

[1] 首先对每个通道进行双线性插值。假设插值前  $k$  通道为稀疏矩阵  $i_k$ ，插值后为  $i'_k$ ；

[2] 在此基础上计算出每一通道的水平和垂直方向的二阶导数，以  $k$  通道为例的表达式如下：

$$\partial_h^2 i'_k = \frac{i'_k(i, j+2) + i'_k(i, j-2) - 2i'_k(i, j)}{4} \quad (3-140)$$

$$\partial_v^2 i'_k = \frac{i'_k(i+2, j) + i'_k(i-2, j) - 2i'_k(i, j)}{4} \quad (3-141)$$

[3] 并且计算出水平和竖直方向相邻像素的均值：

$$\bar{i}'_k h = 0.5 (i'_k(i, j+1) + i'_k(i, j-1)) \quad (3-142)$$

$$\bar{i}'_k v = 0.5 (i'_k(i+1, j) + i'_k(i-1, j)) \quad (3-143)$$

[4] 则通道  $0^\circ$  通道的初步估计矩阵如下：

$$\hat{i}_k = 0.5 [(\bar{i}'_k h - \partial_h^2 i'_k) + (\bar{i}'_k v - \partial_v^2 i'_k)] \quad (3-144)$$

通道间相关性：对于 DoFP 图像，在差值图像插值可以有效减少高频能量带来的插值误差（Zhao et al. 2019），通过分析偏振图像四通道间的相关性，该文献确定了一种决定差值图像的模型。通过研究不同场景不同材质下反射得到的近红外偏振图像（Popescu et al. 2018），发现通道间无直接的线性关系，但是用斯皮尔曼秩相关系数（Spearman rank-order correlation, SRC）计算其相关性发现：无论图像不同区域的偏振度大小如何，偏振图像通道间始终具有强相关性，并且互为对角两通道间相关性比非对角通道间相关性更弱。斯皮尔曼秩相关系数定义如下：

$$SRC(C_i, C_j) = \frac{\sum ((I_i^p - \mu_i)(I_j^p - \mu_j))}{\sqrt{\sum (I_i^p - \mu_i)^2} \sqrt{\sum (I_j^p - \mu_j)^2}} \quad (3-145)$$

其中  $C_i$ 、 $C_j$  为不同的偏振通道， $I_i^p$ 、 $I_j^p$  分别为通道  $i, j$  的像素值， $\mu_i$ 、 $\mu_j$  分别是两通道的均值。

差值模型：基于通道间强相关性，插值过程中可以使四个通道互相参考。根据上述相关性研究可以推断出，在高频区域，对角通道差值比非对角通道间差值大（Zhao et al. 2019），如果利用对角差值插值会带来较大误差，因此只考虑用非对角通道之间做差进行插值。

基于边缘补偿的通道间差值的插值：

[1] 对  $k$  通道初步插值之后得到结果  $\hat{i}_k$ ；

[2] 其两个非对角通道  $m$ 、 $n$  与  $k$  通道采样点之差为

$$\Delta_{m, k} = \hat{i}_m \odot \text{mask}_k - i_k \quad (3-146)$$

$$\Delta_{n, k} = \hat{i}_n \odot \text{mask}_k - i_k \quad (3-147)$$

[3] 对差值通道进行双线性插值后得到  $\hat{\Delta}_{m,k}$ ,  $\hat{\Delta}_{n,k}$ ;

[4] 根据两差值通道, 结合两被减数通道  $m$ 、 $n$ , 可以得到两减数通道, 即两个  $k$  通道值

$$\tilde{i}_k^m = \hat{i}_m - \hat{\Delta}_{m,k} \quad (3-148)$$

$$\tilde{i}_k^n = \hat{i}_n - \hat{\Delta}_{n,k} \quad (3-149)$$

[5] 这两个通道均为  $k$  通道估计值, 但是参考其他与之相关性很强的两个不同通道得出的, 因此最终  $k$  通道解马赛克后图像由二者取平均决定 (实际上两通道间权重应由该图片下具体情况计算得出, 但这会引入新的误差, 为了简化过程将两图像权重各设为 0.5):

$$\tilde{i}_k = 0.5(\tilde{i}_k^m + \tilde{i}_k^n) \quad (3-150)$$

### 3.2.5 频域替换

#### (1) 离散小波变换

将图像运用离散小波变换 (Discrete Wavelet Transform, DWT) 转换到频域, 每个通道考虑低频和高频两部分, 利用高频部分相关性强的原理进行解马赛克 (Wang et al. 2015; Mihoubi et al. 2018)。首先利用双线性初步插值各稀疏矩阵, 在频域中将所有通道的高频部分替换, 而低频部分默认已经得到很好的处理了便不再优化, 然后转换到空间域得到最终解马赛克结果。

具体替换过程如下: 复原通道  $\hat{i}_k$  都可拆分成四幅下采样图像 (Down-sampled image, DSI), 其中每个图像都是由原始图中相同偏振角采样点位置的像素组成。则其中有一个 DSI (偏振角为  $k$ ) 是完全由真实采样值组成, 称为  $\text{DSI}_k$ 。

对每一个 DSI 进行哈尔小波变换, 将每个通道下除了  $\text{DSI}_k$  之外的其他三个  $\text{DSI}_i$  高频波段全部用与  $90^\circ$  通道对应的  $\text{DSI}_i$  高频波段替换。

本算法最初是运用在 SFA 解马赛克算法中, 并且假设中波段通道高频部分最清晰从而作为替换标准, 但在四通道偏振解马赛克中不存在这一条件, 因此任意选择通道  $I_{90}$ 。

#### (2) 基于离散小波变换的准全色图像法

基于离散小波变换的准全色图像法 (PPI based DWT, PPIDWT) 的基本思想是, 由



于 PPI 具有与全通道强相关的特点，将 DWT 方法中的替换标准从  $I_{90}$  改为 PPI，其他步骤均和 DWT 一样（Mihoubi et al. 2016, 2018）。

### 3.3 本章小结

本章首先介绍了基于真实图像统计结果得出的通道间和通道内具有强相关性的结论，将其作为后续插值法的创新思路，接着详细介绍了 22 种典型偏振图像解马赛克算法，每种算法包括其特点、与其他算法的联系、原理以及数学推导等，并按照核心思路将它们分为五大类：低通滤波器插值法、自适应加权插值、边缘检测法、残差法和频域替换法，便于理解其主要特点，以及开展后续针对该类型的整体评价。

## 第 4 章 计算机仿真实验和算法评估

在介绍完每种算法的理论可行性后,本章基于 MATLAB 将上述算法数学过程实现,并运用网络公开数据库图像运行算法,最后利用指标定性和定量评价算法复原的精度。下面介绍运用的数据库、计算机仿真解马赛克流程的要点,以及最终实验得出的数据、图像结果,并进行对比分析。

### 4.1 实验

为了对比上述 22 种插值解马赛克算法的效果和优缺点,我们选取网络公开数据库中的图像进行测试,每种算法都复原出主要偏振信息,并比较其 PSNR。

数据库为 Miki 等人拍摄的 12 通道彩色偏振图像,包含 40 个场景。每个场景均有  $0^\circ$ 、 $45^\circ$ 、 $90^\circ$  和  $135^\circ$  的彩色偏振图像,位深度为 10bit,每一张均在同一条件下拍摄 1000 次后取平均来降低随机噪声,可以近似认为是无噪声的真实图 (Morimatsu et al. 2020)。

本实验使用该数据库的前 30 个场景的图像,并且每张 RGB 图像只取绿色通道作为偏振信息的真实值,对其按照图 1-1 (b) 的偏振图样加马赛克后,分别运用 22 种算法解马赛克。最后得到不同偏振信息与真实值对比的 PSNR 平均值。我们考察的偏振信息为  $I_0$ 、 $I_{45}$ 、 $I_{90}$ 、 $I_{135}$ 、 $S_0$ 、 $S_1$ 、 $S_2$ 、DoLP 和 AoLP。

### 4.2 结果分析

#### 4.2.1 针对本文 PSNR 结果分析

上述 22 种算法中有一些原文作者提供了代码,我们将其稍作调整后代入运算,对于未给出原始代码的文献,我们按照其描述编写 MATLAB 程序,从而计算每种算法在 30 个场景下,不同偏振信息的 PSNR 均值,结果保留四位有效数字,如表 4-1 所示:

表 4-1 不同插值法对于不同偏振信息复现后与真实值之间信噪比 PSNR

method	$I_0$	$I_{45}$	$I_{90}$	$I_{135}$	$S_0$	$S_1$	$S_2$	DoLP	AoLP
Nearest	31.62	31.25	31.43	31.41	34.59	34.75	34.55	15.58	16.24
Bilinear	36.46	36.04	36.37	36.09	38.84	40.29	39.78	19.78	18.24
Bicubic	33.55	33.10	33.50	33.13	36.98	36.23	36.06	15.94	16.94
BS	29.51	30.92	36.95	31.73	33.99	35.72	35.31	15.38	16.65
B0	27.52	29.43	36.12	30.28	34.59	32.06	32.93	15.58	10.68
B1	35.82	32.86	39.20	31.83	37.02	32.87	34.63	18.02	10.53
B2	35.82	32.86	31.32	31.83	38.84	34.59	34.63	19.78	10.31
B3	30.06	30.71	31.18	30.84	33.68	36.14	35.49	21.87	10.29
B4	30.92	30.46	30.35	30.33	33.34	35.88	34.97	20.91	10.26
ICC	40.22	39.43	40.39	39.25	42.90	44.88	43.05	20.79	19.65

接下页

表 4-1 不同插值法对于不同偏振信息复现后与真实值之间信噪比 PSNR (续)

method	$I_0$	$I_{45}$	$I_{90}$	$I_{135}$	$S_0$	$S_1$	$S_2$	DoLP	AoLP
BT	36.22	35.82	36.14	35.87	37.85	41.71	41.01	21.18	18.74
AS	30.11	30.49	30.41	29.45	38.84	33.15	32.49	19.78	7.31
GB	35.66	35.30	35.60	35.42	38.09	39.68	39.33	18.72	17.96
NSB	29.98	31.54	36.86	32.35	35.90	35.98	35.82	17.71	17.25
IC	35.91	35.59	35.85	35.64	38.64	39.62	39.24	18.91	17.93
RI	33.70	33.38	33.61	33.41	35.35	38.50	38.44	18.12	15.89
ARI	38.21	37.71	38.20	37.86	40.88	41.84	41.30	20.56	18.76
MRI	33.42	33.08	33.37	33.11	35.14	38.10	38.01	17.82	15.84
SD	40.50	39.54	40.73	39.38	43.38	44.09	42.49	19.68	19.29
NPD	34.07	41.29	34.12	41.18	45.74	34.69	44.15	22.89	11.30
EAR	41.78	40.67	41.88	40.48	44.19	45.91	44.05	23.26	20.26
DP	40.94	39.88	40.95	39.83	43.27	45.09	43.52	21.93	19.96
PPID	39.43	38.13	38.07	38.34	40.31	43.10	42.49	21.52	18.76
ECC	39.84	39.23	39.82	39.17	42.39	43.35	42.47	21.48	19.35
DWT	36.46	36.80	32.72	36.47	38.73	38.10	41.49	18.24	14.61
PPIDWT	36.46	37.96	32.86	37.93	38.38	39.69	42.20	18.85	14.84

经对比可以发现，牛顿多项式插值法和边缘知识的残差插值法具有最高的 PSNR，在此指标下可以认为这两种算法偏振解马赛克复原结果较为可信，准确度高。其中牛顿多项式插值法在  $I_{45}$ 、 $I_{135}$ 、 $S_0$  和  $S_2$  的偏振图像复现中均有最高的信噪比，边缘知识的残差插值法在  $I_0$ 、 $I_{90}$ 、 $S_1$ 、AoLP、DoLP 的偏振图像复现中均有最高的信噪比。

在五大类插值方法中，利用残差法获得了相对较高的 PSNR，其中自适应残差插值法、通道间相关性的边缘补偿法、谱差分法、差值先验知识法、准全色图像差值法都具有仅次于牛顿多项式插值法和边缘知识的残差插值法的 PSNR。这是由于大部分残差法不仅利用到了通道间做差这一思路，还结合了边缘检测，使得插值更加准确，因此比直接在单通道插值时进行边缘检测效果要好很多，自适应插值法也是如此。

在空间不变线性低通滤波器的几种方法中，通过发掘通道间插值设计卷积核的信道间相关性法效果最好，甚至仅次于牛顿多项式插值法和边缘知识的残差插值法，由此可见将 CFA 通道间关系类比在 PFA 方法上是恰当的，同时由于该方法结合了多通道间关系，相较于其他仅在各自通道单独插值的滤波方法，以及仅按照点的距离而设定卷积核元素的 5 核双线性插值法效果都要好。除去信道间相关性法，在剩下的低通滤波法当中，表现最好的还是经典双线性插值法，在几乎所有偏振信息中都获得了最高信噪比（除了 DoLP 是 B3 卷积核效果最好）。由此可见，双线性插值法由于其运行速度快、所占内存少同时又保持着相对较好的插值表现，成为很多算法预处理的方法，或者对精度要求不高时首选的插值算法。

频域替换法插值和双线性插值法的效果几乎一致，并未有特别出色的表现，并且其运算过程较复杂，涉及到频域变换。可能的原因是频域法对数据库场景中偏振信息的分

布、图像的平滑程度和噪声大小等具有较高的要求，因此该表现有可能是样本过少或不合适所致的结果。

此外有研究（LeMaster and Hirakawa 2014）表明不同马赛克偏振片分布图样也会了解马赛克方法和效果产生影响，在此本文不再展开讨论。本文也并未统计不同算法的运行复杂程度或者运行时间，因为 MATLAB 代码程序运行时间并不能很好地代表算法的复杂度，也不能反映其在具体偏振成像硬件设备上的运行速度。

#### 4.2.2 对比其他文献结果分析

一直以来都有人提出应用在偏振图像解马赛克上的不同算法，但关于这类算法的综述性文章并不多。2018 年一篇发表在 *Sensors* 上的综述（Mihoubi et al. 2018）做了很好的汇总整理工作，下面对该文献称作“Survey”，其对不同类型的算法（包括从 CFA、SFA 调整后的算法以及本身应用在 PFA 上的算法）共计 19 种进行了总结说明，并以 PSNR 为评价指标对它们进行了对比。本文研究的 22 种算法中包括 Survey 中提到的 16 种，并结合了 2018 年前 Survey 没有涉及到的以及 2018 年后出现的几种典型偏振图像解马赛克算法。下面将本文与 Survey 的研究结果进行对比分析。

在 Survey 的结果分析中，残差插值法在  $S_2$  和 DoLP 上具有最高的 PSNR，准全色图像差值法在其他指标上具有最高的 PSNR。与本文结果略有差异，下面就这一差异和相同点进行分析。

本文认为自适应残差插值法要比残差插值法和改进的残差插值法在所有偏振指标上结果都要明显地好。而 Survey 认为残差插值法和自适应残差插值法二者效果基本持平（所有指标的 PSNR 差距波动范围为 0.09~1.39），且残差插值法在  $S_2$  和 DoLP 效果略好。该差异可以认为是由数据库选取的不同、CFA 算法调整过程中参数不同、代码处理过程中细节上的差异造成的结果。因此在 2018 年前，本文认为较好的算法为自适应残差插值法、准全色图像差值法和谱差分法，与 Survey 得出的结论略有出入，但都认为利用残差法插值并结合一些优化（如准全色图像的引入）是可以得到较好的插值结果的。

2018 年后出现了牛顿多项式法、边缘知识的残差插值法，二者均应用了通道间差值法插值，效果为历年来最优。此外插值先验知识法、通道间相关性的边缘补偿法也取得了仅次于牛顿多项式插值法和边缘知识残差插值法的效果。由此可见利用通道间做差的差值法（或残差法）、结合通道间相关性的思想为经典插值法中容易得到最优解的思路。这一点可以为今后的偏振解马赛克算法改进创新提供指导思想。

### 4.2.3 主观评价

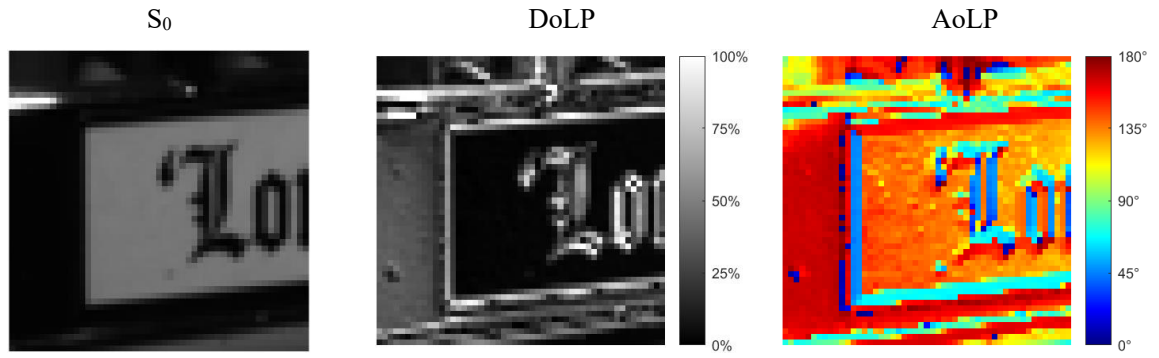
下面对上述几种 PSNR 指标较高的解马赛克算法进行主观评价,包括经典的双线性法、自适应残差插值法、准全色图像插值法、牛顿多项式插值法、边缘知识的残差插值法,并对比其  $S_0$ 、DoLP、AoLP 与真实图像间的差异。通常由于 AoLP 和 DoLP 并不是直接解马赛克得到,而是由斯托克斯矢量计算得到,因此会被引入较大误差,如伪边缘、拉链噪声等,因此对于这两个复原图像的考察往往可以更直接反映出算法的质量。考察场景为“bus”,展示针对场景中某一细节不同算法复现的图像与真值之间的差别。如图 4-1 所示,其中每一行为一种算法的复现图片,每一列为偏振信息种类,第一行为实际值图像。

针对  $S_0$  图像,五种方法复原效果都较好,双线性和准全色图像差值法都在边缘处有一定的平滑作用,相比之下牛顿多项式插值法和边缘知识的残差插值法在边缘处相对清晰。

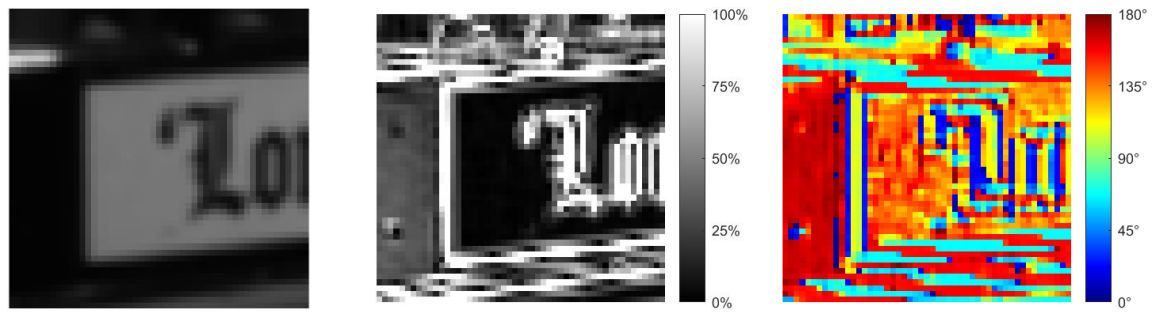
对于 DoLP,双线性插值法在字母、边框处明显产生了伪边缘,自适应残差插值法、准全色图像差值法和边缘知识的残差插值法也是如此,而牛顿插值法相较而言边缘误差少一些,同时在偏振度数值方面牛顿插值法得到的结果是与原图最接近的(图像细节处灰度接近)。

针对 AoLP 图像,几种算法的效果都明显差了许多,这是由于 AoLP 是由斯托克斯矩阵结合反三角函数计算得来的,考虑到误差传递函数,其噪声、误差通常会很大。其中双线性插值、自适应残差插值法的伪边缘十分明显,牛顿插值法在此得到的 AoLP 值不是很准确,效果较好的应为边缘知识的残差插值法和准全色图像差值法,其中准全色图像差值法在边缘处也有明显的拉链噪声,因此 AoLP 复原效果最好的应为边缘知识的残差插值法。

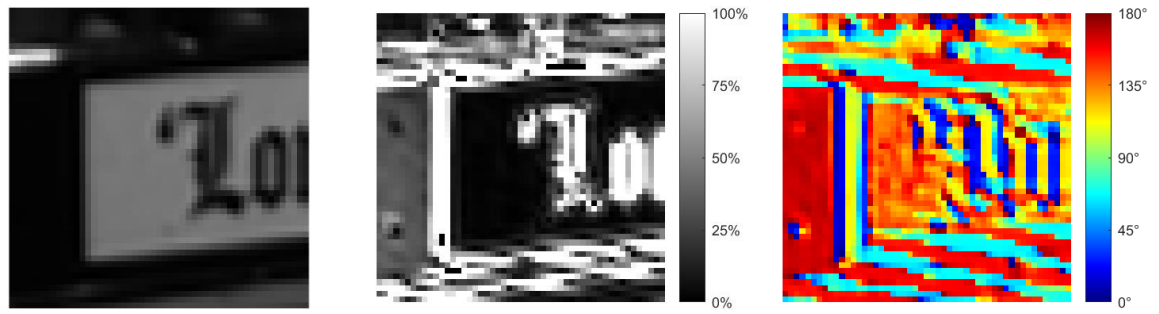
综上所述,针对主观评价指标,五种算法对  $S_0$  的复现效果都很好,其中最好的为牛顿差值和边缘知识的残差插值法,其在边缘部分较为清晰;五种算法在 DoLP 的复现中都产生了比较明显的伪边缘,其中牛顿插值法伪边缘较少,同时 DoLP 值复原最接近;五种算法在 AoLP 的复原中都产生了十分明显的伪边缘,其中效果最好的应为边缘知识的残差插值法,其他算法因为严重的伪边缘、拉链噪声、复原值有误而效果不理想。因此主观评价指标下表现最好的依旧为牛顿多项式插值法和边缘知识的残差插值法。



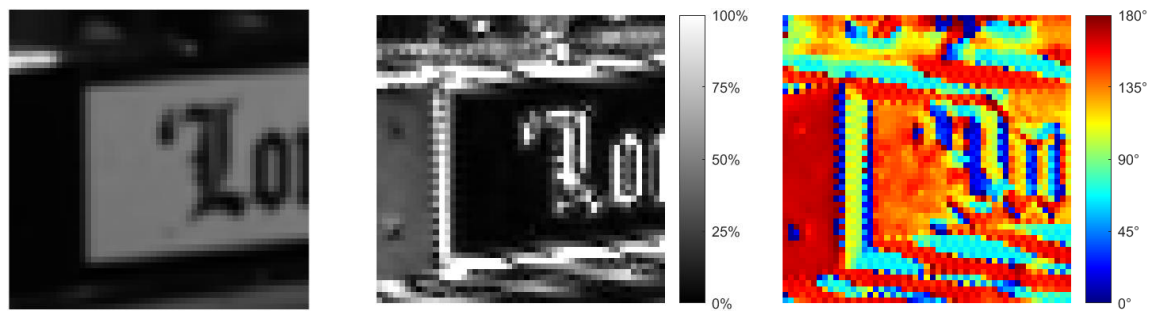
(a) Ground truth images



(b) Bilinear



(c) ARI



(d) PPID

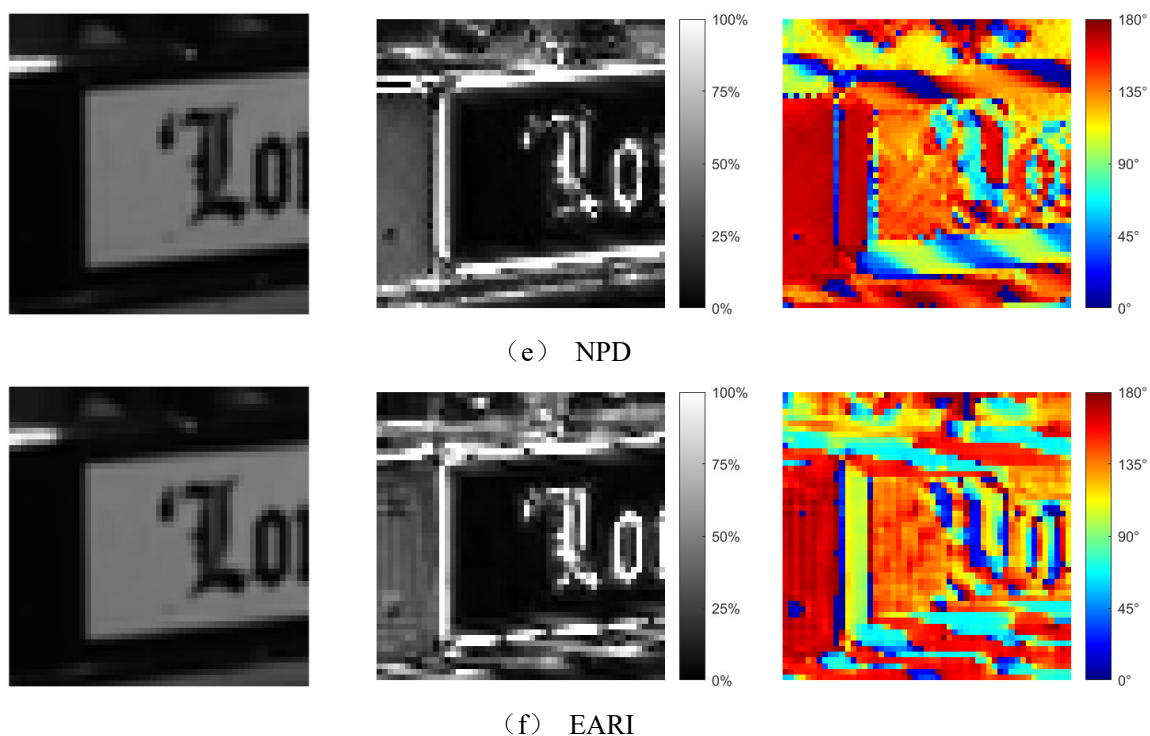


图 4-1 5 种算法对同一场景细节的复原图与原图间对比

### 4.3 本章小结

本章利用网络公开数据库图像，运用 MATLAB 进行解马赛克算法的仿真模拟，将 PSNR 作为图像复原效果的客观评价指标，并将所有算法结果进行对比分析，同时对照了其他文献对算法的总结和分析，以及图像主观评价结果，发现利用残差法和通道间相关性进行插值往往会得到较好的结果，可以作为后续算法创新的发展思路，并且牛顿多项式插值法以及边缘感知插值法效果最为突出，无论是在客观指标还是主观评价上都很具有很好的效果。

## 第5章 总结与展望

### 5.1 本论文工作总结

本文从偏振图像获取的意义即发展现状讲起,指出 DoFP 以其体积小、利于集成、价格低并且便于单次成像为当今主流偏振图像获取硬件,它以牺牲分辨率为代价从而在单次曝光时获取更多的偏振信息。其具有特殊的交错排列的偏振滤波阵列,通常偏振片角选取为  $0^\circ$ 、 $45^\circ$ 、 $90^\circ$  和  $135^\circ$ , 每一个像素只能获取其中一个偏振角度的信息而非全部,这一特点使得获得的原始偏振图像信息为并不完整的马赛克图案,需要运用一定算法,结合偏振通道间相关性、空间相关性等偏振图像性质将每一点上的四个通道偏振信息全部复原出来,以便后续计算偏振角、偏振度等重要信息。

本文主要介绍了传统插值法解马赛克,并分为五大类:空间不变线性滤波器法、自适应加权插值法、边缘检测插值法、差值法和残差法、频域替换法,共 22 种偏振图像解马赛克算法。这些算法中有很多运用的原理和过程存在一定关系,因此本文按照一定的逻辑顺序详细介绍算法原理、推导过程、创新点和优缺点。

最后本文运用网络公开数据库对上述所有算法进行 MATLAB 仿真模拟或使用其公开代码进行运算,以信噪比 PSNR 作为客观评价指标对比了所有算法的结果,同时横向对比了 2018 年相关综述文章中结果的不同之处,并辅助主观评价指标来讨论不同算法的优缺点。发现牛顿多项式插值法和边缘知识的残差插值法具有较高的信噪比,可以作为较可靠的偏振图像解马赛克参考算法。并且结合差值法(或残差法)、通道间相关性的思想可以达到更好的偏振解马赛克效果,可以为今后的算法改进创新提供指导思想。

### 5.2 展望

本文仅研究了传统的插值法解马赛克,目前有一些文献利用深度学习解马赛克,其效果要比传统方法优秀,但运行时间也比较长,并且需要具备一定的深度学习以及编程知识,后续工作将集中在研究深度学习在解马赛克中的应用。

同时也有许多文献将降噪和偏振解马赛克有机结合在一起,其复原效果相比较单独解马赛克和降噪更好,后续工作也会包含对降噪方法的研究,以及如何将其更好地应用在偏振图像解马赛克上。

本文的客观评价指标选取较少,并不能很好地多方面评价算法。常见的偏振解马赛克评价指标除了 PSNR 之外还有 SSIM、MTF 等,SSIM 主要研究复原前后偏振图像的相似程度,MTF 则经常用来直观反映解马赛克算法中不同频率信息的保留和损失情况。后续将引入更多样的评价指标来衡量算法的优缺点,同时也期待更多的公开偏振图像数



据库可供使用，这样可以减小因样品较少造成的算法仿真模拟误差。

## 参考文献

- 万灿. 2022. 基于 FPGA 的红外偏振图像处理算法研究. [硕士学位论文]. 成都: 电子科技大学
- 张士元, 孙子, 穆全全, 彭增辉, 刘华, 刘畅. 2022. 用于偏振成像的液晶微偏振阵列研究进展. 液晶与显示, 37 (3) : 292~309
- Adams J E, Hamilton J F. 1997-05-13. Adaptive color plane interpolation in single sensor color electronic camera. US Utility Patent, 5629734
- Ahmed A, Zhao X, Gruev V, Zhang J, Bermak A. 2017. Residual interpolation for division of focal plane polarization image sensors. *Optics Express*, 25 (9) : 10651~10662
- Brauers J, Aach T. 2006. A color filter array based multispectral camera. *12. Workshop Farbbildverarbeitung*, 55~64
- Gao S, Gruev V. 2011. Bilinear and bicubic interpolation methods for division of focal plane polarimeters. *Optics Express*, 19 (27) : 26161~26173
- Gao S, Gruev V. 2013. Gradient-based interpolation method for division-of-focal-plane polarimeters. *Optics Express*, 21 (1) : 1137~51
- He K, Sun J, Tang X. 2012. Guided image filtering. *IEEE transactions on pattern analysis and machine intelligence*, 35 (6) : 1397~409
- Kiku D, Monno Y, Tanaka M, Okutomi M. 2013. Residual interpolation for color image demosaicking. *2013 IEEE international conference on image processing*, 2304~2308
- Kiku D, Monno Y, Tanaka M, Okutomi M. 2016. Beyond color difference: Residual interpolation for color image demosaicking. *IEEE Transactions on Image Processing*, 25 (3) : 1288~1300
- Lapray P J, Gendre L, Bigué L, Foulonneau A A. 2018. Database of Polarimetric and Multispectral Images in the Visible and NIR Regions. *Unconventional Optical Imaging*, (10677) : 666~679
- Lapray P J, Gendre L, Foulonneau A, Bigué L. 2018. An FPGA-based pipeline for micropolarizer array imaging. *International Journal of Circuit Theory and Applications*, 46: 1675~1689
- LeMaster D A, Hirakawa K. 2014. Improved microgrid arrangement for integrated imaging polarimeters. *Optics Letters*, 39: 1811~1814
- Li N, Zhao Y, Pan Q, Kong S G. 2019. Demosaicking DoFP images using Newton's polynomial interpolation and polarization difference model. *Optics Express*, 27 (2) : 1376~1391
- Liu S, Chen J, Xun Y, Zhao X, Chang C H. 2020. A new polarization image demosaicking algorithm by exploiting inter-channel correlations with guided filtering. *IEEE Transactions on Image Processing*, 29: 7076~7089
- Miao L, Qi H, Ramanath R, Snyder W E. 2006. Binary tree-based generic demosaicking algorithm for multispectral filter arrays. *IEEE Transactions on Image Processing*, 15 (11) : 3550~3558
- Mihoubi S, Lapray P J, Bigué L. 2018. Survey of demosaicking methods for polarization filter array images. *Sensors*, 18 (11) : 3688

- Mihoubi S, Losson O, Mathon B, Macaire L. 2015. Multispectral demosaicking using intensity-based spectral correlation. *2015 International Conference on Image Processing Theory, Tools and Applications*, 461~466
- Mihoubi S, Losson O, Mathon B, Macaire L. 2017. Multispectral demosaicking using pseudo-panchromatic image. *IEEE Transactions on Computational Imaging*, 3 (4) :982~995
- Monno Y, Kiku D, Tanaka M, Okutomi M. 2015. Adaptive residual interpolation for color image demosaicking. *2015 IEEE International Conference on Image Processing*, 3861~3865
- Morimatsu M, Monno Y, Tanaka M, Okutomi M. 2020. Monochrome and color polarization demosaicking using edge-aware residual interpolation. *2020 IEEE International Conference on Image Processing*, 2571~2575
- Nordin G P, Meier J T, Deguzman P C, Jones M. 1999. Diffractive optical element for Stokes vector measurement with a focal plane array. *Polarization Measurement, Analysis, and Remote Sensing II*, 3754: 169~177
- Qiu S, Fu Q, Wang C, Heidrich W. 2019. Polarization demosaicking for monochrome and color polarization focal plane arrays.
- Ratliff B M, LaCasse C F, Tyo J S. 2009. Interpolation strategies for reducing IFOV artifacts in microgrid polarimeter imagery. *Optics Express*, 17 (11) : 9112~9125
- Ratliff B M, LaCasse C F, Tyo J S. 2011. Adaptive strategy for demosaicking microgrid polarimeter imagery. *2011 Aerospace Conference*, 1~9
- Ratliff B M, Tyo J S, Boger J K, Black W T, Bowers D L, Fetrow M P. 2007. Dead pixel replacement in LWIR microgrid polarimeters. *Optics Express*, 15 (12) : 7596~7609
- Tyo J S, Goldstein D L, Chenault D B, Shaw J A. 2006. Review of passive imaging polarimetry for remote sensing applications. *Applied Optics*, 45 (22) : 5453~5469
- Wang X, Thomas J B, Hardeberg J Y, Gouton P. 2013. Discrete wavelet transform based multispectral filter array demosaicking. *2013 Colour and Visual Computing Symposium*, 1~6
- Wikipedia. 2023. Bicubic interpolation. [https://en.wikipedia.org/wiki/Bicubic\\_interpolation\[2023-3-25\]](https://en.wikipedia.org/wiki/Bicubic_interpolation[2023-3-25])
- Wu R, Zhao Y, Li N, Kong S G. 2021. Polarization image demosaicking using polarization channel difference prior. *Optics Express*, 29 (14) : 22066~22079
- Xin J, Li Z, Wu S, Wang S. 2023. Demosaicking DoFP images using edge compensation method based on correlation. *Optics Express*, 31 (9) : 13536~13551
- Zhang J, Luo H, Hui B, Chang Z. 2016. Image interpolation for division of focal plane polarimeters with intensity correlation. *Optics Express*, 24 (18) : 20799~20807
- Zhang J, Ye W, Ahmed A, Qiu Z, Cao Y, Zhao X. 2017. A novel smoothness-based interpolation algorithm for division of focal plane Polarimeters. *2017 IEEE International Symposium on Circuits and Systems*, 1~4

## 致 谢

时光飞逝，岁月荏苒，不知不觉之间大学本科的轻松岁月即将结束。四年时光虽然短暂，但在西农的学习生活，获益良多，弥足可贵。在即将毕业的时候，想要感谢的人很多，正是你们的帮助和支持，给了我不断进步的动力。

首先我要感谢我的指导老师任文艺副教授对我的悉心指教和严格要求，使得我在科研及专业知识上有了了一定的沉淀，第一篇论文的写作、修改及投稿，任老师都亲自指导，点点滴滴都倾注了老师的大量心血和时间。在老师的带领下，我慢慢掌握了基本的论文写作规范要求，具备了科研工作调研的能力。老师渊博的知识、严谨的治学态度、求实的工作作风、为人师表的品格以及孜孜不倦的探索创新的精神将会一直陪伴着我今后的工作和生活。向任老师致以最衷心的感谢！

感谢这四年里所有的任课老师，每一位老师对于知识的传授及讲解都精彩绝伦，使得我对光电这个专业有了更深入的了解以及更大的研究兴趣，奠定了我研究生阶段想要继续从事该领域研究的兴趣和基础。

感谢父母养育我多年，在我的成长过程中一直以认真负责的态度给我树立着人生的榜样，同时给予我生活、学习以及经济上无微不至的照顾，在我每一次因为生活琐事失落之时，他们总会倾听我并开导我，正是他们始终如一的鼓励激励着我不断前进。

最后，感谢所有审阅论文的老师，感谢他们在百忙之中给予的指导与帮助！

## 在读期间发表的学术论文与取得的研究成果

陆怿璠,金子程,任文艺. 2023. 基于智能手机和 Matlab 的居家悬滴法表面张力测量实验. 大学物理, 42 (1) : 48~54

Gu J, Ma Y, Li X, Li S, Chen S, Cao Y, Lu Y, Zhang R, Zhou W, Wang H, Jiang J. 2023. Synthesis of Rape Pollen-Fe<sub>2</sub>O<sub>3</sub> Biohybrid Catalyst and Its Application on Photocatalytic Degradation and Antibacterial Properties. *Catalysts*, 13 (2) : 358